ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ

ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

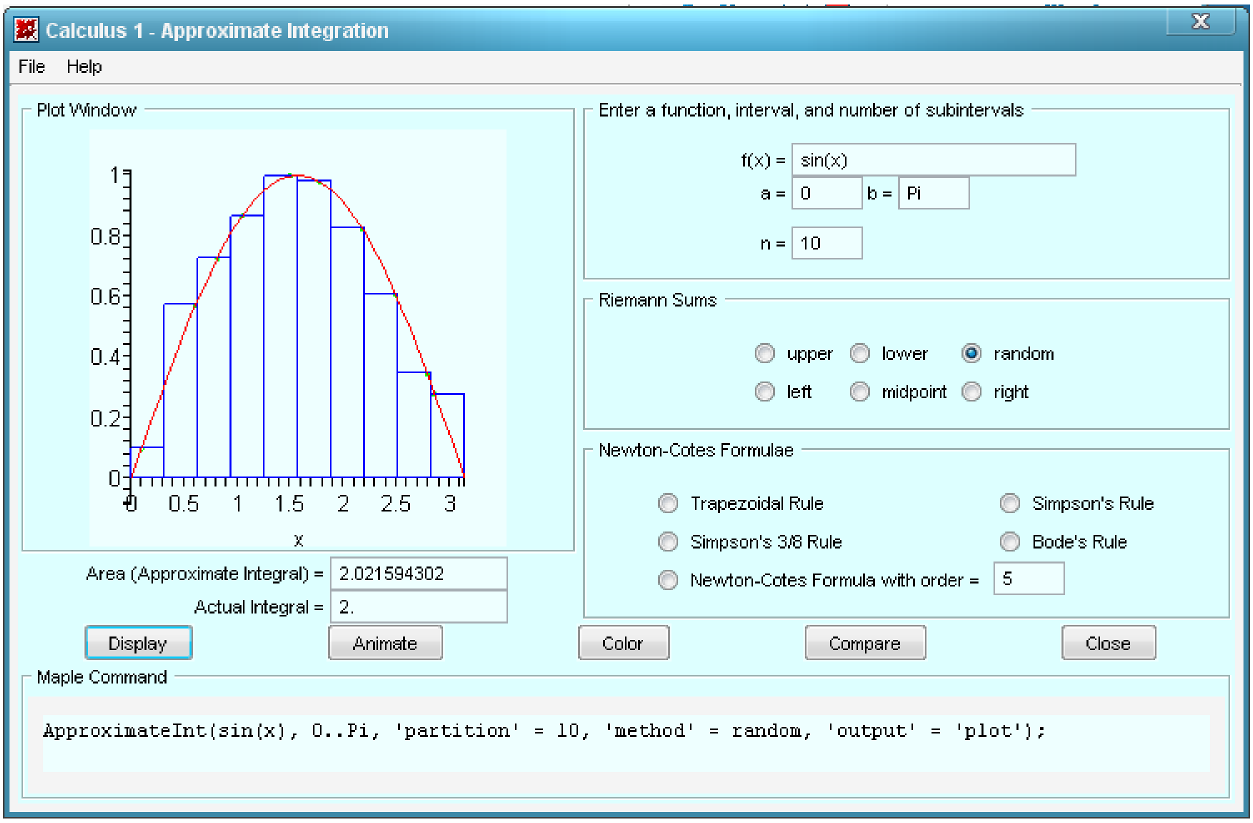
ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАКУЛЬТЕТИ

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ КАФЕДРАСИ

А.ИМОМОВ

MAPLE 9.5 ДА МАТЕМАТИК МАСАЛАЛАРНИ ЕЧИШ

ЎҚУВ-УСЛУБИЙ ҚЎЛЛАНМА



НАМАНГАН – 2011

Мундарижа

Куч билим ва адолатда.

Амир Темур

Ким ахборотга эгалик қилса,
у дунёга эгалик қилади.
Билл Гейтс

С Ў З   Б О Ш И

Ушбу ўқув қўлланма математик масалаларни Maple математик дастури-системаси ёрдамида ечишга бағишланган ва олий ўқув юртларининг 5480100-«Амалий математика ва информатика», 5460100 «Математика», 5521900 «Информатика ва ахборотлар технологияси», 5140900 «Касб таълими» йўналишлари хамда 5A480103 «Амалий математика ва ахборотлар технологияси» мутахассисликлари учун мўлжалланган. Ҳозирги пайтда Maple дастури ёрдамида элементар ва олий математиканинг деярли барча масалаларини ечиш мумкин.

Китобда ушбу дарсликларга монанд иш олиб борилган:

1. Манзон Б.М. Maple V Power Edition. М.: Филинъ, 1998.
2. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г**.** Методы решения математических задач в *Maple*: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001.–116с.
3. Голоскоков Д.П. Уравнение математической физики. Учебник для вузов с применением системы Maple. –СПб.: Питер, 2004.
4. Monagan M.B.Maple 7 programming guide . Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2001.
5. B. W. Char. Maple Learning Guide. Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2003
6. Сдвижков О.А**.** Математика на компьютере: Maple 8.- М.: СОЛОН-Пресс, 2003.-176 с.

Биринчи,иккинчи, учинчи, олтинчи китобларда **Maple** нинг содда тушунтиришларидан тортиб, математиканинг турли соҳаларига қўлланилишлари берилган**.** Тўртинчи, бешинчи китобларда эса **Maple** нинг математика физик тенгламаларини ечишга доир жуда кенг тадбиқлари берилган.

Тақризчилар: ф.-м. фанлари номзоди, проффессор Ибрагимов Р.,
техника фанлари номзоди, доцент Маҳмудов З.

Ўқув қўлланма НамДУ Амалий математика ва АТ кафедрасининг 26.09.20011 даги мажлисида кўриб чиқилган ва фойдаланишга тавсия этилган, пр.№1.

Ўқув қўлланма НамДУ ўқув физика-математика факультетининг илмий кенгашининг 28.09.2011 даги мажлисида кўриб чиқилган ва фойдаланишга тавсия этилган, пр.№1.

Ўқув қўлланма НамДУ ўқув услубий бўлимининг ___________ даги мажлисида кўриб чиқилган ва фойдаланишга тавсия этилган, пр.№1.

Кириш. Maple-студентпарвар дастурий тизим.

Maple-бу компьютерда аналитик ва сонли ҳисоблашларни бажарувчи, 2000 дан кўпроқ командаларни ўз ичига олган ва алгебра, геометрия, математик анализ, дифференциал тенгламалар, дискрет математика, физика, статистика, математик физика масалаларини дастур тузмасдан ечиш имкониятини берувчи математик тизим (система)-пакетдир. Айтиш мумкинки, Maple бу юқорида санаб ўтилган соҳалардиги математик масалаларни ечиб берувчи катта калькулятордир. Maple такомиллашиб бормоқда, ҳозир унинг Maple 9.5, Maple 11-версиялари кенг тарқалган.

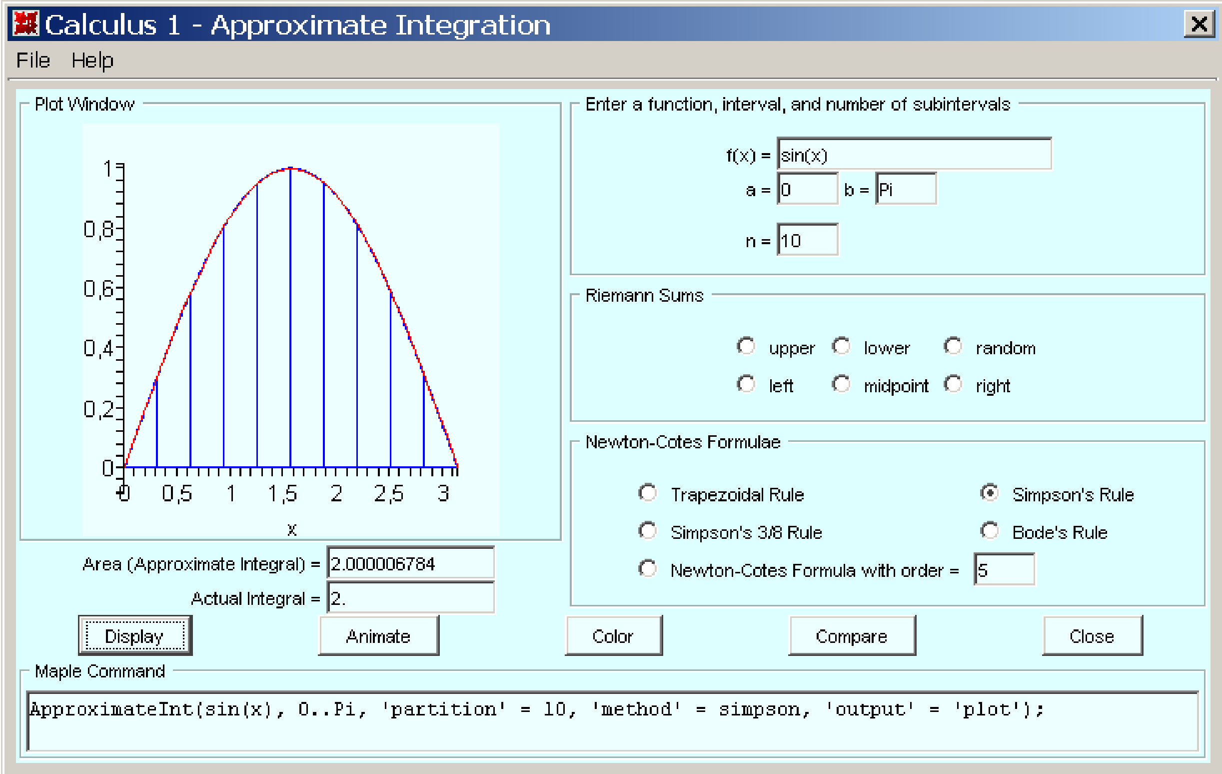
Maple-символли ва сонли ҳисоблашларни тез ва эффектив бажариш учун мўлжалланган ҳамда электрон хужжатларни тайёрлаш ва график визуаллаштириш, интерактив воситаларига эга бўлган компьютер математикасининг етакчи тизимларидан биридир. Maple тизимидан жахондаги 300дан ортиқ энг катта университетларда ўқув жараёнида фойдаланилмоқда ва мураккаб физик жараёнларни, тизимларни ва қурилмаларни моделлашда кенг қўлланилмоқда. Ҳозирги кунда фақат ҳисобга олинган, ушбу тизимдан фойдаланувчиларнинг сони 1млн дан ортиқ.

Maple ядросидан Mathematika, MATLAB, Mathcad ва бошқа тизимлар символли ҳисобларни амалга оширишда фойдаланмоқдалар. Maple тизимини Канаданинг Waterloo Maple Inc фирмаси яратган ва у узоқ давом этган ривожланиш ва синовдан ўтиш даврини босиб ўтган. Албатта, Maple тизими ҳали жуда қудратли эмас, у айрим соҳаларда бошқалар каби оқсамоқда.

Ўзининг жиддий математик ҳисобларга йўналтирилганлигига қарамасдан Maple тизими студентлар, ўқитувчиар, аспирантлар, илмий ходимлар ва шунингдек мактаб ўқувчилари учун ҳам зарурдир. Maple тизими математикани ўрганишда интерактив восита бўлиб хизмат қилиши мумкин. Maple тизимининг интерактив имкониятлари Tools>Assistants, Tools>Tutors менюсида жойлашган. Унинг Calculus>Single-Variable, Calculus>Multi-Variable, Calculus>Linear Algebra бўлимлари борки, улар ёрдамида бир ўзгарувчили, кўп ўзгарувчили функциялар, дифференциал тенглама, чизиқли алгебрага оид кўпгина масалаларни интерактив усулда талабаларга ўргатиш мумкин. Жумладан, ҳосилани геометрик маъноси ёрдамида тушунтириш мумкин: функция, нуқта берилади, компьютер кесувчи ўтказади, унинг лимит ҳолати уринма бўлади. Ёки, аниқ интегрални интеграл йиғиндининг лимити сифатида аниқлашда функцияни танлаш, нуқталар сони ва уларни турли хил усулларини танлаш, оммабоп тақрибий усуллардан фойдаланиш имкониятлари мавжуд. Команда берилгач интеграл йиғиндининг қиймати ва интегралнинг аниқ қаймати келиб чиқади. Компьютерсиз бу ишни фақат чизиқли функциялар учун бажариш мумкин холос. Қанчалик фойдали ва қулай имконият. Шунинг учун, **Maple-студентпарвар дастурий тизим.**

Фикримизнинг тасдиғи сифатида иккита мисол кўрсатимиз:

1) Аниқ интегрални Риман йиғиндисининг лимити сифатида аниқлаш
>Calculus>Single-Variable>Approximate Integration; (меню орқали команда бериш)



2) Maple да тескари матрицани этапма этап топиш:

> MatrixInverse(C); (этапларни кўрсатамиз, бу команда)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & \frac{-1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & \frac{8}{3} & \frac{-1}{3} & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{2}{5} \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{8} & \frac{-1}{8} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{2}{5} \end{array}\right] \quad \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{-1}{8} & \frac{3}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{2}{5} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-1}{10} & \frac{2}{5} & \frac{-1}{10} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-1}{10} & \frac{-1}{10} & \frac{2}{5} \end{array}\right]$$

I.Maple да элементар математика масалаларини ечиш

§1.1.Maple ойнасининг тузилиши.

Maple компьютерга ўрнатилгандан сўнг, уни стандарт 2 йўл билан ишга тушириш мумкин: 1) Windows ОТ нинг бош менюси орқали ёки 2) Иш столида яратилган ёрлиқ орқали. Биз Maple 9.5 версия билан ишлаймиз. Maple ойнаси Windows ОТ нинг стандарт ойнасига ўхшаш бўлиб, ойнанинг номи сатри, меню сатри, қуроллар панели, ишчи майдон, ҳолат сатри, линейка ва ўгириш лифтларидан иборат:

Асосий меню пунктлари:
File(Файл)- файллар билан ишлайдиган стандарт командалар, масалан, файлни сақлаш, очиш, янгисини яратиш ва ҳоказо, тўпламидан иборат.
Edit(Правка)- файлларни таҳрирловчи стандарт командалар, масалан, нусхалаш, ажратилган матн қисмини буферга олиш, командани бекор қилиш ва ҳоказо, тўпламидан иборат.
View (Вид)- ойнани кўринишини ўзгартирувчи стандарт командалар тўпламидан иборат.
Insert (Вставка)- ойнага матнли, командали майдонлар, графикларни қўйиш учун мўлжалланган командалар тўпламидан иборат.
Format (Формат)- ҳужжатни безаш учун ишлатиладиган командалар тўпламидан иборат.
Options (Параметры)- маълумотни экоанга киритиш ва чиқариш билан боғлиқ командалар тўпламидан иборат.
Windows (Окно)- бир ишчи ойнадан иккинчи ишчи ойнага ўтиш учун мўлжалланган командалар тўпламидан иборат.
Help (Справка)- Maple ҳақида батафсил маълумотларни ўз ичига олади.

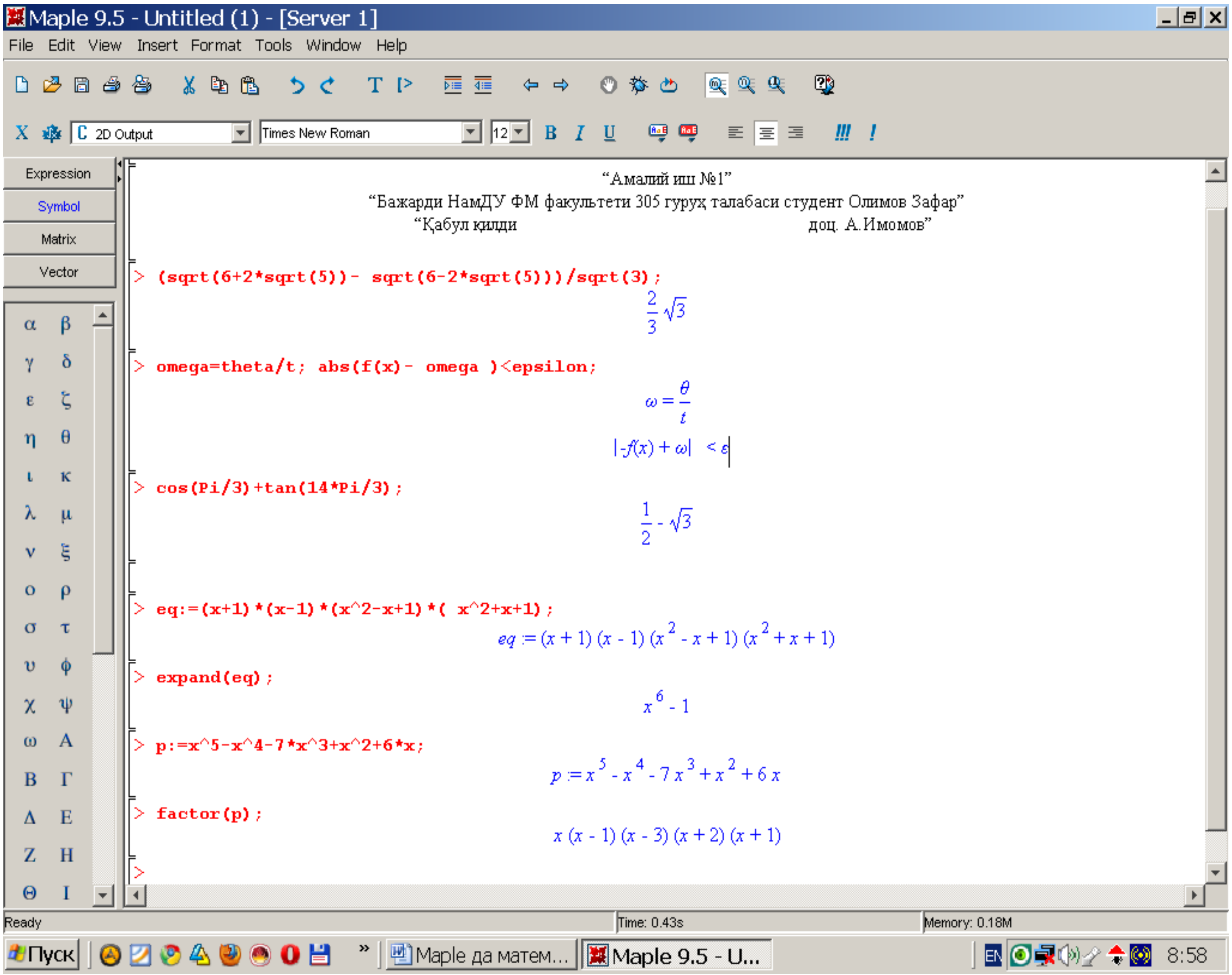
Maple да ишлаш мулоқат (сессия) тарзида олиб борилади: фойдаланувчи Maple га экранда **команда** билан мурожаат қилади, Maple уни қайта ишлаб экранда командадан кейинги сатрга **жавоб** қайтаради (қуйидаги расмга қаранг). Шунга асоасн, ишчи майдон шартли равишда уч қисмга бўлинади:

1)Киритиш (команда) майдони-командалардан иборат. Командалар >command(p1,p2,…); (ёки :) кўринишга эга, қизил рангли, чапга текисланган;

2)Чиқариш (жавоб) майдони- Maple нинг киритилган командага жавобидан иборат бўлиб, аналитик ифода, сонли қиймат, тўплам, график объект, хатолик ҳақидаги хабардан иборат бўлиши мумкин ва кўк рангда. Жавоб командадан кейинги сатрга чиқарилади, марказга текисланган бўлади;

3)матн (коментария) майдони- фойдаланувчи томонидан киритиладиган ихтиёрий матндан иборат ва у маълумотни қайта ишлашга таъсир этмайди, ва унинг моҳиятини тушунтириш учун ишлатилади, ва **қора** рангли.

Матн ва команда майдонига ўтиш қуроллар панелидаги (ёки Insert (Вставка) менюсидаги уларга мос командалар орқали) T [> тугмаларни босиш орқали бажарилади.



Топширик 1.1.

1. Maple ни ишга туширинг.
2. Maple ишга тушгандан сўнг биринчи сатр команда сатри бўлади. Уни матн майдонига айлантиринг. Бу сатрда “Амалий иш №1” деб мавзу номини киритинг. Enter тугмасини босиб янги сатрга ўтинг ва “Бажарди НамДУ ФМ факультети 305 гурух талабаси студент Олимов Зафар” деб ёзинг. Enter тугмасини босиб янги сатрга ўтинг
3. “Қабул қилди доц. А.Имомов” деб ёзинг ва Enter тугмасини босиб янги сатрга ўтинг.
4. Хосил бўлган файлни диск, флешкада сақланг. Бунинг учун File>Save as командасини бериб файлга : Фамилия_AT_1 деб ном бериб сақлаб қўйинг. Enter тугмасини босиб янги сатрга ўтинг.
5. Кейинги сатрда “Амалий топшириқ AT_1 файли Фамилия_AT_1” ном билан сақланган деб ёзинг. (Ўйлаб кўринг бу нимага керак).
6. Кейинги сатрларда бу топшириқдан сўнг командалар ва уларнинг натижалари ёзилади.

§1.2.Maple сонлар ва арифметик амаллар

Асосий математик ўзгармаслар ва арифметик амаллар.

Асосий математик ўзгармаслар қуйидагилардир: Pi- бу π сони, I-мавҳум бирлик i, infinity-∞, Gamma –Эйлер ўзгармаси, false-ёлғон, true-рост. Арифметик амаллар белгилари: +-қўшиш, -айириш, *-кўпайтириш, /-бўлиш, ^-даражага кўтариш, !-факториал. Солиштириш белгилари: <,>,>=,<=,<>,= (кичик, катта, катта ва тенг, кичик ва тенг, тенг эмас, тенг).

Бутун, рационал ва комплекс сонлар.

Maple да сонлар табиий равишда математикадаги каби бутун (integer), рационал, ҳақиқий (real) ва комплекс (complex) бўлиши мумкин. Уларнинг маънолари бир хил, фақат ёзилиш қоидаларига аниқ итоат қилиш керак. Рационал сонлар уч хил кўринишда тасвирланади: 1)оддий каср кўринишидаги рационал сон, масалан: 28/70; 2)ўнли каср кўринишидаги (float) рационал сон: 2.3457; 3)даража кўришишидаги рационал сон, масалан, $1{,}602*10^{-19}$ сон 1.602*10^(-19) кўринишда ёзилади.

Рационал сонни тақрибий ўнли каср кўринишда олиш учун бирор бутун сонни ўнли нуқта билан ноль сонини қўшиб ёзиш керак.

Шартли келишув: Maple да жавоб ,юқорида кўрганимиздек, командадан кейинги сатрда кўрсатилади. Компакт ёзиш учун жавобни биз команда ёнида \\ белгидан кейин кўрсатамиз, масалан, >a+b; \\ a+b .

Команда сатри Жавоб сатри	>1.2+3.4; 3.6
Команда сатри Жавоб сатри	>Sin(Pi/6); ½
Келишувга асосан	>sin(Pi/6.0); \\ 0.500000000

Maple да грек алфавитидан ҳам фойдаланиш мумкин. Бунинг учун сатрда грек ҳарфининг номи ёзилади, катта ҳарфларни ёзиш учун грек ҳарфининг номида бош ҳарф катта қилиб ёзилди керак.Масалан,

α -alpha	β -beta	γ -gamma	δ -delta
ε-epsilon	ζ-zeta	η-eta	θ-teta
ι-ita	κ-kappa	K-Kappa	λ-lambda
μ-mu	ν-nu	ξ-xi	ο-omikron
π-pi	ρ-rho	Σ-Sigma	σ-sigma
τ-tau	υ-uosilon	φ-phi	χ-chi
ψ-psi	ω-omega	Γ-Gamma	Ω-Omega

Грек ҳарфларини ёзиш учун экранда махсус меню мавжуд.

Топширик №1.2.

Тест ечишга мисоллар келтирамиз.

1. Hisoblang $\sqrt{23-8\sqrt{7}}+\sqrt{23+8\sqrt{7}}$ (м: 96-6-28) .Ж-р: A)7 B)6 C)8 D)9

```
> a:=sqrt(23-8*sqrt(7))+sqrt(23+8*sqrt(7));\\c=8
```

2. Hisoblang $(\sqrt{3+2\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{2})/4\sqrt{2}$ (м:V-07) Ж-р: A)0.5 B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C)0.75 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

```
>b:=(sqrt(3+2*sqrt(2))+sqrt(3-2*sqrt(2))+sqrt(2))/(4*sqrt(2));\\0.75
```

§1.3. Командаларнинг кўриниши ва уларни бажартириш усуллари.

Mapleда командалар номли ва номсиз бўлади. Номли команда қуйидагича бўлади: >command(p1,p2,…); ёки >command(p1,p2,…): , яъни команда номдан ва қавслар ичида параметрлардан иборат ва икки нуқта ёки нуқта вергуль билан тугалланади. Команда арифметик ифода бўлсагина унинг махсус номи бўлмайди. Агар команда нуқта вергуль (;) билан тугалланса унинг натижаси экранга чиқарилади, икки нуқта (:) билан тугалланса команда бажарилади натижаси экранга чиқарилмайди.

Командалар икки хил усул билан бажартирилиши мумкин:

1-усул-тўғри усул. Команда терилади; ёки : ёзилади ва Enter босилади.

2-усул-смарт усул. Ифода терилади ва ; қўйилиб Enter босилади, жавоб устида сичқонча ўнг тугмаси босилиб ифода контекст менюсидан керакли команда танланади. (Қандай ажойиб имконият!).

Процент % символи олдинги команда натижасини чақириш учун ишлатилади ва командалар ёзишни қисқартириш учун ишлатилади, масалан, >1+2: >%+3; \\ 6

Ўзгарувчига қиймат бериш учун := ишлатилади.

Maple ишга тушгач оператив хотирада унинг бирорта ҳам командаси бўлмайди, улар ишлаш давомида оператив хотирага чақириладилар. Командалар оператив хотирага чақирилишига қараб уч турга бўлинади. 1) Maple ишга тушгач автоматик равишда ишга тушириладиганлар, 2) readlib(command) командаси орқали чақириладиганлар, 3) махсус пакетлар (package) дан чақирилувчи командалар. Package пакетга тегишли барча командаларни чақириш >with(package) командаси ёрдамида, пакетга тегишли бирор command дани чақириш эса >package[command](options) командаси ёрдамида амалга оширилади, бу ерда ва бундан кейин options сўзи команданинг параметларини билдиради. Пакетларга мисол сифатида linalg-чизиқли алгебра масалаларини ечиш, geometri-планиметрия масалаларини ечиш, geom3d-стереометрия масадаларини ечиш, student-студентларга масалаларни интерактив (мулоқат) тарзида аналитик кўринишда қадам ба қадам оралиқ натижаларни намойиш қилган ҳолда ечиш имкониятларини берувчи пакетларни келтириш мумкин.

Стандарт функциялар.

Maple да стандарт функцияларнинг айримларини рўйхатини келтирамиз:

N	функция	Maple да	N	функция	Maple да
1	e^x	exp(x)	12	cosecx	cosec(x)
2	lnx	ln(x)	13	arcsinx	arcsin(x)
3	lgx	lg10(x)	14	arccosx	arcos(x)
4	$\log_a x$	log[a](x)	15	arctgx	arctg(x)
5	$\sqrt{x}$	sqrt(x)	16	arcctgx	arcctg(x)
6	$\lvert x\rvert$	abs(x)	17	shx	sh(x)
7	sinx	sin(x)	18	chx	ch(x)
8	cosx	cos(x)	19	thx	th(x)
9	tgx	tg(x)	20	cthx	cth(x)
10	ctgx	ctg(x)	21	$\delta(x)$-Дирак функцияси	Dirac(x)
11	secx	sec(x)	22	$\theta(x)$-Хевисайд функцияси	Heaviside(x)

Maple га жуда катта миқдорда махсус функциялар ҳам киритилган. Улар Бессель, Эйлернинг бета-, гамма-функциялари, хатоликлар интеграли, эллиптик интеграллар, ҳар хил ортогонал кўпҳадлар ва ҳоказо. Эйлер сони e=2.718281828…. exp(x) орқали қуйидагича ҳисобланади: exp(1).

Топширик №1.3.

1. Матнли режимда Амалий топширик №2 деб ёзинг.

2. $a=\cos(\frac{12\pi}{8}(\log_2 0.25+\log_{0.25} 2))$ ни ҳисобланг.\\(т.10-2-58;ж:0;1;-1;0.5;-0.5)

Командани 1-тўғри усул билан бажарамиз:

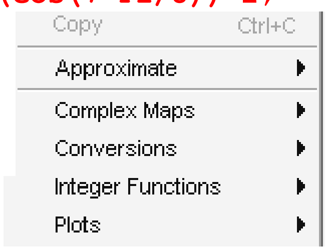
```
> a:=cos(12*Pi*(log[2](0.25)+log[0.25](2))/5);\\a:=1.
```

3. $\sin^4(\frac{\pi}{8})+\cos^4(\frac{3\pi}{8})+\sin^4(\frac{5\pi}{8})+\cos^4(\frac{7\pi}{8})$ ифодани ҳисобланг.

Командани смарт усул (ўнгдаги жадвал контекст меню)билан бажарамиз:

```
>b:=(sin(Pi/8))^2+(cos(3*Pi/8))^2+(sin(5*Pi/8))^2+(cos(7*Pi/8))^2;
```

$$b := \sin\left(\frac{1}{8}\pi\right)^2+\cos\left(\frac{3}{8}\pi\right)^2+\sin\left(\frac{3}{8}\pi\right)^2+\cos\left(\frac{1}{8}\pi\right)^2$$




```
> R3 := evalf[5]( sin(1/8*Pi)^2+cos(3/8*Pi)^2
+sin(3/8*Pi)^2+cos(1/8*Pi)^2 );                    \\R3:=2.0000
```

Командани тўғри усул билан текшириб кўрамиз:

```
>  simplify(b);                                   \\2
```

§1.4. Математик ифодаларни шаклини алмаштириш. Тестлар ечиш.

Айрим кўп учрайдиган командалар ва уларга доир мисоллар келтирамиз.

	Команда	Маъноси	Параметрланинг маъноси
1	expand(eq)	Қавсларни очиб ёйиш	eq-ифода
2	factor(eq)	Кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратиш	
3	normal(eq)	Касрни нормал кўринишга келтириш	
4	collect(eq, var)	Ўхшаш ҳадларни ихчамлаш	var-ўзгарувчи
5	simplify(eq {,option})	Ифодаларни соддалаштириш	option-параметр
6	combine(eq, param)	Даражаларни бирлаштириш ёки тригонометрик ифодаларни даражаларини пасайтириш	param=trig, param=power,
7	radnormal(eq)	Илдиз, даражали ифодаларни соддалаштириш	
8	convert(eq,param)	Ифода param типли ифодага алмаштирилади	param- тип параметр param=sincos, param=tan, param=vector, param=string, param=termin
9	subs(g(x)=t, f)	f(x) да g(x)=t деб ўзгарувчини алмаштириш	

Топширик 1.4.

1. Қавсларни очиб ёйиш.

```
>eq:=(x+1)*(x-1)*(x^2-x+1)*( x^2+x+1);  \\eq := a^5+a^4-2*a^3-2*a^2+a+1
>expand(eq);                             \\x^6-1
```

2. Кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратиш (99-10-7)

```
> p:=a^5+a^4-2*a^3-2*a^2+a+1;    \\
>p:=factor(a^5+a^4-2*a^3-2*a^2+a+1);\\
```
$p := (a - 1)^2 \ (a + 1)^3$

3. Касрни нормал кўринишга келтириш (96-3-74)

```
> q:=(x^3+2*x^2+x)/(x+1)^2;      \\
```
$q := (x^3 + 2x^2 + x)/(x+1)^2$
```
> normal(%);                      \\ x
```

4. Ифодаларни соддалаштириш

```
> simplify((a^3-b^3)/(a^2+a*b+b^2));          \\a-b
> expand((a+b)*(a^2-a*b+b^2));                 \\
```
$a^3 + b^3$
```
> normal(y/x+1/x^2);                           \\
```
$(yx+1)/x^2$
```
> collect(x^2+3*x^2+4*x+4*x+y,x);              \\
```
$4x^3 + 8x + y$
```
> simplify(2*a/sqrt(a^2),assume(a<0));         \\-2
> combine((x^(1/2))*x^(3/2));                  \\
```
$4x^3$

5. Иррационал ифодаларни рационаллаштириб соддалаштириш

```
> f:=((sqrt(x)+1)/(x*sqrt(x)+x+sqrt(x)))*(x^2-sqrt(x));
```

$$f := \frac{(\sqrt{x} + 1)\,(x^2 - \sqrt{x})}{x^{(3/2)} + x + \sqrt{x}}$$

```
> g:=subs(sqrt(x)=a,x^2=a^4,x^(3/2)=a^3,x=a^2,f);
```

$$g := \frac{(a\sim + 1)\,(a\sim^4 - a\sim)}{a\sim^3 + a\sim^2 + a\sim}$$

```
> R2 := simplify( (a+1)*(a^4-a)/(a^3+a^2+a), 'assume=real' );
```

$$R2 := a\sim^2 - 1$$

Олдинги ўзгарувчига қайтиб x-1 жавобни оламиз.

6. Тригонометрик ифодаларни соддалаштириш

```
> simplify(cos(x)^2+sin(x)^2);                \\1
> expand(cos(x+y));                 \\cos(x)cos(y)-sin(x)sin(y)
> expand(cos(2*x));                 \\ 2cos^2(x)-1
> expand(sin(2*x));                 \\ 2sin(x)cos(x)
> combine(4*cos(x)^3);              \\ cos(3x)+3cos(x)
> combine(8*sin(x)^4);              \\ 3+cos(4x)-4cos(2x)
> expand(cos(5*x));                 \\ 16cos^5(x)-20cos^3(x)+5cos(x)
```

$>$combine(4*sin(x)^3,trig); \\-sin(3x)+3sin(x)

7. Илдиз, даражали ифодаларни соддалаштириш

```
> a:=sqrt(3+sqrt(3)+(10+6*sqrt(3))^(1/3)):
> a1:=radnormal(a);\\a1:=1+√3
8.>b:=(m^2-(2+m^4)/(m^2-1))/((m^2+2)/(m-1)):
> b1:=simplify(b);\\b1:=-1/(m+1).
9.> c:=(a^(3/2)-b^(3/2))/(a^(1/2)-b^(1/2))-(a^(3/2)+b^(3/2))/(a^(1/2)+b^(1/2));
```

$$c := \frac{a^{(3/2)} - b^{(3/2)}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{a^{(3/2)} + b^{(3/2)}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

```
> c1:=simplify(c);                          \\c1:=2√a√b
> a:=8*sqrt(2):b:=4*sqrt(2):
> c1:=simplify(c);                          \\c1:=16
10.> a:=(sqrt(192)-sqrt(108)+sqrt(243)/3);\\a:=5√3  (99-6-36)
```

§1.5.Сонлар устида баъзи бир амаллар.

Maple да сонлардан янги сонлар ҳосил қиладиган амаллар мавжуд.

Ҳақиқий сонлар устида қуйидаги амаллар мавжуд:

frac(expr)- expr ифоданинг каср қисмини ҳисоблаш,
trunc(expr)- expr ифоданинг бутун қисмини ҳисоблаш,
round(expr)- expr ифодани яхлитлаш.

Комплекс сонлар z=x+iy устида қуйидаги амаллар мавжуд:

Re(z)- z –сонининг ҳақиқий қисмини ҳисоблаш,
Im(z)-z- сонининг мавҳум қисмини ҳисоблаш,
conjugate(z)-z – сонининг қўшмаси ҳисоблаш,
polar(z)-z – сонининг тригонометрик кўринишини ҳисоблаш
evalc(Re(z)), evalc(Im(z)), -z – соннинг ҳақиқий ва мавҳум қисмини ҳисоблаш.

Топширик 1.5.

1. a=57/13 сон берилган. Унинг бутун x ва y каср қисмини топинг. x+y=a эканлигини текшириб кўринг.

>a=57/13; \\ 57/13

>x:=trunc(a);

\\ 4

>y:=frac(a); \\ $\frac{5}{13}$

>x+y; \\ $\frac{57}{13}$

2. $z = \frac{2-3i}{1+4i} + i^6$ комплекс сон берилган. Унинг ҳақиқий , мавҳум ва комплекс қўшмаси w ни топинг ва $w + z = 2\mathrm{Re}(z)$ эканлигини текширинг.

>z:=(2-3*I)/(1+4*I)+I^6:

>Re(z); Im(z); \\ $-\frac{27}{17}$

\\ $-\frac{11}{17}$

>w:=conjugate(z); \\ $w := -\frac{27}{17} - \frac{11}{17}I$

>z+w; \\ $-\frac{54}{17}$

3. $z = -1 - i\sqrt{3}$ комплекс сон берилган. Унинг модули, аргументини ҳисобланг ва z^4 ни топинг.

>z:=-1-I*sqrt(3):

>readlib(polar):polar(z); \\ $polar(2, -\frac{2}{3}\pi)$

>evalc(z^4);

§1.6.Maple да функцияларни аниқлаш.

Функциялар Maple да 4 хил усулда берилади:1) := қиймат бериш оператори ёрдамида;2) f:=(x1,x2,…) - >f(x1,x2,…) функционал оператор ёрдамида;

3)unapply(expr,x1,x2,…) командаси ёрдамида; 4)piceewise(s1,f1,s2,f2,…) командаси ёрдамида.

Мисоллар.1.

