В. С. ВОЛЬКЕНШТЕЙН

СБОРНИК ЗАДАЧ по ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ

ФМ

В. С. ВОЛЬКЕНШТЕЙН

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ

ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР в качестве учебного пособия для высших технических учебных заведений

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА · 1962 · ЛЕНИНГРАД

Валентина Сергеевна Волькенштейн

Сборник задач по общему курсу физики

Л., Физматгиз, 1962 г., 455 стр. с илл.

Редактор *Л. И. Орлова*

Техн. редактор *А. А. Лукьянов* Корректор *И. Е. Пол*

Сдано в набор 10/VII 1962 г. Подписано к печати 19/IX 1962 г. Бумага 84 × 10
Физ. печ. л. 14,25+1 вклейка. Усл. печ. л. 23,67. Уч.-изд. л. 24,80. Тираж 100 000
1-й завод (1—50000). Т-10938. Цена книги 84 к. Заказ № 1671.

Государственное издательство физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Ленинградский Совет народного хозяйства. Управление полиграфической про
ленности. Типография № 1 „Печатный Двор“ имени А. М. Горького. Ленин
Гатчинская, 26.

СОДЕРЖАНИЕ

1*

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем издании „Сборник задач по общему курсу физики“ полностью переработан и дополнен. Это вызвано, во-первых, введением новой расширенной программы по физике для втузов и, во-вторых, утверждением ГОСТа 9867-61 „Международная система единиц“.

ГОСТ 9867-61 устанавливает Международную систему единиц как систему, предпочтительную во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании. ГОСТом допускается также применение системы СГС. Однако в настоящем издании, учитывая преимущества, связанные с применением единой системы, решение задач проводится, как правило, в Международной системе единиц. Для перехода от единиц других систем, а также внесистемных единиц к единицам Международной системы даны соответствующие таблицы.

Как и в первом издании, каждому параграфу предпослано краткое введение с указанием основных законов и формул, на основе которых решаются задачи данного параграфа. Последовательность расположения задач соответствует последовательности изложения материала в этих введениях. Все задачи имеют ответы, а наиболее трудные или требующие методических указаний снабжены решениями. В конце сборника помещены справочные данные, необходимые для решения задач.

О всех замеченных недостатках просьба сообщать по адресу: кафедра физики Ленинградского технологического института им. Ленсовета.

Автор

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Международная система единиц

Различные физические величины связаны между собой уравнениями, выражающими зависимость между этими величинами. Например, ускорение a, которое получает тело массы m, связано с силой F, действующей на это тело, уравнением

$$F = kma, \tag{1}$$

где k — численный коэффициент, зависящий от выбора единиц, в которых измерены F, m и a. Если единицы массы и ускорения нам известны, то мы можем выбрать единицу силы так, чтобы коэффициент k в уравнении (1) стал равен единице, т. е. чтобы уравнение (1) приняло вид

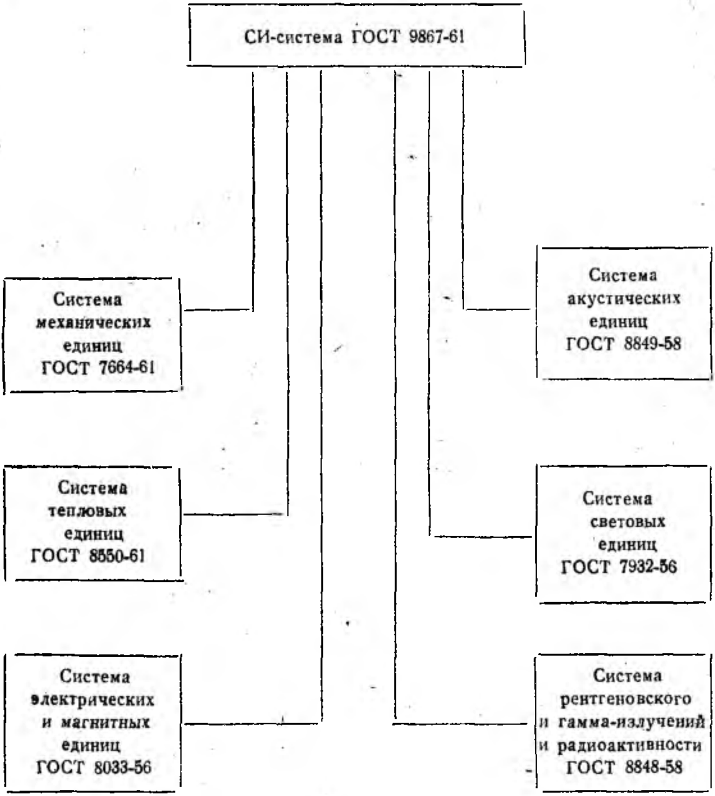
$$F = ma. \tag{2}$$

Для того чтобы уравнение (2) численно оправдывалось, за единицу силы мы должны взять такую силу, которая единице массы сообщает единицу ускорения.

Поступая так же со всякой вновь вводимой величиной, мы используем для установления измеряющей ее единицы формулу, служащую определением этой величины, и таким образом строим систему производных единиц.

Различные системы единиц отличаются друг от друга тем, какие единицы приняты за основные.

В настоящем „Сборнике задач" мы будем пользоваться Международной системой единиц, которая устанавливается ГОСТом 9867-61 как система, предпочтительная во всех областях науки, техники и народного хозяйства, а также при преподавании. Эта система обозначается символом *SI*, или в русском написании СИ, по начальным буквам слов The International System of Units. Международная система единиц включает в себя системы единиц, предназначенные для различных областей измерений:



Основными механическими единицами в этой системе являются метр (*м*), килограмм-масса (*кг*) и секунда (*сек*); к ним добавлены для различных отраслей измерений следующие основные единицы: для тепловых измерений — градус Кельвина, для электрических — ампер и для световых — свеча. Основные единицы Международной системы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
Длина	метр	*м*
Масса	килограмм	*кг*
Время	секунда	*сек*
Сила электрического тока	ампер	*а*
Термодинамическая температура	градус Кельвина	°K
Сила света	свеча	*св*

Международная система единиц включает две дополнительные единицы: для плоского угла и телесного угла (см. табл. 2).

Таблица 2

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
Плоский угол	радиан	*рад*
Телесный угол	стерадиан	*стер*

Таблица 3

Приставка	Числовое значение	Сокращенное обозначение
Пико	10^{-12}	*п*
Нано	10^{-9}	*н*
Микро	10^{-6}	*мк*
Милли	10^{-3}	*м*
Санти	10^{-2}	*с*
Деци	10^{-1}	*д*
Дека	10^{1}	*да*
Гекто	10^{2}	*г*
Кило	10^{3}	*к*
Мега	10^{6}	*М*
Гига	10^{9}	*Г*
Тера	10^{12}	*Т*

Производные единицы Международной системы единиц образуются из основных так, как это было указано выше. Таблицы производных единиц даны в соответствующих разделах „Сборника задач“: единицы механических величин — в гл. I, единицы тепловых величин — в гл. II, единицы электрических и магнитных величин — в гл. III и т. д. Там же даны таблицы, устанавливающие соотношения между единицами Международной системы и единицами других систем и внесистемными единицами.

В табл. 3 в соответствии с ГОСТом 7663-55 приведено образование кратных и дольных единиц Международной системы.

§ 2. О размерности физических величин

Зависимость той или иной физической величины от величин, положенных в основу системы, называется размерностью этой величины.

Если основными единицами являются какие-либо единицы длины, массы и времени, то формула размерности некоторой физической величины x в этой системе единиц имеет вид

$$[x]=L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}.$$

Чтобы найти размерность физической величины, нужно определить численное значение показателей α, β, γ.

Пример. Найти размерность работы.

Исходя из соотношения $A=Fl$, получим

$$[A]=ML^{2}T^{-2}.$$

Обе части всякого физического уравнения должны иметь одинаковую размерность.

Пример. Гидростатическое давление p столба жидкости определяется формулой

$$p=h\rho g, \tag{3}$$

где h — высота столба жидкости, ρ — плотность жидкости и g — ускорение силы тяжести.

Найдем в отдельности размерность входящих в формулу (3) величин:

$$[p]=ML^{-1}T^{-2},\quad [h]=L,\quad [\rho]=ML^{-3},\quad [g]=LT^{-2}.$$

Подставляя их в формулу (3), будем иметь

$$ML^{-1}T^{-2} = LML^{-3}LT^{-2} = ML^{-1}T^{-2},$$

т. е. мы получим, как это и следовало ожидать, тождество.

§ 3. Методические указания к решению задач

При решении задач по физике необходимо прежде всего установить, какие физические закономерности лежат в основе данной задачи; затем из формул, выражающих эти закономерности, найти решение задачи в алгебраическом виде. После этого можно перейти к подстановке численных данных, выраженных обязательно в одной и той же системе единиц. Решение задач будет, как правило, проводиться в Международной системе единиц (СИ-системе). Наряду с единицами Международной системы, широкое распространение на практике и в литературе имеют единицы других систем, а также внесистемные единицы, поэтому в условиях задач численные данные приведены не всегда в единицах СИ-системы. Соотношения между единицами Международной системы, внесистемными единицами и единицами других систем даны в табл. 5, 9, 13 и 16.

Для решения задачи в СИ-системе все данные, приведенные в условии задачи, а также взятые из справочных таблиц, должны быть переведены в единицы СИ-системы. При этом и ответ, естественно, получится в единицах этой же системы, его затем можно перевести из единиц СИ-системы в единицы других систем или во внесистемные единицы.

Иногда нет необходимости все данные выражать в одной и той же системе. Так, например, если в формуле какая-либо физическая величина входит и в числитель, и в знаменатель, то, очевидно, безразлично, в каких единицах измерять эту величину; необходимо только, чтобы единицы были одной системы (см. задачу 2 на стр. 18).

При получении численного ответа нужно обращать внимание на степень точности окончательного результата. Точность ответа не должна превышать точности, с которой даны исходные величины. Большинство задач достаточно решать с точностью, которую дает логарифмическая линейка. В отдельных случаях следует пользоваться четырехзначными таблицами логарифмов. У численного ответа сразу же, как только вместо буквенных обозначений подставляются числа, нужно писать наименование.

В тех задачах, где требуется начертить график, следует целесообразно выбрать масштаб и начало координат. На графике обязательно указать масштаб. В ответах к таким задачам приводится только качественный характер искомой зависимости.

ЗАДАЧИ

ГЛАВА I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Механические единицы

Составной частью Международной системы единиц является система МКС, предназначенная для измерений механических величин (ГОСТ 7664-61). Основными единицами системы МКС являются метр (*м*), килограмм (*кг*) и секунда (*сек*).

Производные единицы этой системы образуются из основных единиц на основании связи между физическими величинами. Так, например, единица скорости определится из соотношения

$$v = \frac{l}{t},$$

так как единицей длины является метр, а единицей времени — секунда, то единицей скорости в системе МКС будет 1 *м/сек*. Очевидно, единицей ускорения будет 1 *м/сек*^{2}.

Установим единицу силы. По второму закону Ньютона

$$F = ma.$$

За единицу массы принят 1 *кг*, за единицу ускорения 1 *м/сек*^{2}, следовательно, в системе МКС за единицу силы мы должны взять такую силу, под действием которой тело с массой в 1 *кг* получает ускорение в 1 *м/сек*^{2}. Такая единица силы называется ньютоном (*н*):

$$1\ н = 1\ кг \cdot 1\ м/сек^2.$$

Остановимся на связи между весом и массой тела. Весом P тела называется сила, с которой тело притягивается Землей, т. е. та сила, которая сообщает телу ускорение $g = 9{,}81$ *м/сек*^{2}; таким образом,

$$P = mg.$$

Вес тела, как и любую силу в системе МКС, нужно измерять в ньютонах. Иногда вес тела измеряют в килограммах. Но следует твердо помнить, что единица веса (килограмм) не является единицей системы МКС. Для избежания путаницы эти две единицы совершенно различных физических величин — массы и веса — мы будем обозначать различными сокращениями: единицу массы в 1 килограмм будем обозначать *кг*, а единицу веса (силы) в 1 килограмм будем обозначать *кГ*. Найдем соотношение между килограммом веса и ньютоном. Весом в 1 *кГ* называется вес тела, масса которого равна 1 *кг*, т. е.

$$1\ кГ = 1\ кг \cdot 9{,}81\ м/сек^2.$$

С другой стороны,

$$1\ н = 1\ кг \cdot 1\ м/сек^2.$$

Отсюда видно, что

$$1\ кГ = 9{,}81\ н.$$

Из определения килограмма веса следует, что численное значение веса тела, выраженного в килограммах веса (*кГ*), равно численному значению массы этого тела, выраженной в килограммах массы (*кг*). Например, если масса тела равна 2 *кг*, то вес его равен 2 *кГ*; вес тела, полученный в килограммах, надо далее перевести в ньютоны.

Пример. Масса тела равна 4 *кг*. Найти вес тела в *кГ* и в *н*. Ответ: $P = 4$ *кГ* (не в системе МКС) и $P = 4 \cdot 9{,}81$ *н* (в системе МКС).

Единица работы определяется из соотношения

$$A = Fl.$$

За единицу работы надо, очевидно, взять такую работу, которую совершает сила в 1 *н* на пути в 1 *м*. Эта единица силы называется джоулем (*дж*):

$$1\ дж = 1\ н \cdot 1\ м.$$

Мощность определяется формулой

$$N = \frac{A}{t}.$$

Следовательно, за единицу мощности в системе МКС надо принять мощность механизма, совершающего работу в 1 *дж* за 1 *сек*. Эта единица мощности называется ваттом (*вт*).

Таким же способом можно определить производную единицу любой физической величины в системе МКС.

В табл. 4 в соответствии с ГОСТом 7664-61 даны основные и важнейшие производные единицы для измерения механических величин в системе МКС.

Таблица 4

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
	Основные единицы	
Длина	метр	*м*
Масса	килограмм	*кг*
Время	секунда	*сек*
	Производные единицы	
Площадь	квадратный метр	*м*^{2}
Объем	кубический метр	*м*^{3}
Частота	герц	*гц*
Плотность	килограмм на кубический метр	*кг/м*^{3}
Скорость	метр в секунду	*м/сек*
Угловая скорость	радиан в секунду	*рад/сек*
Ускорение	метр на секунду в квадрате	*м/сек*^{2}
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	*рад/сек*^{2}
Сила	ньютон	*н*
Давление	ньютон на квадратный метр	*н/м*^{2}
Удельный вес	ньютон на кубический метр	*н/м*^{3}
Динамическая вязкость	ньютон-секунда на квадратный метр	$\frac{н \cdot сек}{м^2}$
Кинематическая вязкость	квадратный метр на секунду	*м*^{2}*/сек*
Работа, энергия, количество теплоты	джоуль	*дж*
Мощность	ватт	*вт*
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	*кг* · *м*^{2}

В табл. 5 даны соотношения между некоторыми механическими единицами Международной системы и допускаемыми ГОСТом 7664-61 единицами других систем и внесистемными единицами.

Таблица !

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение	Размер единицы в единицах СИ-системы
Длина	сантиметр	*см*	10^{-2} *м*
Длина	микрон	*мк*	10^{-6} *м*
Длина	ангстрем	Å	10^{-10} *м*
Масса	грамм	*г*	10^{-3} *кг*
Масса	тонна	*т*	10^{3} *кг*
Масса	центнер	*ц*	10^{2} *кг*
Масса	карат	—	$2 \cdot 10^{-4}$ *кг*
Время	час	*ч*	3600 *сек*
Время	минута	*мин*	60 *сек*
Плоский угол	градус	°	$\frac{\pi}{180}$ *рад*
Плоский угол	минута	′	$\frac{\pi}{108} \cdot 10^{-2}$ *рад*
Плоский угол	секунда	″	$\frac{\pi}{648} \cdot 10^{-3}$ *рад*
Площадь	квадратный сантиметр	*см*^{2}	10^{-4} *м*^{2}
Площадь	ар	*а*	100 *м*^{2}
Площадь	гектар	*га*	10^4 *м*^{2}
Объем	кубический сантиметр	*см*^{3}	10^{-6} *м*^{3}
Объем	литр	*л*	10^{-3} *м*^{3}
Сила	дина	*дин*	10^{-5} *н*
Сила	килограмм (сила)	*кГ*	9,81 *н*
Сила	тонна (сила)	*Т*	$9{,}81 \cdot 10^3$ *н*
Давление	дина на квадратный сантиметр	*дин/см*^{2}	0,1 *н/м*^{2}
Давление	килограмм (сила) на квадратный метр	*кГ/м*^{2}	9,81 *н/м*^{2}
Давление	бар	*бар*	10^5 *н/м*^{2}
Давление	миллиметр ртутного столба	*мм* рт. ст.	133,3 *н/м*^{2}
Давление	миллиметр водяного столба	*мм* вод. ст.	9,81 *н/м*^{2}
Давление	техническая атмосфера	*ат* или *кГ/см*^{2}	$0{,}981 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}
Давление	физическая атмосфера	*атм**)	$1{,}013 \cdot 10^5$ *н/м*^{2} (760 *мм* рт. ст.)