>f:=sin(x)+cos(x); \\   f:=sin(x)+cos(x)

>x:=π; \\ $x := \frac{\pi}{4}$

>f; \\ $\sqrt{2}$

Maple да барча ҳисоблашлар символлли кўринишда олиб борилади, яъни натижада илдизлар, иррационал константалар e, π ва ҳоказолар иштирок этади. Натижани ўнли кўринишда олиш учун evalf(f, ε) командаси ишлатилади, бу ерда f-қиймати ҳисобланаётган ифода, ε-аниқлик.
Мисоллар.2. $f = xe^{-t}$ ифодани x=2, t=1 даги қиймати қуйидагича ҳисобланади:
>f:=x*exp(-t):
>evalf(f,0.0000000001); \\0.735788824
Мисол 3. >f:=(x,y)->sin(x+y); \\f:=sin(x+y)
>f(π/2,0); \\1
Мисол 3. >f:=unapply(x^2+y^2,x,y); $\backslash\backslash f := (x,y)\text{-}> x^2 + y^2$
>f(7,5); \\74
Мисол 4. Maple да

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), x < a_1 \\ f_2(x), a_1 < x < a_2 \\ .... \\ f_n(x), x > a_n \end{cases}$$

каби функциялар қуйидаги команда орқали берилади:
>piecewise(x<a1,f1,a1<x<a2,f2,…,x>an,f2);
Масалан,

$$f(x) = \begin{cases} 0, \ x < 0 \\ x, \ 0 \le -x \ and \quad x-1 < 0 \\ .\sin(x), x \ge 1 \end{cases}$$

функция қуйидагича берилади:
>f:=piecewise(x<0,0,0<=x and x<1,x, x>=1, sin(x);

Топшириқлар 1.6.

1. $f = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ функцияни аниқланг ва қутб координаталар системаси $x = \rho\cos\varphi, y = \rho\sin\varphi$ га ўтинг. Ҳосил бўлган ифодани соддалаштиринг:
>f:=sqrt(1-x^2-y^2); $\backslash\backslash\ f = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
>f:=subs({x=rho*cos(phi),y=rho*sin(phi)},f); $\backslash\backslash\ f = \sqrt{1 - \rho^2\cos(\varphi)^2 - \rho^2\sin(\varphi)^2}$
>f:=simplify(%); $\backslash\backslash\ f = \sqrt{1 - \rho^2}$

2. $f(x) = \begin{cases} x, \ x < -1 \\ -x^2, \ -1 - x \le 0 \ and \quad x - 1 < 0 \\ -x, \ x \ge 1 \end{cases}$ функцияни тузиб ва унга x ни қўшинг.

>f:= piecewise(x<-1, x, -1<x and x<1, -x^2, x>=1,-x);
>%+x: simplify(%);
Натижа қуйидагича бўлиши керак: f(x)+x .
3. $p = x^3 + 4x^2 + 2x - 4$ кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратинг.
>factor(x^3+4*x^2+2*x-4); $\backslash\backslash(x+2)(x^2+2x+2)$

4.Ифодани соддалаштиринг $\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\sin 2x-\cos 2x}$.

```
>f:=(1+sin(2*x)+cos(2*x))/(1+sin(2*x)-cos(2*x)):
>convert(f,tan);
>f=normal(%);
```

\\ $\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\sin 2x-\cos 2x}=\frac{1}{\tan(x)}$

5.Ифодани соддалаштиринг $3(\sin^4 x+\cos^4 x)-2(\sin^6 x+\cos^6 x)$.

```
>g:=3*(sin(x)^4+cos(x)^4)- 2*(sin(x)^6+cos(x)^6):
>g:=combine(g,trig);
```

\\ $3\sin(x)^4+3\cos(x)^4-2\sin(x)^6+\cos(x)^6=1$

6. Ифодани соддалаштиринг(97-3-54) $\frac{\sin 56\sin 124-\sin 34\cos 236}{\cos 28\cos 88+\cos 178\sin 208}$

```
> a:=(sin(56)*sin(124)-
sin(34)*cos(236))/(cos(28)*sin(88)+sin(178)*cos(242));
```

$$a := \frac{\sin(56)\sin(124) - \sin(34)\cos(236)}{\cos(28)\sin(88) + \sin(178)\cos(242)}$$

```
> a1:=evalf(a);
```

\\a1=-1.113543764

7. Ифодани соддалаштиринг(96-1-57) $\frac{\cos(\alpha+\beta)+2\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cos\beta}$

```
> b:=(cos(alpha+beta)+2*sin(alpha)*sin(beta))/(sin(alpha+beta)-
2*cos(beta)*sin(alpha));
```

$$b := \frac{\cos(a+b)+2\sin(a)\sin(b)}{\sin(a+b)-2\cos(b)\sin(a)}$$

```
> combine(%);
```

\\ctg$(-\alpha+\beta)$

8. Ифодани соддалаштиринг(967-10-54) $\frac{\cos 18\cos 28+\cos 108\sin 208}{\sin 18\sin 78+\sin 108\sin 1688}$

9. Ифодани соддалаштиринг(01-11-24) $\frac{\sin\alpha+\cos\beta}{\sqrt{2}\cos(\pi/4-\alpha)}$

10. `> b:=1/(3-sqrt(8))-2*sqrt(2)+6:simplify(b);` \\9 (96-6-50)

1.7. Топшириқлар ва саволлар

1. Ҳисобланг: $(-1+i)^5$.
2. Ҳисобланг: $e^{i\pi/2}$.

3.Аниқ қийматни ҳисобланг: $arctg3-\arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$.

4.Формулани ёзинг: $\omega(k)=\alpha k^2+\beta k^4$.

5. $p=x^3-4x^2+5x-2$ кўпҳадни кўпайтувчиларга ажратинг.

6. Ифодани соддалаштиринг: $\sin^2 3x-\sin^2 2x-\sin 5x\sin x$

```
> c:=(sin(3*x))^2-(sin(2*x))^2-sin(5*x)*sin(x):simplify(c);\\0
```

7. `> e:=(3-sqrt(5))/(3+sqrt(5))+(3+sqrt(5))/(3-sqrt(5));`

$$e := \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} + \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$$

```
> simplify(e);
```

\\7 (96-7-24)

```
8. > a:=(sin(3*Pi/2-
2*alpha)+cos(Pi/2+alpha)*sin(alpha))/(sin(3*Pi/2+alpha));
```

$$a := -\frac{-\cos(2\,\alpha) - \sin(\alpha)^2}{\cos(\alpha)}$$

```
> simplify(a);
```

\\cos(alpha) (05-120-23)

Саволлар

1. Maple нима ва у нима мақсадда ишлатилади?
2. Maple ойнасининг асосий элементларини баён этинг.
3. Maple ойнасининг қисмларини ва уларнинг вазифаларини тушунтиринг.
4.Команда сатридан матнли сатрга ва тескарисига қандай ўтилади.?
5. Maple билан ишлаш сеанси қандай режимда бажарилади.?
6. Maple менюсининг асосий аунктларини айтинг.
7. Maple даги файлига қандай кенгайтма берилади.?
8. Maple да қандай асосий математик константалар мавжуд.?
9. Maple да рационал сонлар қандай кўринишларда тасвирланади.?
10. Maple да рационал соннинг тақрибий қиймати қандай ҳосил қилинади.?
11. Maple да командалар қандай символлар билан тугалланади?
12.Қисм программалар библиотекасидан командалар қандай чақирилади?
13.factor, expand, normal, simplify, combine, convert, radnormal командаларни маъноси .?

II. Maple да графиклар ясаш.

N	Командалар	Графиги чизиладиган функция
1	plot(f(x),x=a..b, y=c..d, parametrs)	f(x),x=a..b, y=c..d
2	plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], parametrs)	y=y(t),x=x(t),t=a..b
3	implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)	F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2
4	implicitplot(F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)	F(x,y)=0,G(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2)
5	inequals({f1(x,y)>c1,…,fn(x,y)>cn}, x=x1…x2, y=y1..y2, options).	f1(x,y)>c1,…,fn(x,y)>cn
6	plot3d(f(x,y), x=x1…x2, y=y1…y2, options)	f(x,y), x=x1…x2, y=y1…y2
7	plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2)	x(u,v), y(u,v), z(u,v), u=u1..u2, v=v1..v2
8	implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);	F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2
9	spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2)	x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2
10	animate ,animate3d	Анимация яратиш

§2.1.Икки ўлчовли графиклар

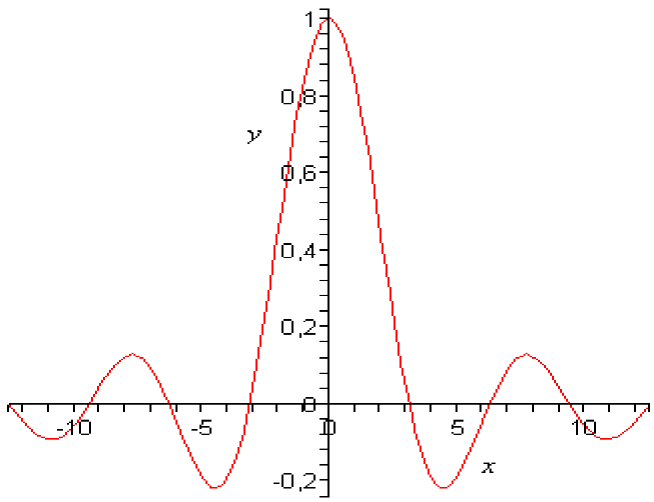
Maple да ошкор, параметрик, ошкормас кўринишда берилган бир ва икки ўзгарувчили функцияларнинг графиклари ниҳоятда чиройли чизиш мумкин. f(x) ошкорфункцияни Ох ўқининг $a \le x \le b$ кесмасида ва Оу ўқининг $c \le y \le d$ кесмасида графигини чизиш учун plot(f(x),x=a..b, y=c..d, parametrs) командаси ишлатилади, бу ерда parametrs-тасвирни бошқариш учун ишлатиладиган параметрлар. Улар қуйидагилардан иборат:

№	параметр	маъноси
1	title="text"	Тасвирга ном бериш, ном лотинча бўлса пробелсиз
2	coords=polar	Қутб координатларига ўтиш, ёзилмаса декарт к.с.
3	axes=NORMAL axes=BOXED axes=FRAME axes=NONE	-оддий ўқлар \\ Координата ўқларини бериш -шкалали ўқлар -ўқларнинг боши қуйи чап бурчакда -ўқлар йўқ
4	asaling=CONSTRINED asaling=UNCONSTRINED	-ўқларга бир хил масштаб бериш - ўқлар масштаби ойна ўлчамига мос
5	style=LINE style=POINT	-чизиқлар билан чиқариш -нуқталар билан чивариш
6	numpoints=n (n=49 берилмаса)	-ҳисобланадиган нуқталар сони
7	color=ранг номи (yellow,...)	-чизиқларга ранг бериш
8	xticmarks=nx, yticmarks=ny	Ох ва Оу ўқларда нуқталар сонини бериш
9	thickness=n, n=1,2,…	-чизиқ қалинлигини бериш
10	linestyle=n (n=1-узлуксиз)	-чизиқ типини бериш, узлуксиз, пунктир
11	symbol=s (BOX, CROSS, CIRCLE, POINT, DIAMOND)	- нуқтани берадиган символ типини бериш
12	font=[f,style, size]	матн шрифти типини бериш, f-шрифт номи: TIMES, COURIER, HELVITICA, SYMBOL; style- шрифт стили: BOLD, ITALIC, UNDERLINE; size-шрифт ўлчами
13	Labels=[tx,ty]	Ох га tx, Оу га ty деб ёзишга рухсат бериш
14	discont=true	Чексиз узилишларни тасвирлашга рухсат бериш

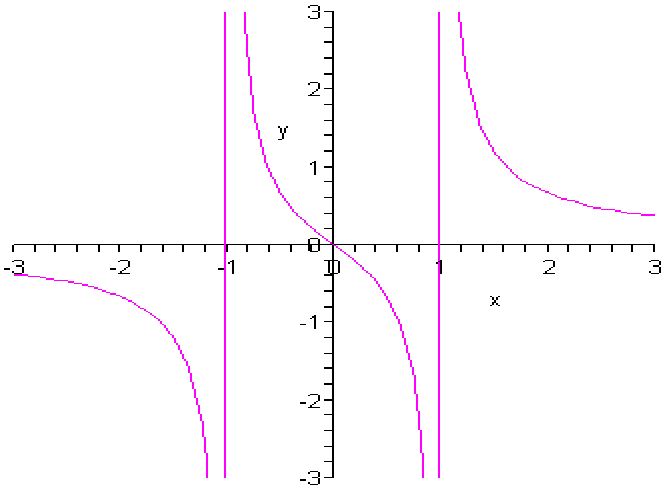
Plot командаси ёрдамида y=f(x) функция параметрик кўринишда x=x(t),y=y(t) берилса ҳам графигини чизиш мумкин:
plot([y=y(t),x=x(t),t=a..b], parametrs).

Топширик 2.1.1.

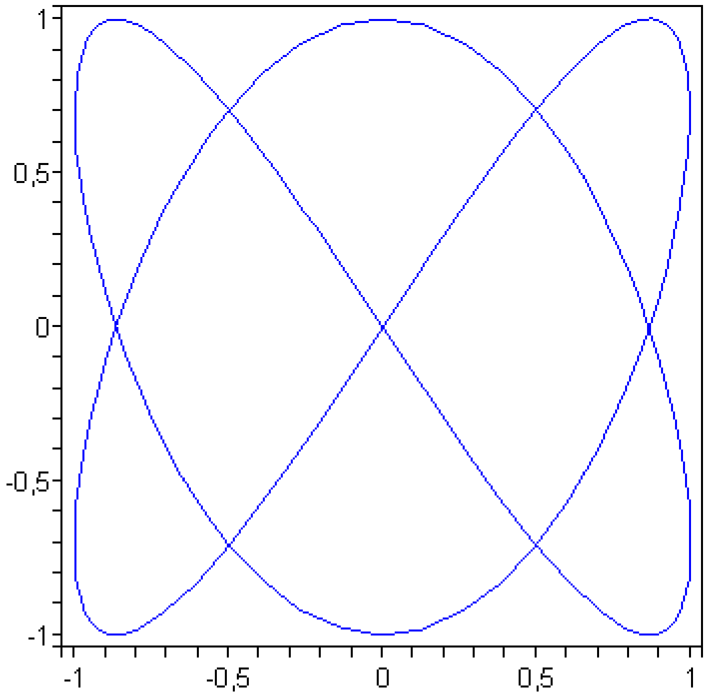
1. $y = \sin x / x$ функция графиги -4π , 4π ораликда чизилсин.
>plot(sin(x)/x, x=-4*Pi..4*Pi, labels=[x,y], labelfont=[TIMES, ITALIC, 12]);



2. $y = x/(x^2 - 1)$ функция графиги чизилсин.
> plot(x/(x^2-1),x=-3..3,y=-3..3,color=magenta);



3. $x = \sin 2t, y = \cos 3t$
> plot([sin(2*t),cos(3*t),t=0..2*Pi], axes=BOXED, color=blue);



4. $\rho = 1 + \cos\varphi$ функция графиги чизилсин.
> plot(1+cos(x), x=0..2*Pi, title="Cardioida", coords=polar, color=coral, thickness=2);
5. $y = \ln(3x-1)$ $y = 3x/2 - \ln 2$ функция графиги чизилсин.
> plot([ln(3*x-1), 3*x/2-ln(2)], x=0..6, scaling=CONSTRAINED, color=[violet,gold], linestyle=[1,2], thickness=[3,2]);

Ошкормас кўринишда берилган функция графигини чизиш

$F(x, y) = 0$ ошкормас кўринишда берилган функция графигини чизиш учун plots пакетидан impliciplot командаси ишлатилади:
>implicitplot(F(x,y)=0, x=x1..x2, y=y1..y2).

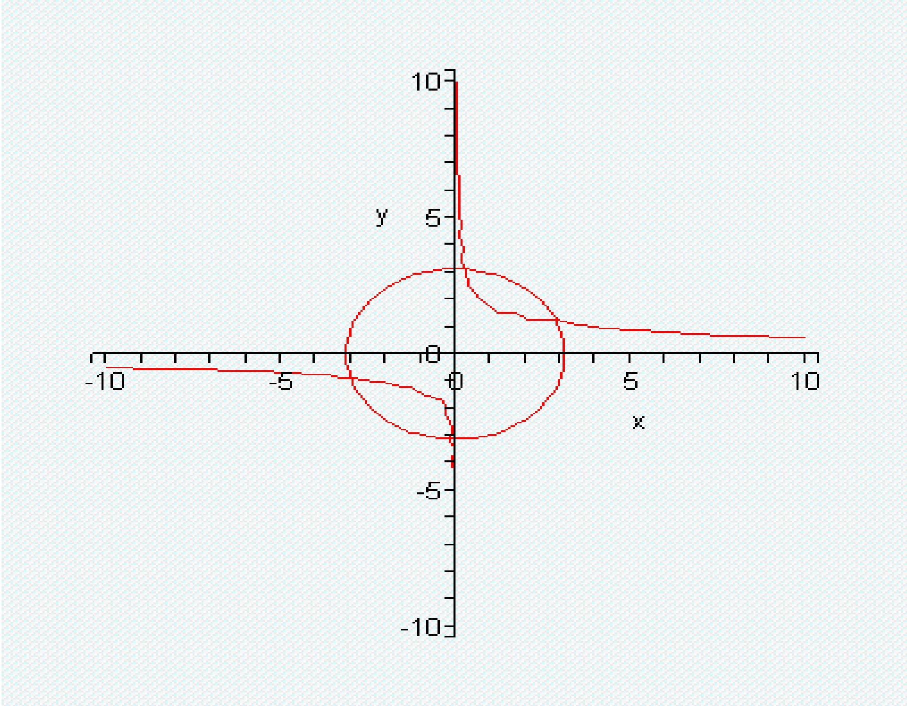
Тасвирга коментарийлар бериш

plots пакетида textplot([xo,yo,'text'], options) командаси ёрдамида тасвирда xo,yo координатали нуқтадан бошлаб 'text' коментарийсини чиқарилади.

Битта тасвирда бир неча графикни чиқариш

Баъзан битта графикда бир неча график объектларни жойлаштириш зарур бўлади. Масалан,

```
>  e:={x^2+y^2-10=0,x*y^3-y-4=0}:
 with(plots):implicitplot(e,x=-10..10,y=-10..10);
```



Бундай графиклар чизиш тенгламалар системасини ечишда керак бўлади.

Яна plot командаси билан чизилган графикка textplot командаси билан яратилган ёзувни қўшиш керак бўлсин. У ҳолда командаларнинг натижалари ўзгрувчиларга берилади, сўнг plots пакетининг командаси display орқали экранга чиқарилади:

```
>p:=plot(…): t:=textplot(…):
> with(plots): display([p,t], options);
```

Тенгсизликлар билан берилган соҳани чизиш

$f_1(x,y)>c_1,\ f_2(x,y)>c_2,...,\ f_n(x,y)>c_n$ теншсизликлар билан берилган соҳани чизиш учун plots пакетидан inequal командасини ишлатиш керак:

inequals({f1(x,y)>c1,…,fn(x,y)>cn}, x=x1…x2, y=y1..y2, options).

– optionsfeasible=(color=red) – ички соҳага ранг бериш;

– optionsexcluded=(color=yellow) – ташқи соҳага ранг бериш;

– optionsopen(color=blue, thickness=2) – соҳанинг очиқ чегарасини чизиғи учун ранг ва чизиқ қалинлигини бериш;

--optionsclosed(color=green,thickness=3) – соҳанинг ёпиқ чегарасини чизиғи учун ранг ва чизиқ қалинлигини бериш;

Топшириқ 2.1.2.

1. $\frac{x}{4}-\frac{y^2}{2}=16$ гипербола чизилсин.

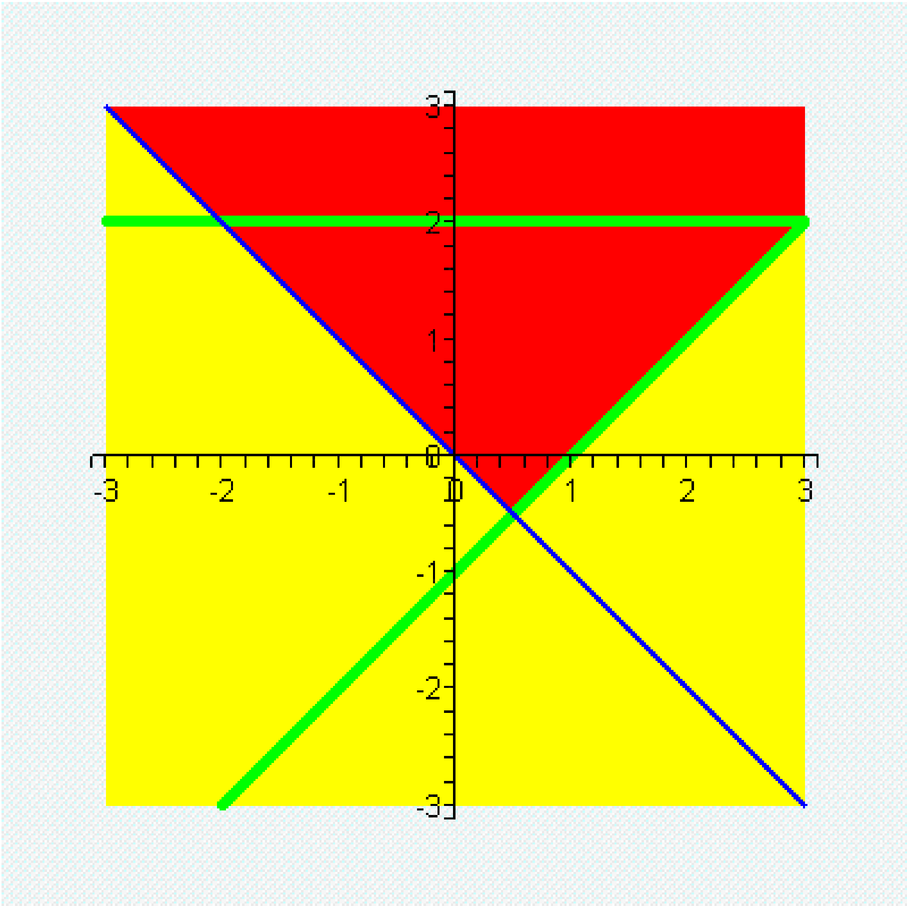
```
> with(plots):
> implicitplot(x^2/4-y^2/2=16, x=-20..20,   y=-16..16,
color=green, thickness=2);
```

2. Астроида $x=4\cos^3 t, y=2\sin^3 t, 0\le t\le 2\pi,$ ва $\frac{x}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ эллипс битта графикда чизилсин. Чизмаларга Astroida ва Ellips деб номлар берилсин.

```
> with(plots):
> eq:=x^2/16+y^2/4=1:
>  el:=implicitplot(eq, x=-4..4, y=-2..2,
scaling=CONSTRAINED, color=green, thickness=3):
> as:=plot([4*cos(t)^3,2*sin(t)^3, t=0..2*Pi],
color=blue, scaling=CONSTRAINED, thickness=2):
> eq1:=convert(eq,string):
> t1:=textplot([1.5,2.5,eq1], font=[TIMES,  ITALIC, 10], align=RIGHT):
> t2:=textplot([0.2,2.5,"Ellips:"], font=[TIMES,   BOLD,10], align=RIGHT):
> t3:=textplot([1.8,0.4,Astroida], font=[TIMES,  BOLD,10], align=LEFT):
> display([as,el,t1,t2,t3]);
```

3. x+y>0, x-y<=1, y=2 соҳа чизилсин.

```
>  with(plots):
 inequal({x+y>0, x-y<=1, y=2}, x=-3..3, y=-3..3,
optionsfeasible=(color=red),
optionsopen=(color=blue,thickness=2),
optionsclosed=(color=green, thickness=3),
optionsexcluded=(color=yellow) );
```



§2.2. Сиртни чизиш.Ошкор кўринишда берилган сиртни чизиш

z=f(x,y) ошкор кўринишда берилган сиртни чизиш учун plot3d(f(x,y), x=x1…x2, y=y1…y2, options) командаси ишлатилади. Параметрларнинг маънолари қуйидагича:

№	Параметр номи	Маъноси
1	x=x1…x2, y=y1…y2	график чизилаётган соҳа
2	light=[angl1, angl2, c1, c2, c3]	(angl1, angl2)-нуқтанинг сферик координаталари, бу нуқтадан ранглари (c1, c2, c3) га тенг бўлган ёруғлик нури товланади
3	style=opt	чизманинг стилини беради, POINT –нуқта учун, LINE – чизиқ учун, HIDDEN – чизиқлари ўчирилган тўр учун, PATCH – тўлдирувчи, WIREFRAME – чизиқлари кўринмас тўрни чиқариш, CONTOUR – Сиртнинг ўзгармас қийматлари соҳаси, PATCHCONTOUR –тўлдирувчи ва Сиртнинг ўзгармас қийматлари соҳасини бериш.
4	shading=opt	тўлдирувчининг интенсивлик функциясини беради, унинг қиймати одатда xyz га тенг
5	NONE	бўялмаган сиртни бериш

Параметрли кўринишда берилган сиртни чизиш

Параметрли x=x(u,v), y=y(u,v), z=z(u,v) кўринишда берилган сиртни чизиш учун қуйидаги команда мавжуд:
plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2);

Ошкормас кўринишда берилган сиртни чизиш

Ошкормас F(x,y,z)=c кўринишда берилган сиртни чизиш учун plot пакетига қарашли қуйидаги команда мавжуд:
implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2);

Фазовий чизиқларни чизиш

Фазовий x=x(t), y-y(t), z-z(t), t1<= t<=t2, чизиқларни чизиш учун plot пакетига қарашли қуйидаги команда мавжуд:
> spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2);

Анимация

Maple да animate (икки ўлчовли) animate3d (уч ўлчовли) командалари ёрдамида тасвирларни ҳаракатлантириш мумкин. Анимацияни яратиш командаларнинг контекст менюлари орқали амалга оширилади.

Топширик 2.2.

1. $z = x\sin 2y + y\cos 3x,\ z = \sqrt{x^2 + y^2 - 7}$, $(x,y) \in [\pi,\pi]$ сиртлар графиклари чизинг.
> plot3d({x*sin(2*y)+y*cos(3*x), sqrt(x^2+y^2)-7},
x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi, grid=[30,30], axes=FRAMED,
color=x+y);

2. $z = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{0.2}{(x+1.2)^2 + (y-1.5)^2} + \frac{0.3}{(x-0.9)^2 + (y+1.1)^2}$ сиртнинг графиги ўзгармас қийматли чизиқлари билан тасвирлрнсин.
> plot3d(1/(x^2+y^2)+0.2/((x+1.2)^2+(y-1.5)^2)+
0.3/((x-0.9)^2+(y+1.1)^2), x=-2..2, y=-2..2.5,
view=[-2..2, -2..2.5, 0..6], grid=[60,60],
shading=NONE, light=[100,30,1,1,1], axes=NONE,
orientation=[65,20], style=PATCHCONTOUR);

3. Атомнинг электрон булут формаси чизилсин. Электрон булут формаси икки параметр билан аниқланади: l-орбита типи, m-электроннинг магнит моменти. m=0 да электрон булут 1-тур Лежандр кўпҳади

$P(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2 - 1)^n$ билан аниқланади. Параметрли ҳолда берилган сирт графигини ясаш керак:

$Y(\varphi) = \left|\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}\,P(\cos(\varphi))\right|$,

$x(\theta,\varphi) = Y(\varphi)\sin\varphi\cos\varphi,\ y(\theta,\varphi) = Y(\varphi)\sin\varphi\cos\theta,\ z(\theta,\varphi) = Y(\varphi)\cos\varphi$.

Аввалига l:=3 деб олиш керак.
> l:=3:
> P:=(x,n)->1/(2^n*n!)*diff((x^2-1)^n,x$n);
>Y:=(phi)->abs(sqrt((2*l+1)/(4*Pi))*
subs(x=cos(phi),P(x,l)));
> X0:=Y(phi)*sin(phi)*cos(theta);
> Y0:=Y(phi)*sin(phi)*sin(theta);
> Z0:=Y(phi)*cos(phi);
> plot3d([X0,Y0,Z0],phi=0..Pi,theta=0..2*Pi,
scaling=CONSTRAINED, title="Электронное облако");

4. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ сирт графиги чизилсин.
> with(plots): implicitplot3d(x^2+y^2+z^2=4,
x=-2..2, y=-2..2, z=-2..2, scaling=CONSTRAINED);

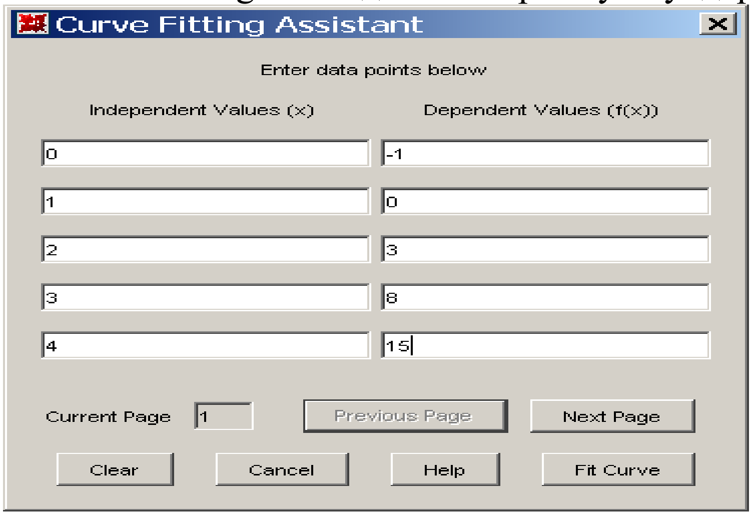
5. x=sin(t), y=cos(t), z=exp(t) чизиқ ясалсин.
> with(plots):
> spacecurve([sin(t),cos(t),exp(t)], t=1..5,
color=blue, thickness=2, axes=BOXED);

6. Ҳаракатланаётган объект чизилсин.
> animate3d(cos(t*x)*sin(t*y), x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi, t=1..2);

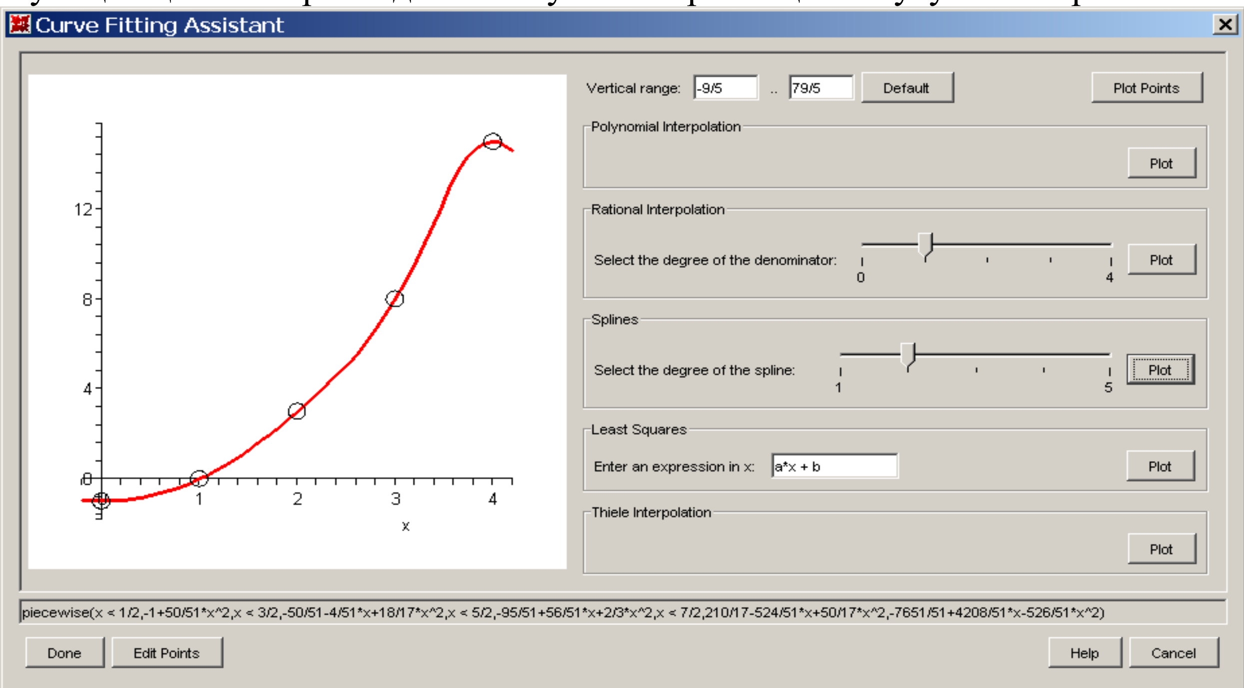
Сўнг, Animation>Continuous командасидан фойдаланилсин.

2.3.Графикларни интерактив усулда чизиш

Tools>Assistants>Curve Fitting командасини берсак ушбу дарча чиқади:



Функция қийматлари жадвали ва уни интерполяцилаш усулини берамиз:



2.4. Топшириқлар

1. Биринчи тур Бессель функцияси J(n,x) графиги -20<x<20 оралиқда чизилсин, n=0,1,…6. Функция BesselJ(n,x) команда билан чақирилади.
3. Битта расмда y=x+2arcctg(x) чизиқ, ассимптоталари y=x, y=x+2π чизилсин.
4. Мёбиус сирти чизилсин;

$x=(5+u\cos(v/2))\cos v, y=(5+u\cos(v/2))\sin v, z=u\sin(v/2), v\in[0,2\pi], u\in[-1,1]$.

Саволлар

1. Текисликда ва фазода графиклар қандай командалар орқали чизилади.
2. Қўшимча график пакет қандай номланади.
3.Ошкормас функция графиги қандай команда билан чизилади.
4. display, animate, animate3d командалари вазифаси нима.
5. Тенгсизликлар билан берилган соҳа қанда чизилади.
6. Фазовий чизиқ қандай команда билан чизилади.

III. Сонли тенглама ва тенгсизликларни ечиш.

N	команда	команда маъноси
1	`roots(Pn(x))`	`Pn(x)=0 кўпҳадли тенглама`
2	solve(eq,x)	eq(x)=0 , универсал команда
3	solve({eq1, eq2,…},{x1, x2,…})	$eq_i(x_1,..,x_n)=0, i=1,\dots,n$, тенг-р системаси
4	fsolve(eq,x)	eq(x)=0 тенгламани тақрибий ечими
5	rsolve(eq,x)	eq(x)=0 реккурент тенгламани ечими
6	fsolve({eq1, eq2,…},{x1, x2,…})	$eq_i(x_1,..,x_n)=0, i=1,\dots,n$, т.с. такр-й ечиш
7	_EnvAllSolution:=true : solve(eq,{x})	eq(x)=0 ,тригонометрик тенглама барча ечими
8	_EnvExplicit:=true : solve(eq,{x,y,z})	$eq_i(x_1,..,x_n)=0, i=1,\dots,n$,транцендент тенг-р

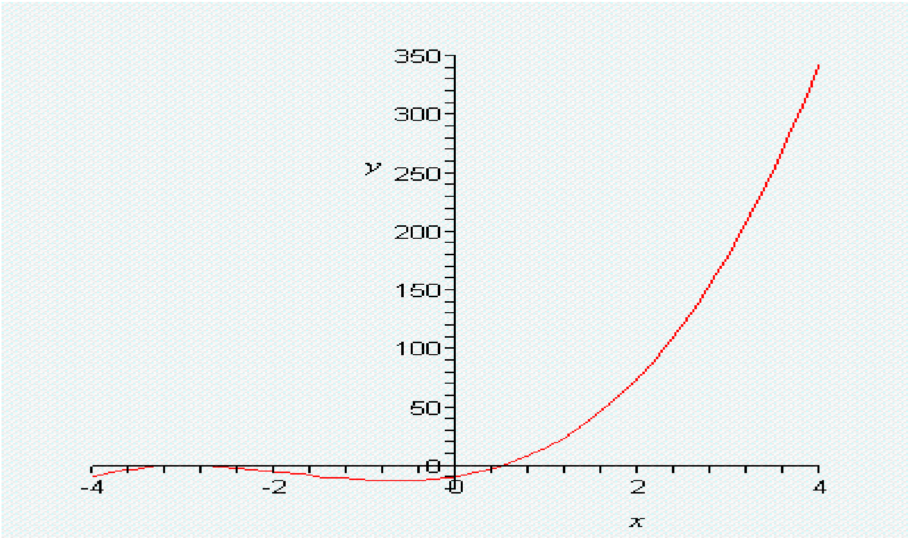
§3.1.Сонли тенгламаларни ечиш

Maple да тенгламаларни ечиш учун универсал команда мавжуд: solve(eq,x), бу ерда eq-тенглама, x-тенглама ечилиши лозим бўлган ўзгарувчи, fsolve(eq,x)- eq-тенгламани x га нисбатан тақрибий ечади.

Кўпҳадлар учун **`roots(Pn(x))`** команда мавжуд,жавоб [[r1,m1],…,[rn,mn]] кўринишда чиқади, бу ерда ri-илдиз,mi-унинг карраси. solve(eq,x) командаси тенгламанинг барча ечимларини топади. **`r:=solve`**(eq,x) командаси r векторга илдизларнинг қийматларини беради.

Мисол 1.

```
> p:=2*x^3+11*x^2+12*x-9:roots(p);    \\[[0.5],[-3,2]]
> solve(p=0,{x});\\{x=1/2},{x=-3},{ x=-3}
> r:=solve(p=0,{x});r:= {x=1/2},{x=-3},{ x=-3}
> plot(p,x=-4..4,labels=[x,y],labelfont=[TIMES,ITALIC,12]);
```



Сонли тенгламаларнинг системаларини ечиш.

Тенгламалар системаси ушбу командалар

solve({eq1, eq2,…},{x1, x2,…}), fsolve({eq1, eq2,…},{x1, x2,…}) билан ечилади, бу ерда биринчи фигурали қавсларда тенгламалар рўйхати, иккинчи фигурали қавсларда ўзгарувчилар рўйхати берилган. Агар кейинчалик, ечимлар устида бирор амаллар бажариш керак бўлса solve командасига бирор ном name бериш керак, сўнг номни қабул қилиш учун assign(name) командасини бериш керак. Шундан сўнг ечимлар устида ихтиёрий мумкин бўлган амалларни бажариш мумкин.

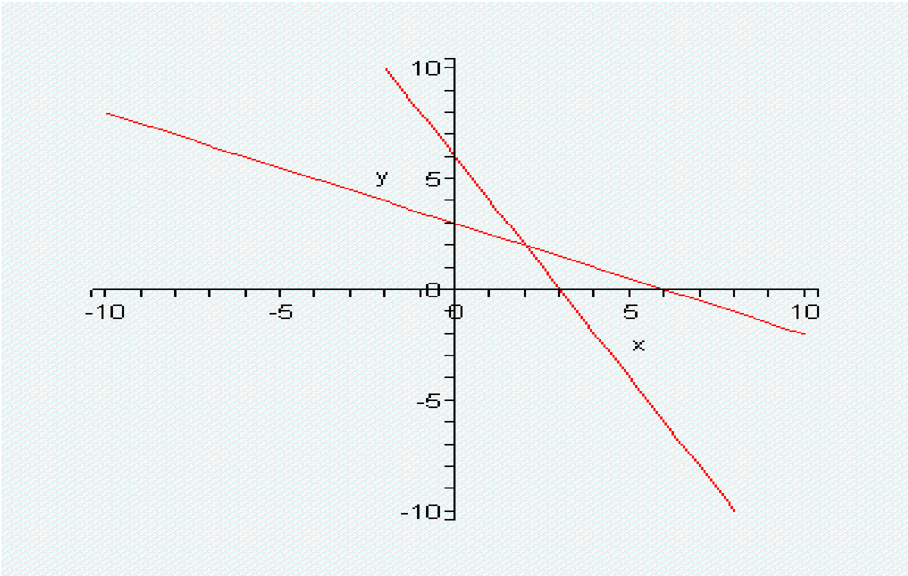
Биз қуйида 2 бобда ўтиладиган график чизиш операторлари

```
plot(p,x=-4..4,labels=[x,y],labelfont=[TIMES,ITALIC,12]);
with(plots):implicitplot(e,x=-10..10,y=-10..10);
```

дан кўргазмалилик учун фойдаландик.

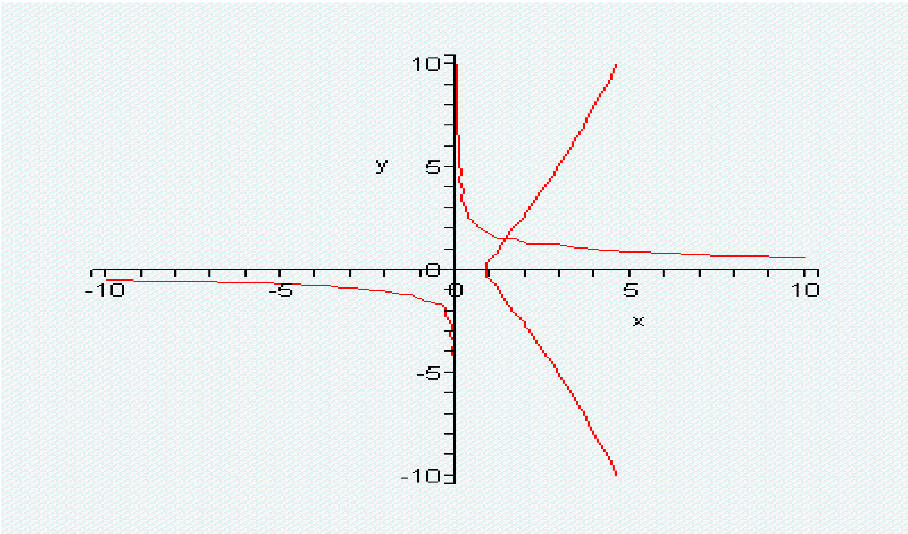
Мисол. 1. Чизиқли тенгламалар системасини ечиш.

```
> s1:={2*x+y=6,x+2*y=6}:solve(s1,{x,y});     \\{y=2,x=2}
> with(plots):implicitplot(s1,x=-10..10,y=-10..10);
```



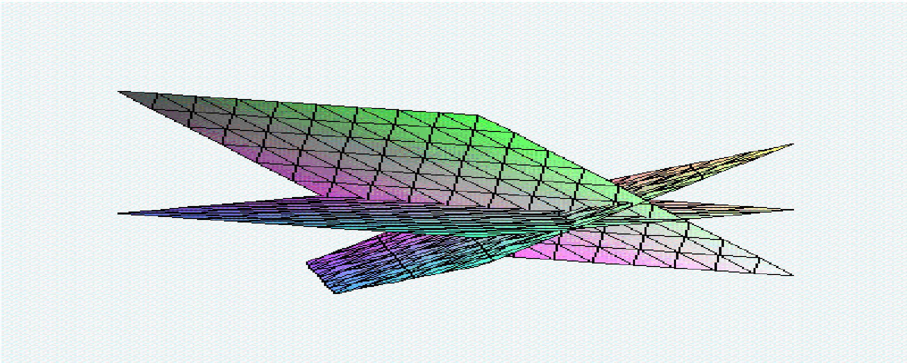
Мисол 2 .Тенгламалар системасини ечиш. $\{x^3 - y^2 - 1 = 0, xy^3 y - 4 = 0\}$.

```
> e:={x^3-y^2-1=0,x*y^3-y-4=0};   \\{x^3 - y^2 - 1 = 0, xy^3 y - 4 = 0}
> s:=fsolve(e,{x,y});       \\ s={x=1.502039049,y=1.545568601}
> with(plots):implicitplot(e,x=-10..10,y=-10..10);
```



Мисол 3. Чизиқли тенгламалар системасини ечиш.

```
> s1:={z=3,x-z=0,x+y+2*z=12}:solve(s1,{x,y,z});\\{z=3,x=3,y=3}
> display(implicitplot3d(s1,x=-10..10,y=-10..10,z=-10..10));
```

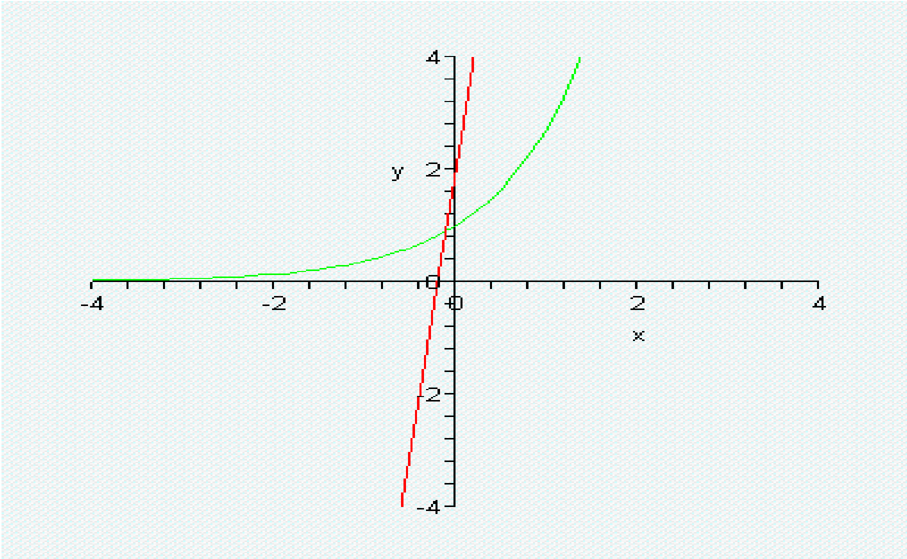


Мисол 4. f(x)=exp(x)-10x-2=0 тенгламани ечиш.

```
> fsolve( exp(x)-10*x-2,x );
```

-0.1104575676

```
> plot({ exp(x),10*x+2},x=-4..4,y=-4..4,colour=[green,red]);
```

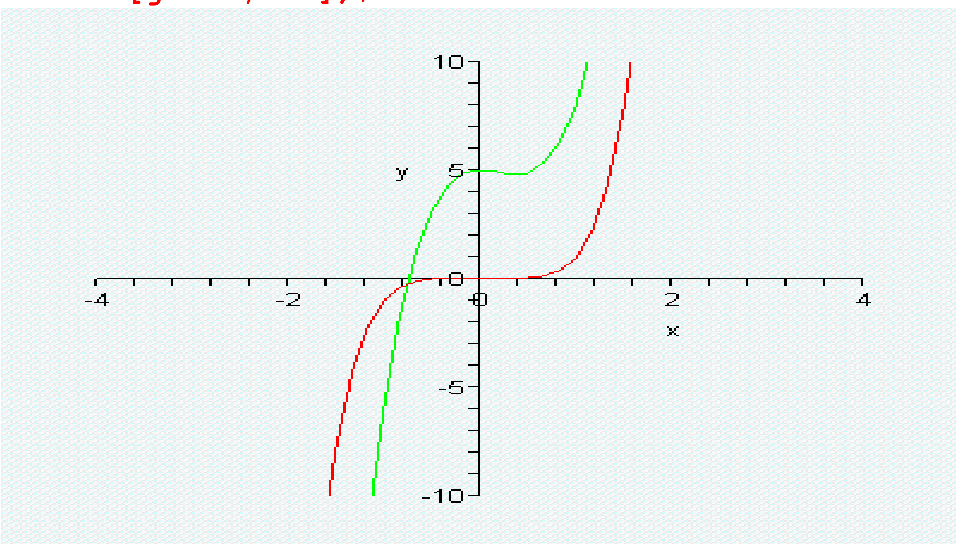


Мисол 5. Кўпҳадли тенгламани ечиш.

```
> eq := x^5-7*x^3+4*x^2-5=0;   \\
```

$x^5 - 7x^3 + 4x^2 - 5 = 0$

```
> fsolve({eq},{x});\\{x=-2.8608..},{x=-0.7521..},{x=2.3857..}
> plot({ x^5, 7*x^3-4*x^2+5},x=-4..4,y=-
10..10,colour=[green,red]);
```



Тенгламаларни тақрибий ечиш

Тенгламаларни тақрибий ечиш учун fsolve(eq,x) команда ишлатилади. Унинг параметрлари solve(eq,x) командасининг параметрларига ўхшаш.
>x:=fsolve(cos(x)=x,x); \\x:=0.7390851332 (10 та ўнли рақам билан).

```
> r:=solve(4*x+0.8*exp(x)-7.4561=0,x);\\ x:=1.200000971
>x:=fsolve(4*x+0.8*exp(x)-7.4561=0,x);\\ x:=1.200000971
>y:=fsolve(y^3-2.8*exp(y)+2.5713=0,y);\\ y:=-0.08545049502
>q:=solve(y^3-2.8*exp(y)+2.5713=0,{y});\\ q:=-0.08545049502
```

Реккурент ва функционал тенгламаларни ечиш.

rsolve(eq,f) команда реккурент eq тенгламани бутун типли f функцияга нисбатан ечади. Агар f(n) тенглама учун бирор бошланғич шарт берилса хусусий ечим келиб чиқади. Масалан,
>eq:=2*f(n)=3*f(n-1)-f(n-2); \\Eq:=2f(n)=3f(n-1)-f(n-2)
> rsolve({eq,f(1)=0,f(2)=1},f); \\ $2-4(\frac{1}{2})^n$

Тенгламаларни ечувчи универсал команда solve(eq,f) функционал тенгламаларни ҳам еча олади. Масалан,
>F:= solve(f(x)^2-3*f(x)+2*x,f); \\F:=proc(x)RootOf(_Z^2-3*Z+2*x) end
Ечим ошкормас кўринишда ҳосил бўлди. Maple бундай кўринишдаги тенгламалар билан ҳам ишлай олади. Бунинг учун функционал тенгламани convert командаси орқали алмаштиришга ҳаракат қилиш керак. Масалан,
>f:=convert(F(x),radical); \\ $f := \frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{9-8x}$.

Тригонометрик тенгламаларни ечиш.

Универсал команда solve(eq,x) билан тригонометрик тенгламаларни ҳам ечиш мумкин. Бу ҳолда [0,2π] кесмадаги бош ечим келиб чиқади. Барча ечимларни олиш учун _EnvAllSolution:=true қўшимча командани бериш керак. Масалан,
1) solve(sin(x)=cos(x),x); \\ $\pi/4$
2)>_EnvAllSolution:=true :solve(sin(x)=cos(x),x); \\ $\pi/4+\pi\_Z\sim$
3) > _EnvAllSolution:=true :solve(sin(2*x)/(tg(x)-1)=0,x);\\0
Maple да _Z~ символи бутун типли ўзгармасни билдиради. Одатий ҳолда юқоридаги ечим x:=π/4+πn ёзувни билдиради.

Транцендент тенгламалар ва уларнинг системаларини ечиш.

Транцендент тенгламаларни ечишда ечимни ошкор кўринишда олиш учун solve крмандасидан аввал _EnvExplicit:=true командасини бериш керак.

1-усул. `>eqs:={x^2+y^2=1,x-y=0}:`

```
>r:=solve(eqs,{x,y});\\r:={y=RootOf(2*_Z^2-1,label=_L1),x=
RootOf(2*_Z^2-1,label=_L1)}
```

`> r1:=convert(r,radical);\\` $r1 = \{y = \sqrt{2}\ /2, x = \sqrt{2}\ /2\}$

2-усул.`> _EnvExplicit:=true:`

`> s:=solve(eqs,{x,y});\\` $s := \{y = \sqrt{2}/2, x = \sqrt{2}/2\}, \{y = -\sqrt{2}/2, x = -\sqrt{2}/2\}$

Топширик 2.1.

1. Системани ечинг $x^2 - y^2 = 1, x^2 + xy = 2$.
>eq:={x^2-y^2=1, x^2+x*y=2}:
>_EnvExplicit:=true:
>s:=solve(eq,{x,y}); \\ $S := \{x = \frac{2}{3}\sqrt{3}, y = \frac{1}{3}\sqrt{3}\}, \{x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}, y = -\frac{1}{3}\sqrt{3}\}$
2. $x^2 = \cos(x)$ тенгламани барча ечимларини топмнг.
>x:=fsolve(x^2=cos(x),x); \\x=0,8241323123/
3. $f(x)^2 - 2f(x) = x$ тенгламани ечинг.
>F:=solve(f(x)^2-2*f(x)=x,f); \\F:=proc(x)RootOf(_Z^2-2*Z-x) end
>f:=convert(F(x), radical); \\ $f := 1 + \sqrt{1+x}$
4. 5sinx+12cosx=13 тенгламани барча ечимларини топинг.

>_EnvAllSolution:=true :
>solve(5*sin(x)+12*cos(x)=13,x); \\ $\arctan(\frac{5}{12}) + 2\pi\_Z\sim$.

5. > f:=exp(x)+2*x-4=0;\\ f(x):=exp(x)+2x-4=0
> r:=fsolve(f,{x});\\ r:={x=0.8408414954}
6. > e:={x^3-y^2-1=0, x*y^3-y-4=0}; \\e:={x^3-y^2-1=0,xy^3-y-4=0}
> s:=fsolve(e,{x,y}); \\ s:={x=1.502039049,y=1.545568601}
7. >eq:={exp(x*y)=x^2-y+1,(x+0.5)^2+y^2=1}:
> s1:=fsolve(eq,{x,y}); \\s1:={y=0.9804510724, x=-0.6967630417}
8. > eqs:={sin(x+1)+y+2=0,cos(y-1)+x-2=0}:
> r:=fsolve(eqs,{x,y});\\r:={x=2.754100085,y=-1.425079132}

§3.2.Сонли тенгсизликлар ва уларнинг системаларини ечиш. Содда тенгсизликларни ечиш

Универсал solve командаси тенгсизликларни ечиш учун ҳам ишлатилади.Ечим ўзгарувчининг интерваллари кўринишида берилади:

№	Maple да ечим кўриниши	Маъноси
1	RealRange(-∞,Open(a))	$x \in (-\infty, a)$
2	RealRange(-∞,a)	$x \in (-\infty, a]$
3	RealRange(Open(a),∞)	$x \in (a, \infty)$
4	RealRange(a,∞)	$x \in [a, \infty)$
5	RealRange(Open(a), Open(b))	$x \in (a, b)$
6	RealRange(a,b)	$x \in [a, b]$
7	a<x,x<b	$x \in (a, b)$
8	a<=x,x<=b	$x \in [a, b]$

Мисол1.
>s:=solve(sqrt(x+3)<sqrt(x-1)+sqrt(x-2),x):

>convert(s,radical);   \\ $\operatorname{Re} alRange(Open(\frac{2}{3}\sqrt{21}), \infty) = (\frac{2}{3}\sqrt{21}), \infty)$

Мисол 2. Агар тенгсизлик ечилиши керак бўлган ўзгарувчи {} қавслар ичига олинса ечим интервал кўринишда тасвирланади. Масалан,
>solve(1-1/2*ln(x)>2,{x});   \\ $\{0 < x, x < e^{(-2)}\}$

Тенгсизликлар системасини ечиш

Универсал solve командаси тенгсизликлар системасини ечиш учун ҳам ишлатилади.Ечим ўзгарувчининг интерваллари кўринишида берилади:
>solve({x+y)>=2, x-2*y<=1,x-y>=0,x-2*y>=1},{x,y});   \\{x=1+2y,1/3<=y}

Топшириқ 4.1.

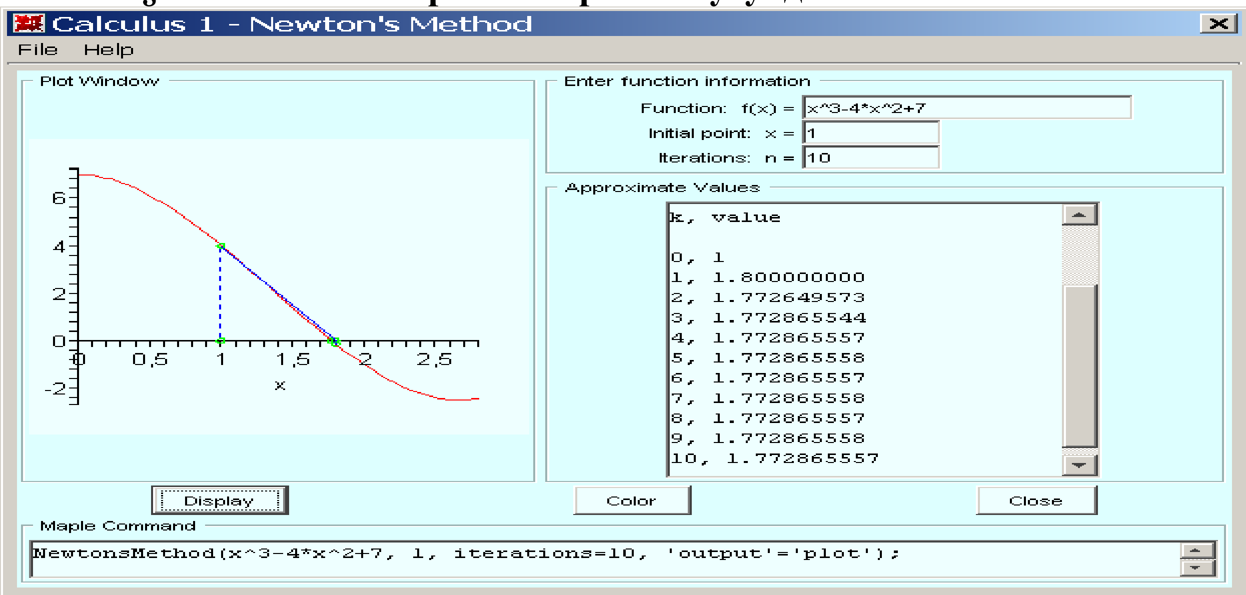
Мисол 1. Тенгсизликни ечинг: $13x^3 - 25x^2 - x^4 - 129x + 270 > 0$

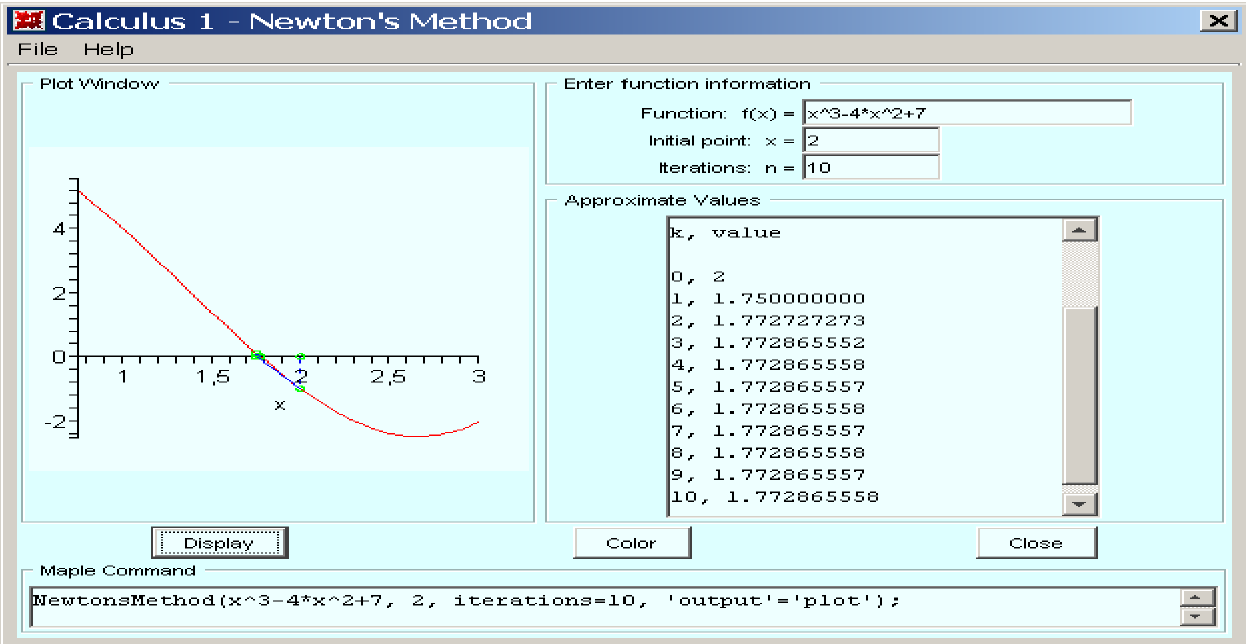
```
> solve(13*x^3-25*x^2-x^4-129*x+270>0,{x});\\{-3<x<2},{5<x<9}
```

Мисол 2. Тенгсизликни ечинг: $e^{(2x+3)} < 1$.

```
> solve(exp(2*x+2)<1,{x});\\{x<-1}
```

§3.3. Тенгламаларни интерактив усулда ечиш





Бу ерда f(x)=0 тенглама Ньютон усули билан ечилмоқда. Ньютон усулида $\xi: f(\xi)=0$ ечим ушбу итерациялар ёрдамида ҳисобланади:

$$\xi=\lim_{k\to\infty} x^k,\, x^{k+1}=x^k-\frac{f(x^k)}{f'(x^k)}, \quad ,\left|\xi-x^k\right|<\frac{1}{q}\{q\left|\xi-x^0\right|^{2^k}\}^k,\; f(x^0)f''(x^0)>0.$$

Мулоқот дарчасида f(x)=0 тенглама, итерациялар сони, бошланғич итерация x^0 ларни киритиладиган майдонлар ва итерациялар учун майдонлар мавжуд. Ажойиб имкониятли, тезкор интерактив саҳифа.

3.4. Топшириқлар ва саволлар

1. $z=(2e^{i\pi/6})^5$ комплекс сон берилган. Унинг ҳақиқий, мавҳум қисмлари, алгебраик кўриниши, модули, аргументи топилсин.

2. $f(x,y)=(\frac{arctg(x+y)}{arctg(x-y)})^2$ функцияни беринг, унинг қийматларини ушбу $x=1, y=0; x=(1+\sqrt{3})/2,\ y=(1-\sqrt{3})/2$ нуқталарда ҳисобланг.

3. $f(x,y)=\frac{x^3y^2-x^2y^3}{(xy)^5}$ функциянинг фийматини x=a, y=1/a нуқтада subs командасидан фойдаланиб ҳисобланг.

4. Системанинг барча ечими аналитик кўринишда топилсин:
$x^2-5xy+6y^2=0, x^2+y^2=10.$

5. Тригонометрик тенгламанинг барча ечимлари топилсин:
$\sin^4 x-\cos^4 x=1/2.$

6. Тенгламанинг хусусий ечими топилсин: $e^x=2(1-x)^2$.

7. Тенгсизлик ечилсин: $2\ln^2 x-\ln x<1.$

8. $f(x)=e^{\alpha x}+2x-4\beta=0, \alpha=0.1k, \beta=1+0.01k, k\in N.$

9. $f(x)=x^3+4x-\beta=0, \beta=1+0.01k, k\in N.$

10. $\alpha x^3-y^2-1=0, xy^3-y-4=0, \alpha=1+0.5k, k=0,...,5.$

11. $e^{xy}=x^2-y+\alpha, (x+0.5)^2+y^2=k, x.0, y>0, \alpha=1+0.1m, k=0.6+0.1m, m=0,...,5.$

12. $\alpha x^3-y^2-1=0, xy^3-y-4=0, \alpha=1+0.5k, k=0,...,5.$

13. $tg(xy+k)=x^2, \alpha x^2+2y^2=1, x>0, y>0, \alpha=0.5+0.1m, k=0.1m, m=0,...,5.$

Саволлар

1. Maple да функцияларни бериш усулини баён этинг.
2. Maple да ҳақиқий ифодаларни баҳолаш учун қандай амаллар мавжуд.
3. evalf командасини вазифасини тушунтиринг.
4. evalc командасини вазифасини тушунтиринг.
5. solve командасини вазифасини тушунтиринг.
6. Тенгламалар ва реккурент тенгламаларни ечиш учун қандай команда ишлатилади.
7. Тенгламаларни барча ечимларини аниқ ҳосил қилиш учун solve командасидан олдин қандай командаларни ёзиш керак.
8. Тенгсизликлар қандай команда билан ечилади. Жавобда интерваллар қандай берилади.

IV. Бир ўзгарувчили функциянинг дифференциал ва интеграл ҳисоби

Maple да лимит, ҳосила, интеграл ва яна баъзи амалларни бажариш учун икки хил команда мавжуд: бирида команда дарҳол бажарилади ва экранга натижа чиқарилади, иккинчисида эса амал бажарилмайди ва экранга команданинг ўзи чиқарилади, бу Maple ёрдамида ўқувчига ўқиши учун қулай ҳужжат яратиш имкониятини беради ва уни бажарилиши кечиктирилган команда ёки инерт команда дейилади. Иккала команда бир хил ёзилади, фақатгина инерт команда бош ҳарф билан ёзилади.

Амал номи	Дарҳол бажариладиган команда	Бажарилиши кечиктирилган команда	Математик маъноси
лимит	limit(f(x), x=a, par)	Limit(f(x), x=a, par)	$\lim\limits_{x\to a} f(x)$
ҳосила	diff(f(x),x)	Diff(f(x),x)	$\dfrac{\partial f(x)}{\partial x}$
интеграл	int(f(x), x)	Int(f(x), x)	$\int f(x)dx$
аниқ интеграл	int(f(x), x=a..b)	Int(f(x), x=a..b)	$\int\limits_a^b f(x)dx$

§4.1.Лимитларни ҳисоблаш

limit(f(x), x=a, par) команласида табиий равишда қуйидаги параметрлар мавжуд: left-чап лимит, right-ўнг лимит, real- ўзгарувчи ҳақиқий, complex-ўзгарувчи комплекс.

Мисолллар.

1. > Limit(sin(2*x)/x,x=0); \\ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$

> limit(sin(2*x)/x,x=0); \\2

>Limit(sin(2*x)/x,x=0)= limit(sin(2*x)/x,x=0); \\ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=2$.

Охирги ёзувнинг қулайлиги кўриниб турибди.

7. > Limit(x*(Pi/2+arctan(x)),x=-infinity)= limit(x*(Pi/2+arctan(x)), x=-infinity); \\ $\lim\limits_{x\to -\infty} x(\dfrac{\pi}{2}+\arctan(x))=-1$.

3. > Limit(1/(1+exp(1/x)),x=0,left)= limit(1/(1+exp(1/x)),x=0,left);

\\ $\lim\limits_{x\to 0-}\dfrac{1}{1+e^{1/x}}=1$

>Limit(1/(1+exp(1/x)),x=0,right)= limit(1/(1+exp(1/x)), x=0,right);

\\ $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{1}{1+e^{1/x}}=0$

Топширик 4.1.

1. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)tg\dfrac{\pi x}{2}=\dfrac{2}{\pi}$ лимит ҳисоблансин.

> Limit(arctan(1/(1-x)),x=1,left)= limit(arctan(1/(1-x)), x=1, left);

$$\backslash\backslash \lim_{x\to 1}(1-x)tg\frac{\pi x}{2}=\frac{2}{\pi}$$

2. $\lim\limits_{x\to 1-} arctg\dfrac{1}{1-x}=\dfrac{\pi}{2}$ $\quad\lim\limits_{x\to 1+}\dfrac{1}{1-x}=-\dfrac{\pi}{2}$ лимитлар ҳисоблансин.

> Limit(arctan(1/(1-x)),x=1,right)= limit(arctan(1/(1-x)),x=1, right);

$$\backslash\backslash \lim_{x\to 1-} arctg\frac{1}{1-x}=\frac{\pi}{2} \qquad \lim_{x\to 1+}\frac{1}{1-x}=-\frac{\pi}{2}.$$

§4.2. Ҳосилани ҳисоблаш

Мисоллар.

1. > Diff(sin(x^2),x)=diff(sin(x^2),x); $\quad\backslash\backslash\dfrac{\partial}{\partial x}\sin(x^2)=2\cos(x^2)x$
2. > Diff(cos(2*x)^2,x$4)=diff(cos(2*x)^2,x$4);

$$\backslash\backslash\frac{\partial^4}{\partial x^4}\cos(2x)^2=-128\sin(2x)^2+128\cos(2x)^2$$

>simplify(%); $\quad\backslash\backslash\dfrac{\partial^4}{\partial x^4}\cos(2x)^2=256\cos(2x)^2-128$

> combine(%); $\quad\backslash\backslash\dfrac{\partial^4}{\partial x^4}\cos(2x)^2=128\cos(4x)$

Дифференциал оператор D(f)

Maple да дифференциал опеатор ҳам мавжуд: D(f), бу ерда f- аргументи кўрсатилмаган функция. Масалан,

>D(sin); $\quad$ \\cos

>D(sin) (Pi): eval(%); $\quad$ \\-1

>f:=x->ln(x^2)+exp(3*x):

>D(f); $\quad\backslash\backslash x\to 2\dfrac{1}{x}+3e^{(3x)}$

Топширик 4.2.

1. $f(x)=\sin^3 2x-\cos^3 2x,\quad f'(x)=?$

> Diff(sin(2*x)^3-cos(2*x)^3,x)= diff(sin(2*x)^3-cos(2*x)^3,x);

$$\backslash\backslash\frac{\partial}{\partial x}(\sin(2x)^3-\cos(2x)^3)=6\sin(2x)^2\cos(2x)-6\cos(2x)^2\sin(2x)$$

2. $\dfrac{\partial^{24}}{\partial x^{24}}(e^x(x^2-1))=?$

> Diff(exp(x)*(x^2-1),x$24)= diff(exp(x)*(x^2-1),x$24):

> collect(%,exp(x)); $\quad\backslash\backslash\dfrac{\partial^{24}}{\partial x^{24}}(e^x(x^2-1))=e^x(x^2+48x+551)$

3. $y=\sin^2 x/(2+\sin x),\ y''(\pi/2)=?,\ y''(\pi)=?$

> y:=sin(x)^2/(2+sin(x)): d2:=diff(y,x$2):
> x:=Pi; d2y(x)=d2; \\ $x := \pi \;\; d2y(\pi) = 1$

>x:=Pi/2;d2y(x)=d2; \\ $x := \frac{\pi}{2} \;\; d2y(\frac{\pi}{2}) = \frac{-5}{9}$

§4.3.Интеграллаш

Мисоллар.1.

>Int((1+cos(x))^2, x=0..Pi)= int((1+cos(x))^2, x=0..Pi); \\ $\int_0^{\pi} (1+\cos(x))^2 dx = \frac{3}{2}\pi$

int(f, x, continuous)-команда интеграллаш соҳасидаги узилиш нуқталарини ҳисобга олмайди.
Агар x=0..+infinity бўлса хосмас интеграллар ҳисобланади.
Интегрални сонли ҳисоблаш учун evalf(int(f, x=x1..x2), e) – e-аниқлик, команда ишлатилади.

2. $I(a) = \int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = ?, a > 0 \, (a < 0, I(a) \to \infty)$.

> Int(exp(-a*x),x=0..+infinity)= int(exp(-a*x),x=0..+infinity);
Definite integration: Can't determine if the integral is convergent. Need to know the sign of --> a .Will now try indefinite integration and then take limits.

$$\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-ax}-1}{a}$$

> assume(a>0);

> Int(exp(-a*x),x=0..+infinity)=int(exp(-a*x),x=0..+infinity); \\ $\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$

Интеграллаш усулларини ўргатиш

Maple да интеграллаш усулларини ўргатадиган student махсус пакет мавжуд, унмнг ёрдамида усулнинг ҳар бир қадами интерактив ҳолда намойиш этилади. Бундай усулларга бўлаклаб интеграллаш inparts ва ўзгарувчини алмаштириш усуллари changevar киради:
intparts(Int(f, x), u) ва changevar(h(x)=t, Int(f, x), t). Охирги натижа value(%) командаси билан ҳосил қилинади. student пакетига мурожаат албатта with(student) командаси билан амалга оширилади. Бир неча мисол кўрамиз.

Топшириқлар 4.3.

1. Аниқмас интеграллар ҳисоблансин:

$$a)\int \cos x \cos 2x \cos 3x dx, \;\; b)\int \frac{3x^4+4}{x^2(x^2+1)^3} dx.$$

> Int(cos(x)*cos(2*x)*cos(3*x),x)= int(cos(x)*cos(2*x)*cos(3*x), x);

$$\backslash\backslash \int \cos x \cos 2x \cos 3x dx = \frac{1}{8}\sin 2x + \frac{1}{16}\sin 4x + \frac{1}{24}\sin 6x + \frac{1}{4}x \,/$$

> Int((3*x^4+4)/(x^2*(x^2+1)^3),x)= int((3*x^4+4)/(x^2*(x^2+1)^3),x);

$$\backslash\backslash \int \frac{3x^4+4}{x^2(x^2+1)^3}dx = -4\frac{1}{x} - \frac{57}{8}\arctan(x) - \frac{25}{8}\frac{x}{x^2+1} - \frac{7}{4}\frac{x}{(x^2+1)^2}.$$

2. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x dx}{(a^2\cos^2 x + b^2 \sin^2 x)} = \frac{\ln(b)-\ln(a)}{-a^2+b^2}, a>0, b>0$, интеграл ҳисоблансин.

> assume (a>0); assume (b>0);

> Int(sin(x)*cos(x)/(a^2*cos(x)^2+b^2*sin(x)^2), x=0..Pi/2)=int(sin(x)*cos(x)/(a^2*cos(x)^2+b^2*sin(x)^2),x=0..Pi/2);

3. $\int_0^{+\infty} \frac{1-e^{-ax^2}}{xe^{x^2}}dx = \frac{1}{2}\ln(a+1), a>-1$, интеграл ҳисоблансин.

> restart; assume(a>-1);

> Int((1-exp(-a*x^2))/(x*exp(x^2)), x=0..+infinity)=int((1-exp(-a*x^2))/(x*exp(x^2)), x=0..+infinity);

4. $\int_{\pi.6}^{\pi.4} \frac{\cos x}{x}dx = 0.32292298113732$ интеграл ҳисоблансин.

> Int(cos(x)/x, x=Pi/6..Pi/4)=evalf(int(cos(x)/x, x=Pi/6..Pi/4), 15);

5. $J(x) = \int x^3 \sin x dx = -x^3\cos(x) + 3x^2\sin(x) + 6x\cos(x) - 6\sin(x)$

интеграл бўлаклаб интеграллансин.

> restart; with(student): J=Int(x^3*sin(x),x); $\backslash\backslash J(x) = \int x^3 \sin x dx$

> J=intparts(Int(x^3*sin(x),x),x^3); $\backslash\backslash J(x) = -x^3\cos(x) - \int -3x^2\cos(x)dx$

> intparts(%,x^2); $\backslash\backslash J(x) = -x^3\cos(x) + 3x^2\sin(x) + \int 6x\cos(x)dx$

> value(%); $\backslash\backslash J(x) = -x^3\cos(x) + 3x^2\sin(x) + 6x\cos(x) - 6\sin(x)$

6. $J = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{1+\cos(x)}dx = 2$ интеграл $tg\frac{x}{2} = t$ ўзгарувчини алмаштириш ёрдамида ҳисоблансин.