*) Внесистемная единица „физическая атмосфера“ в ГОСТ 7664-61 отсутствует.

Продолжение табл. 5

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение	Размер единицы в единицах СИ-системы
Работа, энергия	эрг	*эрг*	10^{-7} *дж*
Работа, энергия	килограмм (сила)-метр	*кГм*	9,81 *дж*
Работа, энергия	ватт-час	*вт · ч*	$3{,}6 \cdot 10^{3}$ *дж*
Работа, энергия	электрон-вольт	*эв*	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *дж*
Количество теплоты	калория	*кал*	4,19 *дж*
Количество теплоты	килокалория	*ккал*	$4{,}19 \cdot 10^{3}$ *дж*
Мощность	эрг в секунду	*эрг/сек*	10^{-7} *вт*
Мощность	килограмм (сила)-метр в секунду	*кГм/сек*	9,81 *вт*
Мощность	лошадиная сила	*л. с.*	736 *вт* (75 *кГм/сек*)

Примеры решения задач

Задача 1. Камень весом в 1,05 *кГ*, скользящий по поверхности льда со скоростью 2,44 *м/сек*, под действием силы трения останавливается через 10 *сек*. Найти величину силы трения, считая ее постоянной.

Решение. По второму закону Ньютона имеем

$$F\Delta t = mv_2 - mv_1,$$

где F — сила трения, под действием которой скорость тела массой m за время Δt меняется от v_1 до v_2. В нашем случае $v_2 = 0$ и тогда

$$F = -\frac{mv_1}{\Delta t}.$$

Знак „минус" указывает, что направление силы трения F противоположно направлению скорости v_1.

В системе МКС $m = 1{,}05$ *кг*, $v_1 = 2{,}44$ *м/сек* и $\Delta t = 10$ *сек*. Тогда

$$F = -\frac{1{,}05 \cdot 2{,}44}{10}\ н = -0.256$$

Так как исходные данные взяты с точностью до третьей значащей цифры, то и ответ задачи надо вычислять с такой же точностью, т. е. для расчета можно пользоваться обычной логарифмической линейкой.

Пользуясь *табл.* 5, мы можем полученный ответ выразить в других единицах:

$$|F| = 0{,}256\ \textit{н} = 2{,}56 \cdot 10^4\ \textit{дин} = 0{,}0261\ \textit{кГ}.$$

Задача 2. Человек и тележка движутся навстречу друг другу. Вес человека 64 *кГ*, вес тележки 32 *кГ*. Скорость человека 5,4 *км/ч*, скорость тележки 1,8 *км/ч*. Человек прыгает на тележку и останавливается. Определить скорость тележки вместе с человеком.

Решение. По закону сохранения количества движения

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, v, \tag{1}$$

где m_1 — масса человека, v_1 — его скорость до прыжка, m_2 — масса тележки, v_2 — ее скорость до прыжка человека, v — общая скорость тележки и человека после прыжка человека на тележку. Из (1) имеем

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \tag{2}$$

Отметим, что вследствие однородности формулы (2) безразлично, в каких единицах подставлять массы m_1 и m_2; необходимо только, чтобы эти единицы были одинаковые. Кроме того, из формулы (2) видно, что так как наименование масс сократится, то наименование скорости v будет таким, как наименование скоростей v_1 и v_2. Поэтому в этом случае нет необходимости все данные переводить в единицы МКС-системы.

Первоначальные скорости тележки и человека имели противоположные направления, поэтому знаки их скоростей были разные. Считая скорость человека положительной, имеем $v_1 = 5{,}4$ *км/ч* и $v_2 = -1{,}8$ *км/ч*. Кроме того, $m_1 = 64$ *кг* и $m_2 = 32$ *кг*. Подставляя эти данные в (2), получим

$$v = \frac{64 \cdot 5{,}4 - 32 \cdot 1{,}8}{64 + 32}\ \textit{км/ч} = 3{,}0\ \textit{км/ч}.$$

Скорость $v > 0$. Таким образом, после прыжка скорость тележки с человеком направлена в ту же сторону, куда бежал человек.

Задача 3. Воду качают из колодца глубиной 20 *м*. Для откачки поставлен насос с мотором, мощность которого равна 5 *л. с.* Найти коэффициент полезного действия мотора, если известно, что за 7 *ч* работы насоса количество воды, поднятой из колодца, равно $3{,}8 \cdot 10^5$ *л*.

Решение. Мощность мотора N связана с работой A, которую он совершает за время t, соотношением

$$N = \frac{A}{t\eta}, \tag{1}$$

где η — к. п. д. установки. Работа, которую надо затратить, чтобы поднять массу m воды на высоту h, равна

$$A = mgh. \tag{2}$$

При этом масса воды m занимает объем

$$V = \frac{m}{\rho}, \tag{3}$$

где ρ — плотность воды. Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$N = \frac{V\rho gh}{t\eta},$$

откуда

$$\eta = \frac{V\rho gh}{Nt}. \tag{4}$$

Пользуясь табл. 5, переведем данные задачи в систему МКС. При этом целесообразно арифметические вычисления производить в окончательной формуле, а не при переводе отдельных величин. В нашем случае $V = 3{,}8 \cdot 10^5$ $л = 3{,}8 \times \times 10^5 \cdot 10^{-3}$ $м^3$, $\rho = 1$ $г/см^3 = \frac{10^{-3}}{10^{-6}}$ $кг/м^3$, $N = 5$ $л.\ с. = 5 \cdot 736$ $вт$, $t = 7 \cdot 3600$ $сек$, $g = 9{,}81$ $м/сек^2$ и $h = 20$ $м$. Подставляя эти данные в (4), получим окончательно

$$\eta = \frac{3{,}8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 \cdot 20}{10^{-6} \cdot 5 \cdot 736 \cdot 7 \cdot 3600} = 0{,}8 = 80\%.$$

§ 1. Кинематика

Скорость прямолинейного движения в общем случае

$$v = \frac{ds}{dt}, \tag{1}$$

ускорение

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}. \tag{2}$$

В случае прямолинейного равномерного движения

$$v = \frac{s}{t} = \text{const}$$

и

$$a = 0.$$

В случае прямолинейного равнопеременного движения уравнения (1) и (2) дают:

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2},$$

$$v = v_0 + at,$$

$$a = \text{const}.$$

В этих уравнениях ускорение a положительно при равноускоренном движении и отрицательно при равнозамедленном.

При криволинейном движении полное ускорение равно

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2},$$

где a_t — тангенциальное ускорение и a_n — нормальное (центростремительное) ускорение, причем

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad \text{и} \quad a_n = \frac{v^2}{R},$$

где v — скорость движения и R — радиус кривизны траектории в данной точке.

При вращательном движении в общем случае угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt},$$

а угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость равна

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где T — период обращения, ν — частота обращения, т. е. число оборотов в единицу времени.

Угловая скорость ω связана с линейной скоростью v соотношением

$$v = \omega R.$$

Тангенциальное и нормальное ускорения при вращательном движении могут быть выражены следующим образом:

$$a_t = \varepsilon R,$$
$$a_n = \omega^2 R.$$

В табл. 6 дано сопоставление уравнений поступательного движения с уравнениями вращательного движения.

Таблица 6

Поступательное движение	Вращательное движение
Равномерное	
$s = vt$ $v = \mathrm{const}$ $a = 0$	$\varphi = \omega t$ $\omega = \mathrm{const}$ $\varepsilon = 0$
Равнопеременное	
$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ $v = v_0 + at$ $a = \mathrm{const}$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varepsilon = \mathrm{const}$
Неравномерное	
$s = f(t)$ $v = \frac{ds}{dt}$ $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$	$\varphi = f(t)$ $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

• **1.1.** Первую половину времени своего движения автомобиль двигался со скоростью 80 *км/ч*, а вторую половину времени — со скоростью 40 *км/ч*. Какова средняя скорость движения автомобиля?

• **1.2.** Первую половину своего пути автомобиль двигался со скоростью 80 *км/ч*, а вторую половину пути — со скоростью 40 *км/ч*. Какова средняя скорость движения автомобиля?

• **1.3.** Пароход идет по реке от пункта A до пункта B со скоростью $v_1 = 10$ *км/ч*, а обратно — со скоростью $v_2 = 16$ *км/ч*. Найти: 1) среднюю скорость парохода, 2) скорость течения реки.

• **1.4.** Найти скорость относительно берега реки: 1) лодки, идущей по течению, 2) лодки, идущей против течения, и 3) лодки, идущей под углом $\alpha = 90°$ к течению. Скорость течения реки $v_1 = 1$ *м/сек*, скорость лодки относительно воды $v_2 = 2$ *м/сек*.

1.5. Самолет летит относительно воздуха со скоростью $v_1 = 800$ *км/ч*. С запада на восток дует ветер со скоростью $v_2 = 15$ *м/сек*. С какой скоростью самолет будет двигаться относительно земли и под каким углом к меридиану надо держать курс, чтобы перемещение было: 1) на юг, 2) на север, 3) на запад и 4) на восток?

1.6. Самолет летит из пункта A к пункту B, расположенному на расстоянии 300 *км* к востоку. Определить продолжительность полета, если: 1) ветра нет, 2) ветер дует с юга на север и 3) ветер дует с запада на восток. Скорость ветра $v_1 = 20$ *м/сек*, скорость самолета относительно воздуха $v_2 = 600$ *км/ч*.

• **1.7.** Лодка движется перпендикулярно берегу со скоростью 7,2 *км/ч* (относительно воды). Течение относит ее на 150 *м* вниз по реке. Найти: 1) скорость течения реки, 2) время, затраченное на переезд через реку. Ширина реки 0,5 *км*.

• **1.8.** Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через 3 *сек*. 1) Какова была начальная скорость тела? 2) На какую высоту поднялось тело? Сопротивление воздуха не учитывать.

• **1.9.** Камень бросили вверх на высоту 10 *м*. 1) Через сколько времени он упадет на землю? 2) На какую высоту поднимется камень, если начальную скорость камня увеличить вдвое? Сопротивление воздуха не учитывать.

• **1.10.** С аэростата, находящегося на высоте 300 *м*, упал камень. Через сколько времени камень достигнет земли, если: 1) аэростат поднимается со скоростью 5 *м/сек*, 2) аэростат опускается со скоростью 5 *м/сек*, 3) аэростат неподвижен? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.11. Начертить график зависимости высоты h и скорости v от времени t для тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью 9,8 *м/сек*. График построить для интервала времени от 0 до 2 *сек*, т. е. для $0 \leqslant t \leqslant 2$ *сек*, через 0,2 *сек*. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.12. Тело падает вертикально с высоты $h = 19{,}6$ *м* с нулевой начальной скоростью. Какой путь пройдет тело: 1) за первую 0,1 *сек* своего движения, 2) за последнюю 0,1 *сек* своего движения? Сопротивление воздуха не учитывать.

• **1.13.** Тело падает вертикально с высоты $h = 19{,}6$ *м* с нулевой начальной скоростью. За какое время тело пройдет: 1) первый 1 *м* своего пути, 2) последний 1 *м* своего пути? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.14. Свободно падающее тело в последнюю секунду своего падения проходит половину всего пути. Найти: 1) с какой высоты h падает тело, 2) продолжительность его падения.

1.15. Тело A брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_1, тело B падает с высоты h с начальной скоростью $v_2 = 0$. Найти зависимость расстояния x между телами A и B от времени t, если известно, что тела начали двигаться одновременно.

1.16. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 *км*. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую — равнозамедленно. Максимальная скорость поезда 50 *км/ч*. Найти: 1) величину ускорения, считая его численно равным замедлению, 2) время движения поезда между станциями.

• **1.17.** Поезд движется со скоростью 36 *км/ч*. Если прекратить подачу пара, то поезд, двигаясь равнозамедленно, останавливается через 20 *сек*. Найти: 1) отрицательное ускорение поезда, 2) на каком расстоянии до остановки надо прекратить доступ пара?

• **1.18.** Скорость поезда, при торможении двигающегося равнозамедленно, уменьшается в течение 1 *мин* от 40 *км/ч* до

28 *км/ч*. Найти: 1) отрицательное ускорение поезда, 2) расстояние, пройденное им за время торможения.

• **1.19.** Вагон движется равнозамедленно с отрицательным ускорением 0,5 *м/сек*². Начальная скорость вагона 54 *км/ч*. Через сколько времени и на каком расстоянии от начальной точки вагон остановится?

• **1.20.** Тело A начинает двигаться с начальной скоростью v_0' и движется с постоянным ускорением a_1. Одновременно с телом A начинает двигаться тело B с начальной скоростью v_0'' и движется с постоянным отрицательным ускорением a_2. Через сколько времени после начала движения оба тела будут иметь одинаковую скорость?

1.21. Тело A начинает двигаться с начальной скоростью $v_0' = 2$ *м/сек* и движется с постоянным ускорением a. Через $\Delta t = 10$ *сек* после начала движения тела A из этой же точки начинает двигаться тело B с начальной скоростью $v_0'' = 12$ *м/сек* и движется с тем же ускорением a. Какова наибольшая величина ускорения a, при котором тело B сможет догнать тело A?

1.22. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = At - Bt^2 + Ct^3$, где $A = 2$ *м/сек*, $B = 3$ *м/сек*² и $C = 4$ *м/сек*³. Найти: 1) зависимость скорости v и ускорения a от времени t, 2) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через 2 *сек* после начала движения. Построить график пути, скорости и ускорения для $0 \leqslant t \leqslant 3$ *сек* через 0,5 *сек*.

1.23. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $A = 6$ *м*, $B = 3$ *м/сек* и $C = 2$ *м/сек*². Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 *сек* до 4 *сек*. Построить график пути, скорости и ускорения для $0 \leqslant t \leqslant 5$ *сек* через 1 *сек*.

• **1.24.** Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где $A = 3$ *м*, $B = 2$ *м/сек* и $C = 1$ *м/сек*². Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела за первую, вторую и третью секунды его движения.

1.25. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 0,1$ *м*, $B = 0,1$ *м/сек*, $C = 0,14$ *м/сек*² и $D = 0,01$ *м/сек*³. 1) Через сколько времени после начала движения ускорение тела будет равно 1 *м/сек*^{2}? 2) Чему равно среднее ускорение тела за этот промежуток времени?

1.26. С башни высотой $s_y = 25$ *м* горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ *м/сек*. Найти: 1) сколько времени камень будет в движении, 2) на каком расстоянии s_x от основания башни он упадет на землю, 3) с какой скоростью v он упадет на землю, 4) какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.27. Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через 0,5 *сек* на расстоянии 5 *м* по горизонтали от места бросания. 1) С какой высоты h был брошен камень? 2) С какой начальной скоростью v_0 он был брошен? 3) С какой скоростью v он упал на землю? 4) Какой угол φ составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.28. Мяч, брошенный горизонтально, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии 5 *м* от места бросания. Высота места удара мяча о стенку на 1 *м* меньше высоты, с которой брошен мяч. 1) С какой скоростью v_0 был брошен мяч? 2) Под каким углом φ мяч подлетает к поверхности стенки? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.29. Камень брошен в горизонтальном направлении. Через 0,5 *сек* после начала движения численное значение скорости камня стало в 1,5 раза больше его начальной скорости. Найти начальную скорость камня. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.30. Камень брошен горизонтально со скоростью $v_x = 15$ *м/сек*. Найти нормальное и тангенциальное ускорение камня через 1 *сек* после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.31. Камень брошен горизонтально со скоростью 10 *м/сек*. Найти радиус кривизны траектории камня через 3 *сек* после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.32. Мяч бросили со скоростью $v_0 = 10$ *м/сек* под углом $\alpha = 40°$ к горизонту. Найти: 1) на какую высоту s_y поднимется мяч, 2) на каком расстоянии s_x от места бросания мяч упадет на землю, 3) сколько времени он будет в движении. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.33. На спортивных состязаниях в Ленинграде спортсмен толкнул ядро на расстояние 16 *м* 20 *см*. На какое расстояние полетит такое же ядро в Ташкенте при тех же условиях? (При такой же начальной скорости, направленной под тем же углом к горизонту.) Ускорение силы тяжести в Ленинграде равно 981,9 *см/сек*^{2}, в Ташкенте 980,1 *см/сек*^{2}.

1.34. Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Продолжительность полета $t = 2{,}2$ *сек*. Найти наибольшую высоту поднятия этого тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.35. Камень, брошенный со скоростью $v_0 = 12$ *м/сек* под углом $\alpha = 45°$ к горизонту, упал на землю на расстоянии s от места бросания. С какой высоты h надо бросить камень в горизонтальном направлении, чтобы при той же начальной скорости v_0 он упал на то же место?