> J=Int(1/(1+cos(x)), x =-Pi/2..Pi/2); $\backslash\backslash J = \int_{-1}^{1} \frac{1}{(1+\cos(2\arctan(t)))(1+t^2)}dt$

> value(%); \\J=2

§4.4.Функцияни текшириш

iscont(f,x=x1..x2), discont(f,x), singular(f,x)

Функцияни текширишда аввало унинг аниқланиш соҳасини топиш керак. Сўнг узлуксизлик соҳасини топиш керак.

Функциянинг узлуксизлиги ва узилиш нуқталари

Қуйидаги командалар мавжуд:

iscont(f,x=x1..x2)- функция [x1..x2] кесмада узлуксизлигини текширади, жавоб- true (ҳа) , false (йўқ) кўринишда чиқади, жумладан, x=-infinity..+infinity, яъни бутун сонлар ўқида текширилади.
discont(f,x) – функциянинг 1- ва 2-тур узилиш нуқталарини аниқлаш,
singular(f,x) - функциянинг 2-тур узилиш нуқталарини аниқлаш.
Бу командалар стандарт библиотекадан readlib(name), бу ерда name-шу командалардан бирининг номи, командаси орқали чақирилади. Бу ҳолда ечимлар тўплам (set) кўринишда чиқади, оддий тенгсизликлар ёрдамида жавоб олиш учун convert командаси ёрдамида шакл ўзгартириш керак.

Топшириқ 4.1.

1. $y = e^{1/(x+3)}$ функциянинг узилиш нуқталари топилсин.

> readlib(iscont): readlib(discont):
> iscont(exp(1/(x+3)),x=-infinity..+infinity); \\false
> discont(exp(1/(x+3)),x); \\x=-3

2. $y = tg\dfrac{x}{2-x}$ функциянинг узилиш нуқталари топилсин.

> readlib(singular):
> iscont(tan(x/(2-x)),x=-infinity..infinity); \\false
> singular(tan(x/(2-x)),x); \\ $\{x=2\},\left\{x = 2\dfrac{\pi(2\_N+1)}{-2+2\_N\pi+\pi}\right\}.$

Экстремумлар. Функциянинг энг катта ва энг кичик қийматлари

extrema(f,{cond},x,’s’) - f(x)- экстремумга текширилаёган функция, {cond}-ўзгарувчига қўйилган ўартлар, x-ўзгарувчи, ’s’-экстремал нуқталарни қабул қиладиган ўзгарувчи. Агар {} бўлса экстремум бутун сонлар ўқида қидирилади.
> readlib(extrema):
> extrema(arctan(x)-ln(1+x^2)/2,{},x,’x0’);x0; \\ $\left\{\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}\ln(2)\right\}$ (экстремал қиймат)

$\{x=1\}$ (экстремал нуқта)

Афсуски бу нуқтадаги қиймат максимум ёки минимумми бу ерда аниқэмас. Бунинг учун иккита maximize(f,x,x=x1..x2), minimize(f, x, x=x1..x2) командалари ишлатилади. Агар ўзгарувчидан кейин, ’infinity’ ёки x=-infinity..+infinity деб берилса масала бутун сонлар ўқида ечилади. Мисол,
> maximize(exp(-x^2),{x}); \\1
Бу командаларнинг камчилиги шундаки, улар экстремал нуқтада функция қийматини беради, унинг характери (max ёки min) ни бермайди. Шунинг учун, экстремумнинг характери (max ёки min) , экстремал нуқталарни олиш учун аввало,
> extrema(f,{},x,’s’);s;
командасини бериш керак ва шундан кейингина maximize(f,x); minimize(f,x) командаларни бериш керак. Топилган нуқтада max ёки min эканлигини

билиш учун мос равишда $f''(x_0) < 0$ (max) ёки $f''(x_0) > 0$ (min) шартни текшириш керак.

Агар maximize ва minimize командаларида location опциясини берсак ҳам экстремал нуқта ҳам функция қиймати чиқади:

> minimize(x^4-x^2, x, location); $\backslash\backslash \frac{-1}{4}, \left\{[(x=-\frac{\sqrt{2}}{2}), \frac{-1}{4}], [(x=\frac{\sqrt{2}}{2}), \frac{-1}{4}]\right\}$

Топшириқ 4.1.2.

1. $y = 0.5(x^2 - 0.5)\arcsin x + 0.25\pi\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{12}\pi x^2 \to \max\ (\min)$

> readlib(extrema):
> y:=(x^2-1/2)*arcsin(x)/2+x*sqrt(1-x^2)/4- Pi*x^2/12:
> extrema(y,{},x,'s');s; $\backslash\backslash \left\{0, -\frac{1}{24}\pi + \frac{\sqrt{3}}{16}\right\}$ $\left\{\{x=0\}, \left\{x=\frac{1}{2}\right\}\right\}$
> readlib(maximize):readlib(minimize):
> ymax:=maximize(y,{x}); \\ymax:=0
> ymin:=minimize(y,{x}); $\backslash\backslash\, y\min := -\frac{1}{24}\pi + \frac{\sqrt{3}}{16}$

2. $f(x) = x^2 \ln x \to \max(\min), x \in [1,2]$
> f:=x^2*ln(x):
> maximize(f,{x},{x=1..2}); \\4ln(2)
> minimize(f,{x},{x=1..2}):simplify(%); $\backslash\backslash -05e^{-1}$

3. $y = x^3/(4-x^2) \to extr, f''(x) = ?$
> restart:y:=x^3/(4-x^2): readlib(extrema):
readlib(maximize): readlib(minimize):
> extrema(y,{},x,'s');s; $\backslash\backslash\{-3\sqrt{3}, 3\sqrt{3},\}$ $\{\{x=0\}, \{x=2\sqrt{3}\}, \{x=-2\sqrt{3}\}\}$
> d2:=diff(y,x$2): x:=0: d2y(x):=d2; \\d2y(0):=0
> x:=2*sqrt(3):d2y(x):=d2; $\backslash\backslash\, d2y(2\sqrt{3} := -\frac{3}{4}\sqrt{3})$
> x:=-2*sqrt(3):d2y(x):=d2; $\backslash\backslash\, d2y(-2\sqrt{3} := \frac{3}{4}\sqrt{3})$

Функцияни умумий ҳолда текшириш

1. Аниқланиш соҳаси. Аниқланиш соҳаси функция узлуксизликка текширилгач аниқланади.
2.Функция узлуксизлиги ва узилиш нуқталари қуйидагича текширилади:
> iscont(f, x=-infinity..infinity);
> d1:=discont(f,x); .\\ 1-тур узилиш нуқтаси
> d2:=singular(f,x);\\ 2-тур узилиш нуқтаси
3.Асимптоталар. Чексиз узилиш нуқталарининг абциссалари иертикал ассимптотани беради, демак вертикал ассимптота қуйидагича топилади:
> yr:=d2;

Оғма ассимптоталар функцияни чексизликдаги характкрини беради. Оғма ассимптоталар $y = kx + b, k = \lim_{x\to\infty}(f(x)/x), b = \lim_{x\to\infty}(f(x) - kx)$ кўринишда топилади.

Қарама-қарши (-∞) учдаги ассмптоталар x->∞ деб ҳосил қилинади:

> k1:=limit(f(x)/x, x=+infinity);
> b1:=limit(f(x)-k1*x, x=+infinity);
> k2:=limit(f(x)/x, x=-infinity);
> b2:=limit(f(x)-k2*x, x=-infinity);

ундан сўнг ассимптоталар

> yn:=k1*x+b1;

деб ҳосил қилинади.

4.Экстремумлар. Улар қуйидаги схема бўйича текширилади:

> extrema(f(x), {}, x, 's');
> s;
> fmax:=maximize(f(x), x);
> fmin:=minimize(f(x), x);

График ясаш

Функция графигини ясаш функцияни текширишда энг охирги этап ҳисобланади. Графикда ассимптоталар пунктир чизиқ билан чизилиши, экстремум нуқталар характери билан белгиланиши керак.

Топшириқ 4.2.3.

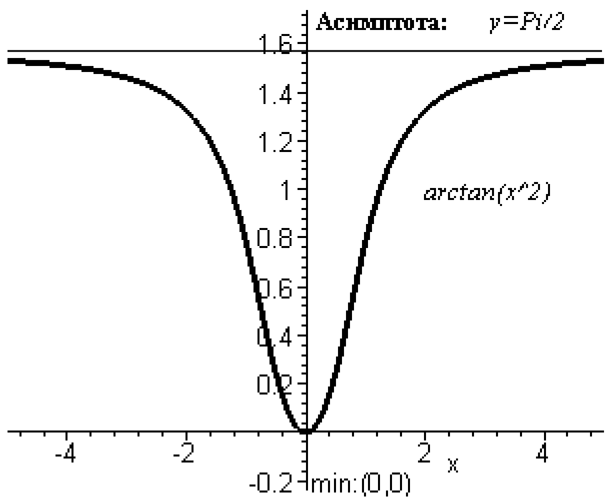
1. $f(x) = x^4/(1+x)^3$ функция тўла текширилсин.

> f:=x^4/(1+x)^3: \\ функцияни бериш
> readlib(iscont): readlib(discont): \\ функция узлуксизлигини текшириш readlib(singular):
> iscont(f, x=-infinity..infinity); \\false \\ёлғон
> discont(f,x); \\ узилиш нуқталари \\{-1}
> xr:=convert(%,`+`); \\ узилиш нуқталарини тўпламдан сонга айлантириш \\xr:= −1
> k1:=limit(f/x, x=+infinity); \\ ассимптоталарни топиш \\k1 :=1
> b1:=limit(f-k1*x, x=+infinity); \\b1 := −3
> k2:=limit(f/x, x=-infinity); \\k2 :=1
> b2:=limit(f-k2*x, x=-infinity); \\b2 := −3
> y=k1*x+b1; \\ оғма ассимптота \\y=x-3
> readlib(extrema): readlib(maximize): \\ Экстремумларни топиш readlib(minimize):
> extrema(f,{},x,'s');s; \\{$\frac{-256}{27}$,0} $\{\{x=-4\},\{x=0\}\}$
> fmax:=maximize(f,{x},{x=-infinity..-2}); \\ $f_{max} = \frac{-256}{27}$
> fmin:=minimize(f,{x},{x=-1/2..infinity}); \\ $f\min = 0$

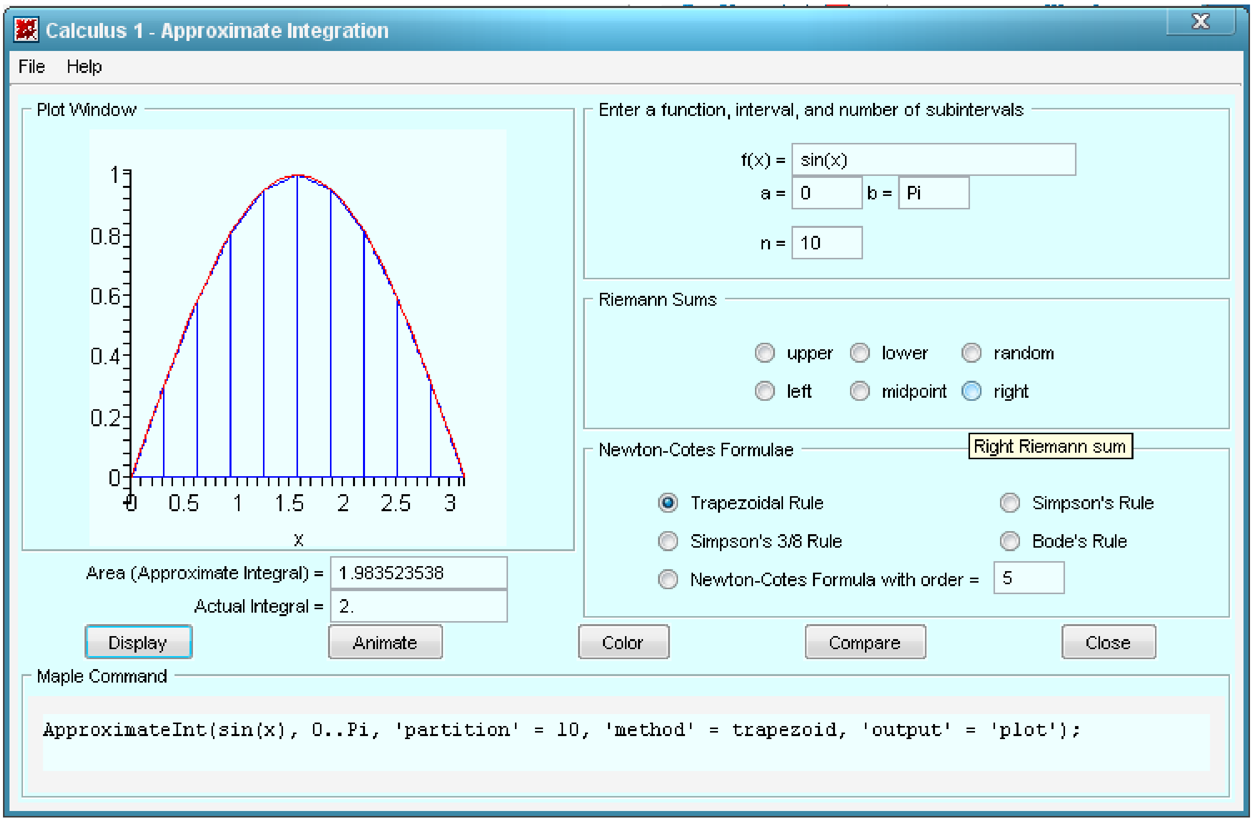
2. $y = \mathrm{arctg}(x^2)$ функциянинг графиги чизилсин, ассимптотаси қурилсин, экстремум нуқталари топилсин.

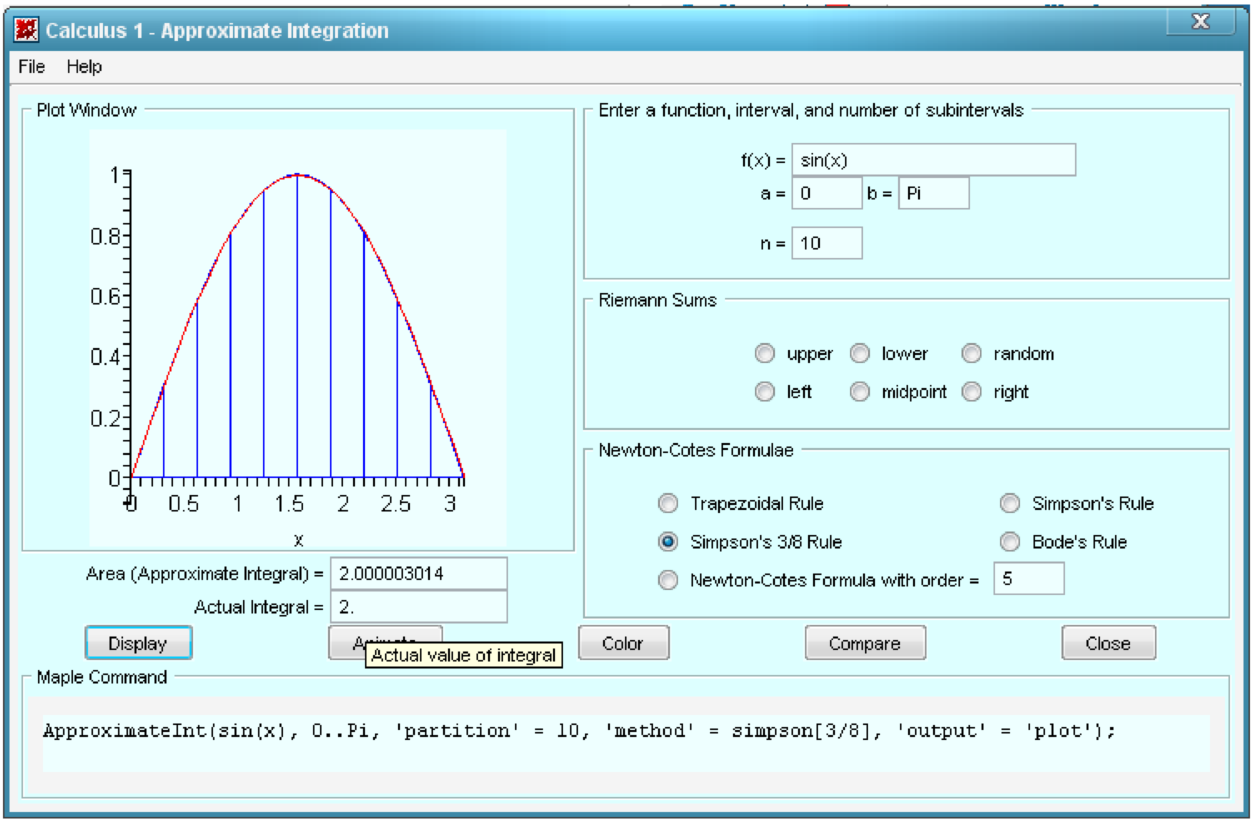
> restart: y:=arctan(x^2):
> iscont(y, x=-infinity..infinity); \\true
> k1:=limit(y/x, x=-infinity); \\k1:=0
> k2:=limit(y/x, x=+infinity); \\k2:=0
> b1:=limit(y-k1*x, x=-infinity); \\ $b1 := \frac{\pi}{2}$
> b2:=limit(y-k1*x, x=+infinity); \\ $b2 := \frac{\pi}{2}$
> yh:=b1; \\ $yh := \frac{\pi}{2}$
> extrema(y,{},x,'s');s; \\{0} {{x=0}}
> ymax:=maximize(y,{x}); ymin:=minimize(y,{x}); \\ymax:= ymin :=0

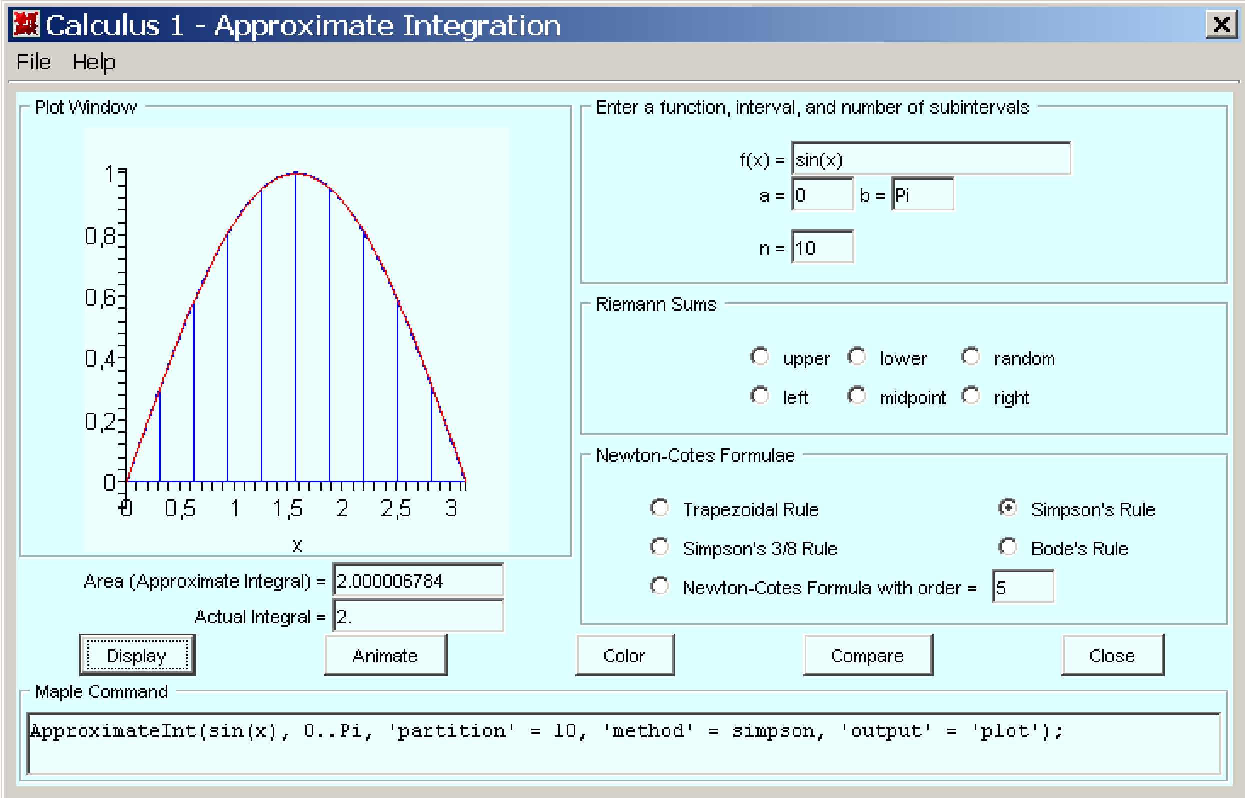
> with(plots): yy:=convert(y,string):
> p1:=plot(y,x=-5..5, linestyle=1, thickness=3, color=BLACK):
> p2:=plot(yh,x=-5..5, linestyle=1,thickness=1):
> t1:=textplot([0.2,1.7,"Асимптота:"], font=[TIMES, BOLD, 10], align=RIGHT):
> t2:=textplot([3.1,1.7,"y=Pi/2"], font=[TIMES, ITALIC, 10], align=RIGHT):
> t3:=textplot([0.1,-0.2,"min:(0,0)"], align=RIGHT):
> t4:=textplot([2,1,yy], font=[TIMES, ITALIC, 10], align=RIGHT):
> display([p1,p2,t1,t2,t3,t4]);

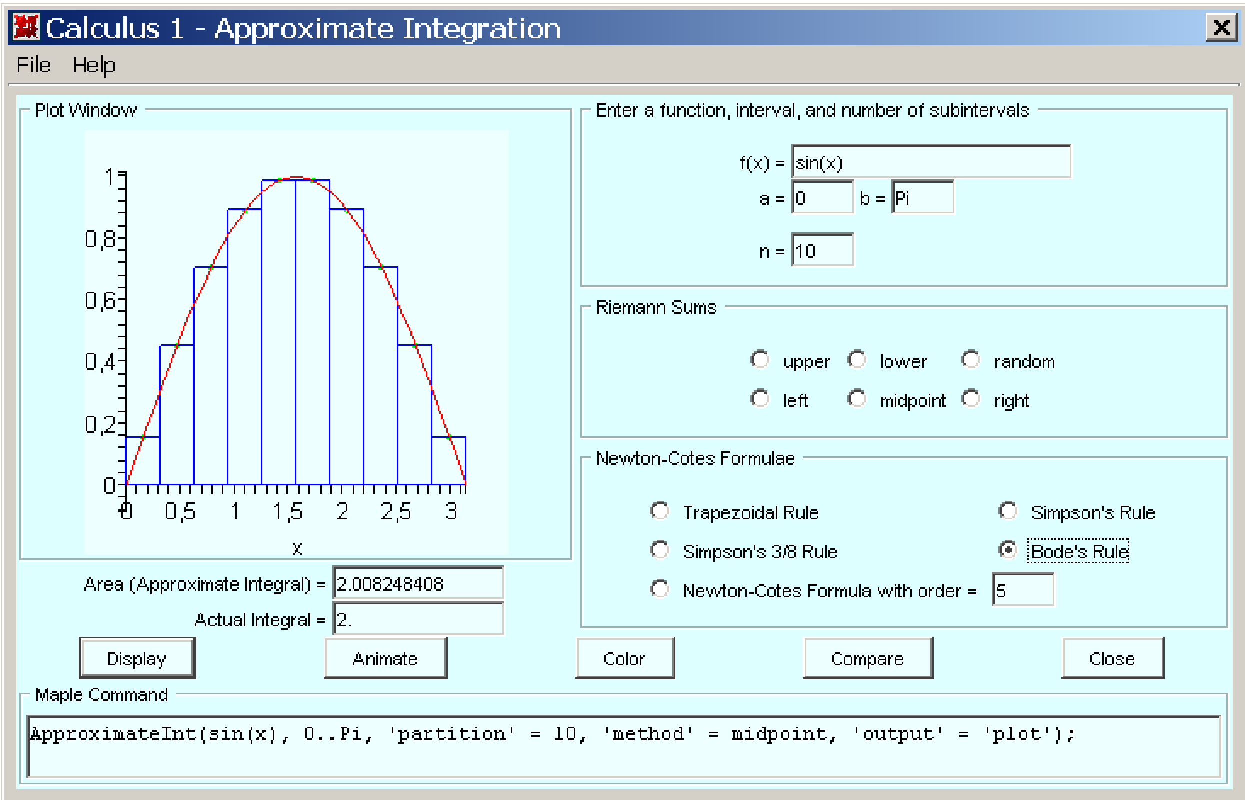


§4.5.Интерактив усуллар
а) интегралларни тақрибий ҳисоблаш









Изох. Расмларда аниқ инттеграл трапеция, Симпсон, Симпсон 3/8, Боде усуллари билан ҳисобланган. Запасда яна турли тартибли Ньютон-Котес формулалари, турли хил Риман интеграл йиғиндилари турибди.

4.6. Топшириқлар

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2-2x+1}{x^2-4x+2}\right)^x = ?$.

2. $\lim\limits_{x\to 0-}\left(\dfrac{1}{1+2^{1/x}}\right)^x = ?,\ \lim\limits_{x\to 0+}\left(\dfrac{1}{1+2^{1/x}}\right)^x = ?$

3. $\dfrac{\partial^5}{\partial x^5}(\ln x) = ?$ .f(x)-,

4. $y=\dfrac{1}{1-e^{x/(1-x)}}$ функциянинг узилиш нувталари топилсин.

5. $f(x)=x\sin x+\cos x - x^2/4$ функция экстремумлари [-1,1] кесмада текширилсин.

6. $y=\dfrac{x^2(x-1)}{x+1}$ функция тўлиқ текширилсин.

7. $y=x^3-3x^2+2$ функция графиги экстремумларнинг координаиалари кўрсатилиб чизилсин.

8. $J=\int\dfrac{(x^3-6)dx}{x^4+6x^2+8} = ?$ аниқмас интеграл ҳисоблансин.

9. $J(a,b)=\int\limits_0^{+\infty}\dfrac{\sin(ax)\cos(bx)dx}{x} = ?, a>0, b>0, (a>b, a=b, a<b)$ интеграл ҳисоблансин.

10. $J=\int\limits_{0.1}^{0.2}\dfrac{\sin(3x)e^{x^2}}{x}dx = ?$ интеграл тақрибий ҳисоблансин.

11. $J=\int\limits_0^{\pi/2}x^3\cos(x)dx = ?,$ интеграл бўлаклаб интегралаш усули билан ҳисоблансин.

12. $J=\int\limits_0^{\pi/2}\dfrac{dx}{5-4\sin x+3\cos x}, tg(x/2)=t$, интеграл ўзгарувчини алмаштириб ҳисоблансин.

Саволлар

1.Дарҳол бажариладиган ва бижарилиши кечиктирилган командалар нима,
2.Лимит қанлай команда ёрдамида ҳисобланади, қандай параметрлари бор.
3.Ҳосила қанлай команда ёрдамида ҳисобланади.
4. Функция узлуксизлиги қанлай команда ёрдамида текширилади.
5. Функциянинг экстремум нуқталари (x,y) ва ундаги max ва min қийматлар қанлай командалар кетма-кетлиги ёрдамида аниқланади.
6. maximize, minimize, extrema командалари ыандай камчиликларга эга.
7. Maple да функцияни текширишнинг умумий схемасини тушунтиринг.
8.Интеграллаш командалари (аниқ ва тақрибий ҳисобловчи) ни тушунтиринг.
9.Параметрдан боғлиқ интегрални ҳисоблашда параметрларга чекланишлар қанлай командалар ёрдамида берилади.
10. student пакети нимага мўлжалланган.
11. Бўлаклаб интеграллаш командасини тушунтиринг.
12. Ўзгарувчини алмаштириб интеграллаш командасини тушунтиринг.

V. Чизиқли алгебра

Чизиқли алгебра масалаларини ечиш командалари linalg пакетига жойлашган. Шунинг учун иш бошлашдан аввал witn(linalg) командасини бериш керак.

§5.1.Векторлар алгебраси

Асосий командаларни жадвалда келтирамиз.

Амал номи	Математик амал	Команда кўриниши
Векторни бериш	x=[x1,x2,…,xn]	x:=vector([x1,x2,…,xn]) convert(vector, list) convert(list, vector)
Векторларни кўшиш	a+b $\alpha a+\beta b$	evalm(a+b); matadd(a,b,alpha,beta).
Скаляр кўпайтма	(a,b)	dotprod(a,b)
Вектор кўпайтма	[a,b]	crossprod(a,b)
Векторнинг нормаси Бирлик вектор	$\|a\|=\sqrt{a_1^2+...a_n^2}$ $\frac{a}{\|a\|}$	norm(a,2) normalize(a)
Векторлар орасидаги бурчак	$\varphi=\arccos\frac{(a,b)}{\|a\|\|b\|}$	angle(a,b)
Векторларниг базиси	a1,…,an векторларниг базиси	basis([a1,a2,…,an])
Грам Шмитд ортогоналлаштириш	a1,…,an векторларни ортогоналлаштириш	GramSchmidt([a1,a2,…,an])

Мисоллар.

1. a=[2,1,3,2], b=[1,2,-2,1] , (a,b)=?, $\varphi=\arccos\frac{(a,b)}{|a||b|}$ =?

\> **with(Student[LinearAlgebra]):**
\> a:=([2,1,3,2]); b:=([1,2,-2,1]); \\\\a:=[2,1,3,2] b:=[1,2,-2,1]
\> dotprod(a,b); \\\\0
\> phi=angle(a,b); \\\\$\varphi=\frac{\pi}{2}$.

2. a=[2,-2,1], b=[2,3,6], c=[a,b=?, (a,c)=?

\> restart; **with(Student[LinearAlgebra]):**
\> a:=([2,-2,1]); b:=([2,3,6]); \\\\a:=[2,−2,1] , b:=[2,3,6]
\> c:=crossprod(a,b); \\\\c:=[−15,−10,10]
\> dotprod(a,c); \\\\0

3. a=[2,-2,1], $\|a\|=\sqrt{a_1^2+...a_n^2}=?$

\> restart; **with(Student[LinearAlgebra]):**

> a:=vector([1,2,3,4,5,6]): norm(a,2); \\ $\sqrt{91}$

4. x1=[1,2,2,-1], x2=[1,1,-5,3], x3=[3,2,8,7], x4=[0,1,7,-4], x5=[2,1,1,-10], Базиси топилсин, Гранд Шмидт усули билан ортогоналлаштиринг.

```
> restart; with(Student[LinearAlgebra]):
> a1:=vector([1,2,2,-1]):  a2:=vector([1,1,-5,3]): a3:=vector([3,2,8,7]):
a4:=vector([0,1,7,-4]):  a5:=vector([2,1,12,-10]):
> g:=basis([a1,a2,a3,a4,a5]);            \\g:= [a1, a2, a3, a5]
>GramSchmidt(g); \\[[1,2,2,-1], [2,3,-3,2], [81,-93, 327, 549]/65, [1663, -923, -71, -355]/724]
```

§5.2. Матрицалар алгебраси

Амал номи	Математик амал	Команда кўриниши
Матрицани аниқлаш	$A=[a_{ij}]$	>A:= matrix(n, m, [[a11,a12,…,a1n], [a21,a22,…,a2m],…, [an1,an2,…,anm]])
Диогнал матрицани аниқлаш	$J=\begin{bmatrix} a1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a4 \end{bmatrix}$	>J:=diag(a1,a2,a3,a4)
Матрицани генерация қилиш	$A=[a_{ij}], a_{ij}=f(i,j)$	>f:=(I,j)->x^i*y^j: >A:=matrix(n,m,f)
Сатрлар сони Устунлар сони	m n	>rowdim(a); >coldim(A):
Матрицаларни қўшиш	A+B $\alpha A+\beta B$	evalm(A+B); matadd(A,B,alpha,beta).
Матрицаларни кўпайтириш	C=AB	evalm(A&*B); multiply(A,B);
Детерминант Матрицанинг изи	$\|A\|$ $\sum a_{ii}$	>det(A); >trace(A);
Матрицанинг минори	A дан i-сатр, j-устун ни ўчириш	>minor(A,i,j);
Тескари матрица	$A*B=E, B*A=E$	>evalm(1/A) >inverse(A); >evalm(A^(-1));
Транспозициялаш	A^T	>transpose(A);
Матрицанинг хоссаларини аниқлаш	A>0 A>=0 A<0 A<=0	>definite(A,param) param:= 'positive_def', 'positive_semidef', 'negative_def', 'negative_semidef'
Матрицанинг ортогоналлигини аниқлаш	$A*A^T=E, A^T*A=E$	>orthog(A);
Матрицанинг даражаси Матрицанинг экспонентаси	A^n e^A	>evalm(A^n); >exponential(A);

Мисоллар.1.

> A:=matrix([[1,2,3],[-3,-2,-1]]); \\ $A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ & & \end{bmatrix}$

2.> J:=diag(1,2,3); \\ $J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

3. > f:=(i, j)->x^i*y^j; \\ $f := (i, j) -> x^i y^j$

> A:=matrix(2,3,f); \\ $A := \begin{bmatrix} xy & xy^2 & xy^3 \\ x^2 y & x^2 y^2 & x^2 y^3 \\ & & \end{bmatrix}$

4. > A:=matrix([[1,0],[0,-1]]):

> B:=matrix([[-5,1], [7,4]]); \\ $A := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B := \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

> v:=vector([2,4]); \\ $v := \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}$

> multiply(A,v); \\ $\begin{bmatrix} 2 & -4 \end{bmatrix}$

> multiply(A,B); \\ $\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$

> matadd(A,B); \\ $\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$

> C:=matrix([[1,1],[2,3]]):

> evalm(2+3*C); \\ $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$

5.> A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]); \\ $A := \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

> det(A); \\1

> minor(A,3,2); \\ $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & -6 \end{bmatrix}$

> det(%); \\-24

> trace(A); \\-9

6. .> A:=matrix([[4,0,5],[0,1,-6],[3,0,4]]); \\ $A := \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

> inverse(A); \\ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -18 & 1 & 24 \\ -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

> multiply(A,%); \\ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

> transpose(A); \\ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

2. > A:=matrix([[2,1],[1,3]]); \\ $A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

> definite(A,'positive_def'); \\true

> B:=matrix([[1/2,1*sqrt(3)/2],[1*sqrt(3)/2,-1/2]]); \\ $B := \begin{bmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix}$

> orthog(B); \\true

3. > T:=matrix([[5*a,2*b],[-2*b,5*a]]); \\ $T := \begin{bmatrix} 5a & 2b \\ -2b & 5a \end{bmatrix}$

> exponential(T); \\ $\begin{bmatrix} e^{(5a)} \cos(2b) & e^{(5a)} \sin(2b) \\ -e^{(5a)} \sin(2b) & e^{(5a)} \cos(2b) \end{bmatrix}$

> evalm(T^2); \\ $\begin{bmatrix} 25a^2 - 4b^2 & 20ab \\ -20ab & 25a^2 - 4b^2 \end{bmatrix}$

Топширик 5.2.

1. $A := \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$, $B := \begin{bmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{bmatrix}$, $C := \begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$,

(AB)C, det(A), Det(B), Det(C), Det[(AB)C]=?.

> **with(Student[LinearAlgebra]):**restart;

> A:=matrix([[4,3],[7,5]]):

> B:=matrix([[-28,93],[38,-126]]):

> C:=matrix([[7,3],[2,1]]):

> F:=evalm(A&*B&*C); \\ $F := \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

> Det(A)=det(A); Det(B)=det(B); Det(C)=det(C);
Det(F)=det(F); \\ Det(A):=-1 Det(B):=-6 Det(C):=1 Det(F):=6

2. $A := \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$, $\det(A), A^{-1}, A^{T}, \det(M_{22}) = ?$

> A:=matrix([[2,5,7],[6,3,4],[5,-2,-3]]);

> Det(A)=det(A); \\Det(a):=-1

> transpose(A); \\ $\begin{bmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 5 & 3 & -2 \\ 7 & 4 & -3 \end{bmatrix}$

> inverse(A); \\ $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}$

3. $A := \begin{bmatrix} 8 & -4 & 5 & 5 & 9 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$, rank(A)=?

> A:=matrix([[8,-4,5,5,9], [1,-3,-5,0,-7], [7,-5,1,4,1], [3,-1,3,2,5]]):
> r(A)=rank(A); \\rank(A)=3

4. $T := \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $e^T = ?$

> exponential([[3,-1],[1,1]]); \\ $\begin{bmatrix} 2e^2 & -e^2 \\ e^2 & 0 \end{bmatrix}$

5. $A := \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 10 \end{bmatrix}$, $\mathrm{P(A)} = \mathrm{A}^3 - 18\mathrm{A}^2 + 64\mathrm{A} = ?$

> A:=matrix([[5,1,4],[3,3,2],[6,2,10]]):

> P(A)=evalm(A^3-18*A^2+64*A); \\ $P(A) := \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 \\ 0 & 64 & 0 \\ 0 & 0 & 64 \end{bmatrix}$.

§5.3. Матрицанинг хос сон ва хос векторлари

Амал номи	Математик амал	Команда кўриниши
Матрицанинг хос сонлари	$Ax = \lambda x, \lambda = ?$	eigenvalues(A)
Матрицанинг хос векторлари	$Ax = \lambda x, x = ?$	eigenvectors(A)
Матрицанинг характеристик тенгламаси	$P_A(\lambda) = \det(\lambda E - A)$	charpoly(A,lambda).
Матрицанинг минимал кўпхади		minpoly(A,lambda).
Матрицанинг Жордан формаси		jordan(A)
Матрицанинг учбурчак кўринишлари	Гаусс усули билан Бўлиш амалисиз Жордан усулида	gausselim(A) ffgausselim(A) gaussjord(A)
Характеристик матрица	$B := \lambda E - A$	charmat(A,lambda).

Мисоллар.1.

$A := \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, $Ax = \lambda x, \lambda = ?, x = ?$.

```
with(Student[LinearAlgebra]):
```

> A:=matrix([[3,1,1],[1,3,1],[1,1,3]]):
> eigenvectors(A); \\[5,1,{[1,-1,-1]}], [2,1,{[1,1,0]}], [2,1,{[1,0,1]}],
яъни, $\lambda_1 = 5, x_1 = [1,-1,-1], \quad \lambda_2 = 2, x_2 = [1,1,0], \quad \lambda_3 = 0, x_1 = [1,0,-1]$.

2. $U = \begin{bmatrix} 3 & 2-i \\ 2+i & 7 \end{bmatrix}, \ \lambda = ?, x = ?$

> U:=matrix([[3,2-I],[2+I,7]]):
> eigenvectors(U); $\backslash\backslash[8,1,\{[\frac{2}{5}-\frac{1}{5}I,1]\}],[2,1,\{[-2+I,1]\}]$.

3. $A := \begin{bmatrix} 3 & -i & 0 \\ i & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \ Ax = \lambda x, \lambda = ?, x = ?, P(\lambda) = ?., d(\lambda) = ?, J(A) = jordan(A) = ?$.

> A:=matrix([[3,-I,0],[I,3,0],[0,0,4]]):
> eigenvectors(A);
> P(lambda):=charpoly(A,lambda);
> d(lambda):=minpoly(A,lambda);
> jordan(A);

4. $A := \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, . Матрицаларнинг Жордан, Гаусс-учбурчак кўриниши, характеристик матрицаси топилсин.

```
> with(linalg):
> A := array( [[3,1,1,5],[1,3,1,5],[1,1,3,5]] );
> J:=gaussjord(A, 'r');
```

$$J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

```
> G:=gausselim(A);
```

$$G := \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} & \frac{10}{3} \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

```
> B:=array( [[3,1,1],[1,3,1],[1,1,3]] );

> F(B):=charmat(B,lambda);
```

$$F(B) := \begin{bmatrix} \lambda - 3 & -1 & -1 \\ -1 & \lambda - 3 & -1 \\ -1 & -1 & \lambda - 3 \end{bmatrix}$$

§5.4.Чизиқли тенгламалар системаси. Матрицали тенгламаларни ечиш.

Амал номи	Математик амал	Команда кўриниши
Чизиқли системани ечиш	$Ax=b, x=A^{-1}b$	>solve({l1x=b1,…,lnx-bn},{x1,…,xn});
Чизиқли системани ечиш	$Ax=b, x=A^{-1}b$	>linsolve(A,b);
Матрицавий тенгламани ечиш	$AX=B, X=A^{-1}B$	>linsolve(A,B);
Матрицанинг ядросини топиш	$Ax=0, x=A^{-1}0$	>kernel(A);

Мисоллар 1. $\begin{cases} 2x-3y+5z+7t=1 \\ 4x-6y+2z+3t \\ 2x-3y-11z-15t=1 \end{cases}$ чизиқли система ечилсин.

> eq:={2*x-3*y+5*z+7*t=1, 4*x-6*y+2*z+3*t=2, 2*x-3*y-11*z-15*t=1}:

> s:=solve(eq,{x,y,z}); \\{$z=-\frac{11}{8}t,\ y=y, x=\frac{3}{2}y-\frac{1}{16}t-\frac{1}{2}$}.

> subs({y=1,t=1},s); \\{$z=-\frac{11}{8},\ y=y, x=\frac{31}{16}, y=1, t=1$}

8. AX=B, X=?, $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}$.

> A:=matrix([[1,2],[3,4]]):
> B:=matrix([[3,5],[5,9]]):
> X:=linsolve(A,B); \\ $X:=\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$.

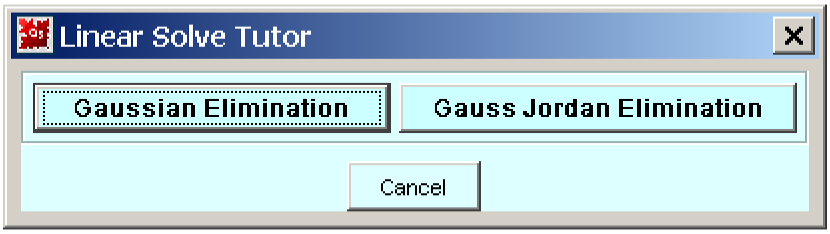
4. $A:=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}, r(A)=rank(A)=?, d(A)=n-r(A)=?$.

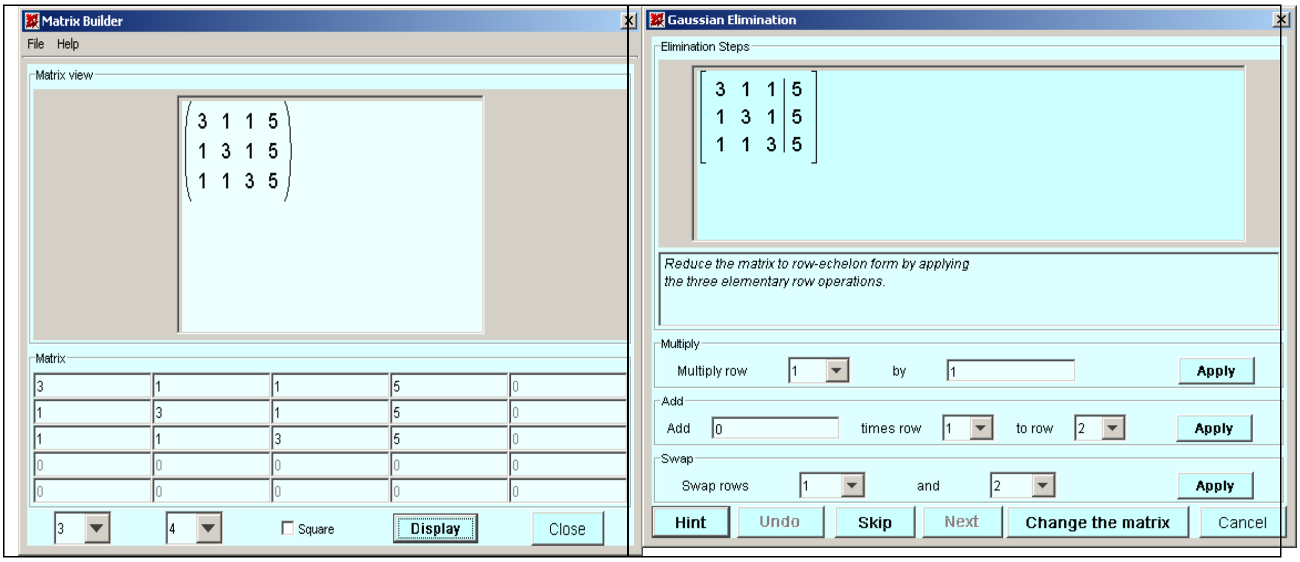
> A:=matrix([[1,1,0],[0,2,-1],[1,3,-1]]):
> r(A):=rank(A); \\r(A)=2
> d(A):=rowdim(A)-r(A); \\d(A)=1
> k(A):=kernel(A); \\k(A):={[-1,1,2]}

§5.5. Ўқитишда интерактив усуллар

Алгебра фанидан амалий дарсларни ташкил этишда математик системаларнинг интерактив имкониятларидан фойдаланиш

Ҳозирги пайтда дарсларни ташкил этишда интерактив-кўргазмали усуллардан кенг фойдаланилмоқда. Бунда талаба эшитади, кўради, ўрганади. Агар бу жараёнга компьютер технологиялари ҳам тадбиқ этилса дарснинг жозибалиги яна ошади. Биз мисол сифатида Алгебра, Ҳисоблаш усуллари фанларида чизиқли тенгламалар системасини Гаусс усули билан ечиш темасини Maple математик системаси ёрдамида интерактив усулда ташкил этишни кўриб чиқамиз. Аввало, дарс бошида қисқача назарий маълумот берилади, Гаусс усулининг мазмуни, аҳамияти, тадбиқлари очиб берилади. Сўнг, Maple математик системаси менюсидан қуйидаги командани берамиз: Tools>Tutors>Linear Algebra>Solving linear System. Натижада ушбу мулоқат дарчаси чиқади, ундан Гаусснинг йўқотиш усулини (Gaussian Elimination) танлаймиз:



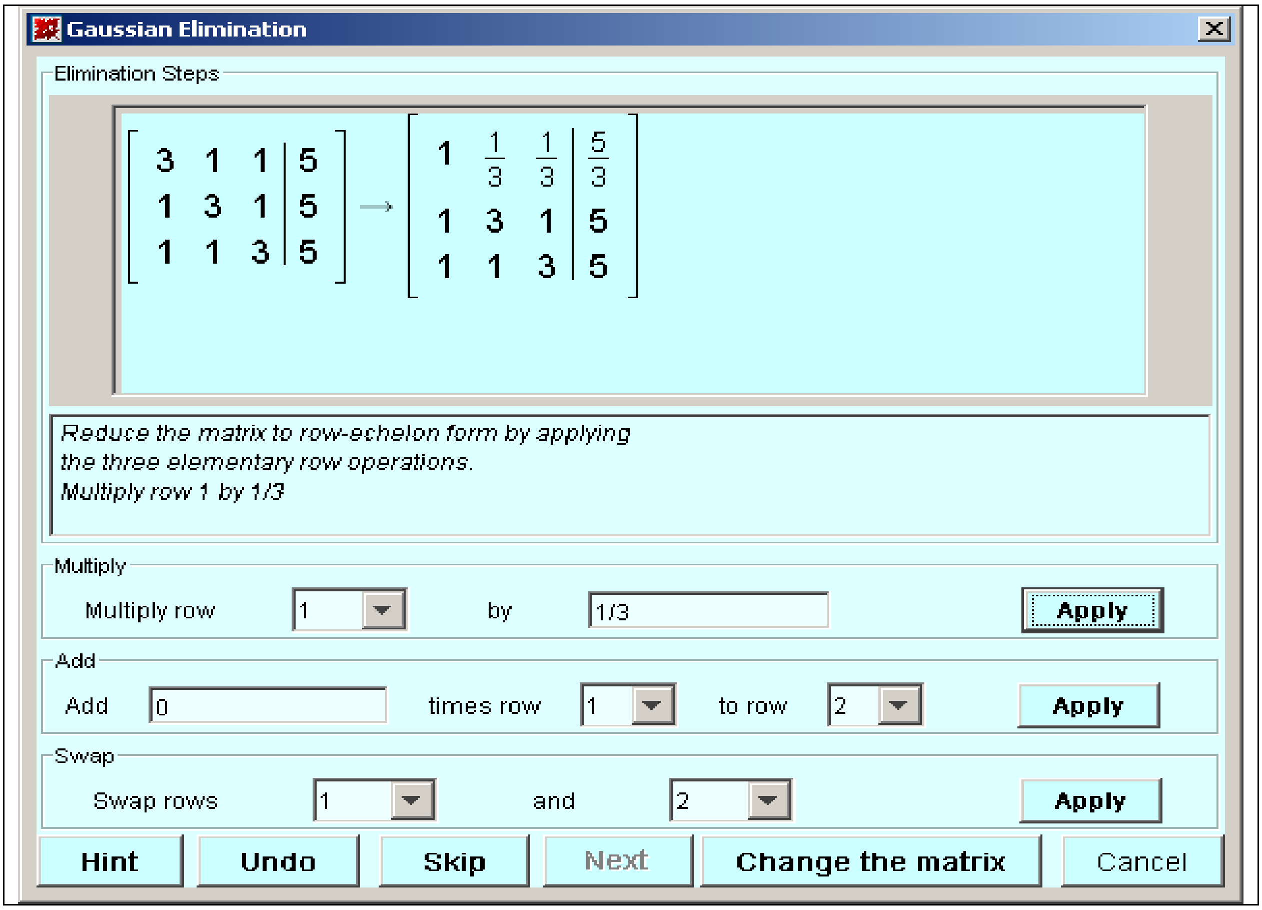


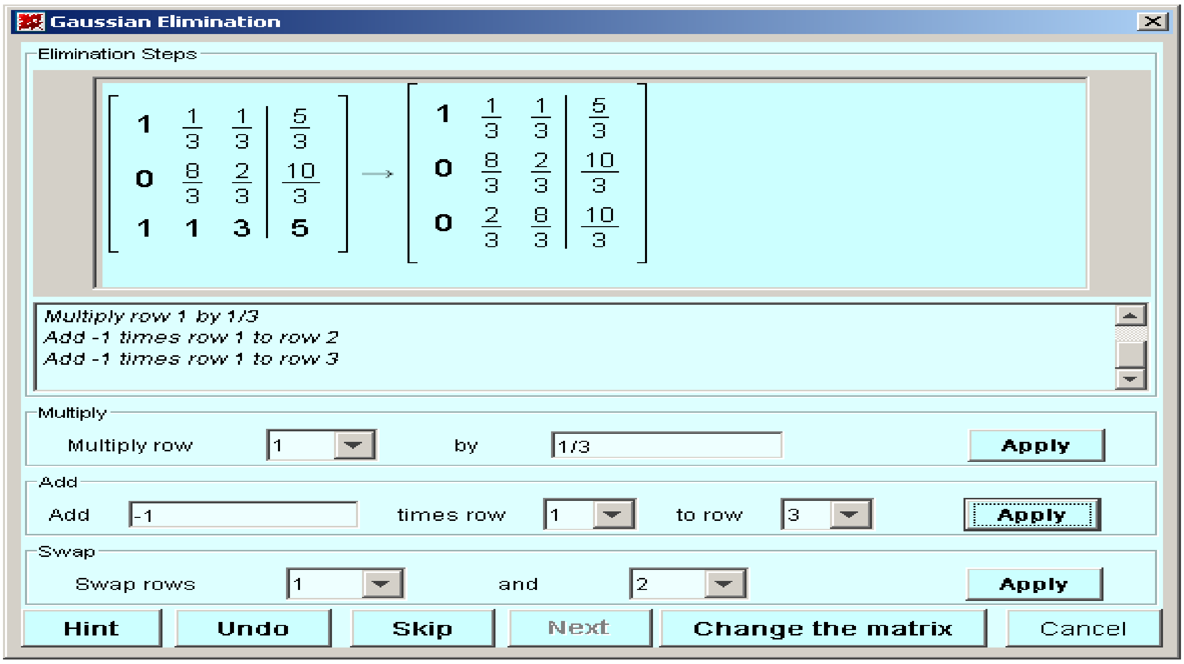
Изоҳ. Maple математик системаси ёрдамида яна жуда кўп мавзуларга оид интерактив дарсларни ташкил этиш мумкин: графиклар ясаш, матрицалар яратиш, оддий дифференциал тенгламаларнинг таҳлили, оптимизация масалалари, функцияларнинг суперпозицияси, коник жисмлар, лимитлар, тўғри чизиқлар, чизиқли тенгсизликлар, кўпхадлар ва уларнинг илдизлари, элементар ва рационал функциялар, 1-ўзгарувчили ва кўп ўгарувчили функциялар устида амаллар ва алмаштиришлар, чизиқли алгебранинг турли масалалари ва ҳоказо.

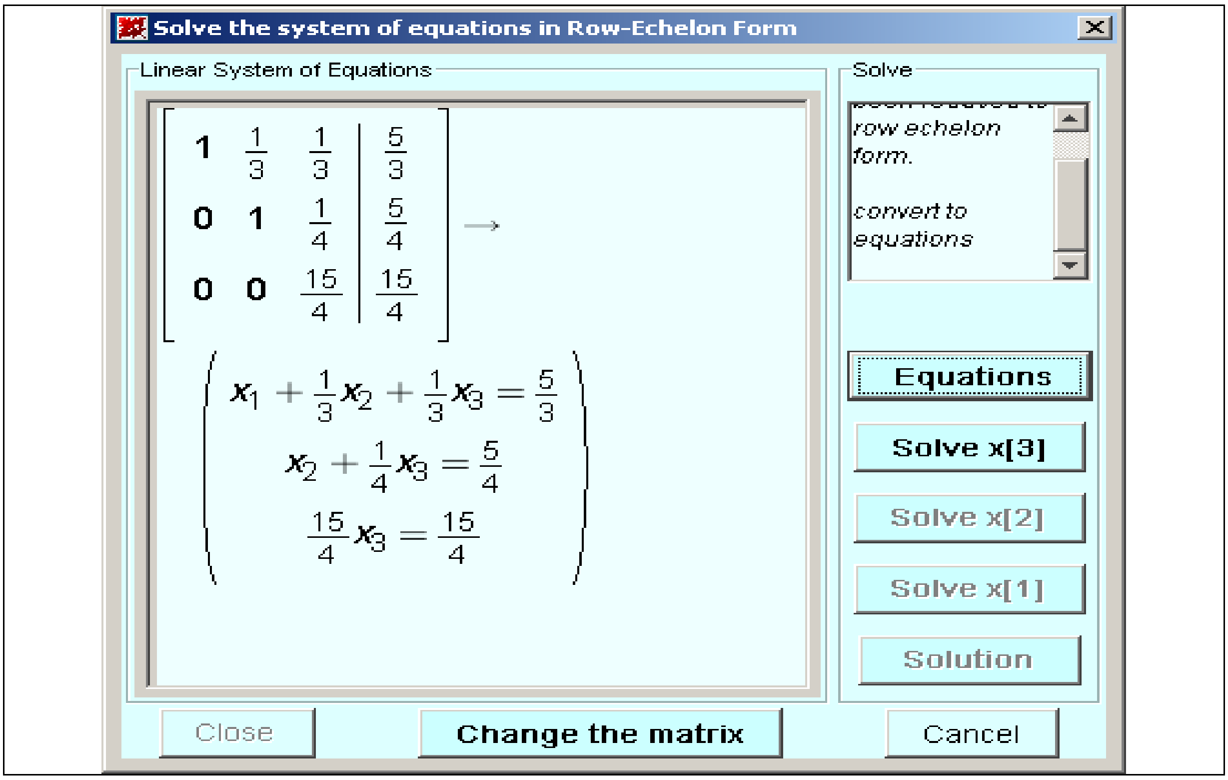
Матрица киритилгач унинг устида қуйидаги элементар алмаштиришлар бажарамиз (Reduce the matrix to row-echelon form by applying the three elementary row operations):

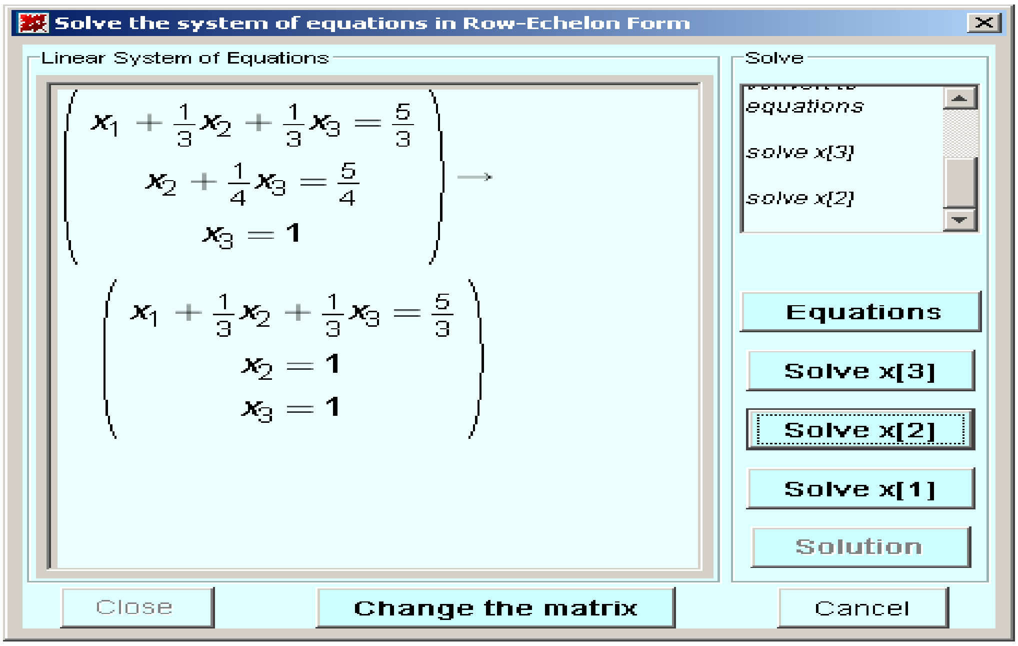
1-сатрни 1/3 га кўпайтирамиз (Multiply row 1 by 1/3)
1-сатрни -1 га кўпайтириб 2 сатрга қўшамиз (Add -1 times row 1 to row 2)
1-сатрни -1 га кўпайтириб 3 сатрга қўшамиз (Add -1 times row 1 to row 3)
2 –сатрни 3/8 га кўпайтирамиз (Multiply row 2 by 3/8)
2 –сатрни 3/2 га кўпайтирамиз (Multiply row 3 by 3/2)
2-сатрни -1 га кўпайтириб 3 сатрга қўшамиз (Add -1 times row 2 to row 3)

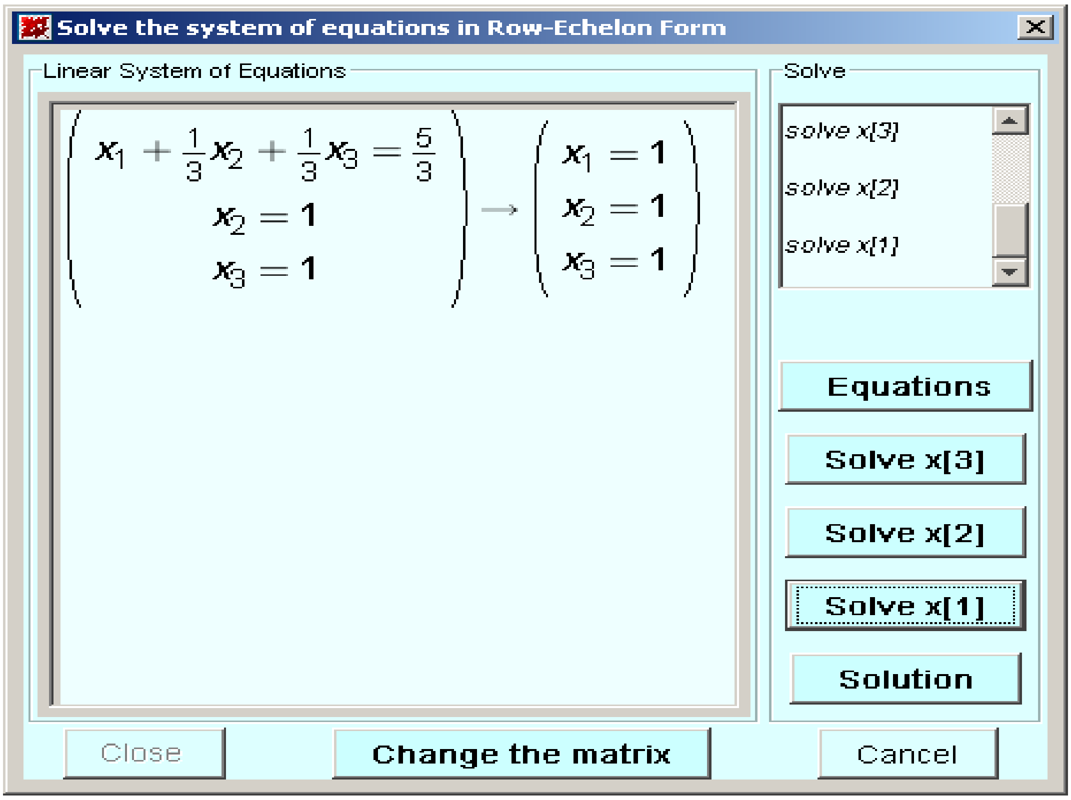
Натижада берилган чизиқли тенгламалар системасини ўзгартириш этапларини қуйидагича кетма-кетликда кўрамиз:






Solve the system of equations in Row-Echelon Form
Linear System of Equations
$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & \frac{5}{4} \\ 0 & 0 & \frac{15}{4} & \frac{15}{4} \end{array}\right] \to$
$\left(\begin{array}{c} x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = \frac{5}{3} \\ x_2 + \frac{1}{4}x_3 = \frac{5}{4} \\ \frac{15}{4}x_3 = \frac{15}{4} \end{array} \right)$
Solve
row echelon form.
convert to equations
Equations
Solve x[3]
Solve x[2]
Solve x[1]
Solution
Close
Change the matrix
Cancel


Solve the system of equations in Row-Echelon Form
Linear System of Equations
$\left(\begin{array}{c} x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = \frac{5}{3} \\ x_2 + \frac{1}{4}x_3 = \frac{5}{4} \\ x_3 = 1 \end{array} \right) \to$
$\left(\begin{array}{c} x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 = \frac{5}{3} \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{array} \right)$
Solve
equations
solve x[3]
solve x[2]
Equations
Solve x[3]
Solve x[2]
Solve x[1]
Solution
Close
Change the matrix
Cancel



Шундан сўнг яна матрицани ўзгартириб (Chang the matrix) янги мисол ечиш мумкин.

Матрицанинг хос сонларнинг интерактив усулда аниқлаш

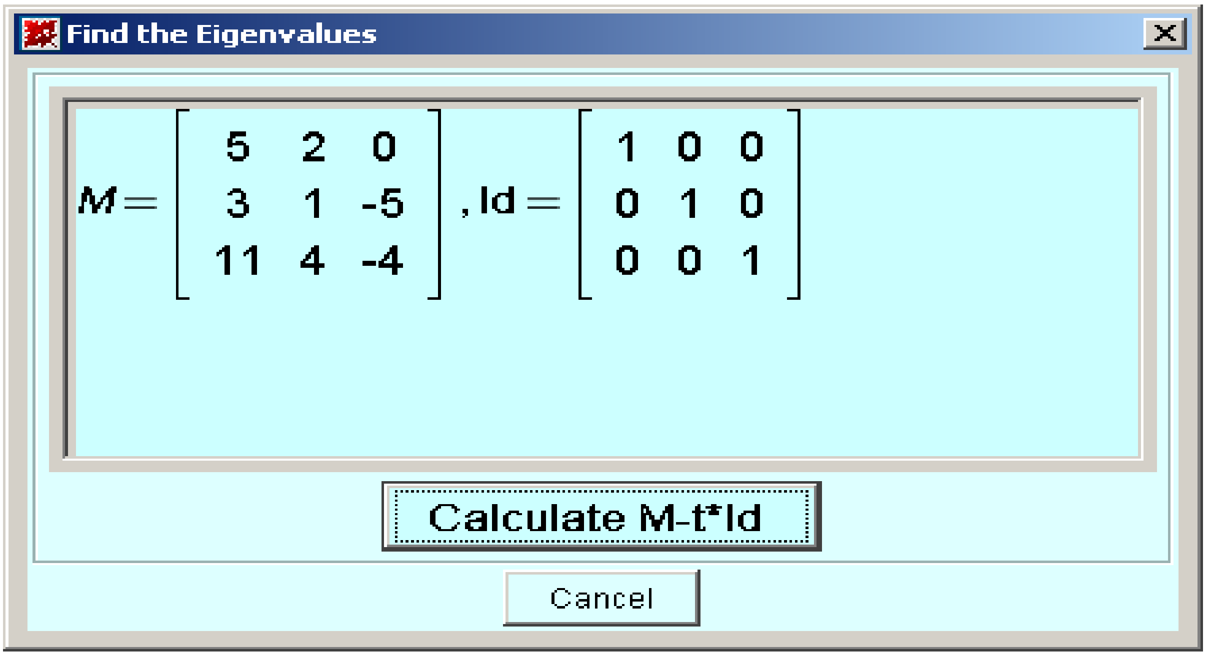
Ҳозирги пайтда дарсларни ташкил этишда интерактив-кўргазмали усуллардан кенг фойдаланилмоқда. Бунда талаба эшитади, кўради, ўрганади. Агар бу жараёнга компьютер технологиялари ҳам тадбиқ этилса дарснинг жозибалиги яна ошади. Биз мисол сифатида Алгебра, Ҳисоблаш усуллари фанларида матрицаларнинг хос сонларини топиш темасини Maple математик системаси ёрдамида интерактив усулда ташкил этишни кўриб чиқамиз. Аввало, дарс бошида қисқача назарий маълумот берилади, хос сонларнинг мазмуни, аҳамияти, тадбиқлари очиб берилади.
Сўнг, Maple математик системаси менюсидан қуйидаги командани берамиз:

Tools>Tutors>Linear Algebra> EigenvaluesTutor.

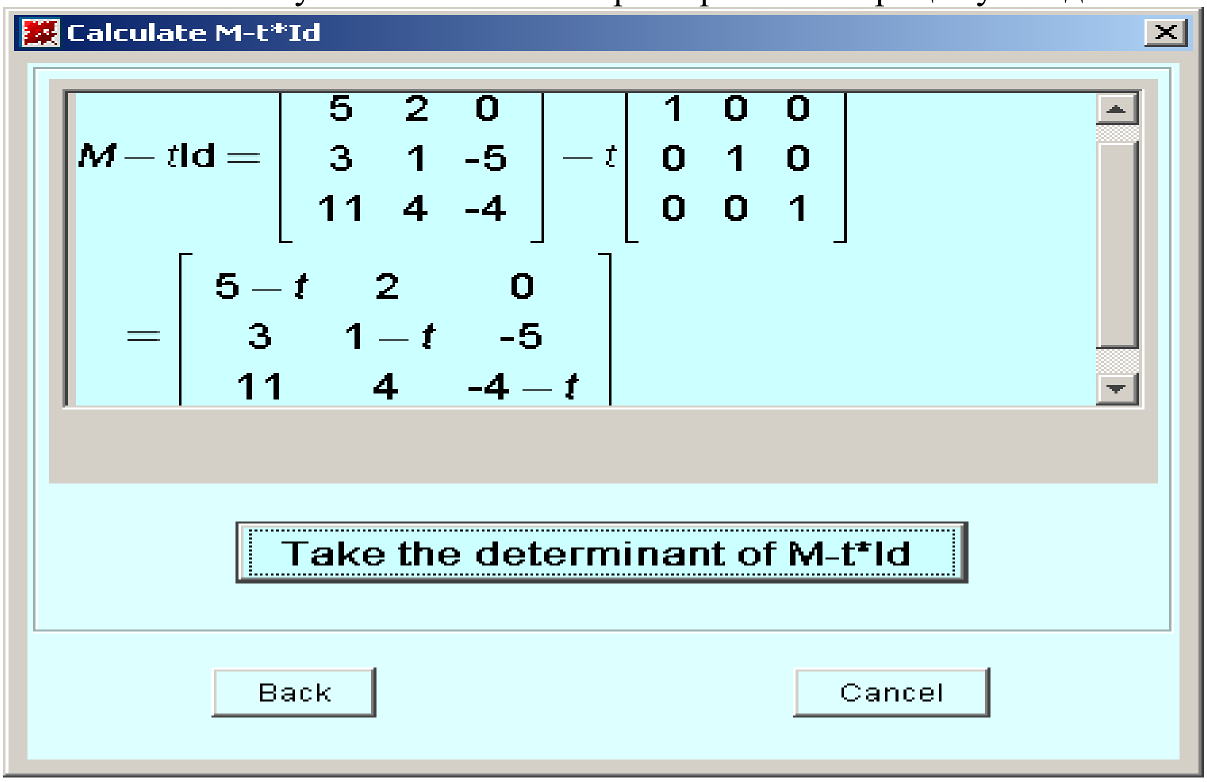
ёки ушбу командани берамиз:

```
Student[LinearAlgebra][EigenvaluesTutor]();
```

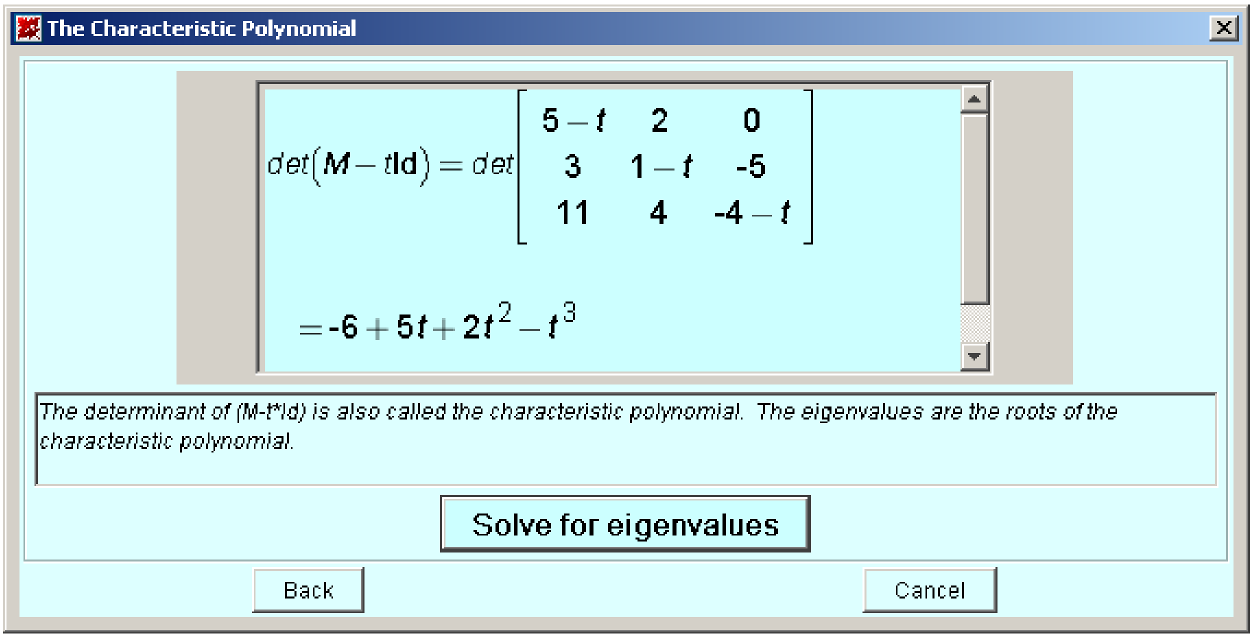
Натижада ушбу мулоқат дарчаси чиқади.



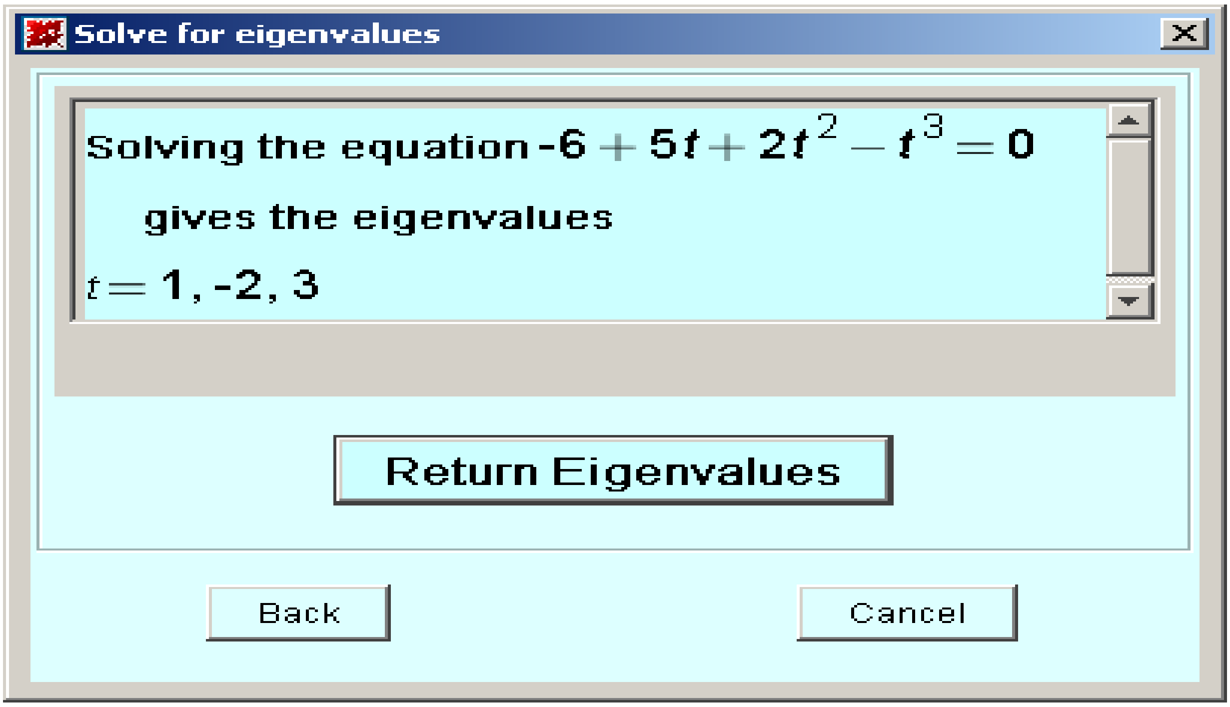
Calculate M-t*Id тугмасини боссак характеристик матрица тузилади:



Take the determinant of M-t*Id тугмасини боссак характеристик тенглама ҳисобланади.



Solve for eigenvals тугмасини боссак характеристик тенглама хос сонларга нисбатан ечилади:



Return Eigenvals тугмасини боссак хос сонлар Maple ойнасига чиқарилади.

5.6. Топшириқлар

1. $a=(1,2,2,3), b=(3,1,5,1)$ векторлар берилган. (a,b) векторлар орасидаги бурчак топилсин.