1.36. Тело брошено со скоростью $v_0 = 14{,}7$ *м/сек* под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Найти нормальное и тангенциальное ускорение тела через $t = 1{,}25$ *сек* после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.37. Тело брошено со скоростью $v_0 = 10$ *м/сек* под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Найти радиус кривизны траектории тела через $t = 1$ *сек* после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.38. Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти величины v_0 и α, если известно, что наибольшая высота подъема тела $h = 3$ *м* и радиус кривизны траектории тела в верхней точке траектории $R = 3$ *м*. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.39. С башни высотой $H = 25$ *м* бросили камень со скоростью $v_0 = 15$ *м/сек* под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Найти: 1) сколько времени камень будет в движении, 2) на каком расстоянии от основания башни он упадет на землю, 3) с какой скоростью он упадет на землю, 4) какой угол φ составит траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.40. Мальчик бросает мяч со скоростью $v_0 = 10$ *м/сек* под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Мяч ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии $s = 3$ *м* от мальчика. 1) Определить, когда происходит удар мяча о стенку (при подъеме мяча или при его опускании); 2) найти, на какой высоте y мяч ударит о стенку (считая от высоты, с которой брошен мяч); 3) найти скорость мяча в момент удара. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.41. Найти угловые скорости: 1) суточного вращения Земли, 2) часовой стрелки на часах, 3) минутной стрелки на часах, 4) искусственного спутника Земли, вращающегося по круговой орбите с периодом обращения $T = 88$ *сек*, 5) линейную скорость движения этого искусственного спутника, если известно, что его орбита расположена на расстоянии 200 *км* от поверхности Земли.

1.42. Найти линейную скорость вращения точек земной поверхности на широте Ленинграда (60°).

1.43. С какой скоростью должен двигаться самолет на экваторе с востока на запад, чтобы пассажирам этого самолета Солнце казалось неподвижно стоящим на небе?

1.44. Два диска, расположенные на одной оси, на расстоянии $l = 0{,}5$ *м* друг от друга, вращаются с одинаковой угловой скоростью, соответствующей частоте $\nu = 1600$ *об/мин.* Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска; при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол $\varphi = 12°$. Найти скорость пули.

1.45. Найти радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость v_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на 5 *см* ближе к оси колеса.

1.46. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega = 20$ *рад/сек* через $N = 10$ *об* после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса.

1.47. Маховое колесо, спустя $t = 1$ *мин* после начала вращения, приобретает скорость, соответствующую $\nu = 720$ *об/мин.* Найти угловое ускорение колеса и число оборотов колеса за эту минуту. Движение считать равноускоренным.

1.48. Колесо, вращаясь равнозамедленно, при торможении уменьшило свою скорость за 1 *мин* с 300 *об/мин* до 180 *об/мин.* Найти угловое ускорение колеса и число оборотов, сделанных им за это время.

1.49. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей частоте 900 *об/мин.* После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 *об.* Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

1.50. Вал вращается с постоянной скоростью, соответствующей частоте 180 *об/мин*. С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением, равным 3 *рад/сек*^{2}. 1) Через сколько времени вал остановится? 2) Сколько оборотов он сделает до остановки?

1.51. Точка движется по окружности радиусом $R = 20$ *см* с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 5$ *см/сек*^{2}. Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: 1) равно тангенциальному, 2) вдвое больше тангенциального?

1.52. Точка движется по окружности радиусом $R = 10$ *см* с постоянным тангенциальным ускорением a_t. Найти тангенциальное ускорение a_t точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения скорость точки стала $v = 79{,}2$ *см/сек*.

1.53. Точка движется по окружности радиусом $R = 10$ *см* с постоянным тангенциальным ускорением a_t. Найти нормальное ускорение a_n точки через $t = 20$ *сек* после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки равна $v = 10$ *см/сек*.

1.54. В первом приближении можно считать, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите с постоянной скоростью v. Найти угловую скорость вращения электрона вокруг ядра и его нормальное ускорение. Радиус орбиты принять равным $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ *м*, и скорость электрона на этой орбите $v = 2{,}2 \cdot 10^6$ *м/сек*.

1.55. Колесо радиусом $R = 10$ *см* вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3{,}14$ *рад/сек*^{2}. Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: 1) угловую скорость, 2) линейную скорость, 3) тангенциальное ускорение, 4) нормальное ускорение, 5) полное ускорение и 6) угол, составляемый направлением полного ускорения с радиусом колеса.

1.56. Точка движется по окружности радиусом $R = 2$ *см*. Зависимость пути от времени дается уравнением $x = Ct^3$, где $C = 0{,}1$ *см/сек*^{3}. Найти нормальное и тангенциальное ускорение точки в момент, когда линейная скорость точки равна $v = 0{,}3$ *м/сек*.

1.57. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2$, где $A = 5$ *м*, $B = -2$ *м/сек* и $C = 1$ *м/сек*^{2}. Найти линейную скорость точки, ее тангенциальное, нормальное и полное ускорение через $t=3$ *сек* после начала движения, если известно, что нормальное ускорение точки при $t'=2$ *сек* равно $a'_n=0{,}5$ *м/сек*^{2}.

1.58. Найти угловое ускорение колеса, если известно, что через 2 *сек* после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол 60° с направлением линейной скорости этой точки.

1.59. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon=2$ *рад/сек*^{2}. Через $t=0{,}5$ *сек* после начала движения полное ускорение колеса стало равно $a=13{,}6$ *см/сек*^{2}. Найти радиус колеса.

1.60. Колесо радиусом $R=0{,}1$ *м* вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt-Ct^3$, где $A=4$ *рад*, $B=2$ *рад/сек* и $C=1$ *рад/сек*^{3}. Найти для точек, лежащих на ободе колеса, зависимость от времени: 1) угловой скорости, 2) линейной скорости, 3) углового ускорения, 4) тангенциального ускорения, 5) нормального ускорения.

1.61. Колесо радиусом $R=5$ *см* вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $A=3$ *рад*, $B=2$ *рад/сек*, $C=1$ *рад/сек*^{2} и $D=1$ *рад/сек*^{3}. Найти для точек на ободе колеса изменение тангенциального ускорения Δa_t за каждую секунду движения.

1.62. Колесо радиусом $R=10$ *см* вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени движения дается уравнением $v=At+Bt^2$, где $A=3$ *см/сек*^{2} и $B=1$ *см/сек*^{3}. Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в моменты времени $t=0$, 1, 2, 3, 4 и 5 *сек* после начала движения.

1.63. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi=A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $A=1$ *рад*, $B=1$ *рад/сек*, $C=1$ *рад/сек*^{2} и $D=1$ *рад/сек*^{3}. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно $a_n=3{,}46\cdot10^2$ *м/сек*^{2}.

1.64. Найти, во сколько раз нормальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее тангенциального ускорения для того момента, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости.

§ 2. Динамика

Основной закон динамики (второй закон Ньютона) выражается уравнением

$$F\,dt = d\,(mv).$$

Если масса постоянна, то

$$F = m\frac{dv}{dt} = ma,$$

где a — ускорение, приобретаемое телом массы m под действием силы F.

Работа силы F при перемещении s может быть выражена следующей формулой:

$$A = \int_s F_s ds, \qquad (1)$$

где F_s — проекция силы на направление пути, ds — величина участка пути. Интегрирование должно быть распространено на весь путь s.

В случае постоянной силы, действующей под неизменным углом к перемещению, формула (1) примет вид

$$A = Fs\cos\alpha,$$

где α — угол между силой F и перемещением s.

Мощность механизма определяется формулой

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

В случае постоянной мощности

$$N = \frac{A}{t},$$

где A — работа, совершаемая за время t.

Мощность механизма может быть определена также формулой

$$N = Fv\cos\alpha,$$

т. е. мощность определяется произведением проекции силы на направление движения и скорости движения.

Кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, равна

$$W_к = \frac{mv^2}{2}.$$

Формулы для потенциальной энергии имеют разный вид в зависимости от характера действующих сил.

Потенциальная энергия тела у поверхности земли

$$W_п = mgh,$$

где h — высота поднятия тела над землей.

В изолированной системе тел количество движения всей системы остается неизменным:

$$m_1v_1 + m_2v_2 + \ldots + m_nv_n = \text{const}.$$

При неупругом центральном ударе двух тел с массами m_1 и m_2 общая скорость движения этих тел после удара может быть найдена по формуле

$$u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2},$$

где v_1 — скорость первого тела до удара и v_2 — скорость второго тела до удара.

При упругом центральном ударе тела будут двигаться с различными скоростями. Скорость первого тела после удара

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\,v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2},$$

скорость второго тела после удара

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\,v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}.$$

При криволинейном движении сила, действующая на материальную точку, может быть разложена на две составляющие: тангенциальную и нормальную.

Нормальная составляющая

$$F_n = \frac{mv^2}{R}$$

является центростремительной силой. Здесь v — линейная скорость движения тела массой m и R — радиус кривизны траектории в данной точке.

Упругая сила, вызывающая деформацию x, пропорциональна величине деформации, т. е.

$$F = kx,$$

где k — коэффициент, численно равный силе, вызывающей деформацию равную единице (коэффициент деформации).

Потенциальная энергия упругих сил

$$W_п = \frac{kx^2}{2}.$$

Две материальные точки (т. е. такие тела, размеры которых малы по сравнению с их взаимным расстоянием) притягиваются друг к другу с силой

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2},$$

где γ — постоянная тяготения, или гравитационная постоянная, равная $\gamma = 6{,}68 \cdot 10^{-11}$ $м^3/кг \cdot сек^2$; m_1 и m_2 — массы взаимодействующих материальных точек; R — расстояние между ними.

Потенциальная энергия сил тяготения

$$W_п = -\gamma \frac{m_1 m_2}{R}.$$

Знак „минус“ соответствует тому, что при $R = \infty$ потенциальная энергия двух взаимодействующих тел равна нулю; при сближении этих тел потенциальная энергия убывает.

Третий закон Кеплера имеет вид

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3},$$

где T_1 и T_2 — периоды обращения планет, R_1 и R_2 — большие полуоси их орбит. В случае круговой орбиты роль большой полуоси играет радиус орбиты.

2.1. Какого веса балласт надо сбросить с равномерно опускающегося аэростата, чтобы он начал равномерно подниматься с той же скоростью? Вес аэростата с балластом 1600 *кГ*, подъемная сила аэростата 1200 *кГ*. Силу сопротивления воздуха считать одинаковой при подъеме и при спуске.

2.2. К нити подвешен груз $P=1$ *кГ*. Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением $a=5$ *м/сек*^{2}; 2) опускать с тем же ускорением $a=5$ *м/сек*^{2}.

2.3. Стальная проволока некоторого диаметра выдерживает груз до 4400 *н*. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз в 3900 *н*, подвешенный на этой проволоке, чтобы она при этом не разорвалась?

2.4. Вес лифта с пассажирами равен 800 *кГ*. Найти, с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, поддерживающего лифт, равно: 1) 1200 *кГ* и 2) 600 *кГ*.

2.5. К нити подвешена гиря. Если поднимать эту гирю с ускорением $a_1=2$ *м/сек*^{2}, то натяжение T нити будет вдвое меньше того натяжения, при котором нить разрывается. С каким ускорением a_2 надо поднимать эту гирю, чтобы нить разорвалась?

• **2.6.** Автомобиль весом в 10^4 *н* останавливается при торможении за 5 *сек*, пройдя при этом равнозамедленно расстояние в 25 *м*. Найти: 1) начальную скорость автомобиля, 2) силу торможения.

• **2.7.** Поезд массой 500 *т* движется равнозамедленно при торможении; при этом скорость его уменьшается в течение 1 *мин* от 40 *км/ч* до 28 *км/ч*. Найти силу торможения.

2.8. Вагон весом $1{,}96\cdot10^5$ *н* движется с начальной скоростью 54 *км/ч*. Определить среднюю силу, действующую на вагон, если известно, что вагон останавливается в течение: 1) 1 *мин* 40 *сек*, 2) 10 *сек* и 3) 1 *сек*.

2.9. Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t=30$ *сек* прошел путь $s=11$ *м*? Вес вагона $P=16$ *Т*. Во время движения на вагон действует сила трения, равная 0,05 веса вагона.

• **2.10.** Поезд весом $4{,}9\cdot10^6$ *н* после прекращения тяги паровоза под действием силы трения в $9{,}8\cdot10^4$ *н* останавливается через 1 мин. С какой скоростью шел поезд?

2.11. Вагон массой 20 *т* движется с постоянным отрицательным ускорением, численно равным 0,3 *м/сек*^{2}. Начальная скорость вагона равна 54 *км/ч*. 1) Какая сила торможения действует на вагон? 2) Через сколько времени вагон остановится? 3) Какое расстояние вагон пройдет до остановки?

2.12. Тело массой 0,5 *кг* движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где $A = 2$ *м*, $B = 3$ *м/сек*, $C = 5$ *м/сек*^{2} и $D = 1$ *м/сек*^{3}. Найти величину силы, действующей на тело в конце первой секунды движения.

2.13. Под действием постоянной силы $F = 1$ *кГ* тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом расстояния s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $A = 5$ *м*, $B = 2$ *м/сек* и $C = 1$ *м/сек*^{2}. Найти массу тела.

2.14. Тело движется так, что зависимость пройденного телом пути s от времени движения t дается уравнением $s = A \sin \cdot \omega t$ где A и ω — некоторые постоянные. Найти зависимость силы F, действующей на тело, от времени t. Масса тела постоянна и равна m.

2.15. Молекула массой $m = 4{,}65 \cdot 10^{-26}$ *кг*, летящая нормально к стенке сосуда со скоростью $v = 600$ *м/сек*, ударяется о стенку и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

2.16. Молекула предыдущей задачи ударяется о стенку сосуда под углом 60° к нормали и под таким же углом упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой за время удара.

2.17. Пластмассовый шарик весом 0,1 *кГ*, падая вертикально с некоторой высоты, ударяется о наклонную плоскость и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. Импульс силы, полученный плоскостью за время удара, равен 1,73 *н·сек*. Сколько времени пройдет от момента удара шарика о плоскость до момента, когда он будет находиться в наивысшей точке траектории?

2.18. Струя воды сечением $S = 6$ *см*^{2} ударяет о стенку под углом $\alpha = 60°$ к нормали и упруго отскакивает от стенки без потери скорости. Найти силу, действующую на стенку, если известно, что скорость течения воды в струе $v = 12$ *м/сек*.

Указание. Учесть, что за время t о стенку ударяется масса воды, находящейся в цилиндре длиною $l = vt$ и поперечным сечением S, т. е. $m = \rho S v t$, где ρ — плотность воды.

2.19. Трамвай, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением $a=0{,}5$ *м/сек*^{2}. Через $t=12$ *сек* после начала движения мотор трамвая выключается и трамвай движется до остановки равнозамедленно. На всем пути движения трамвая коэффициент трения равен $k=0{,}01$. Найти: 1) наибольшую скорость движения трамвая, 2) общую продолжительность движения, 3) отрицательное ускорение трамвая при равнозамедленном движении, 4) общее расстояние, пройденное трамваем.

2.20. Автомобиль весит $9{,}8\cdot10^3$ *н*. Во время движения на автомобиль действует сила трения, равная 0,1 его веса. Чему должна быть равна сила тяги, развиваемая мотором автомобиля, чтобы автомобиль двигался: 1) равномерно, 2) с ускорением, равным 2 *м/сек*^{2}?

2.21. Какой угол α с горизонтом составляет поверхность бензина в баке автомобиля, движущегося горизонтально с постоянным ускорением $a=2{,}44$ *м/сек*^{2}?

Указание. Учесть, что равнодействующая силы тяжести и силы инерции должна быть перпендикулярна поверхности жидкости.

2.22. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон тормозится и его скорость изменяется за время $\Delta t=3$ *сек* от $v_1=18$ *км/ч* до $v_2=6$ *км/ч*. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?

2.23. Железнодорожный вагон тормозится и его скорость изменяется за время $\Delta t=3{,}3$ *сек* от $v_1=47{,}5$ *км/ч* до $v_2=30$ *км/ч*. При каком предельном значении коэффициента трения между чемоданом и полкой чемодан при торможении начинает скользить по полке?

2.24. Канат лежит на столе так, что часть его свешивается со стола, и начинает скользить тогда, когда длина свешивающейся части составляет 25% его длины. Чему равен коэффициент трения каната о стол?

2.25. Автомобиль весит 1 *Т*. Во время движения на автомобиль действует сила трения, равная 0,1 его веса. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном в 1 *м* на каждые 25 *м* пути, 2) под гору с тем же уклоном.

2.26. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением 1 *м/сек*^{2}. Уклон горы равен 1 *м* на каждые 25 *м* пути. Вес автомобиля $9{,}8\cdot10^3$ *н*. Коэффициент трения равен 0,1.

2.27. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 4°. 1) При каком предельном значении коэффициента трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? 2) С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен 0,03? 3) Сколько времени потребуется для прохождения при этих условиях 100 *м* пути? 4) Какую скорость тело будет иметь в конце этих 100 *м*?

2.28. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45°$. Пройдя расстояние $s = 36{,}4$ *см*, тело приобретает скорость $v = 2$ *м/сек*. Чему равен коэффициент трения тела о плоскость?

2.29. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45°. Зависимость пройденного телом расстояния s от времени t дается уравнением $s = Ct^2$, где $C = 1{,}73$ *м/сек*^{2}. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

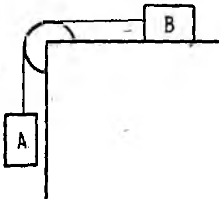


Рис. 1.

2.30. Две гири весом $P_1 = 2$ *кГ* и $P_2 = 1$ *кГ* соединены нитью и перекинуты через невесомый блок. Найти: 1) ускорение с которым движутся гири, 2) натяжение нити. Трением в блоке пренебречь.

2.31. Невесомый блок укреплен на конце стола (см. рис. 1). Гири A и B равного веса $P_1 = P_2 = 1$ *кГ* соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири B о стол равен $k = 0{,}1$. Найти: 1) ускорение, с которым движутся гири, 2) натяжение нити. Трением в блоке пренебречь.

2.32. Невесомый блок укреплен на вершине наклонной плоскости (см. рис. 2), составляющей с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Гири A и B равного веса $P_1 = P_2 = 1$ *кГ* соединены нитью и перекинуты через блок. Найти: 1) ускорение с которым движутся нити, 2) натяжение нити. Трением в блоке, а также трением гири B о наклонную плоскость пренебречь.

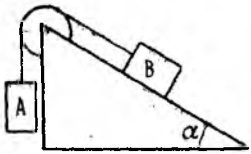


Рис. 2.

2.33. Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициент трения гири B о наклонную плоскость равен $k = 0{,}1$. Трением в блоке пренебречь.

2.34. Невесомый блок укреплен на вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $\alpha = 30°$ и $\beta = 45°$ (см. рис. 3). Гири A и B равного веса $P_1 = P_2 = 1$ *кГ* соединены нитью и перекинуты через блок. Найти: 1) ускорение, с которым движутся гири, 2) натяжение нити. Трением гирь A и B о наклонные плоскости, а также трением в блоке пренебречь.

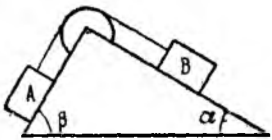


Рис. 3.

2.35. Решить предыдущую задачу при условии, что коэффициенты трения гирь A и B о наклонные плоскости равны $k_1 = k_2 = 0{,}1$. Трением в блоке пренебречь. Показать, что из формул, дающих решение этой задачи, можно получить, как частные случаи, решения задач 2.30—2.34.

2.36. При вертикальном подъеме груза весом $P = 2$ *кГ* на высоту $h = 1$ *м* постоянной силой F была совершена работа $A = 8$ *кГм*. С каким ускорением поднимали груз?

2.37. Самолет поднимается равноускоренно и на высоте $h = 5$ *км* достигает скорости $v = 360$ *км/ч*. Во сколько раз работа, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы, идущей на увеличение скорости самолета?

2.38. Какую работу надо совершить, чтобы заставить движущееся тело массой в 2 *кг*: 1) увеличить свою скорость от 2 *м/сек* до 5 *м/сек*, 2) остановиться при начальной скорости в 8 *м/сек*?

2.39. Мяч, летящий со скоростью $v_1 = 15$ *м/сек*, отбрасывается ударом ракетки в противоположном направлении со скоростью $v_2 = 20$ *м/сек*. Найти, чему равно изменение количества движения мяча, если известно, что изменение его кинетической энергии при этом равно $\Delta W = 8{,}75$ *дж*.

2.40. Камень, пущенный по поверхности льда со скоростью $v = 2$ *м/сек*, прошел до полной остановки расстояние $s = 20{,}4$ *м*. Найти коэффициент трения камня по льду, считая его постоянным.

2.41. Вагон весом в 20 *Т*, движущийся равнозамедленно под действием силы трения в 6000 *н*, через некоторое время останавливается. Начальная скорость вагона равна 54 *км/ч*. Найти: 1) работу сил трения, 2) расстояние, которое вагон пройдет до остановки.

2.42. Шофер автомобиля начинает тормозить в 25 *м* от препятствия на дороге. Силу трения в тормозных колодках автомобиля принять равной 3840 *н*. Вес автомобиля 1 *Т*. При какой предельной скорости движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием?

2.43. Трамвай движется с ускорением $a = 49{,}0$ *см/сек*^{2}. Найти коэффициент трения, если известно, что 50% мощности мотора идет на преодоление сил трения и 50% — на увеличение скорости движения.

2.44. Найти работу, которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела от 2 *м/сек* до 6 *м/сек* на пути в 10 *м*. На всем пути действует постоянная сила трения, равная 0,2 *кГ*. Масса тела равна 1 *кг*.

2.45. Автомобиль весит $9{,}81 \cdot 10^3$ *н*. Во время движения на автомобиль действует постоянная сила трения, равная 0,1 его веса. Какое количество бензина расходует двигатель автомобиля на то, чтобы на пути в 0,5 *км* увеличить скорость движения автомобиля от 10 *км/ч* до 40 *км/ч*? Коэффициент полезного действия двигателя равен 20%, теплотворная способность бензина $4{,}6 \cdot 10^7$ *дж/кг*.

2.46. Какое количество бензина расходует двигатель автомобиля на пути 100 *км*, если при средней мощности двигателя в 15 *л. с.* средняя скорость его движения была равна 30 *км/ч*? К. п. д. двигателя 22%. Остальные необходимые данные взять из условия предыдущей задачи.

2.47. Найти к. п. д. двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения 40 *км/ч* двигатель потребляет 13,5 *л* бензина на каждые 100 *км* пути и что развиваемая двигателем мощность при этих условиях равна 16,3 *л. с.* Плотность бензина 0,8 *г/см*^{3}. Остальные необходимые данные взять из условия задачи 2.45.

2.48. Построить график зависимости от времени кинетической, потенциальной и полной энергии камня массой в 1 *кг*, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью 9,8 *м/сек*, для $0 \leqslant t \leqslant 2$ *сек* через 0,2 *сек*. Воспользоваться результатом решения задачи 1.11.

2.49. Построить график зависимости от расстояния кинетической, потенциальной и полной энергии камня в условиях предыдущей задачи.

2.50. Камень весом в 2 *кГ* упал с некоторой высоты. Падение продолжалось 1,43 *сек*. Найти кинетическую и потенциальную энергию камня в средней точке пути. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.51. С башни высотой $H=25$ *м* горизонтально брошен камень со скоростью $v_0=15$ *м/сек*. Найти кинетическую и потенциальную энергию камня спустя одну секунду после начала движения. Масса камня $m=0,2$ *кг*. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.52. Камень бросили под углом $\alpha=60°$ к горизонту со скоростью $v_0=15$ *м/сек*. Найти кинетическую, потенциальную и полную энергию камня: 1) спустя одну секунду после начала движения, 2) в высшей точке траектории. Масса камня $m=0,2$ *кг*. Сопротивлением воздуха пренебречь.

2.53. Работа, затраченная на толкание ядра, брошенного под углом $\alpha=30°$ к горизонту, равна $A=216$ *дж*. Через сколько времени и на каком расстоянии от места бросания ядро упадет на землю? Вес ядра $P=2$ *кГ*. Сопротивление воздуха не учитывать.

2.54. Материальная точка массой в 10 *г* движется по окружности радиусом в 6,4 *см* с постоянным тангенциальным ускорением. Найти величину тангенциального ускорения, если известно, что к концу второго оборота после начала движения кинетическая энергия точки стала равной $8\cdot10^{-4}$ *дж*.

2.55. С наклонной плоскости высотой 1 *м* и длиною склона 10 *м* скользит тело массой в 1 *кг*. Найти: 1) кинетическую энергию тела у основания плоскости, 2) скорость тела у основания плоскости, 3) расстояние, пройденное телом по горизонтальной части пути до остановки. Коэффициент трения на всем пути считать постоянным и равным 0,05.

2.56. Тело скользит сначала по наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha=8°$ с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найти чему равен коэффициент трения, если известно, что тело проходит по горизонтали такое же расстояние, как и по наклонной плоскости.

2.57. По наклонной плоскости высотой 0,5 *м* и длиною склона 1 *м* скользит тело массой в 3 *кг*. Тело приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью 2,45 *м/сек*. Найти: 1) коэффициент трения тела о плоскость, 2) количество тепла, выделенного при трении. Начальная скорость тела равна нулю.

2.58. Автомобиль массой в 2 *т* движется в гору. Уклон горы равен 4 *м* на каждые 100 *м* пути. Коэффициент трения равен 8%. Найти: 1) работу, совершенную двигателем автомобиля на пути в 3 *км*, 2) мощность, развиваемую двигателем, если известно, что этот путь был пройден за 4 *мин*.

2.59. Найти, какую мощность развивает двигатель автомобиля массой в 1 *т*, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью 36 *км/ч*: 1) по горизонтальной дороге, 2) в гору с уклоном 5 *м* на каждые 100 *м* пути, 3) под гору с тем же уклоном. Коэффициент трения равен 0,07.

2.60. Автомобиль весом в 1 *Т* движется под гору при выключенном моторе с постоянной скоростью 54 *км/ч*. Уклон горы равен 4 *м* на каждые 100 *м* пути. Какую мощность должен развивать двигатель этого автомобиля, чтобы автомобиль двигался с той же скоростью в гору с тем же уклоном?

2.61. На рельсах стоит платформа весом $P_1 = 10$ *Т*. На платформе закреплено орудие весом $P_2 = 5$ *Т*, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Вес снаряда $P_3 = 100$ *кГ*; его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ *м/сек*. Определить скорость v_x платформы в первый момент после выстрела, если: 1) платформа стояла неподвижно, 2) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ *км/ч* и выстрел был произведен в направлении ее движения, 3) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ *км/ч* и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения.

2.62. Из ружья массой 5 *кг* вылетает пуля массой $5 \cdot 10^{-3}$ *кг* со скоростью 600 *м/сек*. Найти скорость отдачи ружья.

2.63. Человек весом 60 *кГ*, бегущий со скоростью 8 *км/ч*, догоняет тележку весом 80 *кГ*, движущуюся со скоростью 2,9 *км/ч*, и вскакивает на нее. 1) С какой скоростью станет двигаться тележка? 2) С какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал навстречу тележке?

2.64. Снаряд весом 980 *н*, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 *м/сек*, попадает в вагон с песком весом 10 *Т* и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если: 1) вагон стоял неподвижно, 2) вагон двигался со скоростью 36 *км/ч* в том же направлении, что и снаряд, 3) вагон двигался со скоростью 36 *км/ч* в направлении, противоположном движению снаряда?

2.65. Граната, летящая со скоростью 10 *м/сек*, разорвалась на два осколка. Бóльший осколок, вес которого составлял 60% веса всей гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении, но с увеличенной скоростью, равной 25 *м/сек*. Найти скорость меньшего осколка.

2.66. Тело весом в 1 *кГ*, движущееся горизонтально со скоростью 1 *м/сек*, догоняет второе тело весом 0,5 *кГ* и неупруго сталкивается с ним. Какую скорость получат тела, если: 1) второе тело стояло неподвижно, 2) второе тело двигалось со скоростью 0,5 *м/сек* в том же направлении, что и первое тело, 3) второе тело двигалось со скоростью 0,5 *м/сек* в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

2.67. Конькобежец весом 70 *кГ*, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень весом в 3 *кГ* со скоростью 8 *м/сек*. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен 0,02.

2.68. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает вперед в горизонтальном направлении камень массой 2 *кг*. Тележка с человеком покатилась назад, и в первый момент после бросания ее скорость была равна 0,1 *м/сек*. Вес тележки с человеком равен 100 *кГ*. Найти кинетическую энергию брошенного камня через 0,5 *сек* после начала его движения. Сопротивлением воздуха при полете камня пренебречь.

2.69. Тело весом $P_1 = 2$ *кГ* движется навстречу второму телу, вес которого $P_2 = 1{,}5$ *кГ*, и неупруго сталкивается с ним. Скорость тел непосредственно перед столкновением была равна соответственно $v_1 = 1$ *м/сек* и $v_2 = 2$ *м/сек*. Сколько времени будут двигаться эти тела после столкновения, если коэффициент трения равен $k = 0{,}05$?

2.70. Автомат выпускает 600 пуль в минуту. Масса каждой пули 4 *г*, ее начальная скорость 500 *м/сек*. Найти среднюю силу отдачи при стрельбе.

• **2.71.** На рельсах стоит платформа весом $P_1 = 10$ *Т*. На платформе укреплено орудие весом $P_2 = 5$ *Т*, из которого производится выстрел вдоль рельсов. Вес снаряда $P_3 = 100$ *кГ*, его начальная скорость относительно орудия $v_0 = 500$ *м/сек*. На какое расстояние откатится платформа при выстреле, если: 1) платформа стояла неподвижно, 2) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ *км/ч* и выстрел был произведен в направлении ее движения, 3) платформа двигалась со скоростью $v_1 = 18$ *км/ч* и выстрел был произведен в направлении, противоположном направлению ее движения. Коэффициент трения платформы о рельсы равен 0,002.

2.72. Из орудия массой $5 \cdot 10^3$ *кг* вылетает снаряд весом 100 *кГ*. Кинетическая энергия снаряда при вылете равна $7{,}5 \cdot 10^6$ *дж*. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?

2.73. Тело весом в 2 *кГ* движется со скоростью 3 *м/сек* и нагоняет второе тело весом в 3 *кГ*, движущееся со скоростью 1 *м/сек*. Найти скорости тел после столкновения, если: 1) удар был неупругий, 2) удар был упругий. Тела движутся по одной прямой. Удар — центральный.

2.74. Каково должно быть соотношение между массами тел предыдущей задачи, чтобы при упругом ударе первое тело после удара остановилось?

2.75. Тело весом в 3 *кГ* движется со скоростью 4 *м/сек* и ударяется о неподвижное тело такого же веса. Считая удар центральным и неупругим, найти количество тепла, выделившееся при ударе.

2.76. Тело массой в 5 *кг* ударяется о неподвижное тело массой 2,5 *кг*, которое после удара начинает двигаться с кинетической энергией в 5 *дж*. Считая удар центральным и упругим, найти кинетическую энергию первого тела до и после удара.

2.77. Тело весом в 49 *н* ударяется о неподвижное тело весом 2,5 *кГ*. Кинетическая энергия системы этих двух тел непосредственно после удара стало равна 5 *дж*. Считая удар центральным и неупругим, найти кинетическую энергию первого тела до удара.

2.78. Два тела движутся навстречу друг другу и ударяются неупруго. Скорость первого тела до удара равна $v_1 = 2$ *м/сек*, скорость второго $v_2 = 4$ *м/сек*. Общая скорость тел после удара по направлению совпадает с направлением скорости v_1 и равна $v = 1$ *м/сек*. Во сколько раз кинетическая энергия первого тела была больше кинетической энергии второго тела?

2.79. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара 0,2 *кг*, масса второго 100 *г*. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту 4,5 *см*, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: 1) удар упругий, 2) удар неупругий?

2.80. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 100 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 *м*. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10°.

2.81. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули $m_1 = 5$ *г* и масса шара $m_2 = 0,5$ *кг*. Скорость пули $v_1 = 500$ *м/сек*. При какой предельной длине стержня (расстоянии от точки подвеса до центра шара) шар от удара пули сделает полный оборот вокруг оси вращения?

2.82. Деревянным молотком, вес которого равен 0,5 *кГ*, со скоростью 1 *м/сек* ударяют о неподвижную стенку. Считая коэффициент восстановления при ударе равным 0,5, найти количество тепла, выделившегося при ударе. Коэффициентом восстановления называется отношение величины скорости тела после удара к ее величине до удара.

2.83. Найти импульс силы, действующий на стенку во время удара, в условиях предыдущей задачи.

2.84. Деревянный шарик падает вертикально вниз с высоты 2 *м* без начальной скорости. Коэффициент восстановления при ударе шарика о пол считать равным 0,5. Найти: 1) высоту, на которую поднимается шарик после удара о пол, 2) количество тепла, которое выделится при этом ударе. Масса шарика 100 *г*.