2. Учта векторлар берилган: a=(2,-3, 1), b=(-3, 1,2), c=(1,2,3) . [[a,b],c] [a,[b,c]] вектор кщпайтмалар топилсин.

3. $a_1=(2,1,3,-1)$, $a_2=(7,4,3,-3)$, $a_3=(1,1,-6,0)$, $a_4=(5,3,0,4)$. Дастлаб уларни базис эканлигини текширинг. Сўнг Грамм-Шмидт процедурасини қўллаб бу қисм фазонинг ортогонал базисини топинг.

4. Матрицалар берилган:

$$A=\begin{bmatrix}5 & 7 & -3 & -4\\ 7 & 6 & -4 & -5\\ 6 & 4 & -3 & -2\\ 8 & 5 & -6 & -1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 5\\ 1 & 3 & 5 & 7\\ 2 & 4 & 6 & 8\end{bmatrix}$$

Топинг: AB, BA, det(A), Det(B).

5.Матрица $A=\begin{bmatrix}5 & 7 & -3 & -4\\ 7 & 6 & -4 & -5\\ 6 & 4 & -3 & -2\\ 8 & 5 & -6 & -1\end{bmatrix}$ берилган.

Топинг: $\det(A), A^{-1}, M_{32}, A^T$.

6. $A=\begin{bmatrix}5 & 7 & -3 & -4\\ 7 & 6 & -4 & -5\\ 6 & 4 & -3 & -2\\ 8 & 5 & -6 & -1\end{bmatrix}$ матрицанинг рангини топинг. Уни учбупчак кўринишга келтиринг.

7. $A=\begin{bmatrix}5 & 7 & -3 & -4\\ 7 & 6 & -4 & -5\\ 6 & 4 & -3 & -2\\ 8 & 5 & -6 & -1\end{bmatrix}$ матрицанинг спектрини топинг, характеристик кўпҳадини топинг.

8. $A=\begin{bmatrix}5 & 7 & -3 & -4\\ 7 & 6 & -4 & -5\\ 6 & 4 & -3 & -2\\ 8 & 5 & -6 & -1\end{bmatrix}$ матрица берилган. $e^A, \det(e^A)$, хос сон ва векторлар, A матрицанинг ядроси топилсин.

9. $U=\begin{bmatrix}3 & -4 & 0 & 2\\ 4 & -5 & -2 & 4\\ 0 & 0 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 2 & -1\end{bmatrix}$ матрица берилган. Унинг хос сон ва векторлари, Жордан нормал формаси, характеристик ва энг кичик кўпҳади топилсин.

10. Матрицавий тенглама AX=B,

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 3 & 2 & -4\\ 2 & -1 & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & -3 & 0\\ 10 & 2 & 7\\ 10 & 7 & 8\end{bmatrix}.$$

11.Тенгламалар системаси ечилсин.

$$A=\begin{bmatrix}24.21+\alpha & 2.42 & 3.35\\ 2.31 & 31.49+\alpha & 1.52\\ 3.49 & 4.85 & 28.72+\alpha\end{bmatrix},\ b=\begin{bmatrix}30.24\\ 40.95-\beta\\ 42.81\end{bmatrix}, \varepsilon=10^{-4}, \alpha=0.2k, \beta=0.2k, k=0,...,5.$$

12. Хос сонлар топилсин.

а) $A=\begin{bmatrix}24.21+\alpha & 2.42 & 3.35\\ 2.31 & 31.49+\alpha & 1.52\\ 3.49 & 4.85 & 28.72+\alpha\end{bmatrix}, \alpha=0.2k, \beta=0.2k, k=0,...,5.$

в) $A=\begin{bmatrix}k & 1 & 1\\ 1 & k & 1\\ 1 & 1 & k\end{bmatrix}, k>=1$

с) $A=\begin{bmatrix}k & 1 & 1 & 1\\ 1 & k & 1 & 1\\ 1 & 1 & k & 1\\ 1 & 1 & 1 & k\end{bmatrix}, k>=1$

Саволлар

1. Чизиқли алгебра масалалари Maple да қайси пакетда жойлашган.
2. Вектор ва матрицалар Maple да қандай командалар ёрдамида киритилади.
3. 2 та қандай команда ёрдамида векторлар (матрицалар) қўшилади.
4. Векторларнинг қандай кўпайтмалари ва қандай командалар ёрдамида кўпайтирилади.
5. Векторнинг нормаси Maple да қанлай ҳисобланади.
6. Иккита векторлар орасидаги бурчаклар Maple да қандай ҳисобланади.
7. Векторларнинг базислари ва ортогонал базис қандай топилади.
8. 2 та қандай команда ёрдамида матрицаларнинг кўпайтмаси топилади.
9. Матрицанинг детерминанти, минори, изи, алгебраик тўлдирувчиси   Maple да топилади.
10. Квадрат матрицанинг дефекти нима, у Maple да қандай топилади.
11. Тескари матрица Maple да қанлай хисобланади.
12. Матрицанинг хос сони, вектори, спектри нима. Улар қандай топилади.
13. Матрицанинг махсус формалари ва уни шу формаларга олиб келувчи Maple да командаларни айтинг.
14. Сатрицанинг ядроси нима, уни қанлай команда ёрдамида топилади.
15. Матрицавий тенгламаларни Maple да ни қандай команда ечиб беради.

VI. Оддий дифференциал тенгламалар (ОДТ)
§6.1.ОДТ ни аналитик усулда ечиш.ОДТ нинг умумий ечими

Maple да ОДТ ни аналитик усулда ечиш учун dsolve(eq,var,options) командаси ишлатилади, бу ерда eq-тенглама, var-ноъмалум функция, options-параметрлар. Параметрлар ОДТ ни ечиш усулини кўрсатиши мумкин, масалан, сукут сақлаш принципига асосан, аналитик ечим олиш учун type=exact параметри берилади. ОДТ да ҳрсилани бериш учун diff командаси ишлатилади. Масалан, $y''+y=x$ тенгламаси diff(y(x),x$2)+y(x)=x кўринишда ёзилади. ОДТ нинг умумий ечими ўзгармас сонларни ўз ичига олади, масалан, юқоридаги тенглама иккита ўзгармасни ўз ичига олади. Ўзгармаслар Maple да _C1, _C2 кўринишда белгиланади.

Маълумки, чизиқли ОДТ бир жинсли (ўнг томон 0) ва бир жинсли бўлмаган (ўнг томон 0 эмас) кўринишда бўлади. Бир жинсли бўлмаган тенглама ечими мос бир жинсли тенгламанинг умумий ечими ва бир жинсли бўлмаган тенгламанинг хусусий ечимлари йиғиндисидан иборат бўлади. Maple да ОДТ нинг ечими ана шундай кўринишда чиқарилади, яъни ўзгармасларни ўз ичига олган қисм бир жинсли тенгламанинг умумий ечими бўлади, ва ўзгармас сон иштирок этмаган қисми бир жинсли бўлмаган тенгламанинг хусусий ечими бўлади.

dsolve командаси берган ечим ҳисобланмайдиган форматда берилади. Ечим билан келажакда ишлаш учун, масалан график чизиш учун, унинг ўнг томонини rhs(%) команда билан ажратиш керак.

Мисоллар. 1. $y'+y\cos x=\sin x\cos x$ тенглама ечилсин.

> restart;

> de:=diff(y(x),x)+y(x)*cos(x)=sin(x)*cos(x);

$$\backslash\backslash\, de := (\frac{\partial}{\partial x}y(x))+y(x)\cos(x)=\sin(x)*\cos(x)$$

> dsolve(de,y(x)); $\backslash\backslash\, y(x)=\sin(x)-1+e^{(-\sin(x))}\,\_C1.$

Яъни тенгламанинг ечими математик тилда ушбу кўринишга эга:

$$y(x)=C_1e^{(-\sin(x))}+\sin(x)-1.$$

2. $y''-2y'+y=\sin x+e^{-x}$ тенгламанинг умумий ечими топилсин.

> restart;

> deq:=diff(y(x),x$2)-2*diff(y(x),x)+y(x) =sin(x)+exp(-x);

$$\backslash\backslash\, deq := (\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x))-2(\frac{\partial}{\partial x}y(x))+y(x)=\sin(x)+e^{(-x)}$$

> dsolve(deq,y(x)); $\backslash\backslash\, y(x)=\_C1e^{x}+\_C2e^{x}x+\frac{1}{2}\cos(x)+\frac{1}{4}e^{(-x)}$

3. $y''+k^2y=\sin(qx)$ тенгламанинг умумий ечими $q=k, q\neq k$ ҳоллар учун топилсин.

> restart; de:=diff(y(x),x$2)+k^2*y(x)=sin(q*x);$\backslash\backslash\, de := (\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x))+k^2y(x)=\sin(qx)$

> dsolve(deq,y(x));\\

$$y(x)=\frac{1}{k}(-\frac{1}{2}\frac{\cos(k+q)x}{k+q}+\frac{1}{2}\frac{\cos(k-q)x}{k-q})\sin(kx)-$$
$$-\frac{1}{k}(\frac{1}{2}\frac{\sin(k-q)x}{k-q}-\frac{1}{2}\frac{\sin(k+q)x}{k+q})\cos(kx)+\_C1\sin(kx)+\_C2\cos(kx)$$

Резонанс ҳолатдаги ечим (q=k) ни топамиз:

> q:=k: dsolve(de,y(x)); \\

$$y(x)=-\frac{1}{2}\frac{\cos(kx)^2\sin(kx)}{k}-\frac{1}{k}(-\frac{1}{2}\cos(kx)\sin) kx)+\frac{1}{2}kx)\cos)kx)+\_C1\sin(kx)+\_C2\cos(kx)$$

Фундаментал (базис) ечимлар системаси

dsolve командаси ОДТ нинг базис ечимлар системасини ҳам топишда ишлатилади. Унинг учун параметрлар бўлимида output=basis деб кўрсатиш керак . Масалан, $y^{(4)}+2y'+y=0$ ОДТ нинг базис ечимлар системасини топайлик.

> de:=diff(y(x),x$4)+2*diff(y(x),x$2)+y(x)=0;

\\ $de:=(\frac{\partial^4}{\partial x^{24}}y(x))+2\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x)+y(x)=0$

> dsolve(de, y(x), output=basis); \\[cos(x), sin(x), xcos(x), xsin(x)]

Коши ёки чегара масалани ечиш

dsolve командаси ёрдамида Коши ёки чегара масалани ҳам ечиш мумкин. Бунинг учун блшланғич ёки чегара шартларни қўшимча равишда бериш керак. Қўшимча шартларда ҳосила дифференциал оператор D билан берилади. Масалан, $y''(0)=2$ шарт $(D@@2)(y)(0)=2$ кўринишда, $y'(0)=0$ шарт $D(y)(1)=0$ кўринишда, $y^{(n)}(0)=k$ шарт $(D@@n)(y)(0)=k$ кўринишда ёзилиши керак.

Мисоллар 1. $y^{(4)}+y''=2\cos x, y(0)=-2, y'(0)=1, y''(0)=0, y'''(0)=0$ Коши масаласи ечилсин.

> de:=diff(y(x),x$4)+diff(y(x),x$2)=2*cos(x);

> cond:=y(0)=-2, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=0,

(D@@3)(y)(0)=0; \\ $de:=(\frac{\partial^4}{\partial x^4}y(x))+(\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x))=2\cos(x)$

> dsolve({de,cond},y(x)); \\ $y(x)=-2\cos(x)-x\sin(x)+x$

2. $y^{(2)}+y=2x-\pi, y(0)=0, y(\frac{\pi}{2})=0$ чегара масала ечилсин.

> restart; de:=diff(y(x),x$2)+y(x)=2*x-Pi; \\ $de:=(\frac{\partial^2}{\partial x^2}y(x))+y(x)=2x-\pi$

> cond:=y(0)=0,y(Pi/2)=0; \\ $cond:=y(0)=0, y(\frac{\pi}{2})=0$

> dsolve({de,cond},y(x)); \\

$$y(x)=2x-\pi+\pi\cos(x)$$

Ечим графигини чизиш учун тенглама щнг томонини ажратиб олиш керак:

> y1:=rhs(%):plot(y1,x=-10..20,thickness=2);

ОДТ системаси

dsolve командаси ёрдамида LN системасини ҳам ечиш мумкин. Бунинг учун уни dsolve({sys},{x(t),y(t),…}), кўринишда ёзиб олиш керак, sys-ОДТ лар системаси, x(t),y(t) ,...-ноъмалум функциялар системаси.

Мисоллар 1.

$$\begin{cases} x' = -4x - 2y + \dfrac{2}{e^t - 1},\ y' = 6x + 3y - \dfrac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

> sys:=diff(x(t),t)=-4*x(t)-2*y(t)+2/(exp(t)-1),
diff(y(t),t)=6*x(t)+3*y(t)-3/(exp(t)-1):
> dsolve({sys},{x(t),y(t)}); \\

$$\{x(t) = -3\_C1 + 4C1\_e^{(-t)} - 2C2\_ + 2C2\_e^{(-t)} + 2e^{(-t)}\ln(e^t - 1),$$
$$\{y(t) = 6\_C1 - 6C1\_e^{(-t)} + 4C2\_ + 3C2\_e^{(-t)} - 3e^{(-t)}\ln(e^t - 1)$$

ОДТ ни қатор ёрдамида тақрибий ечиш

dsolve командаси ёрдамида ОДТ ечимини тақрибий усулда қатор ёрдамида топиш мумкин. Бунинг учун dsolve командасида output=series ва Order:=n параметрларни киритиш керак . Бишланғич қийматлар y(0)=y1, D(y)(0)=y2, (D@@2)(y)(0)=y3 и ҳоказо кўринишда берилади. Ечимни кўпҳадга айлантириш учун convert(%,polynom) командасини бериш керак. Ечимнинг график кўринишда чиқариш учун тенглама ўнг тоионинг rhs(%) командаси билан ажратиб олиш керак.

Мисоллар 1. $y' = y + xe^x, y(0) = 0$ Коши масаласининг тақрибий ечими 5-даражали кўпҳад кўринишда олинсин.

> restart; Order:=5:
> dsolve({diff(y(x),x)=y(x)+x*exp(y(x)), y(0)=0}, y(x), type=series);

$$\backslash\backslash\, y(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{6}x^4 + O(x\ \ )$$

2. $\mathrm{y''(x) - y^2\ (x)} = e^{-x}\ \mathrm{cosx}, \mathrm{y}(0) = 1, y'(0) = 0$ Коши масаласининг тақрибий ечими 4-тартибли қатор уўринишда топилсин.

> restart; Order:=4: de:=diff(y(x),x$2)-y(x)^3=exp(-x)*cos(x):
> f:=dsolve(de,y(x),series);

$$\backslash\backslash\, f(x) := y(x) + D(y)(0)x + (\frac{1}{2}y(0)^3 + \frac{1}{2})x^2 + (\frac{1}{2}y(0)^2 D(y)(0) - \frac{1}{6})x^3 + O(x^4)$$

3. $y''(x) - y'(x) = 3(2 - x^2)\sin(x), y(0) = 1, y'(0) = 1, y''(0) = 1$ Коши масаласининг тақрибий ечими 6 тартибли кўпҳад кўринишда топилсин.

> restart; Order:=6:
> de:=diff(y(x),x$3)-diff(y(x),x)= 3*(2-x^2)*sin(x);

$$\backslash\backslash\, de := (\frac{\partial^3}{\partial x^3}y(x)) - (\frac{\partial}{\partial x}y(x)) = 3(2 - x^2)\sin(x)$$

> cond:=y(0)=1, D(y)(0)=1, (D@@2)(y)(0)=1;
\\cond:=y(0)=1, D(y)(0)=1, D(2)(y)(0)=1
> dsolve({de,cond},y(x)); \\ $y(x)=\frac{21}{2}\cos(x)-\frac{3}{2}x^2\cos(x)+6x\sin(x)-12+\frac{7}{4}e^x+\frac{3}{4}e^{-x}$
> y1:=rhs(%):
> dsolve({de,cond},y(x), series);\\ $y(x)=1+x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{6}x^3+\frac{7}{24}x^4+\frac{1}{120}x^5+O(x^6)$
Аниқ ва тақрибий ечим графигини чиқариш учун қуйидаги командаларни бериш керак:
> convert(%,polynom): y2:=rhs(%):
> p1:=plot(y1,x=-3..3,thickness=2,color=black):
> p2:=plot(y2,x=-3..3, linestyle=3,thickness=2, color=blue):
> with(plots): display(p1,p2);

§6.2. ОДТ ни сонли усулда ечиш

dsolve командаси ОДТ ни тақрибий ечиш учун ҳам ишлатилади, фақатгина параметрлар сафида type=numeric деб кўрсатиш керак, ундан ташқари options бўлимида сонли усуллар турини ҳам кўрсатиш керак: dsolve(eq, vars, type=numeric, options). Қуйидаги сонли усуллар ишлатилиши мумкин:
method=rkf45- 4-5-тартибли Рунге-Кутта усули,
method=dverk78-,7-8-тартибли Рунге-Кутта усули,
mtthod=classical-,3-4-тартибли классик Рунге-Кутта усули,
method=gear- Гирнинг бир қадамли усули,
method=mgear- Гирнинг кўп қадамли усули.
ОДТ нинг ечимини график усулда ечиш учун odeplot(dd, [x,y(x)], x=x1..x2), командаси ишлатилади, бу ерда dd:=dsolve({eq,cond}, y(x), numeric).

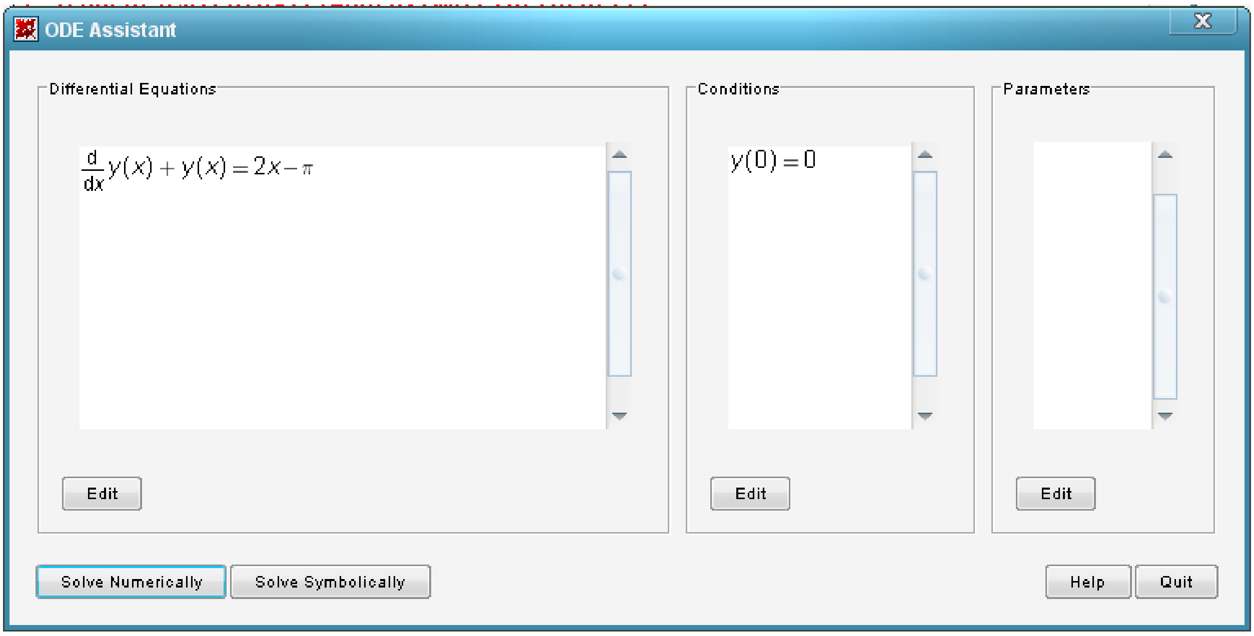
Топшириқ 6.2.

1. $y''-x\sin(y)=\sin 2x, y(0)=0, y'(0)=1$ Коши масаласи сонли ва 6-даражали қатор кўринишда топилсин.
> restart; Ordev=6:
> eq:=diff(y(x),x$2)-x*sin(y(x))=sin(2*x):
> cond:=y(0)=0, D(y)(0)=1:
> de:=dsolve({eq,cond},y(x),numeric); \\de:=proc(rkf45_x)...end
> de(0.5);
> with(plots):
> odeplot(de,[x,y(x)],-10..10,thickness=2);
> dsolve({eq, cond}, y(x), series);
> convert(%, polynom):p:=rhs(%):
> p1:=odeplot(de,[x,y(x)],-2..3, thickness=2, color=black):
> p2:=plot(p,x=-2..3,thickness=2,linestyle=3, color=blue): display(p1,p2);
2. $x'(t)=2y(t)\sin(t)-x(t)-t, y'(t)=x(t), x(0)=1, y(0)=2$ ОДТ системаси график усулда ечилсин.

```
> restart; cond:=x(0)=1,y(0)=2:
> sys:=diff(x(t),t)=2*y(t)*sin(t)-x(t)-t, diff(y(t),t)=x(t):
> F:=dsolve({sys,cond},[x(t),y(t)],numeric):
> with(plots):
> p1:=odeplot(F,[t,x(t)],-3..7, color=black,  thickness=2,linestyle=3):
> p2:=odeplot(F,[t,y(t)],-3..7,color=green, thickness=2):
> p3:=textplot([3.5,8,"x(t)"], font=[TIMES,  ITALIC, 12]):
> p4:=textplot([5,13,"y(t)"], font=[TIMES,  ITALIC, 12]):
> display(p1,p2,p3,p4);
```

§6.3. ОДТни ечишда интерактив усуллар.

Tools>Assistants>ODE analizer командаси ёрдамида ОДТ учун Коши ёки чегара масаланини интерактив усулда аналитик ёки сонли ечиш мумкин.



6.4. Топшириқлар

1. $y''-2y'-3y=xe^{4x}\sin x$ ОДТ нинг умумий ечими топилсин.
2. $y'''+y''=1-6x^2e^{-x}$ ОДТ нинг фунламаентал ечимлар системаси топилсин.
3. $y'''-y'=tgx, y(0)=3, y'(0)=-1, y''(0)=1$ Коши масаласи ечилсин.
4. $x''+5x'+2y'+y=0$, $3x''+5x+y'+3y=0, x(0)=1, x'(0)=0, y(0)=1$ ОДТ лар системаси ечилсин.
5. $y''+y=y^2, y(0)=2a, y'(0)=a$ ночизиқ ОДТ ечими 6-даражагача қатор кўринишда топилсин.
6. $y'=\sin(xy), y(0)=1$ Коши масаласи ечимининг графиги чизилсин.
7. $y''=xy'-y^2, y(0)=1, y'(0)=2$ Коши масалсининг ечими 6-даражагача қатор кўринишда топилсин.
8. $y''-xy'+y^2=0, y(0)=1, y'(0)=-4$ -1.5, 3 кесмада Коши масаласининг тақрибий ечимининг графиги чизилсин .(Deplot командаси ёрдамида).

9. $x' = 3x - y$, $y' = x - y$ ОДТлар системаси ечимининг фазовий портрети бир неча бошланғич шартлар учун чизилсин.

Саволлар

1. ОДТ қандай команда ёрдамида ечилади ?.
2. ОДТ да бошланғич ва чегара шартлар қандай команда ёрдамида ечилади ?.
3. dsolve командасида қандай параметр фундаментал ечимлар системасини аниқлаш учун хизмат қилади ?.
4. dsolve командасида қандай параметр ечимни қатор кўринишда олишга хизмат қилади ?.
5. ОДТ ечимини график усулда олиш учун дастлаб қандай командаларни киритиш керак ?.
6. dsolve командасида қандай параметр ечимни сонли усулда олиш учун хизмат қилади ?.
7. ОДТ ечимини бирор нуқтада қандай олиш мумкин ?.
8. dsolve командасида қандай параметр тақрибий ечимни график усулда чиқариш учун хизмат қилади ?.
9. ОДТ ечимни график усулда олиш учун қандай пакет хизмат қилади.
10. odeplot ва Deplot командаларининг фарқи нимада ? .
11. ОДТ лар системаси ечимиларининг фзовий портрети қандай ҳосил қилинади ?.

VII. Кўп ўзгарувчили функциянинг дифференциал ва интеграл ҳисоби

§7.1. Кўп ўзгарувчили функциянинг дифференциал ҳисоби

Кўп ўзгарувчили функциянинг дифференциал ва интеграл ҳисобида бир ўзгарувчили функциянинг дифференциал ва интеграл ҳисобидаги командаларга ўхшаш командалар билан иш олиб борилади, фақатгина командаларда бўшимча параметрлар берилади.

Хусусий ҳосилалар.

diff(f,x1$n1,x2$n2,…, xm$nm), бу ерда x1,…, xm –ўзгарувчилар, x_i\$$n_i$ - x_i - ўзгарувчи бўйича, n_i -ҳосилани билдиради. Масалан, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ҳосила diff(f,x,y)-кўринишда ёзилади.

Топшириқ 1.1.

1. $f = arctg(x/y), \partial f/\partial x = ?, \partial f/\partial y = ?$
2. $f = (x-y)/(x+y), \partial^{i+j} f/\partial x^i \partial y^j = ?, i+j=2$

§7.2. Кўп ўзгарувчили функциянинг интеграл ҳисоби

Maple да student пакетига қарашли икки ва уч каррали интегралларни ҳисоблайдиган махсус командалар бор:

Doubleint(f(x, y), D)- D соҳада икки каррали интегрални ҳисоблаш (инерт команда),

Tripleint(f(x, y, z),x, y, z, V)- V соҳада уч каррали интегрални ҳисоблаш (инерт команда).

D соҳа қуйидаги форматлардан бирида берилади:

а) x=x1..x2, y=y1..y2-тўртбурчак стандарт соҳа,

б) x=f1(y)..f2(y), y=y1..y2, бу ерда f1(y), f2(y) − соҳани чапдан ва ўнгдан чегараловчи чизиқлар,

в) x=x1..x2, y=g1(x)..g2(x) , бу ерда g1(y), g2(y) − соҳани юқоридан ва қуйидан чегараловчи чизиқлар.

Такрорий ингегрални ҳисоблаш учун int командаси кетма-кет ишлатилади: масалан, $\int_0^2 dy \int_0^1 x^2 y^3 dx$ интеграл қуйидагича ёзилади:

> int(int(x^2*y^3, x=0..1), y=0..2);   \\(4/3)

Мисоллар.

1. $\int_2^4 dy \int_0^y \frac{y^3}{x^2+y^2} dx \ (= \frac{14\pi}{3})$ интеграл ҳисоблансин.

> Int(Int(y^3/(x^2+y^2),x=0..y),y=2..4)=
int(int(y^3/(x^2+y^2), x=0..y),y=2..4);

2. $\iint_D \sin(x+2y(dxdy(=2/3), y=0, y=x, x+y=\pi/2$ интеграл ҳисоблансин.

Равшанки, $D=\{(x,y): y\le x\le \pi/2,-y, 0\le y\le \pi/2\}$. Шунинг учун,

> restart: with(student):

> J:=Doubleint(sin(x+2*y), x=y..Pi/2-y, y=0..Pi/2);\\ $J:=\int_0^{\pi/2}\int_y^{\pi/2-y}\sin(x+2y)dxdy$

> J:=value(%); \\ $J:=2/3$

3. $\int_{-1}^{1}dx\int_{x^2}^{1}dy\int_0^2(4+z)dz\,(=40/3)$ интеграл ҳисоблансин.

> J:=Tripleint(4+z, y=x^2..1,x=-1..1, z=0..2); \\ $J:=\int_0^2\int_{-1}^{1}\int_{x^2}^{1}(4+z)dxdydz$

> J:=value(%);

§7.3. Векторлар анализи

Векторлар анализининг асосий командалари linalg пакетида жойлашган.

grad(f,[x,y,z],c)- функция градиентини ҳислблаш: $\mathrm{gradf}(x, y, z)=(\frac{\partial f}{\partial x},\frac{\partial f}{\partial y},\frac{\partial f}{\partial z})$,

c=Ø (декарт координаталар системасида), c=coords=cylindrical, c=coords=spherical.

laplacian(f,[x,y,z],c)-Лаплас операторини ҳисоблаш, $\Delta f(x, y, z)=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$.

diverge(F,[x,y,z],c)-дивергенцияни ҳисоблаш, $\mathrm{divf}(x, y, z)=\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial z}$.

curl(F,[x,y,z],c)-роторни ҳисоблаш, $\mathrm{rotF}(x, y, z)=[(\frac{\partial F_z}{\partial y}-\frac{\partial F_y}{\partial z}),(\frac{\partial F_x}{\partial z}-\frac{\partial F_z}{\partial x}),(\frac{\partial F_y}{\partial y}-\frac{\partial F_x}{\partial y})]$

jacobian(F,[x,y,z])- якобианни ҳисоблаш,

$$J:=\begin{bmatrix}\frac{\partial F_x}{\partial x} & \frac{\partial F_y}{\partial x} & \frac{\partial F_z}{\partial x}\\ \frac{\partial F_x}{\partial y} & \frac{\partial F_y}{\partial y} & \frac{\partial F_z}{\partial y}\\ \frac{\partial F_x}{\partial z} & \frac{\partial F_y}{\partial z} & \frac{\partial F_z}{\partial z}\end{bmatrix}$$

Топширик 7.3.

1. $u=arctg(x/y), G=gradu(x,y)=?, \cos(Ox,G)=?, \cos(Oy,G)=?, \partial u/\partial q=?, q=[1,1]/$

> restart: with(linalg):

> u:=arctan(y/x): g:=simplify(grad(u, [x, y]));

> alpha:=simplify(angle(g, [1, 0]));

> beta:=simplify(angle(g, [0, 1]));

> simplify(cos(alpha)^2+cos(beta)^2);

> q:=vector([1,1]);e:=normalize(q);

> udq:=simplify(dotprod(g,e));

2. $F(x,y,z)=[x^2yz, xy^2z, xyz^2], divF=?, rotF=?$.

```
> F:=vector([x^2*y*z, x*y^2*z, x*y*z^2]);
> divF:=diverge(F, [x, y, z]);
> rotF:=curl(F, [x, y, z]);
```

3. $\Delta u = 0, u = x^3 + axy^2, a = ?$.

```
> u:=x^3+a*x*y^2:
> Delta(u):=laplacian(u, [x,y]);
> a=solve(%=0,a);
```

4. $u = (e^{-ir} + e^{ir})/r,\ r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},: \Delta u - k^2 = 0 = ?, k = const$.

```
> u:=(exp(-k*r)+exp(k*r))/r:
> Delta(u):=simplify(laplacian(u, [r, theta, i],
coords=spherical));
> simplify(%-k^2*u);
```

5. $v = [x, y/x]\ , J = Jacobian(v) = ?$

```
> v:=vector([x, y/x]): jacobian(v, [x, y]);
> det(%);
```

§7.4.Қаторлар ва кўпайтмалар

Sum(expr, n=a..b)- чекли ёки чексиз йиғинди $\sum_{n=a}^{b} S(n)$ ни ҳисоблаш (b=infinity),

Product(P(n),n=a..b)- чекли ёки чексиз кўпайтма $\prod_{n=a}^{b} S(n)$ ни ҳисоблаш.

1. Умумий ҳади $a_n = 1/((3n-2)(3n+1))$ бўлган қаторнинг хусусий ва тўлиқ йиғиндиси топилсин.

> restart: a[n]:=1/((3*n-2)*(3*n+1)); \\ $a_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$

> S[N]:=Sum(a[n], n=1..N)=sum(a[n], n=1..N);

$$\backslash\backslash S_N = \sum_{n-1}^{N} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = -\frac{1}{3}\frac{1}{3N+1} + \frac{1}{3}$$

> S:=limit(rhs(S[N]), N=+infinity); \\ $S := \frac{1}{3}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^2 x^n = ?$

> Sum((-1)^(n+1)*n^2*x^n, n=1..infinity)= sum((-1)^(n+1)*n^2*x^n, n=1..infinity); \\ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n^2 x^n = \frac{x(-x+1)}{(x+1)^3}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+x)^n}{(n+1)n!} = ?$

> Sum((1+x)^n/((n+1)*n!), n=0..infinity)= sum((1+x)^n/((n+1)*n!), n=0..infinity); \\ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+x)^n}{(n+1)n!} = \frac{e^{(x+1)}(1-e^{-x-1})}{x+1}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} C_n^4 (1-x)^4 = ?$

> Sum(binomial(n,4)*(1-x)^n, n=1..infinity)= sum(binomial(n,4)*(1-x)^n, n=1..infinity); \\ $\sum_{n=1}^{\infty} C_n^4 (1-x)^4 = \frac{(1-x)^4}{x^5}$

5. $\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3-1}{n^3+1} = ?$

> Product((n^3-1)/(n^3+1),n=2..infinity)= product((n^3-1)/(n^3+1), n=2..infinity); \\ $\prod_{n=2}^{\infty} \frac{n^3-1}{n^3+1} = \frac{2}{3}$

Функцияни даражали ва Тейлор қаторига ёйиш

series(f(x), x=a, n)- функцияни a нуқта атрофида қаторга ёйиш:

$$f(x) = C_0 + C_1(x-a) + ... + O((x-a)^n),$$

taylor(f(x), x=a, n)- функцияни a нуқта атрофида Тейлор қаторига ёйиш

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)/1! + ... + O((x-a)^n) ,$$

convert(%,polynom)-қаторни кўпҳад кўринишга ўгириш,
mtaylor(f(x), [x1,…,xn],n)- кўп ўзгарувчили функция f(x1,x2,…,xn) ни (a1,a2,…,an) нуқта атрофида Тейлор қаторига ёйиш.
readlib(mtaylor)- mtaylor(f(x), [x1,…,xn],n) командаси жойлашган библиотекага мурожжат қилиш.

Топшириқ 4.2.

1. $f(x)=e^{-x}\sqrt{x+1}, x=0$

> f(x)=series(exp(-x)*sqrt(x+1), x=0, 5);

\\ $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+\frac{13}{48}x^3-\frac{79}{384}x^4+O(x^5)$

2. Функция $erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt, x=0$ ва унинг Тейлор қаторига ёйилмаси графиклари битта расмда чизилсин.

taylor(erf(x),x,8): p:=convert(%,polynom);
> plot({erf(x),p},x=-2..2,thickness=[2,2],
linestyle=[1,3], color=[red,green]);

3. $f(x,y)=\sin(x^2+y^2),(x,y)=(0,0),$ функция Тейлор қаторига 6-даражагача ёйилсин.

> readlib(mtaylor): f=mtaylor(sin(x^2+y^2), [x=0,y=0], 7);

\\ $f(x,y)=x^2+y^2-\frac{1}{6}x^6-\frac{1}{2}y^2x^4-\frac{1}{2}y^4x^2-\frac{1}{6}y^6$.

§7.5.Интеграл алмаштиришлар

Maple да inttrans пакетида турли хил интеграл алмаштиришлар жойлашган.

№			
	тўғри Фурье алмаштириши	$F(k)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ikx}dx$	fourier(f(x),x,k)
	тескари Фурье алмаштириши	$f(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(k)e^{ikx}dx$	invfourier(F(k),k,x)
	тўғри синус Фурье алмаштириши	$F(k)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\sin(kx)dx$	fouriersin(f(x),x,k)
	тескари синус Фурье алмаштириши	$f(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} F(k)\sin(kx)dk$	fouriersin(F(k),k,x)
	тўғри косинус Фурье алмаштириши	$F(k)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cos(kx)dx$	fouriercos(f(x),x,k)
	тескари косинус Фурье алмаштириши	$f(x)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} F(k)\cos(kx)dk$	fouriercos(F(k),k,x)
	тўғри Лаплас алмаштириши	$F(p)=\int_{0}^{+\infty} f(x)e^{-px}dx$	laplace(f(x),x,p)
	тескари Лаплас алмаштириши	$f(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_{0}^{+\infty} F(p)e^{px}dp$	invlaplace(F(p),p,x)

Топширик 7.5.1.

1. $f(x)=e^{-a|x|}, a>0, F(f)(p)=?$

> restart:with(inttrans): assume(a>0):

> fourier(exp(-a*abs(x)),x,k); \\ $2\dfrac{a}{k^2+a^2}$.

2. $F(k)=\dfrac{1}{k^2-a^2}, a>0, F^{-1}(k)(t)=f(t)=?$

> invfourier(1/(k^2-a^2),k,x); \\

$$-\frac{1}{4}\frac{I(Heaviside(x)-Heaviside(-x))(-e^{Ia-x}+e^{-Ia-x})}{a}$$

$$Heaviside(x)=\begin{cases}1, x>0.\\ 0, x<0.\end{cases}$$

Тескари Фурье алмаштириши компактроқ бўлади:

> convert(%,trig); \\

$$-\frac{1}{2}\frac{I(Heaviside(x)-Heaviside(-x))\sin ax}{a}$$

3. $f(x)=e^{-ax}\sin bx, a>0, F_c(f)(p)=?, F_s(f)(p)=?$

> f:=exp(-a*x)*sin(b*x):

> fouriercos(f,x,k);

$$\frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}\frac{k+b}{a^2+(k+b)^2}+\frac{1}{2}\frac{b-k}{a^2+(b-k)^2}\right)}{\sqrt{\pi}}$$

> fouriersin(f,x,k);

$$\frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}a\left(\frac{1}{a^2+(b-k)^2}+\frac{1}{a^2+(b+k)^2}\right)}{\sqrt{\pi}}$$

Топширик 7. 5.2.

1. $f(x)=\cos axshbx$ Лаплас алмаштириши топилсин.