2.85. Шарик из пластмассы, падая с высоты 1 *м*, несколько раз отскакивает от пола. Чему равен коэффициент восстановления при ударе шарика о пол, если с момента падения до второго удара о пол прошло 1,3 *сек*?

2.86. Стальной шарик, упавший с высоты 1,5 *м* на стальную доску, отскакивает от нее со скоростью $v_2 = 0,75 v_1$, где v_1 — скорость, с которой он подлетел к доске. 1) На какую высоту он поднимается? 2) Сколько времени пройдет от начала движения шарика до вторичного его падения на доску?

2.87. Металлический шарик, падая с высоты $h_1 = 1$ *м* на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 81$ *см*. Найти коэффициент восстановления материала шарика.

2.88. Стальной шарик массой $m = 20$ *г*, падая с высоты $h_1 = 1$ *м* на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 81$ *см*. Найти: 1) импульс силы, полученный плитой за время удара, 2) количество тепла, выделившегося при ударе.

2.89. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар неупругим и центральным, найти, какая часть первоначальной кинетической энергии переходит при ударе в тепло. Задачу решить сначала в общем виде, а затем рассмотреть случаи: 1) $m_1 = m_2$, 2) $m_1 = 9m_2$.

2.90. Движущееся тело массой m_1 ударяется о неподвижное тело массой m_2. Считая удар упругим и центральным, найти, какую часть своей первоначальной кинетической энергии первое тело передает второму при ударе? Задачу решить сначала в общем виде, а затем рассмотреть случаи: 1) $m_1 = m_2$, 2) $m_1 = 9m_2$.

2.91. Для получения медленных нейтронов их пропускают сквозь вещества, содержащие водород (например, парафин). Найти, какую наибольшую часть своей кинетической энергии нейтрон с массой m_0 может передать: 1) протону (масса m_0) и 2) ядру атома свинца (масса $m = 207m_0$). Наибольшая часть передаваемой энергии соответствует упругому центральному удару.

2.92. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро атома углерода ($m = 12m_0$). Считая удар центральным и упругим, найти, во сколько раз уменьшится кинетическая энергия нейтрона при ударе.

2.93. Нейтрон (масса m_0) ударяется о неподвижное ядро: 1) атома углерода ($m = 12m_0$), 2) атома урана ($m = 235m_0$). Считая удар центральным и упругим, найти, какую часть своей скорости потеряет нейтрон при ударе.

2.94. На какую часть уменьшается вес тела на экваторе вследствие вращения Земли вокруг оси? Угловая скорость вращения Земли равна $7{,}3 \cdot 10^{-5}$ *рад/сек*; радиус Земли принять равным 6400 *км*.

2.95. Какой продолжительности должны были бы быть сутки на Земле, чтобы тела на экваторе не имели веса? Радиус Земли считать равным 6400 *км*.

2.96. Трамвайный вагон массой 5 *т* идет по закруглению радиусом 128 *м*. Найти силу бокового давления колес на рельсы при скорости движения 9 *км/ч*.

2.97. Ведерко с водой, привязанное к веревке длиной 60 *см*, вращается в вертикальной плоскости. Найти: 1) наименьшую скорость вращения ведерка, при которой в высшей точке вода из него не выливается, 2) натяжение веревки при этой скорости в высшей и низшей точках окружности. Масса ведерка с водой 2 *кг*.

2.98. Камень, привязанный к веревке длиною $l = 50$ *см*, вращается в вертикальной плоскости. Найти, при каком числе оборотов в секунду веревка разорвется, если известно, что она разрывается при нагрузке, равной десятикратному весу камня.

2.99. Камень, привязанный к веревке, вращается в вертикальной плоскости. Найти массу камня, если известно, что разность между максимальным и минимальным натяжениями веревки равна 1 *кГ*.

2.100. Гирька, привязанная к нити длиною 30 *см*, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом 15 *см*. Какому числу оборотов в минуту соответствует скорость вращения гирьки?

2.101. Гирька массой 50 *г*, привязанная к нити длиною в 25 *см*, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Скорость вращения гирьки соответствует 2 *об/сек*. Найти натяжение нити.

2.102. Диск вращается вокруг вертикальной оси, делая 30 *об/мин*. На расстоянии 20 *см* от оси вращения на диске лежит тело. Каков должен быть коэффициент трения между телом и диском, чтобы тело не скатилось с диска?

2.103. Самолет, летящий со скоростью 900 *км/ч*, делает „мертвую петлю". Каков должен быть радиус „мертвой петли", чтобы наибольшая сила, прижимающая летчика к сидению, была равна: 1) пятикратному весу летчика, 2) десятикратному весу летчика.

2.104. Мотоциклист едет по горизонтальной дороге со скоростью 72 *км/ч*, делая поворот радиусом кривизны в 100 *м*. На сколько при этом он должен накрениться, чтобы не упасть при повороте?

2.105. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон идет со скоростью 9 *км/ч* по закруглению радиусом 36,4 *м*. На какой угол отклонится при этом нить с шаром?

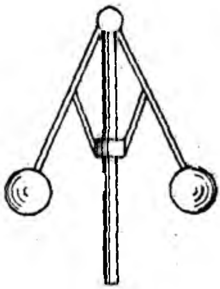


Рис. 4.

2.106. Длина стержней центробежного регулятора (см. рис. 4) равна 12,5 *см*. Какое число оборотов в секунду делает центробежный регулятор, если при вращении грузы отклонились от вертикали на угол: 1) 60° и 2) 45°.

2.107. Шоссе имеет вираж с уклоном в 10° при радиусе закругления дороги в 100 *м*. На какую скорость рассчитан вираж?

2.108. Груз весом 1 *кГ*, висящий на нити, отклоняют на угол 30°. Найти натяжение нити в момент прохождения грузом положения равновесия.

2.109. Мальчик вращается на „гигантских шагах“, делая 16 *об/мин*. Длина канатов равна 5 *м*. 1) Какой угол с вертикалью составляют канаты „гигантских шагов“? 2) Каково натяжение канатов, если вес мальчика равен 45 *кГ*? 3) Какова линейная скорость вращения мальчика?

2.110. Груз массой $m = 1$ *кг*, висящий на невесомом стержне длиною $l = 0{,}5$ *м*, совершает колебания в вертикальной плоскости. 1) При каком угле отклонения α стержня от вертикали кинетическая энергия груза в его нижнем положении равна $W_к = 2{,}45$ *дж*? 2) Во сколько раз при таком угле отклонения полное ускорение груза в его нижнем положении больше полного ускорения груза в его крайнем положении?

Указание. Учесть, что в нижнем положении $a_t = 0$ и $a_n \neq 0$; в крайнем положении $a_n = 0$ и $a_t \neq 0$.

2.111. На невесомом стержне висит груз P. Груз отклоняют на угол 90°. Доказать, что при прохождении этим маятником положения равновесия натяжение стержня равно $3P$.

2.112. Стальная проволока некоторого радиуса выдерживает нагрузку до 300 *кГ*. На такой проволоке подвешен груз массой 150 *кг*. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении маятником положения равновесия?

2.113. Камень весом 0,5 *кГ*, привязанный к веревке длиною $l = 50$ *см*, вращается в вертикальной плоскости. Натяжение веревки в низшей точке окружности равно $T = 44$ *н*. На какую высоту поднимется камень, если веревка обрывается в тот момент, когда скорость направлена вертикально вверх?

2.114. Вода течет по трубе, расположенной в горизонтальной плоскости и имеющей закругление радиуса $R = 2{,}0$ *м*. Найти боковое давление воды, вызванное центробежной силой. Диаметр трубы $d = 20$ *см*. Через поперечное сечение трубы в течение одного часа протекает $M = 300$ *т* воды.

2.115. Вода течет по каналу шириной 0,5 *м*, расположенному в горизонтальной плоскости и имеющему закругление радиусом 10 *м*. Найти боковое давление воды, вызванное центробежной силой.

2.116. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на 20 *см*, если известно, что сила пропорциональна сжатию пружины и что для сжатия пружины на 1 *см* необходима сила в 29,4 *н*.

2.117. Найти наибольшую мгновенную величину прогиба рессоры от груза, положенного на ее середину, если статический прогиб рессоры от того же груза равен 2 *см*. Каков будет наибольший начальный прогиб, если на середину рессоры падает тот же груз с высоты 1 м без начальной скорости?

2.118. Акробат прыгает в сетку с высоты $H_1 = 8$ *м*. На какой предельной высоте h_1 над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился о пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на $h_2 = 0{,}5$ *м*, если акробат прыгает в нее с высоты $H_2 = 1$ *м*.

2.119. Груз положили на чашку весов. Сколько делений покажет стрелка весов при первоначальном отбросе, если после успокоения качаний она показывает 5 делений?

2.120. На чашку весов падает груз весом 1 *кГ* с высоты 10 *см*. Сколько покажут весы в момент удара? Известно, что под действием этого груза после успокоения качаний чашка весов опускается на 0,5 *см*.

2.121. С какой скоростью двигался вагон массой в 20 *т*, если при ударе о стенку каждый буфер сжался на 10 *см*? Известно, что пружина каждого из буферов сжимается на 1 *см* под действием силы в 1 *Т*.

2.122. *Мальчик, стреляя из рогатки, натянул резиновый* шнур так, что его длина стала больше на 10 *см*. С какой скоростью полетел камень массой 20 *г*? Для натягивания резинового шнура на 1 *см* требуется сила в 1 *кГ*. Сопротивлением воздуха при полете камня пренебречь.

2.123. К нижнему концу пружины, подвешенной вертикально, присоединена другая пружина, к концу которой прикреплен груз. Коэффициенты деформации пружин равны соответственно k_1 и k_2. Пренебрегая весом пружин по сравнению с грузом, найти отношение потенциальных энергий этих пружин.

Указание. Учесть, что на обе пружины действует одинаковая сила.

2.124. На двух параллельных пружинах одинаковой длины висит стержень, весом которого можно пренебречь. Коэффициенты деформации пружин равны соответственно $k_1 = 2$ *кГ/см* и $k_2 = 3$ *кГ/см*. Длина стержня равна расстоянию между пружинами $L = 10$ *см*. В каком месте стержня надо подвесить груз, чтобы стержень оставался горизонтальным?

2.125. Резиновый мяч массой $m = 0,1$ *кг* летит горизонтально с некоторой скоростью и упруго ударяется о неподвижную вертикальную стенку. За время $\Delta t = 0,01$ *сек* мяч сжимается на $\Delta x = 1,37$ *см*; такое же время Δt затрачивается на восстановление первоначальной формы мяча. Найти среднюю силу, действующую на мяч за время удара.

2.126. Гирька весом $P = 4,9$ *н*, привязанная к резиновому шнуру, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Скорость вращения гирьки соответствует частоте $\nu = 2$ *об/сек*. Угол отклонения разинового шнура от вертикали равен $\alpha = 30°$. Найти длину резинового шнура до и после растяжения. Для растяжения шнура на $x_1 = 1$ *см* требуется сила $F_1 = 6,0$ *н*.

2.127. Груз весом $P = 0,5$ *кГ*, привязанный к резиновому шнуру длиной $l_0 = 9,5$ *см*, отклоняют на угол $\alpha = 90°$ и отпускают. Найти длину l шнура, в момент прохождения этим маятником положения равновесия. Известно, что для растяжения шнура на $l_1 = 1$ *см* требуется сила $F_1 = 9,81$ *н*.

Указание. Учесть, что потенциальная энергия поднятого груза переходит в работу растяжения шнура и в кинетическую энергию груза.

2.128. Мяч радиусом $R = 10$ *см* плавает в воде так, что его центр находится на $H = 9$ *см* выше поверхности воды. Какую работу надо совершить, чтобы погрузить мяч в воду до диаметральной плоскости?

2.129. Шар радиусом $R = 6$ *см* удерживается внешней силой под водой так, что его верхняя точка касается поверхности воды. Плотность материала шара $\rho = 500$ *кг/м*^{3}. Какую работу произведет выталкивающая сила, если отпустить шар и предоставить ему свободно плавать?

2.130. Шар диаметром $D = 30$ *см* плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы погрузить шар в воду еще на $h = 5$ *см* глубже? Плотность материала шара $\rho = 500$ *кг/м*^{3}.

2.131. Льдина площадью поперечного сечения $S = 1$ *м*^{2} и высотой $H = 0{,}4$ *м* плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду?

2.132. Найти силу притяжения между двумя протонами, находящимися на расстоянии $r = 10^{-10}$ *м* друг от друга. Масса протона $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг*.

2.133. Два медных шарика диаметрами $d_1 = 4$ *см* и $d_2 = 6$ *см* находятся в соприкосновении друг с другом. Найти гравитационную потенциальную энергию этой системы.

2.134. Вычислить постоянную тяготения, зная радиус земного шара R, среднюю плотность земли ρ и ускорение силы тяжести g вблизи поверхности Земли (см. таблицы в приложении).

2.135. Принимая ускорение силы тяжести у поверхности Земли равным $g = 9{,}80$ *м/сек*^{2} и пользуясь данными табл. III приложения, составить таблицу средних плотностей планет Солнечной системы.

2.136. Космическая ракета летит на Луну. В какой точке прямой, соединяющей центры Луны и Земли, ракета будет притягиваться Землей и Луной с одинаковой силой? Расстояние от Земли до Луны принять равным 60 земным радиусам, массу Луны считать в 81 раз меньше массы Земли.

2.137. Сравнить ускорение силы тяжести на поверхности Луны с ускорением силы тяжести на поверхности Земли, если принять, что масса Луны в 81 раз меньше массы Земли и радиус Земли в 3,7 раза больше радиуса Луны.

2.138. Как изменится период колебания математического маятника при перенесении его с Земли на Луну? (См. условие предыдущей задачи.)

2.139. Найти численное значение первой космической скорости, т. е. такой скорости, которую надо сообщить телу у поверхности Земли в горизонтальном направлении, чтобы оно начало двигаться вокруг Земли по круговой орбите в качестве ее спутника.

2.140. Найти численное значение второй космической скорости, т. е. такой скорости, которую надо сообщить телу у поверхности Земли, чтобы оно преодолело земное тяготение и навсегда удалилось от Земли.

2.141. Принимая ускорение силы тяжести у поверхности Земли равным $g=980$ *см/сек*^{2} и пользуясь данными табл. III приложения, составить таблицу значений первой и второй космических скоростей (в *км/сек*) у поверхности планет Солнечной системы.

2.142. Найти линейную скорость движения Земли по орбите, если принять, что масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ *кг* и расстояние от Земли до Солнца равно $1{,}5 \cdot 10^8$ *км*. Орбиту Земли считать круговой.

2.143. С какой линейной скоростью v будет двигаться искусственный спутник Земли по круговой орбите: 1) у поверхности Земли (сопротивлением воздуха пренебречь), 2) на высоте $h_1=200$ *км* и $h_2=7000$ *км*. Найти период обращения T вокруг Земли искусственного спутника при этих условиях. Необходимые данные взять из таблиц.

2.144. 1) Найти зависимость периода обращения искусственного спутника, вращающегося по круговой орбите у поверхности центрального тела, от средней плотности этого тела. 2) По данным, полученным при решении задачи 2.135, составить таблицу периодов обращения искусственных спутников, вращающихся по круговой орбите у поверхности планет Солнечной системы.

2.145. Найти центростремительное ускорение, с которым движется по круговой орбите искусственный спутник Земли, находящийся на высоте 200 *км* от поверхности Земли.

2.146. Планета Марс имеет два спутника Фобос и Деймос. Первый находится на расстоянии $R_1=9500$ *км* от центра Марса, второй — на расстоянии $R_2=24\,000$ *км*. Найти периоды обращения этих спутников вокруг Марса. Масса Марса составляет 0,108 массы Земли.

2.147. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На каком расстоянии от поверхности Земли должен находиться этот спутник, чтобы он был неподвижен по отношению к наблюдателю на Земле?

2.148. Искусственный спутник Луны движется по круговой орбите на расстоянии 20 *км* от поверхности Луны. Найти линейную скорость движения этого спутника, а также период его обращения вокруг Луны.

2.149. Найти численное значение первой и второй космических скоростей для Луны (см. условия задач 2.139 и 2.140).

2.150. Найти зависимость ускорения силы тяжести от высоты над поверхностью Земли. На какой высоте ускорение силы тяжести составляет 25% от ускорения силы тяжести на поверхности Земли?

2.151. На каком расстоянии от поверхности Земли ускорение силы тяжести равно 1 *м/сек*^{2}?

2.152. Во сколько раз кинетическая энергия искусственного спутника Земли, движущегося по круговой траектории, меньше его гравитационной потенциальной энергии?

2.153. Найти изменение ускорения силы тяжести при опускании тела на глубину h. На какой глубине ускорение силы тяжести составляет 25% от ускорения силы тяжести на поверхности Земли? Плотность Земли считать постоянной.

Указание. Учесть, что тело, находящееся на глубине h под поверхностью Земли, не испытывает со стороны вышележащего шарового слоя толщиной h никакого притяжения, так как притяжения от отдельных частей слоя взаимно компенсируются.

2.154. Каково соотношение между высотой H горы и глубиной h шахты, если период качания маятника на вершине горы и на дне шахты одинаков?

2.155. Найти период обращения вокруг Солнца советской искусственной планеты, если известно, что большая полуось ее эллиптической орбиты превышает большую полуось земной орбиты на 24 миллиона километров.

2.156. Орбита советской искусственной планеты близка к круговой. Считая орбиту планеты круговой, найти линейную скорость ее движения и период ее обращения вокруг Солнца по следующим данным: среднее расстояние планеты от Солнца $R = 1{,}71 \cdot 10^8$ *км*, диаметр Солнца $D = 1{,}39 \cdot 10^6$ *км* и средняя плотность Солнца $\rho = 1{,}4$ *г/см*^{3}.

2.157. Большая ось орбиты первого в мире искусственного спутника Земли меньше большой оси орбиты второго спутника на 800 *км*. Период обращения вокруг Земли первого спутника в начале его движения был равен 96,2 *мин*. Найти: 1) величину большой оси орбиты второго искусственного спутника Земли, 2) период его обращения вокруг Земли.

2.158. Минимальное удаление от поверхности Земли космического корабля-спутника „Восток-2“ составляло 183 *км*.

а максимальное удаление 244 *км*. Найти период обращения космического корабля вокруг Земли. Необходимые данные взять из таблиц.

2.159. Имеется кольцо из тонкой проволоки, радиус которой равен r. Найти силу, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой m, находящуюся на оси кольца на расстоянии L от его центра. Радиус кольца R, плотность материала проволоки равна ρ.

2.160. Имеется кольцо из тонкой медной проволоки, радиус которой равен 1 *мм*. Радиус кольца равен 20 *см*. 1) Найти силу F, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой в 2 *г*, находящуюся на оси кольца на расстоянии $L = 0$, 5, 10, 15, 20 и 50 *см* от его центра. Составить таблицу значений и начертить график зависимости $F = f(L)$. 2) На каком расстоянии L_{max} от центра кольца сила взаимодействия между кольцом и материальной точкой будет максимальной? 3) Найти численное значение максимальной силы взаимодействия между кольцом и материальной точкой.

Указание. По оси абсцисс откладывать L в *см*, по оси ординат $F \cdot 10^{11}$ *н*.

2.161. Сила взаимодействия F между кольцом из проволоки и материальной точкой, находящейся на оси кольца, имеет максимальное значение, когда точка находится на расстоянии L_{max} от центра кольца. Во сколько раз сила взаимодействия между кольцом и материальной точкой, находящейся на расстоянии $L = 0{,}5L_{max}$ от центра кольца, меньше максимальной силы?

§ 3. Вращательное движение твердых тел

Момент M силы F относительно какой-нибудь оси вращения определяется формулой

$$M = Fl,$$

где l — расстояние от оси вращения до прямой, вдоль которой действует сила.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-нибудь оси вращения называется величина

$$J = mr^2,$$

где m — масса материальной точки и r — расстояние точки от оси.

Момент инерции твердого тела относительно его оси вращения

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование должно быть распространено на весь объем тела. Производя интегрирование, можно получить следующие формулы:

1) момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$J = \frac{1}{2} mR^2,$$

где R — радиус цилиндра и m — его масса;

2) момент инерции полого цилиндра (обруча) с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси цилиндра

$$J = m \frac{R_1^2 + R_2^2}{2},$$

для тонкостенного полого цилиндра $R_1 \cong R_2 = R$ и

$$J \cong mR^2;$$

3) момент инерции однородного шара радиуса R относительно оси, проходящей через его центр,

$$J = \frac{2}{5} mR^2;$$

4) момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно его длине l,

$$J = \frac{1}{12} ml^2.$$

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_0 относительно оси, проходящей через центр тяжести, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле

$$J = J_0 + md^2,$$

где m — масса тела и d — расстояние от центра тяжести тела до оси вращения.

Основной закон динамики вращательного движения выражается уравнением

$$Mdt = d(J\omega),$$

где M — момент сил, приложенных к телу, момент инерции которого равен J; ω — угловая скорость вращения тела. Если $J = \text{const}$, то

$$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon,$$

где ε — угловое ускорение, приобретаемое телом под действием вращающего момента M.

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$W_к = \frac{J\omega^2}{2},$$

где J — момент инерции тела и ω — его угловая скорость.

Сопоставление уравнений динамики вращательного движения с уравнениями поступательного движения дано в табл. 7.

Таблица 7

Поступательное движение	Вращательное движение
Второй закон Ньютона	
$F\Delta t = mv_2 - mv_1$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$
или	или
$F = ma$	$M = J\varepsilon$
Закон сохранения количества движения	Закон сохранения момента количества движения
$\Sigma mv = \text{const}$	$\Sigma J\omega = \text{const}$
Работа и кинетическая энергия	
$A = FS = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$	$A = M\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$

Период малых колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mdg}},$$

где J — момент инерции маятника относительно его оси вращения, m — масса маятника, d — расстояние от оси вращения до центра тяжести, g — ускорение силы тяжести.

3.1. Найти момент инерции и момент количества движения Земного шара относительно оси вращения.

3.2. Два шара радиусом $r_1 = r_2 = 5$ *см* закреплены на концах тонкого стержня, вес которого значительно меньше веса шаров. Расстояние между центрами шаров $R = 0,5$ *м*. Масса каждого шара $m = 1$ *кг*. Найти: 1) момент инерции J_1 этой системы относительно оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно его длине; 2) момент инерции J_2 этой системы относительно той же оси, считая шары материальными точками, массы которых сосредоточены в их центрах; 3) относительную ошибку $\delta = \frac{J_1 - J_2}{J_2}$, которую мы допускаем при вычислении момента инерции этой системы, заменяя величину J_1 величиной J_2.

3.3. К ободу однородного диска радиусом $R = 0,2$ *м* приложена постоянная касательная сила $F = 98,1$ *н*. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр} = 0,5$ *кГм*. Найти вес P диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 100$ *рад/сек*^{2}.

3.4. Однородный стержень длиною 1 *м* и весом 0,5 *кГ* вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением вращается стержень, если вращающий момент равен $9,81 \cdot 10^{-2}$ *н·м*?

3.5. Однородный диск радиусом $R = 0,2$ *м* и весом $P = 5$ *кГ* вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\omega = A + Bt$, где $A = 4$ *рад/сек*, $B = 8$ *рад/сек*^{2}. Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

3.6. Маховик, момент инерции которого равен $J = 63,6$ *кг·м*^{2}, вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 31,4$ *рад/сек*. Найти тормозящий момент M, под действием которого маховик останавливается через $t = 20$ *сек*.

3.7. К ободу колеса радиусом 0,5 *м* и массой $m = 50$ *кг* приложена касательная сила в 10 *кГ*. Найти: 1) угловое ускорение колеса, 2) через сколько времени после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую 100 *об/сек*?

3.8. Маховик радиусом $R = 0{,}2$ *м* и массой $m = 10$ *кг* соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно $T = 14{,}7$ *н*. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через $\Delta t = 10$ *сек* после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.9. Маховое колесо, имеющее момент инерции 245 *кг · м*^{2}, вращается, делая 20 *об/сек*. Через минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Найти: 1) момент сил трения, 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

3.10. Две гири весом $P_1 = 2$ *кГ* и $P_2 = 1$ *кГ* соединены нитью и перекинуты через блок. Радиус блока $R = 10$ *см* и его вес $P = 1$ *кГ*. Найти: 1) ускорение a, с которым движутся гири; 2) натяжения T_1 и T_2 нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

3.11. На барабан массой $M = 9$ *кг* намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ *кг*. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

3.12. На барабан радиусом $R = 0{,}5$ *м* намотан шнур, к концу которого привязан груз $P_1 = 10$ *кГ*. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2{,}04$ *м/сек*^{2}.

3.13. На барабан радиусом $R = 20$ *см*, момент инерции которого равен $J = 0{,}1$ *кг · м*^{2}, намотан шнур, к которому привязан груз $P_1 = 0{,}5$ *кГ*. До начала вращения барабана высота груза P_1 над полом равна $h_1 = 1$ *м*. Найти: 1) через сколько времени груз опустится до пола, 2) кинетическую энергию груза в момент удара о пол, 3) натяжение нити. Трением пренебречь.

3.14. Две гири разного веса соединены нитью и перекинуты через блок, момент инерции которого $J = 50$ *кг · м*^{2} и радиус $R = 20$ *см*. Блок вращается с трением и момент сил трения равен $M_{тр} = 98{,}1$ *н · м*. Найти разность натяжений нити $T_1 - T_2$ по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 2{,}36$ *рад/сек*^{2}.

3.15. Блок весом $P = 1$ *кГ* укреплен на конце стола (см. рис. 1 и задачу 2.31). Гири A и B равного веса $P_1 = P_2 = 1$ *кГ* соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири B о стол равен $k = 0{,}1$. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь. Найти: 1) ускорение, с которым движутся гири, 2) натяжения T_1 и T_2 нитей.

3.16. Диск весом в 2 *кГ* катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 *м/сек*. Найти кинетическую энергию диска.

3.17. Шар диаметром 6 *см* катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая 4 *об/сек*. Масса шара 0,25 *кг*. Найти кинетическую энергию шара.

3.18. Обруч и диск имеют одинаковый вес P и катятся без скольжения с одинаковой линейной скоростью v. Кинетическая энергия обруча равна $W_1 = 4$ *кГм*. Найти кинетическую энергию W_2 диска.

3.19. Шар массою $m = 1$ *кг*, катящийся без скольжения, ударяет о стенку и отскакивает от нее. Скорость шара до удара о стенку $v_1 = 10$ *см/сек*, после удара $v_2 = 8$ *см/сек*. Найти количество тепла Q, выделившееся при ударе.

3.20. Найти относительную ошибку, которая получается при вычислении кинетической энергии катящегося шара, если не учитывать вращения шара.

3.21. Обруч весом в 1 *кГ* и диаметром 60 *см* вращается вокруг оси, проходящей через центр, делая 20 *об/сек*. Какую работу надо совершить, чтобы остановить обруч?

3.22. Кинетическая энергия вала, вращающегося с постоянной скоростью, соответствующей 5 *об/сек*, равна 60 *дж*. Найти момент количества движения этого вала.

3.23. Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью $v = 9$ *км/ч*. Вес велосипедиста вместе с велосипедом $P = 78$ *кГ*, причем на вес колес приходится $P_1 = 3$ *кГ*. Колеса велосипеда считать обручами.

3.24. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью 7,2 *км/ч*. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 *м* на каждые 100 *м* пути.

3.25. С какой наименьшей высоты H должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму „мертвой петли“ радиусом $R = 3$ *м*, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли. Масса велосипедиста вместе с велосипедом $m=75$ *кг*, причем на массу колес приходится $m_1=3$ *кг*. Колеса велосипеда считать обручами.

3.26. Медный шар радиусом $R=10$ *см* вращается со скоростью, соответствующей $\nu=2$ *об/сек*, вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара вдвое? Необходимые данные взять из таблиц.

3.27. Найти линейное ускорение движения центров тяжести 1) шара, 2) диска и 3) обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Угол наклона плоскости равен 30°, начальная скорость всех тел равна нулю. 4) Сравнить найденные ускорения с ускорением тела, соскальзывающего с этой наклонной плоскости при отсутствии трения.

3.28. Найти линейную скорость движения центров тяжести 1) шара, 2) диска и 3) обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости $h=0{,}5$ *м*, начальная скорость всех тел равна нулю. 4) Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскальзывающего с этой наклонной плоскости при отсутствии трения.

3.29. Имеются два цилиндра: алюминиевый (сплошной) и свинцовый (полый) — одинакового радиуса $R=6$ *см* и одинакового веса $P=0{,}5$ *кГ*. Поверхности цилиндров окрашены. 1) Как, наблюдая поступательные скорости цилиндров у подножия наклонной плоскости, можно различить их? 2) Найти моменты инерции этих цилиндров. 3) Во сколько времени каждый цилиндр скатится без скольжения с наклонной плоскости? Высота наклонной плоскости $h=0{,}5$ *м*, угол наклона плоскости $\alpha=30°$. Начальная скорость каждого цилиндра равна нулю.

3.30. Колесо, вращаясь равнозамедленно при торможении, уменьшило за 1 мин скорость вращения от 300 до 180 *об/мин*. Момент инерции колеса равен 2 $кг \cdot м^2$. Найти: 1) угловое ускорение колеса, 2) тормозящий момент, 3) работу торможения, 4) число оборотов, сделанных колесом за эту минуту.

3.31. Вентилятор вращается со скоростью, соответствующей 900 *об/мин*. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 75 *об*. Работа сил торможения равна 44,4 *дж*. Найти: 1) момент инерции вентилятора, 2) момент силы торможения.

3.32. Маховое колесо, имеющее момент инерции $J=245$ *кг·м²*, вращается, делая 20 *об/сек*. После того, как на колесо перестал действовать вращающий момент сил, оно остановилось, сделав 1000 *об*. Найти: 1) момент сил трения, 2) время, прошедшее от момента прекращения действия вращающего момента сил до полной остановки колеса.

3.33. По ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз в 1 *кГ*. На какое расстояние должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом получило скорость, соответствующую 60 *об/мин*? Момент инерции колеса со шкивом равен 0,42 *кг·м²*, радиус шкива равен 10 *см*.

3.34. Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon=0{,}5$ *рад/сек²* и через $t_1=15$ *сек* после начала движения приобретает момент количества движения, равный $L=73{,}5$ *кг·м²/сек*. Найти кинетическую энергию колеса через $t_2=20$ *сек* после начала вращения.

3.35. Маховик вращается с постоянной скоростью, соответствующей $\nu=10$ *об/сек*; его кинетическая энергия $W=800$ *кГм*. За сколько времени вращающий момент сил $M=50$ *н·м*, приложенный к этому маховику, увеличит угловую скорость маховика в два раза?

3.36. К ободу диска массою $m=5$ *кг* приложена постоянная касательная сила $F=2$ *кГ*. Какую кинетическую энергию будет иметь диск через $\Delta t=5$ *сек* после начала действия силы?

3.37. На какой угол надо отклонить однородный стержень, подвешенный на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня, чтобы нижний конец стержня при прохождении им положения равновесия имел скорость 5 *м/сек*? Длина стержня 1 *м*.

3.38. Однородный стержень длиною в 85 *см* подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую скорость надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

3.39. Карандаш, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую и линейную скорость будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша, 2) верхний его конец? Длина карандаша 15 *см*.

3.40. Горизонтальная платформа массой 100 *кг* вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, делая 10 *об/мин.* Человек весом 60 *кГ* стоит при этом на краю платформы. С какой скоростью начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым однородным диском, а человека — точечной массой.

3.41. Какую работу совершает человек при переходе от края платформы к ее центру в условиях предыдущей задачи? Радиус платформы равен 1,5 *м.*

3.42. Горизонтальная платформа весом 80 *кГ* и радиусом 1 *м* вращается с угловой скоростью, соответствующей 20 *об/мин.* В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Какое число оборотов в минуту будет делать платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от 2,94 $кг \cdot м^2$ до 0,98 $кг \cdot м^2$? Считать платформу круглым однородным диском.

3.43. Во сколько раз увеличилась кинетическая энергия платформы с человеком в условиях предыдущей задачи?

3.44. Человек весом 60 *кГ* находится на неподвижной платформе массой 100 *кг.* Какое число оборотов в минуту будет делать платформа, если человек пойдет по платформе, описывая окружность радиусом 5 *м* с постоянной скоростью 4 *км/ч* (относительно оси вращения)? Радиус платформы 10 *м.*

3.45. Однородный стержень совершает малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Длина стержня $l = 0,5$ *м.* Найти период колебаний стержня.

3.46. Найти период колебаний стержня предыдущей задачи, если ось вращения проходит через точку, находящуюся на расстоянии 10 *см* от его верхнего конца.

3.47. На концах вертикального стержня укреплены два груза. Центр тяжести этих грузов находится ниже середины стержня на $d = 5$ *см.* Найти длину стержня, если известно, что период малых колебаний стержня с грузами вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину, $T = 2$ *сек.* Весом стержня по сравнению с весом грузов пренебречь.

3.48. Обруч диаметром 56,5 *см* висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период этих колебаний.