> restart:with(inttrans):

> F(p)=laplace(cos(a*x)*sinh(b*x), x, p);

$$F(p):=\frac{1}{2}\frac{p-b}{(p-b)^2+a^2}-\frac{1}{2}\frac{p+b}{(p+b)^2+a^2}$$

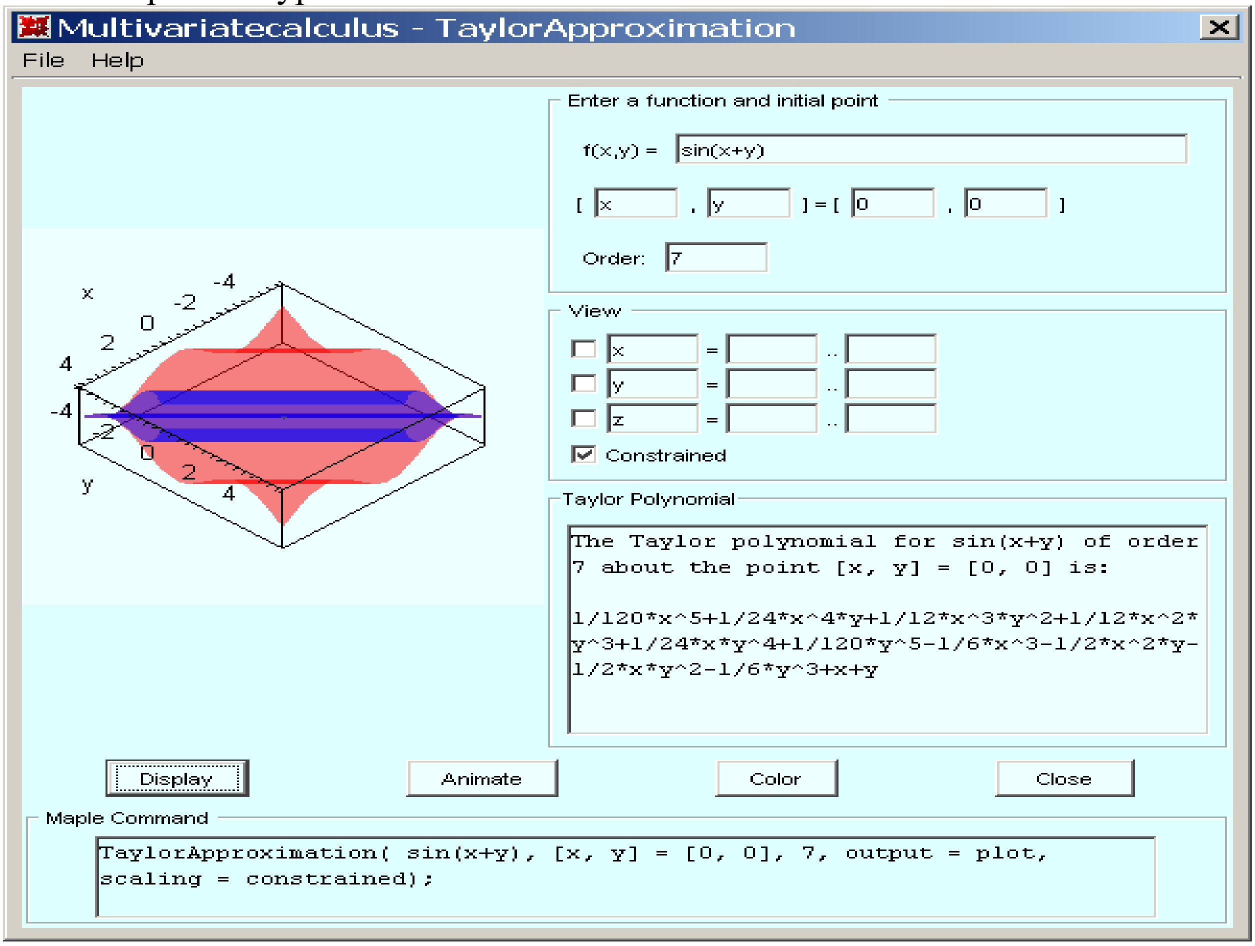
2. $F(p)=1/(p^2+2ap), a>0$-функция учун тескари Лаплас алмаштириши топилсин.

> assume(a>0): invlaplace(1/(p^2+2*a*p),p,x):

> combine(%,trig); \\ $\dfrac{1}{2}\dfrac{1-e^{-2a-x}}{a}$

§7.6.Интерактив усулда масалалар ечиш

Иловада интрактив усулда кўп ўзгарувчили функциялар учун бир канча масалалар ечиб кўрсатилган.



7.7. Топшириқлар

1. $f(x,y)=arcrg\frac{x+y}{1-xy}, \frac{\partial^{i+j}f}{\partial x^i \partial y^j}=?$.

2. $f(x,y,z)=y^2+4z^2-4yz-2xz-2xy\to extr$, $2x^2+3y^2+6z^2=1$

3. $f(x,y,z)=x+y+z\to\max$, $x+y\le 2, z\le 1$.

4. $\int\limits_0^{e-1}dx\int\limits_0^{e-x-1}dy\int\limits_e^{x+y+e}\frac{\ln(z-x-y)dz}{(x-e)(x+y-e)}=?$.

5. $f(x,y,z)=xy-z^2, gradf=?, l=(1,1)$.

6.

7. $u=\cos(ax+by-\omega t)$, a,b=? қандай ҳолда тенгламани қаноатлантиради:

$$\Delta u=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=?.$$

8. $\frac{1}{r}$ -Лаплас тенгламасини сферик , $\ln\frac{1}{r}$ -Лаплас тенгламасини цилиндрик координаталар системасида қаноатлантириши исботлансин.

9. $F=(r\cos\varphi\sin\theta, r\sin\varphi\sin\theta, r\cos\theta), dF=\left[\dfrac{\partial^{\alpha+\beta+\gamma}F}{\partial x^{\alpha}\partial y^{\beta}\partial z^{\gamma}}\right]=?$ Якоби матрицаси топилсин.

10. $\sum_{n=1}^{N}\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}=S_N=?$.

11. $\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)x^n=?$

12. $f(x)=\arcsin(x), f(x)=c_0+c_1x+....+c_8x^8+O(x^9)=?, x_0=0.$

13. $f(x,y)=arcrg\,\dfrac{x+y}{1-xy}=c_{00}+c_{10}x+c_{01}y+....+c_{60}x^6+...+c_{06}y^6+O(x^7+y^7)=?$

14. $f(x)=\begin{cases}6, 0<x<2,\\ 3x, 2\le x<4\end{cases}$ функцияни 4 давр билан [0,4] кесмада 6 та ҳадгача ёйинг. Битта графикда ҳам функциянинг, ҳам ёйилманинг графигини чизинг.

15. $f(x)=e^{-ax^2}, F(f)(p)=?$

16. $f(t)=\dfrac{\sin t}{t}, L(f)(p)=?$, $g(t)=\dfrac{1-\cos 2t}{t}e^{-3t}, L(g)(p)=?$

17.Образ берилган, оригнал топилсин. $F(p)=\dfrac{1}{(p-1)^2(p^2+1)}, f(x)=?$. Оригнал функция графиги ҳам чизилсин.

18. $f(x)=\int_0^{\infty}\dfrac{1-\cos xt}{x^2}dx, L(f)(p)=?$

Саволлар

1. Maple да хусусий ҳосилалар қанлай ҳисобланади ?
2. Икки ва уч каррали интеграллар Maple да қандай ҳисобланади ?
3. Пакет simplex нимага мўлжалланган. Оддий maximmize , minimize командаларининг simplex пакетининг шундай командаларидан фарқи нима?
4. Функция градиенти нима ва у Maple да қандай ҳисобланади ?
5. Функция дивергенцияси ва роторини қандай функциялар ҳисоблайди ?
6. Maple да йиғинди ва кўпайтма қандай ҳисобланади ?
7. Maple да қандай командалар функцияларни даражали қаторларга ёйади?
8. Maple да хос процедуралар қандай тузилади?
9. Maple да қандай интеграл алмаштиришларни ҳисоблаш мумкин?

VIII. Хусусий ҳосилали дифференциал тенгламани Maple да ечиш.

1. Чизиқли иккинчи тартибли ХҲДТ ларнинг умумий ечими. ХҲДТ тўғрисида асосий тушунчалар

№	Чизиқли 2-тартибли ХҲДТ	ХҲДТ кўриниши	Бошланғич шарт	Чегара шарт
1	Умумий кўриниш	$au_{xx}+2bu_{xy}+cu_{yy}+du_x+eu_y+f=g$	-	$u_{\vert\Gamma}=h(x,y)$ Соҳага қараб
2	Параболик дифференциал тенглама	$u_t=au_{xx}+f$	$u(x,0)=\varphi(x)$	$u(0,t)=g_1(t)$, $u(1,t)=g_2(t)$
3	Гиперболик дифференциал тенглама	$u_{tt}=au_{xx}+f$	$u(x,0)=\varphi(x)$ $u_t^1(x,0)=\phi(x)$	$u(0,t)=g_1(t)$, $u(1,t)=g_2(t)$
4	Эллиптик дифференциал тенглама	$u_{xx}+u_{yy}+du_x+eu_y+f=g$	-	$u_{\vert\Gamma}=h(x,y)$ Соҳага қараб

Параболик дифференциал тенгламанинг умумий ечимини топиш ($u=x^3t^2$)

```
> PDE1 := diff(u(x,t),t)-diff(u(x,t),x,x)-2*t*x^3+6*x*t^2=0;
```

$$PDE1 := \left(\frac{\partial}{\partial t}u(x,t)\right)-\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t)\right)-2\,t\,x^3+6\,x\,t^2=0$$

```
> pdsolve(PDE1,u);
```

$$(u(x,t)=\_F1(x)\,\_F2(t)+x^3\,t^2)\ \&where\left[\left\{\frac{d^2}{dx^2}\_F1(x)=\_c_1\,\_F1(x),\ \frac{d}{dt}\_F2(t)=\_c_1\,\_F2(t)\right\}\right]$$

Эллиптик дифференциал тенгламанинг умумий ечимини топиш ($u=x^3y^4$)

```
> pde2:=diff(u(x,y),x,x)+diff(u(x,y),y,y)-6*x*y^4-12*x^3*y^2=0;
```

$$pde2 := \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y)\right)+\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}u(x,y)\right)-6\,x\,y^4-12\,x^3\,y^2=0$$

```
> pdsolve(pde2,u);
```

$$u(x,y)=\_F1(y-I\,x)+\_F2(y+I\,x)+x^3\,y^4$$

Гиперболик дифференциал тенгламанинг умумий ечимини топиш ($u=x^3t^4$)

```
> pde3:=diff(W(x,t),t,t)-diff(W(x,t),x,x)+12*x^3*t^2-6*x*t^4=0;
```

$$pde3 := \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} W(x, t)\right) - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t)\right) - 6\, x\, t^4 + 12\, x^3\, t^2 = 0$$

```
> pdsolve(pde3,W);
```

$$W(x, t) = \_F1(x + t) + \_F2(t - x) - x^3\, t^4$$

2. ХҲДТ ларнинг график усулда ечиш

М1. Гиперболик дифференциал тенглама

а) Оддий гиперболик дифференциал тенгламани ечиш

```
> PDE := diff(u(x,t),t)=-diff(u(x,t),x);
```

$$PDE := \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{u}(x, t) = -\left(\frac{\partial}{\partial x} \mathrm{u}(x, t)\right)$$

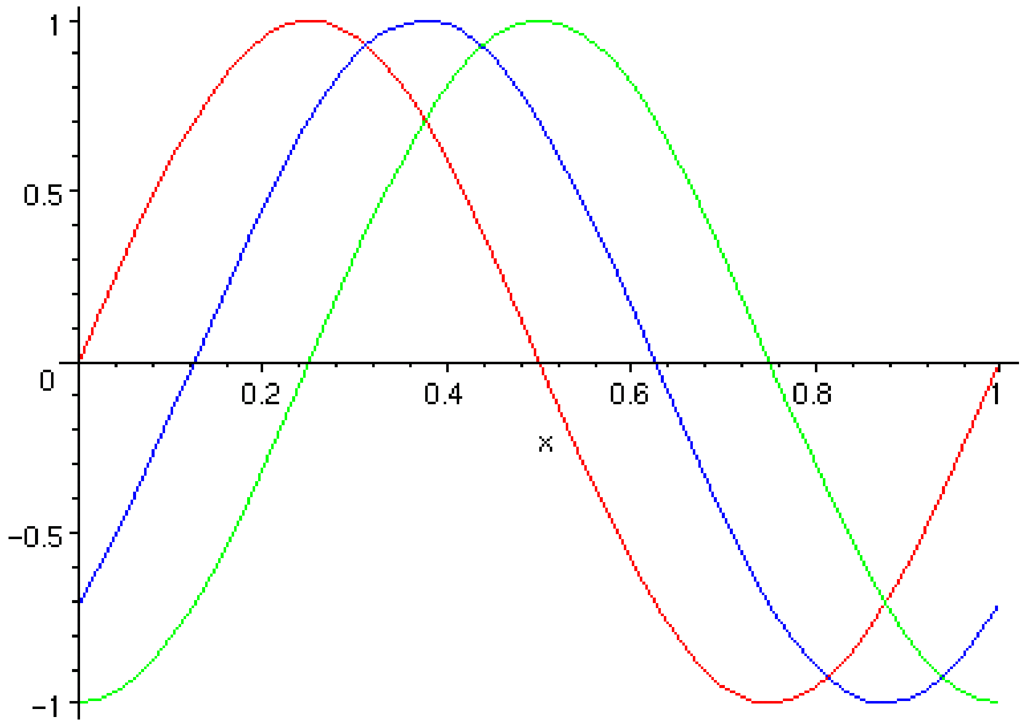
```
> IBC := {u(x,0)=sin(2*Pi*x),u(0,t)=-sin(2*Pi*t)};
```

$$IBC := \{ \mathrm{u}(x, 0) = \sin(2\,\pi\, x), \mathrm{u}(0, t) = -\sin(2\,\pi\, t) \}$$

```
> pds := pdsolve(PDE,IBC,numeric,time=t,range=0..1);
```

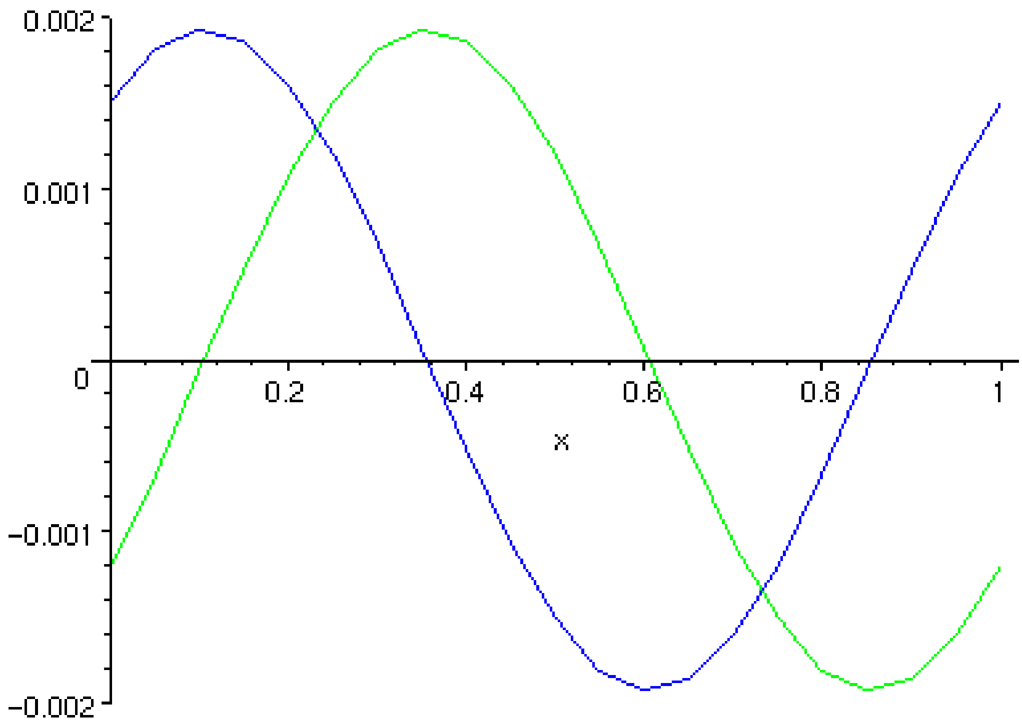
pds := **module** () **export** *plot*, *plot3d*, *animate*, *value*, *settings*; ... **end module**

```
> p1:=pds:-plot(t=0,numpoints=50):
p2:=pds:-plot(t=1/8,numpoints=50,color=blue):
p3:=pds:-plot(t=1/4,numpoints=50,color=green):
plots[display]({p1,p2,p3});
```



Хатоликнинг графиги(аниқ ечим маълум):

```
> esol := sin(2*Pi*(x-t));//аниқ ечим
p2:=pds:-plot(u-esol,t=1/8,numpoints=50,color=blue):
p3:=pds:-plot(u-esol,t=3/8,numpoints=50,color=green):
plots[display]({p2,p3});
```



2.Параболик тенглама

```
> PDE := diff(u(x,t),t)=1/10*diff(u(x,t),x,x);
```

$$PDE := \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{u}(x,t) = \frac{1}{10}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{u}(x,t)\right)$$

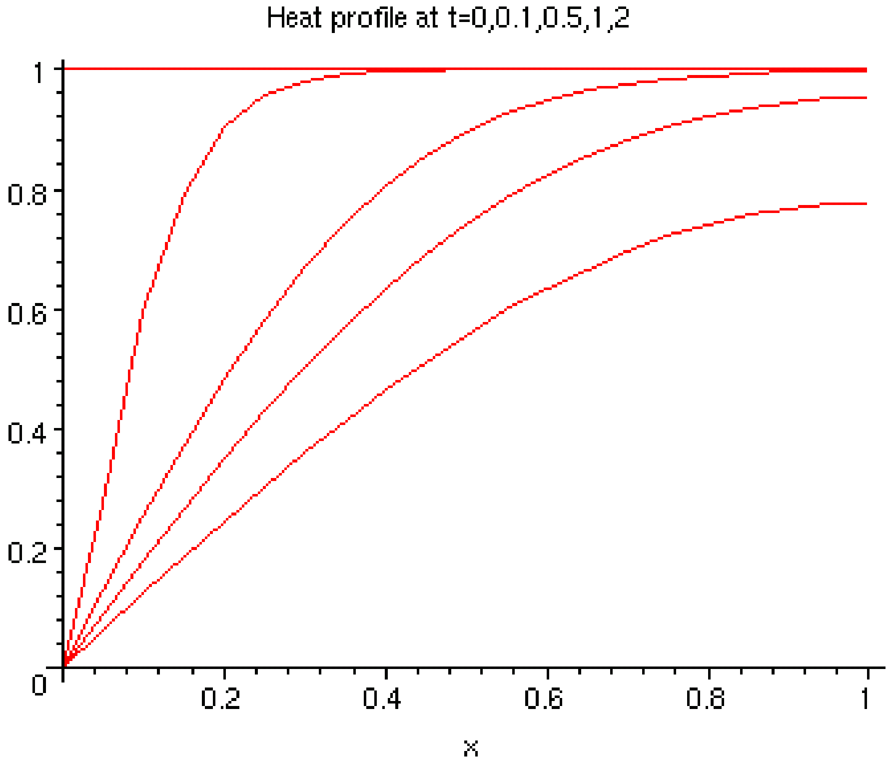
```
> IBC := {u(x,0)=1, u(0,t)=0, D[1](u)(1,t)=0};
```

$$IBC := \{\mathrm{u}(x,0)=1, \mathrm{u}(0,t)=0, \mathrm{D}_1(u)(1,t)=0\}$$

```
> pds := pdsolve(PDE,IBC,numeric);
```

pds := **module** () **export** *plot*, *plot3d*, *animate*, *value*, *settings*; ... **end module**

```
➢ p1 := pds:-plot(t=0):
➢ p2 := pds:-plot(t=1/10):
p3 := pds:-plot(t=1/2):
p4 := pds:-plot(t=1):
p5 := pds:-plot(t=2):
plots[display]({p1,p2,p3,p4,p5},
 title=`Heat profile at t=0,0.1,0.5,1,2`);
```




```
> pds:-value(t=1,output=listprocedure);
```

$[x = (\mathbf{proc}(x)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}),\ t = 1.,\ \mathrm{u}(x, t) = (\mathbf{proc}(x)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc})]$

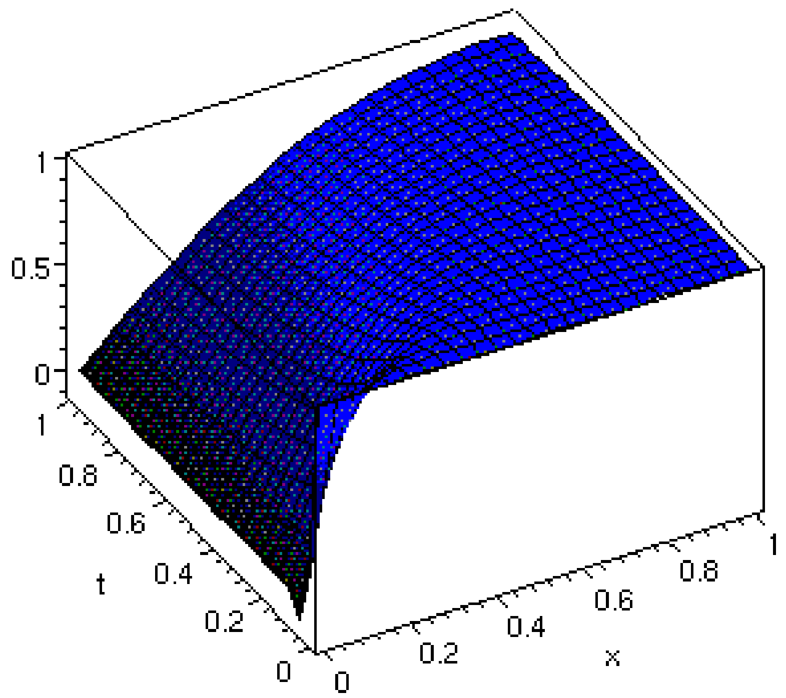
```
> uval := rhs(op(3,%));
```

$uval := \mathbf{proc}(x)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}$

```
> fsolve(uval(x)=1/2,x=0..1);
```

\\ 0.2978753742

```
> pds:-plot3d(t=0..1,x=0..1,axes=boxed,
orientation=[-120,40],  color=[0,0,u]);
```



8.3. Топшириқлар ва саволлар.

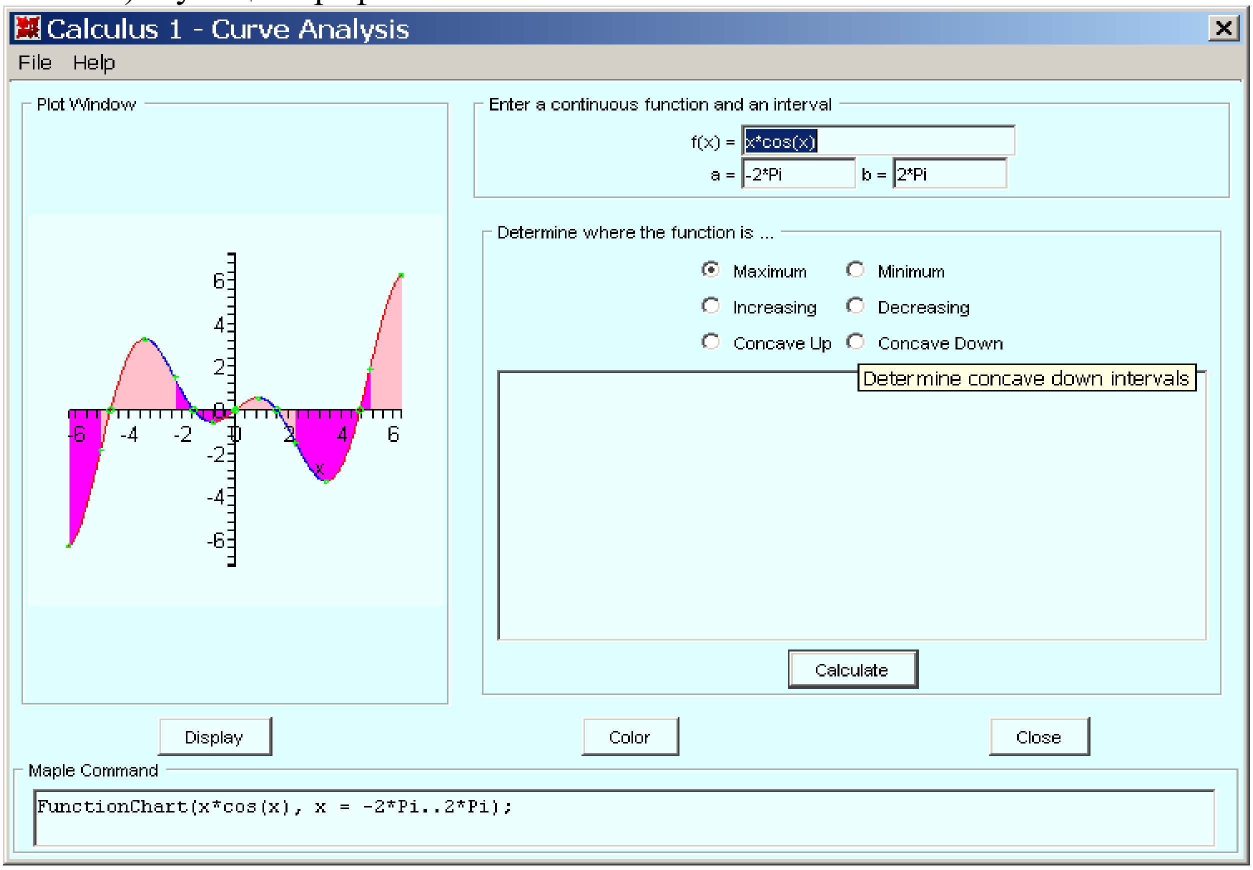
1. 2-тартибли ХҲДТ нинг каноник кўриниши қандай ?.
2. Параболик ДТ нинг каноник кўриниши ва асосий масалалар қандай қўйилади ?.
3. Гиперболик ДТ нинг каноник кўриниши ва асосий масалалар қандай қўйилади ?.
4. Эллиптик ДТ нинг каноник кўриниши ва асосий масалалар қандай қўйилади ?.
5. 2-тартибли ХҲДТ ларнинг асосий ечиш усулларини айтинг.
6. ХҲДТ ларнинг тақрибий ечишнинг чекли айирмалар усуллари нимадан иборат ?.

Дифференциал тенгламалар бўйича Maple дастурининг кенг қўлланилиши ушбу китобда берилган: Голоскоков Д.П. Уравнение математической физики. Учебник для вузов с применением системы Maple. –СПб.: Питер, 2004.

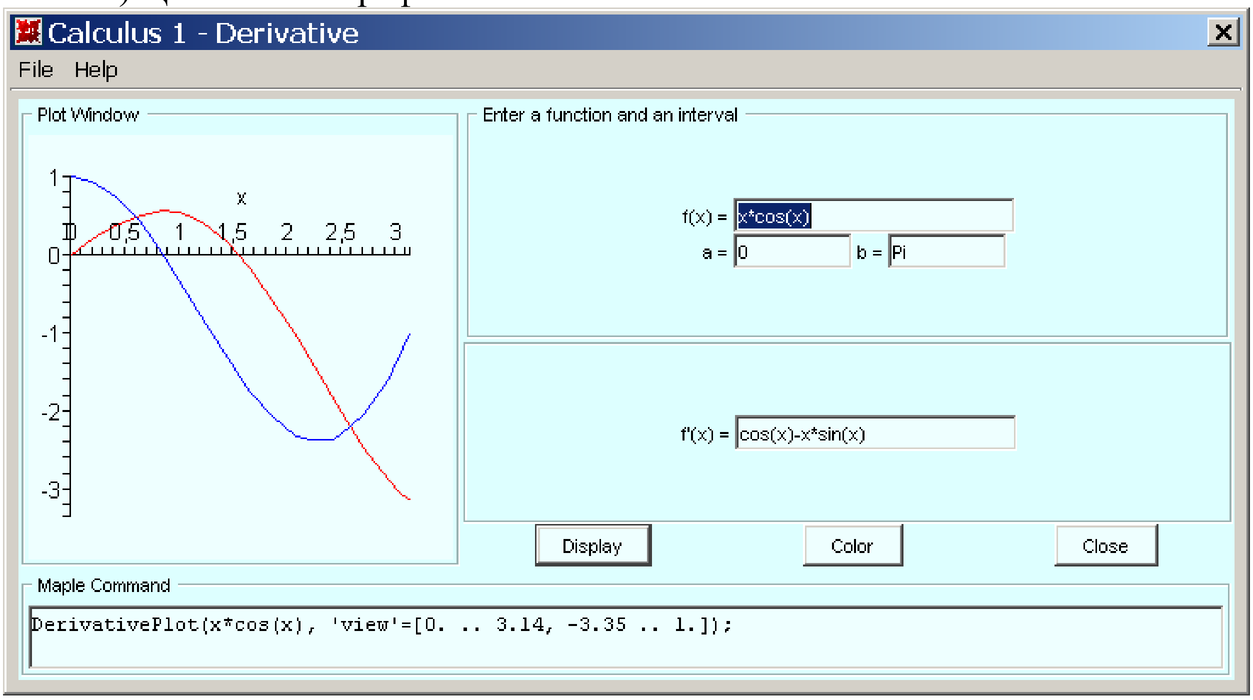
Иловалар. Maple ойнасида интерактив ҳисоблашларга мисоллар