3.49. Какой наименьшей длины L надо взять нить, к которой подвешен однородный шарик диаметром $D=4$ *см*, чтобы при определении периода малых колебаний шарика рассматривать его как математический маятник? Ошибка при таком допущении не должна превышать 1 %.

3.50. Однородный шарик подвешен на нити, длина которой равна радиусу шарика. Во сколько раз период малых колебаний этого маятника больше периода малых колебаний математического маятника с таким же расстоянием от точки подвеса до центра тяжести?

§ 4. Механика газов и жидкостей

Для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости имеет место уравнение Бернулли

$$p+\frac{\rho v^2}{2}+\rho gh=\mathrm{const}. \quad (1)$$

Здесь ρ — плотность жидкости, v — скорость движения жидкости в данном сечении трубы, h — высота данного сечения трубы над некоторым уровнем и p — давление. Из уравнения Бернулли следует, что скорость вытекания жидкости из малого отверстия равна $v=\sqrt{2gh}$, где h — высота поверхности жидкости над отверстием. Так как через любое поперечное сечение трубы проходят равные объемы жидкости, то $S_1v_1=S_2v_2$, где v_1 и v_2 — скорости жидкости в двух сечениях трубы площадью поперечного сечения S_1 и S_2.

Сила сопротивления, которую испытывает падающий в вязкой жидкости (или в газе) шарик, определяется формулой Стокса

$$F=6\pi\eta rv, \quad (2)$$

где η — коэффициент внутреннего трения жидкости или газа (динамическая вязкость), r — радиус шарика, v — его скорость. Закон Стокса имеет место только для ламинарного движения. При ламинарном движении объем жидкости (газа), протекающей за время t через капиллярную трубку радиусом r и длиною l, определяется формулой Пуазейля

$$V=\frac{\pi r^4 t\Delta p}{8l\eta}, \quad (3)$$

где η — динамическая вязкость жидкости (газа), Δp — разность давлений на концах трубки.

Характер движения жидкости (газа) определяется безразмерным числом Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{Dv\rho}{\eta} = \frac{Dv}{\nu}, \tag{4}$$

где D — величина, характеризующая линейные размеры тела, обтекаемого жидкостью (газом), v — скорость течения, ρ — плотность, η — динамическая вязкость. Отношение $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ называется кинематической вязкостью. Критическое значение числа Рейнольдса, определяющее переход от ламинарного движения к турбулентному, различно для тел различной формы.

4.1. Найти, с какой скоростью течет по трубе углекислый газ, если известно, что за полчаса через поперечное сечение трубы протекает 0,51 *кг* газа. Плотность газа принять равной 7,5 *кг/м*^{3}. Диаметр трубы равен 2 *см*. *)

4.2. В дне цилиндрического сосуда имеется круглое отверстие диаметром $d = 1$ *см*. Диаметр сосуда $D = 0{,}5$ *м*. Найти зависимость скорости v понижения уровня воды в сосуде от высоты h этого уровня. Найти численное значение этой скорости для высоты $h = 0{,}2$ *м*.

4.3. На столе стоит сосуд с водой, в боковой поверхности которого имеется малое отверстие, расположенное на расстоянии h_1 от дна сосуда и на расстоянии h_2 от уровня воды. Уровень воды в сосуде поддерживается постоянным. На каком расстоянии от отверстия (по горизонтали) струя воды падает на стол? Задачу решить для случаев: 1) $h_1 = 25$ *см* и $h_2 = 16$ *см*, 2) $h_1 = 16$ *см* и $h_2 = 25$ *см*.

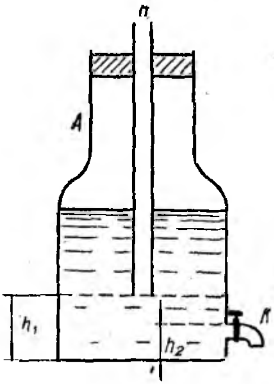


Рис. 5.

4.4. Сосуд A, наполненный водой (сосуд Мариотта), сообщается с атмосферой через стеклянную трубку a, вмазанную в горлышко сосуда (см. рис. 5). Расстояние между нижним концом трубки a и дном сосуда равно $h_1 = 10$ *см*. Найти скорость вытекания воды из крана K в случаях, когда кран расположен от дна сосуда на расстоянии: 1) $h_2 = 2$ *см*, 2) $h_2 = 7{,}5$ *см*, 3) $h_2 = 10$ *см*.

*) В задачах 4.1—4.9 жидкости (газы) считать идеальными.

4.5. Цилиндрический бак высотою $h=1$ *м* наполнен до краев водой. 1) За какое время вся вода выльется через отверстие, расположенное у дна бака? Площадь поперечного сечения отверстия в 400 раз меньше площади поперечного сечения бака. 2) Сравнить это время с тем, которое понадобилось бы для вытекания такого же количества воды, если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h=1$ *м* от отверстия.

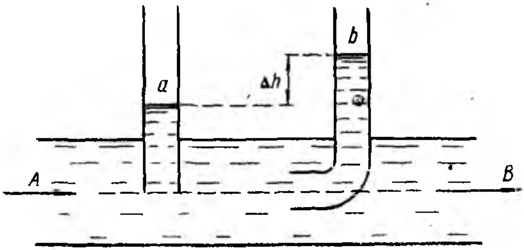


Рис. 6

4.6. В сосуд льется вода, причем за 1 *сек* наливается 0,2 *л* воды. Каков должен быть диаметр d отверстия в дне сосуда, чтобы вода в нем держалась на постоянном уровне, равном $h=8{,}3$ *см*?

4.7. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью 25 *м/сек*? Плотность краски равна 0,8 *г/см*^{3}.

4.8. По горизонтальной трубе AB (см. рис. 6) течет жидкость. Разность уровней этой жидкости в трубках a и b равна 10 *см*. Диаметры трубок a и b одинаковы. Найти скорость течения жидкости в трубе AB.

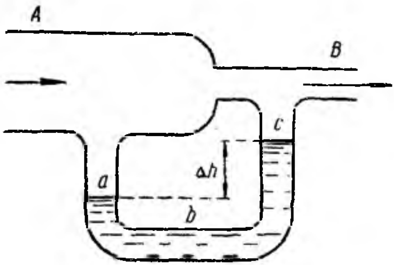


Рис. 7.

4.9. Воздух продувается через трубку AB (см. рис. 7). Ежеминутно через трубку AB протекает 50 *л* воздуха. Площадь поперечного сечения широкой части трубки AB равна 1 *см*^{2}, а узкой ее части и трубки abc равна 0,5 *см*^{2}. Найти разность уровней Δh воды, налитой в трубку abc. Плотность воздуха принять равной 1,32 *кг/м*^{3}.

4.10. Шарик всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плотность которой в 4 раза больше плотности материала шарика. Во сколько раз сила трения, действующая на всплывающий шарик, больше веса этого шарика?

4.11. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром $d = 0{,}3$ *мм*, если динамическая вязкость воздуха равна $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ *г/см·сек*?

4.12. Стальной шарик диаметром 1 *мм* падает с постоянной скоростью 0,185 *см/сек* в большом сосуде, наполненном касторовым маслом. Найти динамическую вязкость касторового масла при температуре опыта. Необходимые данные взять из таблиц.

4.13. Смесь свинцовых дробинок диаметром 3 *мм* и 1 *мм* опустили в бак с глицерином глубиной 1 *м*. Насколько позже упадут на дно дробинки меньшего диаметра по сравнению с дробинками бо́льшего диаметра? Плотность глицерина 1300 *кг/м*^{3} и динамическая вязкость при температуре опыта 14,7 *г/см·сек*. Остальные необходимые данные взять из таблиц.

4.14. Пробковый шарик радиусом в 5 *мм* всплывает в сосуде, наполненном касторовым маслом. Плотность масла принять равной 0,97 *г/см*^{3} и плотность пробки 270 *кг/м*^{3}. Чему равны динамическая и кинематическая вязкости касторового масла в условиях опыта, если шарик всплывает с постоянной скоростью 3,5 *см/сек*?

4.15. В боковую поверхность цилиндрического сосуда радиусом $R = 2$ *см* вставлен горизонтальный капилляр внутренним радиусом $r = 1$ *мм* и длиной $l = 2$ *см*. В сосуд налито касторовое масло, динамическая вязкость которого равна $\eta = 12$ *г/см·сек*. Найти зависимость скорости v понижения уровня касторового масла в цилиндрическом сосуде от высоты h этого уровня над капилляром. Найти численное значение этой скорости при $h = 26$ *см*. Плотность касторового масла принять равной $\rho = 900$ *кг/м*^{3}.

4.16. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр, внутренний радиус которого $r = 1$ *мм* и длина $l = 1{,}5$ *см*. В сосуд налит глицерин, динамическая вязкость которого в условиях опыта равна $\eta = 1{,}0$ *н·сек/м*^{2}. Уровень глицерина в сосуде поддерживается постоянным на высоте $h = 0{,}18$ *м* выше капилляра. Сколько времени потребуется на то, чтобы из капилляра вытекло 5 *см*^{3} глицерина?

4.17. На столе стоит сосуд, в боковую поверхность которого вставлен горизонтальный капилляр на высоте $h_1 = 5$ *см* от дна сосуда. Внутренний радиус капилляра $r = 1$ *мм*, длина $l = 1$ *см*. В сосуд налито машинное масло, плотность которого $\rho = 900$ *кг/м*^{3} и динамическая вязкость $\eta = 0{,}5$ *н·сек/м*^{2}. Уровень масла в сосуде поддерживается на высоте $h_2 = 50$ *см* выше капилляра. Найти, на каком расстоянии от конца капилляра (по горизонтали) струя масла падает на стол.

4.18. Стальной шарик падает в большом сосуде, наполненном трансформаторным маслом, плотность которого $\rho = 900$ *кг/м*^{3} и динамическая вязкость $\eta = 0{,}8$ *н·сек/м*^{2}. Считая, что закон Стокса имеет место при $\mathrm{Re} \leqslant 0{,}5$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр шарика), найти предельное значение диаметра шарика.

4.19. Считая, что ламинарность движения жидкости (или газа) в цилиндрической трубе сохраняется при $\mathrm{Re} \leqslant 3000$ (если при вычислении Re в качестве величины D взять диаметр трубы), показать, что условия задачи 4.1 соответствуют ламинарному движению. Кинематическую вязкость газа принять равной $\nu = 1{,}33 \cdot 10^{-6}$ *м*^{2}*/сек*.

4.20. Вода течет по трубе, причем за 1 *сек* через поперечное сечение трубы протекает 200 *см*^{3} воды. Динамическая вязкость воды в условиях опыта равна 0,001 *н·сек/м*^{2}. При каком предельном значении диаметра трубы движение воды остается ламинарным? (См. условие предыдущей задачи.)

ГЛАВА II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Тепловые единицы

Составной частью Международной системы единиц (СИ) является система МКСГ, предназначенная для измерения тепловых величин (ГОСТ 8550-61). В табл. 8 в соответствии

Таблица 8

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
Основные единицы		
Длина	метр	*м*
Масса	килограмм	*кг*
Время	секунда	*сек*
Температура	градус	°К, *град* °С, *град*
Важнейшие производные единицы		
Количество теплоты	джоуль	*дж*
Теплоемкость системы Энтропия системы	джоуль на градус	$\frac{дж}{град}$
Удельная теплоемкость Удельная энтропия	джоуль на килограмм-градус	$\frac{дж}{кг \cdot град}$
Удельная теплота фазового превращения	джоуль на килограмм	$\frac{дж}{кг}$
Температурный градиент	градус на метр	$\frac{град}{м}$
Тепловой поток	ватт	*вт*
Плотность теплового потока Поверхностная плотность излучения	ватт на квадратный метр	$\frac{вт}{м^2}$
Теплопроводность	ватт на метр-градус	$\frac{вт}{м \cdot град}$
Температуропроводность	квадратный метр на секунду	$\frac{м^2}{сек}$

с ГОСТом 8550-61 приводятся основные и некоторые производные единицы для измерения тепловых величин в системе МКСГ.

Стандартом допускается также применение для измерения тепловых величин внесистемных единиц, основанных на калории (см. табл. 9).

Таблица 9

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение	Размер единицы в единицах СИ-системы
Количество теплоты	калория	*кал*	4,19 *дж*
	килокалория	*ккал*	$4{,}19\cdot 10^3$ *дж*
Теплоемкость системы; Энтропия системы	калория на градус	*кал/град*	$4{,}19\ \frac{дж}{град}$
	килокалория на градус	*ккал/град*	$4{,}19\cdot 10^3\ \frac{дж}{град}$
Удельная теплоемкость; Удельная энтропия	калория на грамм-градус	*кал/г·град*	$4{,}19\cdot 10^3 \times \frac{дж}{кг\cdot град}$
	килокалория на килограмм-градус	*ккал/кг·град*	
Удельная теплота фазового превращения	калория на грамм	*кал/г*	$4{,}19\cdot 10^3\ \frac{дж}{кг}$
	килокалория на килограмм	*ккал/кг*	
Теплопроводность	калория на сантиметр-секунду-градус	$\frac{кал}{см\cdot сек\cdot град}$	$4{,}19\cdot 10^2 \times \frac{вт}{м\cdot град}$
	килокалория на метр-час-градус	$\frac{ккал}{м\cdot ч\cdot град}$	$1{,}163\frac{вт}{м\cdot град}$

Единицы мольных величин образуются из перечисленных в табл. 8 и 9 удельных единиц путем замены в них грамма грамм-молем (моль) и килограмма киломолем (кмоль), где за киломоль принимается количество вещества, масса которого в килограммах равна молекулярному весу.

Примеры решения задач

Задача 1. В сосуде объемом 20 *л* находится 4 *г* водорода при температуре 27° С. Найти давление водорода.

Решение. Идеальные газы подчиняются уравнению Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{M}{\mu} RT, \tag{1}$$

связывающему объем газа V, его давление p, абсолютную температуру T и массу M. В уравнении (1) R — газовая постоянная, в СИ-системе равная $8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кмоль · град*; μ — масса одного киломоля, $\frac{M}{\mu}$ — число киломолей.

Из уравнения (1) имеем

$$p = \frac{MRT}{\mu V}. \tag{2}$$

У нас $M = 4 \cdot 10^{-3}$ *кг*, $\mu = 2$ *кг/кмоль*, $T = 27°\,C = 300°\,K$, $V = 20$ *л* $= 2 \cdot 10^{-2}$ *м*^{3}. Подставляя эти данные в (2), получим $p = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 300}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} \frac{н}{м^2} = 2{,}5 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}.

Пользуясь табл. 5, мы можем полученный ответ выразить в других единицах:

$$p = 2{,}5 \cdot 10^5\ н/м^2 = 2{,}5\ бар = 1880\ мм\ рт.\ ст. =$$
$$= 2{,}55\ кГ/см^2 = 2{,}46\ атм.$$

Задача 2. Найти удельную теплоемкость при постоянном объеме некоторого многоатомного газа, если известно, что плотность этого газа при нормальных условиях равна $7{,}95 \cdot 10^{-4}$ *г/см*^{3}.

Решение. Удельная теплоемкость при постоянном объеме определяется формулой

$$c_V = \frac{Ri}{2\mu}, \tag{1}$$

где R — газовая постоянная, i — число степеней свободы молекул многоатомного газа и μ — масса одного киломоля газа. Формулу для плотности газа нетрудно получить из уравнения Менделеева — Клапейрона

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{p\mu}{RT}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) имеем

$$c_V = \frac{Ri}{2}\frac{p}{\rho RT} = \frac{pi}{2\rho T}. \qquad (3)$$

Так как газ находится при нормальных условиях, то $p = 1$ *атм* $= 1{,}013 \cdot 10^5$ *н/м²*; $T = 0°\,C = 273°\,K$. Для многоатомных газов $i = 6$. Кроме того, по условию $\rho = 7{,}95 \times 10^{-4}$ *г/см³* $= 0{,}795$ *кг/м³*. Подставляя эти данные в (3), получим $c_V = 1400$ *дж/кг · град.*

Пользуясь табл. 5, мы можем полученный результат выразить в *кал/г · град*:

$$c_V = 1400 \text{ дж/кг} \cdot \text{град} = \frac{1400}{4{,}19 \cdot 10^3} \text{ кал/г} \cdot \text{град} = 0{,}334 \text{ кал/г} \cdot \text{град}.$$

§ 5. Физические основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики

Идеальные газы подчиняются уравнению состояния Менделеева — Клапейрона

$$pV = \frac{M}{\mu}RT,$$

где p — давление газа, V — его объем, T — абсолютная температура, M — масса газа, μ — масса одного киломоля газа, R — газовая постоянная; отношение $\frac{M}{\mu}$ дает число киломолей.

В системе СИ газовая постоянная численно равна $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кмоль · град.*

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме их парциальных давлений, т. е. тех давлений, которые имел бы каждый из газов в отдельности, если бы он при данной температуре один заполнял весь объем.