I. Бир ўзгарувчили функция таҳлили

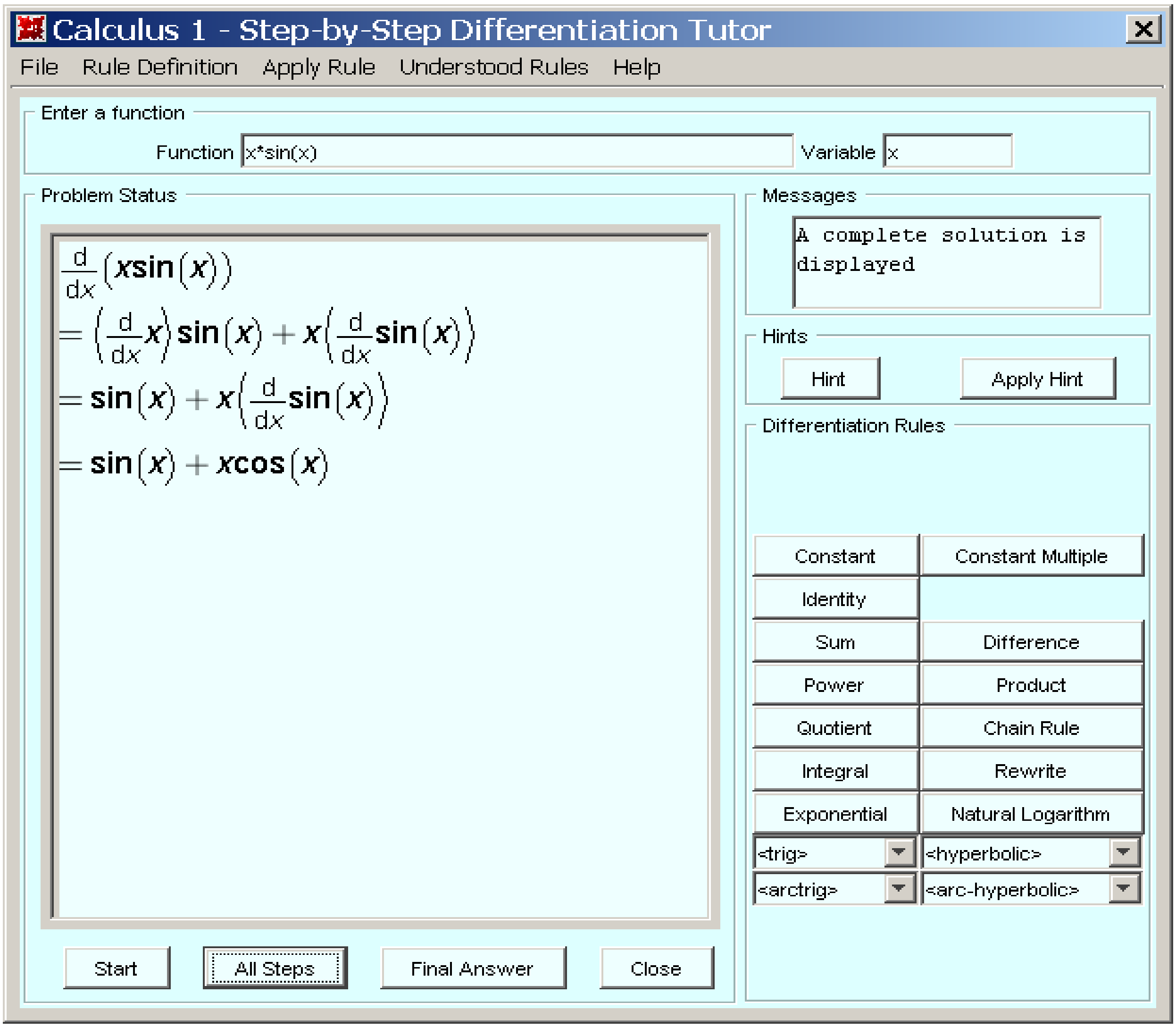
А) Функция графиги



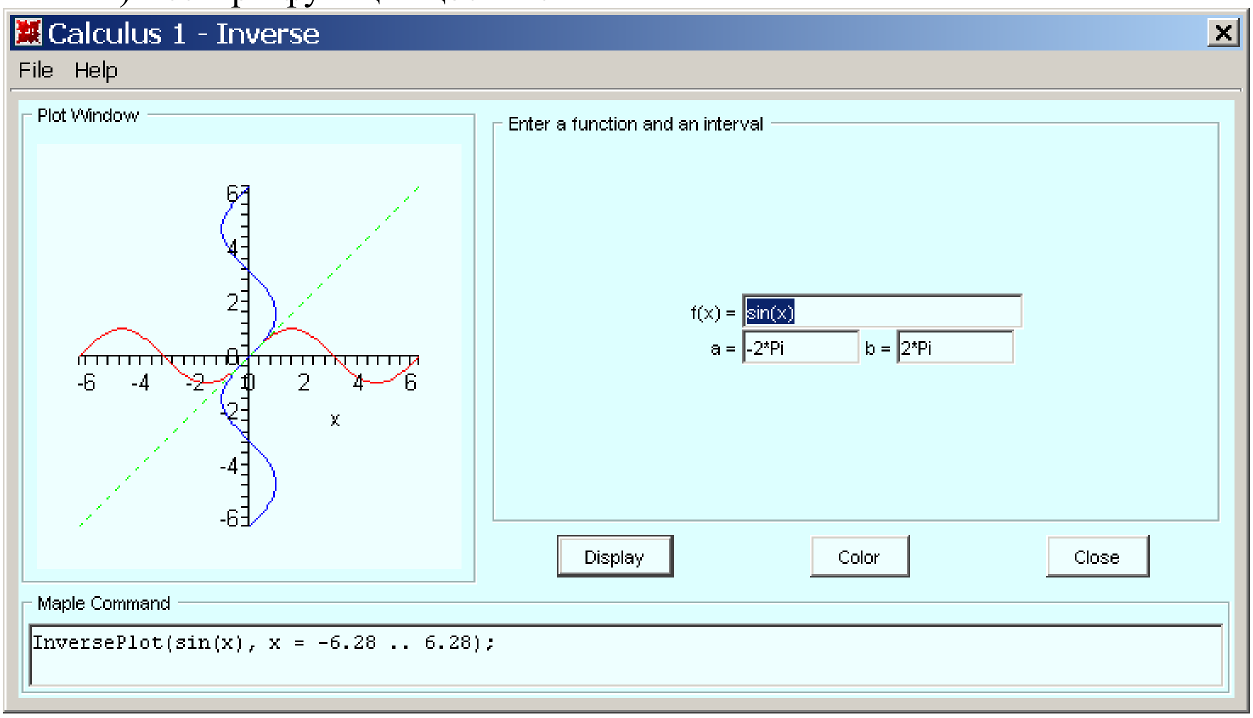
Б) Ҳосиланинг графиги



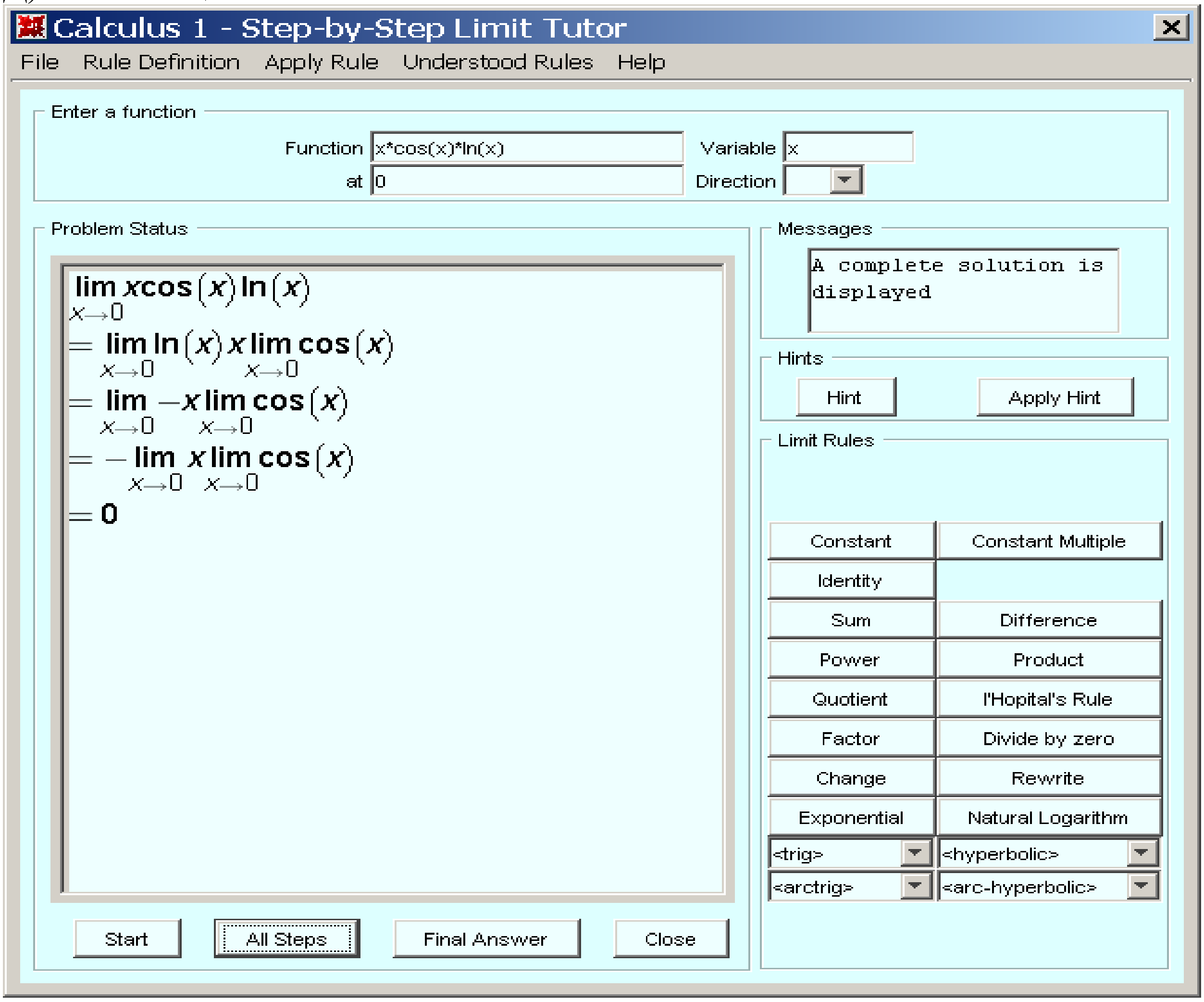
В) Ҳосила олиш қоидаси



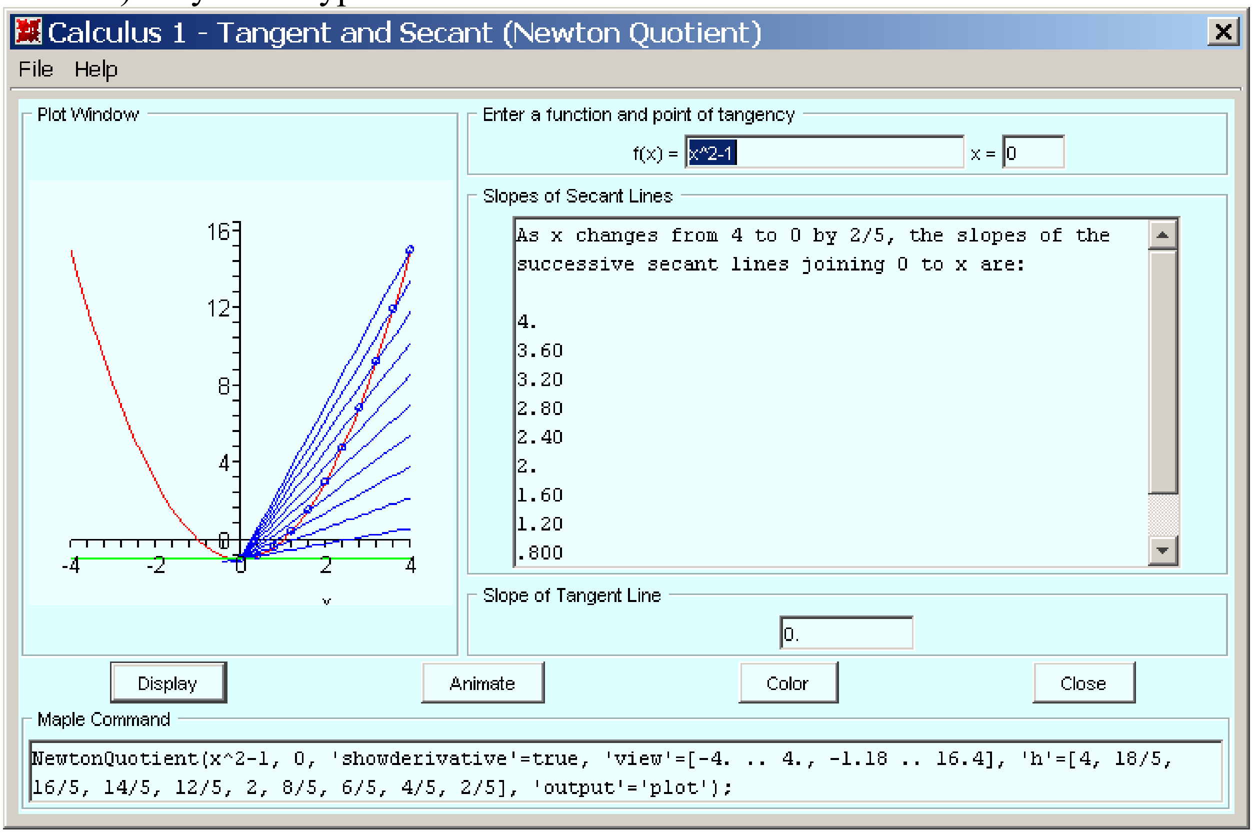
Г) Тескари функция ҳосиласи

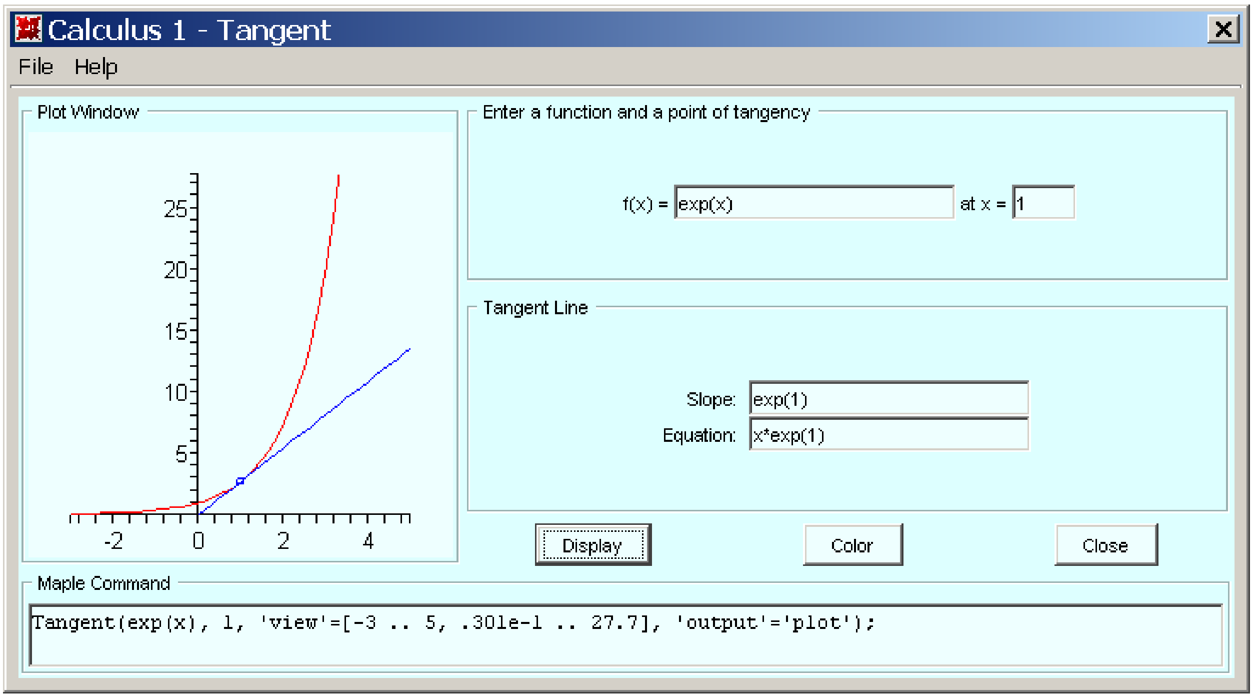


Д)Лимитни ҳисоблаш

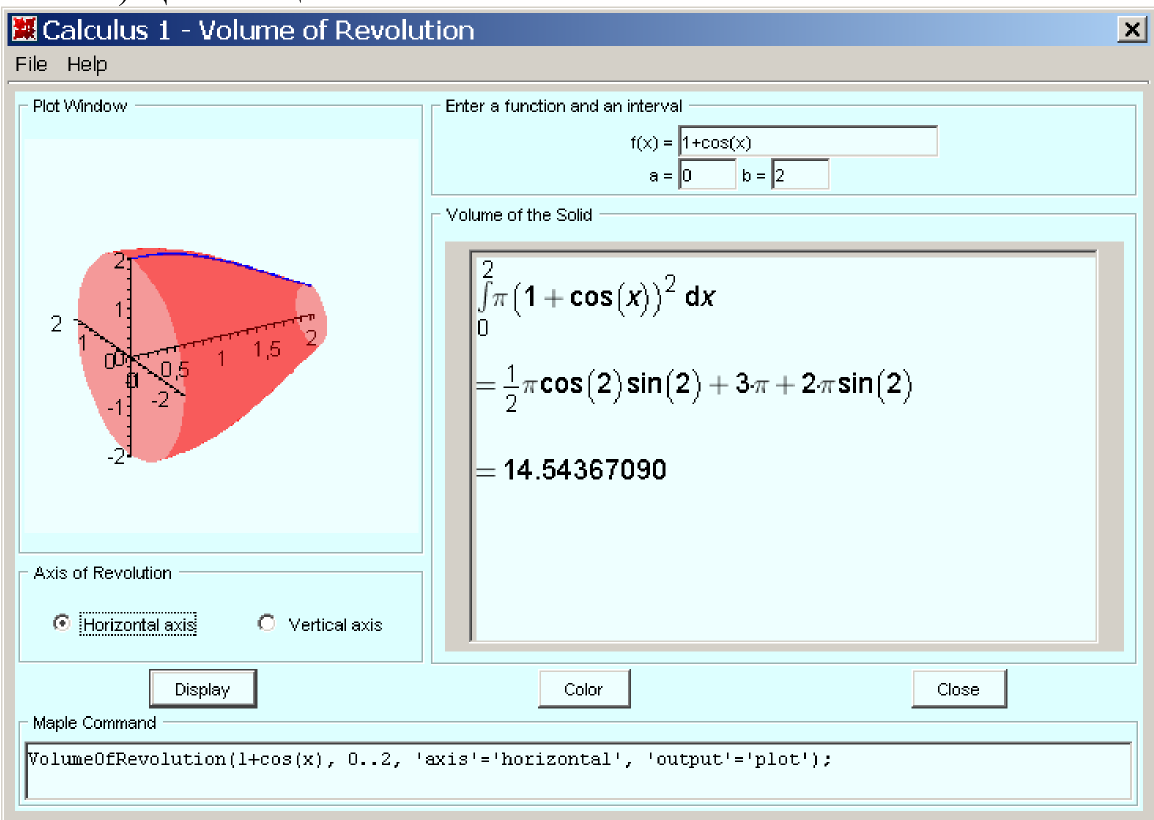


Е)Кесувчи ва уринма



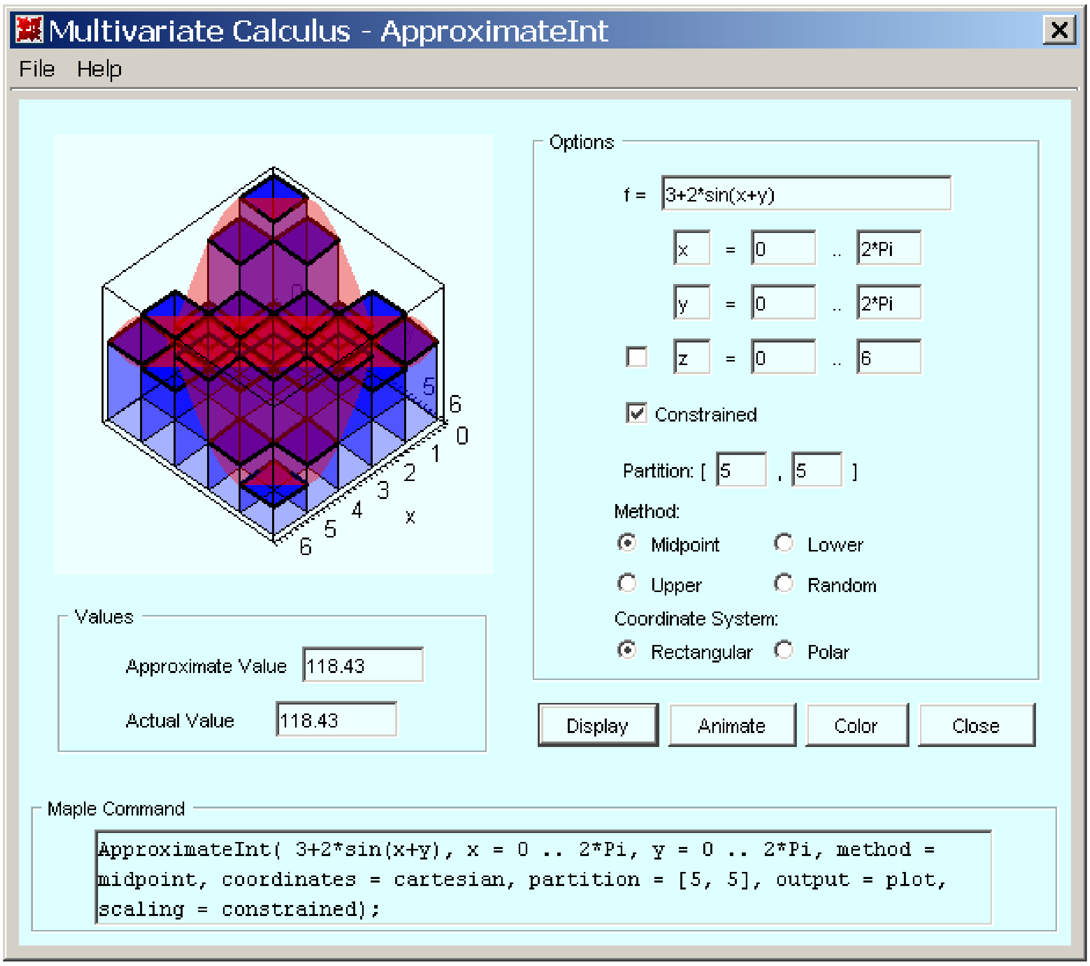


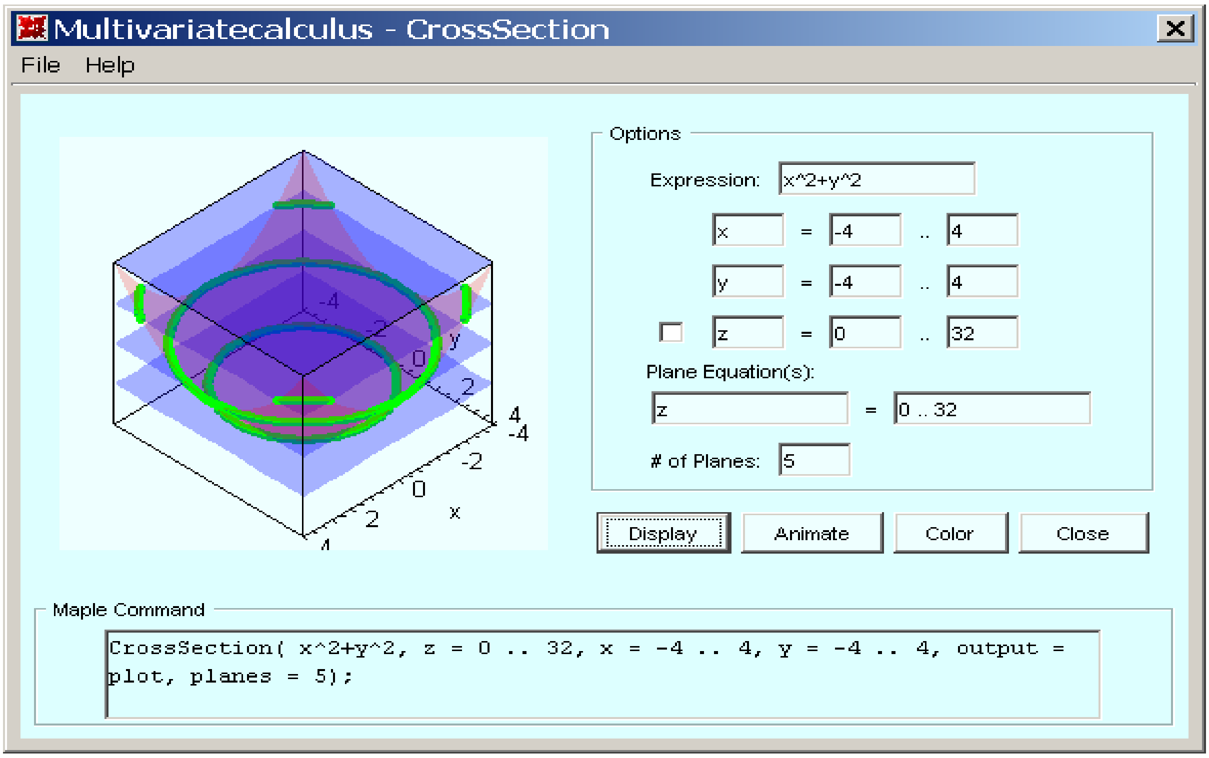
Ё) Ҳажмни ҳисоблаш



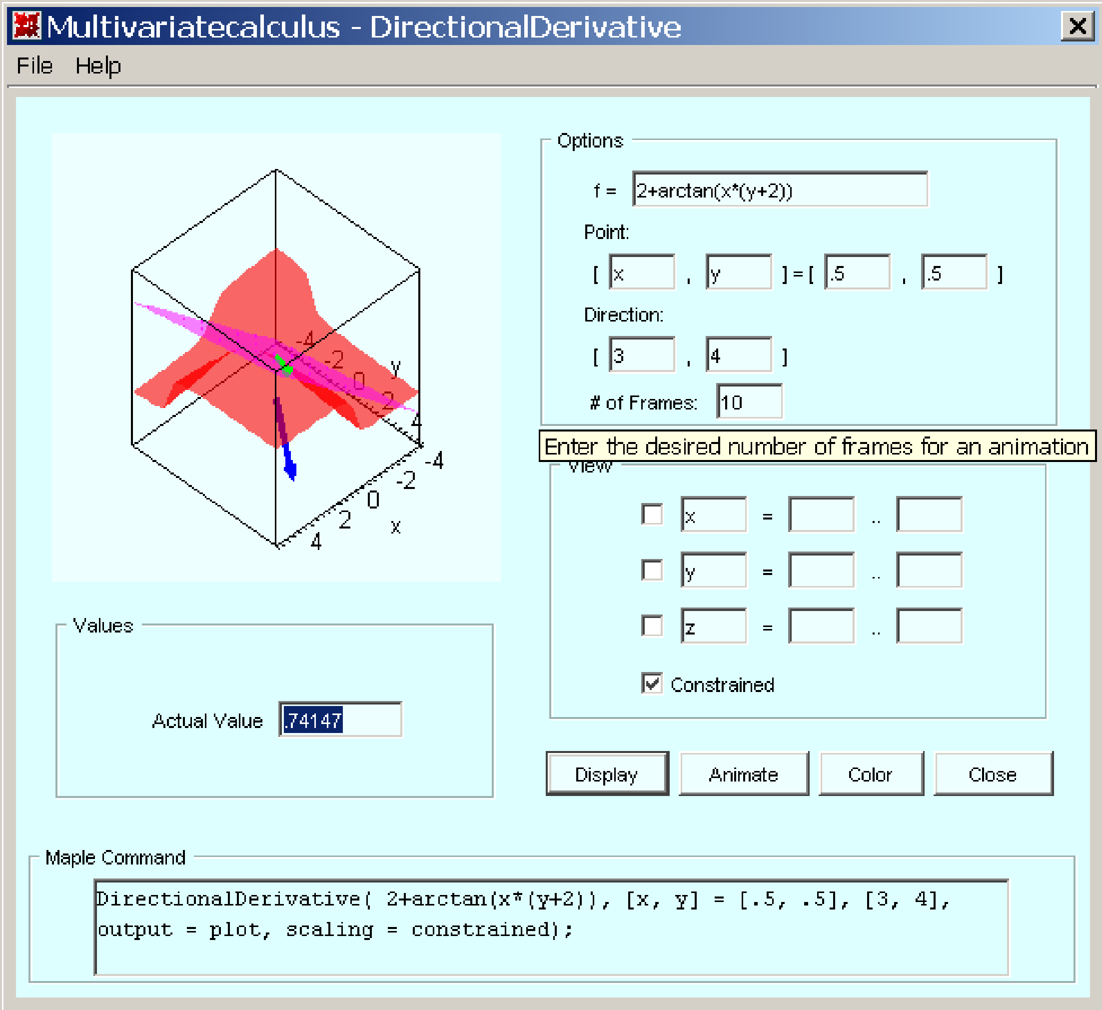
II. Кўп ўзгарувчили функция учун мисоллар

А)Сиртни аппроксимацияси

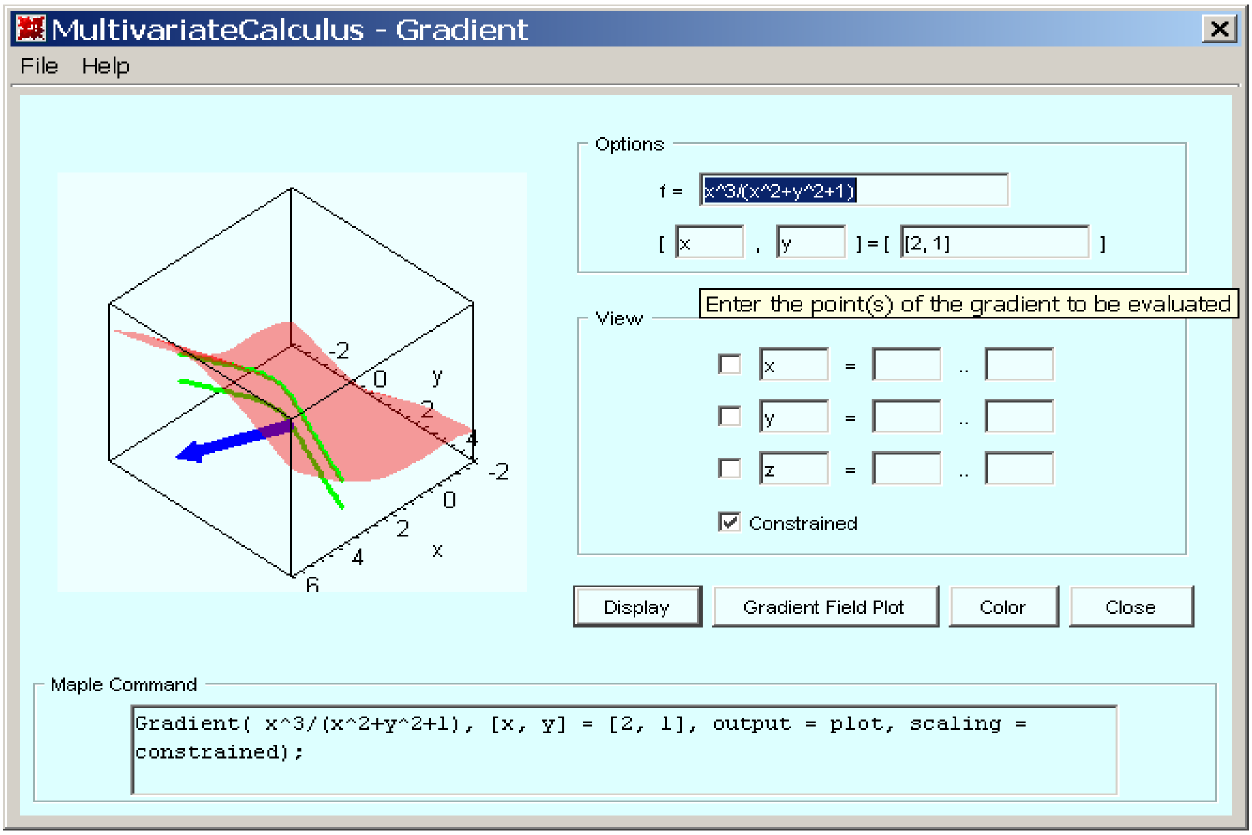




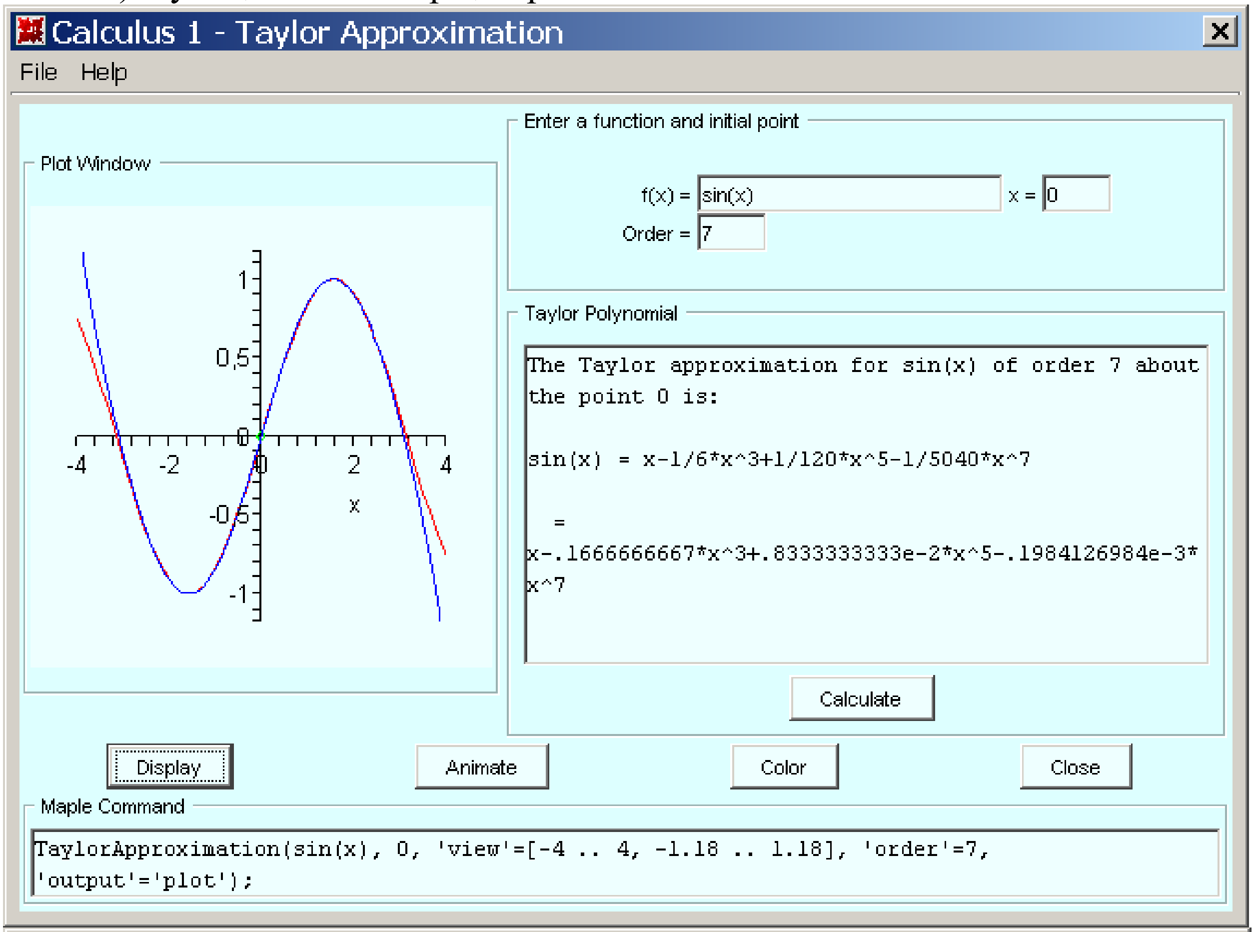
Б)Йўналиш бўйича ҳосила

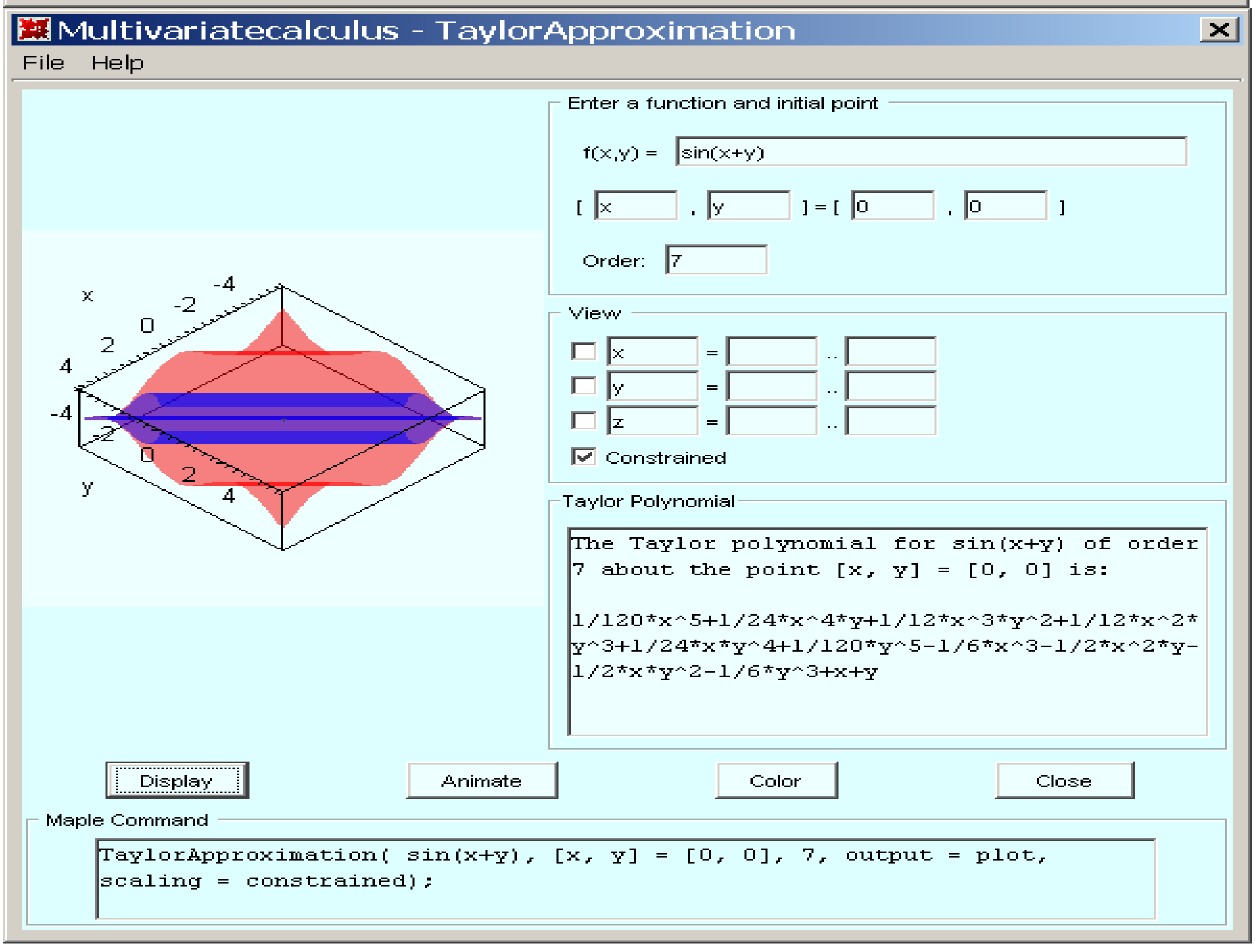

Multivariatecalculus - DirectionalDerivative
File Help
Options
f = 2+arctan(x*(y+2))
Point:
[x , y] = [.5 , .5]
Direction:
[3 , 4]
# of Frames: 10
Enter the desired number of frames for an animation
View
x = ..
y = ..
z = ..
Constrained
Values
Actual Value .74147
Display
Animate
Color
Close
Maple Command
DirectionalDerivative(2+arctan(x*(y+2)), [x, y] = [.5, .5], [3, 4], output = plot, scaling = constrained);

В)Градиент


MultivariateCalculus - Gradient
File Help
Options
f = x^3/(x^2+y^2+1)
[x , y] = [[2, 1]]
Enter the point(s) of the gradient to be evaluated
View
x = ..
y = ..
z = ..
Constrained
Display
Gradient Field Plot
Color
Close
Maple Command
Gradient(x^3/(x^2+y^2+1), [x, y] = [2, 1], output = plot, scaling = constrained);

Г) Функцияни Тейлор каторига ёйиш





Адабиётлар

1. Дьяконов В.П. Maple 6: учебный курс. СПб.: Питер, 2001.
2. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. М.: Солон, 1998.
3. Манзон Б.М. Maple V Power Edition. М.: Филинъ, 1998.
4. Говорухин В.Н., Цибулин В.Г. Введение в Maple V. Математический пакет для всех. М.: Мир, 1997.
5. Прохоров Г.В., Леденев М.А., Колбеев В.В. Пакет символьных вычислений Maple V. М.: Петит, 1997.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. М.: Наука. 1989.
7. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Наука. 1989.
8. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: Наука, 1989.
9. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1970.
10. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука. 1970.
11. Никольский С.М. Курс математического анализа (2 т.). М.: Наука. 1991.
12. B. W. Char. Maple Learning Guide. Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2003
13. Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г**.** Методы решения математических задач в *Maple*: Учебное пособие – Белгород: Изд. Белаудит, 2001. – 116 с.
14. Monagan M.B.Maple 7 programming guide . Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2001.
15.Голоскоков Д.П. Уравнение математической физики. Учебник для вузов с применением системы Maple. –СПб.: Питер, 2004.
16. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. М.: ВШ, 2002.
17. Mirzakarimov E.Sonli hisoblash usullari va dasturlash. Farg‘ona- Texnika-2009
18.Дадажонова Т.Символли ва сонли компьютер математикаси Maple. Фарғона, 2004.
19. Сдвижков О.А**.** Математика на компьютере: Maple 8.- М.: СОЛОН-Пресс, 2003.-176 с.
20. Алексеев Е.Р., Чеснокова Р.В. Решение задач ВМ в пакетах Mathcad 12, Matlab 7, Maple 9.-М.:НТ Пресс, 2006-496 с.

```
> with(linalg):
> f1:=unapply(x^2+y^2-1,x,y);
```

$$f1 := (x, y) \to x^2 + y^2 - 1$$

```
> f2:=unapply(x^2-y,x,y);
```

$$f2 := (x, y) \to x^2 - y$$

```
> f:=unapply(<<x^2+y^2-1>, <x^2-y>>,x,y);
```

$f := (x, y) \to rtable(1 .. 2, 1 .. 1, \{(1, 1) = x^2 + y^2 - 1, (2, 1) = x^2 - y\}, datatype = anything, subtype = Matrix,$
$storage = rectangular, order = Fortran\_order)$

```
> f(1,1);
```

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```
> J:=unapply(<<2*x |2*y>, <2*x | -1>>,x,y);
```

$J := (x, y) \to rtable(1 .. 2, 1 .. 2, \{(2, 2) = -1, (2, 1) = 2\,x, (1, 1) = 2\,x, (1, 2) = 2\,y\}, datatype = anything,$
$subtype = Matrix, storage = rectangular, order = Fortran\_order)$

```
> J(x,y);
```

$$\begin{bmatrix} 2\,x & 2\,y \\ 2\,x & -1 \end{bmatrix}$$

```
> G(-1):=inverse(J(x,y));
```

$$G(-1) := \begin{bmatrix} \frac{1}{2\,x\,(1+2\,y)} & \frac{y}{x\,(1+2\,y)} \\ \frac{1}{1+2\,y} & -\frac{1}{1+2\,y} \end{bmatrix}$$

```
> G:=unapply(<<1/x/(1+2*y)/2 | y/x/(1+2*y)>, <1/(1+2*y) |-
1/(1+2*y)>>,x,y);
```

$$G := (x, y) \to rtable\left(1 .. 2, 1 .. 2, \left\{(1, 2) = \frac{y}{x\,(1+2\,y)}, (1, 1) = \frac{1}{2\,x\,(1+2\,y)}, (2, 1) = \frac{1}{1+2\,y}, (2, 2) = -\frac{1}{1+2\,y}\right\}, datatype = anything, subtype = Matrix, storage = rectangular, order = Fortran\_order\right)$$

```
> G(x,y);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2\,x\,(1+2\,y)} & \frac{y}{x\,(1+2\,y)} \\ \frac{1}{1+2\,y} & -\frac{1}{1+2\,y} \end{bmatrix}$$

```
> G(1,1);
```

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} \end{bmatrix}$$