Основное уравнение кинетической теории газов имеет вид:

$$p = \frac{2}{3}n\overline{W}_0 = \frac{2}{3}n\frac{m\overline{v^2}}{2},$$

где n — число молекул в единице объема, W_0 — средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы,

m — масса молекулы и $\sqrt{\overline{v^2}}$ — средняя квадратичная скорость молекул.

Эти величины определяются следующими формулами.

Число молекул в единице объема

$$n = \frac{p}{kT},$$

где $k = \frac{R}{N_0}$ — постоянная Больцмана, N_0 — число Авогадро. Так как $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кмоль · град* и $N_0 = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ *кмоль*$^{-1}$, то $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град* $= 1{,}38 \cdot 10^{-16}$ *эрг/град*.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$\overline{W}_0 = \frac{3}{2} kT.$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

причем $m = \frac{\mu}{N_0}$.

Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия газа)

$$W = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT,$$

где i — число степеней свободы молекул.

Связь между молекулярной C и удельной c теплоемкостью следует из их определения

$$C = \mu c.$$

Молекулярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R,$$

при постоянном давлении

$$C_p = C_V + R.$$

Отсюда следует, что молекулярная теплоемкость целиком определяется атомностью газа. Для одноатомного газа $i = 3$ и

$$C_V = 12{,}5 \cdot 10^3 \textit{ дж/кмоль} \cdot \textit{град} \cong 3 \textit{ кал/моль} \cdot \textit{град},$$
$$C_p = 20{,}8 \cdot 10^3 \textit{ дж/кмоль} \cdot \textit{град} \cong 5 \textit{ кал/моль} \cdot \textit{град}.$$

Для двухатомного газа $i = 5$ и

$$C_V = 20{,}8 \cdot 10^3 \textit{ дж/кмоль} \cdot \textit{град} \cong 5 \textit{ кал/моль} \cdot \textit{град},$$
$$C_p = 29{,}1 \cdot 10^3 \textit{ дж/кмоль} \cdot \textit{град} \cong 7 \textit{ кал/моль} \cdot \textit{град}.$$

Для многоатомного газа $i = 6$ и

$$C_V = 24{,}9 \cdot 10^3 \textit{ дж/кмоль} \cdot \textit{град} \cong 6 \textit{ кал/моль} \cdot \textit{град},$$
$$C_p = 33{,}2 \cdot 10^3 \textit{ дж/кмоль} \cdot \textit{град} \cong 8 \textit{ кал/моль} \cdot \textit{град}.$$

Закон распределения молекул по скоростям (закон Максвелла) позволяет найти число молекул ΔN, относительные скорости которых лежат в интервале от u до $u + \Delta u$:

$$\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 \Delta u.$$

Здесь $u = \frac{v}{v_в}$ — относительная скорость, v — данная скорость и $v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ — наиболее вероятная скорость молекул, Δu — величина интервала относительных скоростей, малая по сравнению со скоростью u.

При решении задач на закон распределения молекул по скоростям удобно пользоваться табл. 10, в которой даны значения $\frac{\Delta N}{N \Delta u}$ для различных u.

Таблица 10

u	$\frac{\Delta N}{N\Delta u}$	u	$\frac{\Delta N}{N\Delta u}$	u	$\frac{\Delta N}{N\Delta u}$
0	0	0,9	0,81	1,8	0,29
0,1	0,02	1,0	0,83	1,9	0,22
0,2	0,09	1,1	0,82	2,0	0,16
0,3	0,18	1,2	0,78	2,1	0,12
0,4	0,31	1,3	0,71	2,2	0,09
0,5	0,44	1,4	0,63	2,3	0,06
0,6	0,57	1,5	0,54	2,4	0,04
0,7	0,68	1,6	0,46	2,5	0,03
0,8	0,76	1,7	0,36		

Средняя арифметическая скорость молекул

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

Для многих задач важно знать число молекул N_x, скорости которых превышают заданное значение скорости u. В табл. 11 даны значения $\frac{N_x}{N}=F(u)$, где N — общее число молекул.

Таблица 11

u	$\frac{N_x}{N}$	u	$\frac{N_x}{N}$
0	1,000	0,8	0,734
0,2	0,994	1,0	0,572
0,4	0,957	1,25	0,374
0,5	0,918	1,5	0,213
0,6	0,868	2,0	0,046
0,7	0,806	2,5	0,0057

Барометрическая формула дает закон убывания давления газа с высотой в поле силы тяжести

$$p_h=p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}.$$

Здесь p_h — давление газа на высоте h, p_0 — давление на высоте $h=0$, g — ускорение силы тяжести. Эта формула приближенная, так как температуру T нельзя считать одинаковой для больших разностей высот.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\bar{\lambda}=\frac{\bar{v}}{\bar{z}}=\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n},$$

где $\bar{v}$ — средняя арифметическая скорость, $\bar{z}$ — среднее число столкновений в единицу времени, σ — эффективный диаметр молекулы и n — число молекул в единице объема.

Масса M, перенесенная за время Δt при диффузии, определяется уравнением

$$M=D\frac{\Delta\rho}{\Delta x}\Delta S\,\Delta t,$$

где $\frac{\Delta\rho}{\Delta x}$ — градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, и D — коэффициент диффузии, равный

$$D=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}.$$

Здесь $\bar{v}$ — средняя скорость, $\bar{\lambda}$ — средняя длина свободного пробега молекул.

Количество движения, перенесенное газом за время Δt, определяет силу внутреннего трения F в газе:

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta S,$$

где $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ — градиент скорости течения газа в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, а η — коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость)

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho.$$

Количество тепла Q, перенесенное за время Δt при теплопроводности, равно

$$Q = K \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \Delta t,$$

где $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ — градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS, K — коэффициент теплопроводности, равный

$$K = \frac{1}{3} \bar{v} \lambda c_V \rho.$$

Первое начало термодинамики может быть записано в виде

$$dQ = dW + dA,$$

где dQ — количество тепла, полученного газом; dW — изменение внутренней энергии газа и $dA = p\,dV$ — работа, совершаемая газом при изменении его объема. Изменение внутренней энергии газа

$$dW = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} dT,$$

где dT — изменение температуры. Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV.$$

Работа, совершаемая при изометрическом изменении объема газа,

$$A = RT\frac{M}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Давление газа и его объем связаны при адиабатическом процессе уравнением Пуассона

$$pV^{\varkappa} = \text{const},$$

т. е.

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa},$$

где $\varkappa = \frac{C_p}{C_V}$.

Уравнение Пуассона может быть записано еще в таком виде:

$$TV^{\varkappa-1} = \text{const},$$

т. е.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1},$$

или

$$Tp^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}} = \text{const},$$

т. е.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-\varkappa}{\varkappa}}.$$

Работа, совершаемая при адиабатическом изменении объема газа, может быть найдена по формуле

$$A = \frac{RT_1}{\varkappa-1}\frac{M}{\mu}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right] = \frac{RT_1}{\varkappa-1}\frac{M}{\mu}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{p_1V_1(T_1-T_2)}{(\varkappa-1)T_1},$$

где p_1 и V_1 — давление и объем газа при температуре T_1.

Уравнение политропического процесса имеет вид:

$$pV^n = \text{const},$$

или

$$p_1V_1^n = p_2V_2^n,$$

где n — показатель политропы $(1 < n < \varkappa)$.

Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 — температура нагревателя, T_2 — температура холодильника.

Разность энтропий $S_B - S_A$ двух состояний B и A определяется формулой

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

5.1. Какую температуру имеют 2 *г* азота, занимающего объем 820 *см*^{3} при давлении в 2 *атм*?

5.2. Какой объем занимают 10 *г* кислорода при давлении 750 *мм* рт. ст. и температуре 20° С?

5.3. Баллон емкостью 12 *л* наполнен азотом при давлении $8{,}1 \cdot 10^6$ *н/м*^{2} и температуре 17° С. Какое количество азота находится в баллоне?

5.4. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре 7° С было равно 1 *атм*. При нагревании бутылки пробка вылетела. Найти, до какой температуры нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке, равном 1,3 *атм*.

5.5. Каков может быть наименьший объем баллона, вмещающего 6,4 *кг* кислорода, если его стенки при температуре 20° С выдерживают давление в 160 *кГ/см*^{2}?

5.6. В баллоне находилось 10 *кг* газа при давлении 10^7 *н/м*^{2}. Найти, какое количество газа взяли из баллона, если окончательное давление стало равно $2{,}5 \cdot 10^6$ *н/м*^{2}. Температуру газа считать постоянной.

5.7. Найти массу сернистого газа (SO_2), занимающего объем 25 *л* при температуре 27° С и давлении 760 *мм* рт. ст.

5.8. Найти массу воздуха, заполняющую аудиторию высотой 5 *м* и площадью пола 200 *м*^{2}. Давление воздуха 750 *мм* рт. ст., температура помещения 17° С. (Массу одного киломоля воздуха принять равной 29 *кг/кмоль*.)

5.9. Во сколько раз вес воздуха, заполняющего помещение зимой (7° С), больше его веса летом (37° С)? Давление одинаково.

5.10. Начертить изотермы 0,5 *г* водорода для температур: 1) 0° С, 2) 100° С.

5.11. Начертить изотермы 15,5 *г* кислорода для температур: 1) 29° С и 2) 180° С.

5.12. Какое количество киломолей газа находится в баллоне объемом 10 *м*³ при давлении 720 *мм* рт. ст. и температуре 17° С?

5.13. 5 *г* азота, находящегося в закрытом сосуде объемом 4 *л* при температуре 20° С, нагреваются до температуры 40° С. Найти давление газа до и после нагревания.

5.14. Посередине откачанного и запаянного с обоих концов горизонтального капилляра находится столбик ртути длиной $l = 20$ *см*. Если капилляр поставить вертикально, то столбик ртути переместится на расстояние $\Delta l = 10$ *см*. До какого давления был откачан капилляр? Длина капилляра $L = 1$ *м*.

5.15. Общеизвестен шуточный вопрос: „Что тяжелее: тонна свинца или тонна пробки?" Подсчитать, насколько истинный вес пробки, которая в воздухе весит 1 *Т*, больше истинного веса свинца, который в воздухе весит также 1 *Т*. Температура воздуха 17° С, давление 760 *мм* рт. ст. Необходимые данные взять из таблиц.

5.16. Каков должен быть вес оболочки детского воздушного шарика диаметром 25 *см*, наполненного водородом, чтобы результирующая подъемная сила шарика была равна нулю, т. е. чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Давление внутри шарика равно внешнему давлению.

5.17. При температуре 50° С упругость насыщенных водяных паров равна 92,5 *мм* рт. ст. Чему при этом равна плотность водяных паров?

5.18. Найти плотность водорода при температуре 15° С и давлении в 730 *мм* рт. ст.

5.19. Плотность некоторого газа при температуре 10° С и давлении в 2 *бара* равна 0,34 *кг/м*³. Чему равна масса одного киломоля этого газа?

5.20. Чему равна плотность воздуха в сосуде, если сосуд откачан до наивысшего разрежения, создаваемого современными лабораторными способами ($p = 10^{-11}$ *мм* рт. ст.)? Температура воздуха равна 15° С.

5.21. 12 *г* газа занимают объем $4 \cdot 10^{-3}$ *м*³ при температуре 7° С. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равна $6 \cdot 10^{-4}$ *г/см*³. До какой температуры нагрели газ?

5.22. 10 *г* кислорода находятся под давлением 3 *атм* при температуре 10° С. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем 10 *л*. Найти: 1) объем газа до расширения, 2) температуру газа после расширения, 3) плотность газа до расширения, 4) плотность газа после расширения.

5.23. В запаянном сосуде находится вода, занимающая объем, равный половине объема сосуда. Найти давление и плотность водяных паров при температуре 400° С, зная, что при этой температуре вся вода обращается в пар.

5.24. Начертить график зависимости плотности кислорода: 1) от давления при температуре $T = \text{const} = 390°$ К ($0 \leqslant p \leqslant$ $\leqslant 4$ *ат* через 0,5 *ат*) и 2) от температуры при $p = \text{const} =$ $= 4$ *ат* ($200°\,К \leqslant T \leqslant 300°\,К$ через 20°).

5.25. В закрытом сосуде емкостью в 1 $м^3$ находится 0,9 *кг* воды и 1,6 *кг* кислорода. Найти давление в сосуде при температуре 500° С, зная, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

5.26. В сосуде A емкостью $V_1 = 3$ *л* находится газ под давлением $p_0' = 2$ *ат*. В сосуде B емкостью $V_2 = 4$ *л* находится тот же газ под давлением $p_0'' = 1$ *ат*. Температура в обоих сосудах одинакова. Под каким давлением будет находиться газ, если соединить сосуды A и B трубкой?

5.27. 6 *г* углекислого газа (CO_2) и 5 *г* закиси азота (N_2O) заполняют сосуд объемом в $2 \cdot 10^{-3}$ $м^3$. Каково общее давление в сосуде при температуре 127° С?

5.28. В сосуде находится 14 *г* азота и 9 *г* водорода при температуре 10° С и давлении 10^6 $н/м^2$. Найти: 1) массу одного киломоля смеси, 2) объем сосуда.

5.29. В закрытый сосуд, наполненный воздухом, вводится диэтиловый эфир ($C_2H_5OC_2H_5$). Воздух находится при нормальных условиях. После того как весь эфир испарился, давление в сосуде стало равно 1050 *мм* рт. ст. Какое количество эфира было введено в сосуд? Объем сосуда $V = 2$ *л*.

5.30. В сосуде емкостью 0,5 *л* находится 1 *г* парообразного иода. При температуре 1000° С давление в сосуде оказалось равным 700 *мм* рт. ст. Найти степень диссоциации молекул иода J_2 на атомы J при этих условиях. Масса одного киломоля J_2 равна 254 *кг/кмоль*.

5.31. В сосуде находится углекислый газ. При некоторой температуре степень диссоциации молекул углекислого газа на кислород и окись углерода равна 25%. Во сколько раз давление в сосуде при этих условиях будет больше того давления, которое имело бы место, если бы молекулы углекислого газа не были диссоциированы?

5.32. Считая, что воздух состоит по весу из 23,6% кислорода и 76,4% азота, найти плотность воздуха при давлении 750 *мм* рт. ст. и температуре 13° С. Найти парциальные давления кислорода и азота при этих условиях.

5.33. В сосуде находится смесь 10 *г* углекислого газа и 15 *г* азота. Найти плотность этой смеси при температуре 27° С и давлении $1{,}5 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}.

5.34. Найти массу атома: 1) водорода, 2) гелия.

5.35. Молекула азота, летящая со скоростью 600 *м/сек*, ударяется нормально о стенку сосуда и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Найти импульс силы, полученный стенкой сосуда за время удара.

5.36. Молекула аргона, летящая со скоростью 500 *м/сек*, упруго ударяется о стенку сосуда. Направление скорости молекулы и нормаль к стенке сосуда составляют угол 60°. Найти импульс силы, полученный стенкой сосуда за время удара.

5.37. Молекула азота летит со скоростью 430 *м/сек*. Найти количество движения этой молекулы.

5.38. Какое количество молекул содержится в 1 *г* водяного пара?

5.39. В сосуде емкостью 4 *л* находится 1 *г* водорода. Какое число молекул содержится в 1 *см*^{3} этого сосуда?

5.40. Какое количество молекул находится в комнате объемом 80 *м*^{3} при температуре 17° С и давлении 750 *мм* рт. ст.?

5.41. Сколько молекул будет находиться в 1 *см*^{3} сосуда при 10° С, если сосуд откачан до наивысшего разрежения, создаваемого современными лабораторными способами ($p = 10^{-11}$ *мм* рт. ст.)?

5.42. Для получения хорошего вакуума в стеклянном сосуде необходимо прогревать стенки сосуда при откачке с целью удалить адсорбированный газ. Вычислить, насколько может повыситься давление в сферическом сосуде радиусом $r = 10$ *см*, если адсорбированные молекулы перейдут со стенок в сосуд. Площадь поперечного сечения молекулы считать равной 10^{-15} *см*^{2}, слой мономолекулярный. Температура $t = 300°$ С.

5.43. Какое количество частиц находится в 1 *г* парообразного иода, если степень диссоциации его равна 50%? Масса одного киломоля иода J_2 равна 254 *кг/кмоль*.

5.44. Какое количество частиц находится в 16 *г* наполовину диссоциированного кислорода?

5.45. В сосуде находится 10^{-10} *кмоля* кислорода и 10^{-6} *г* азота. Температура смеси равна 100° С. При этом давление в сосуде равно 10^{-3} *мм* рт. ст. Найти: 1) объем сосуда, 2) парциальные давления кислорода и азота, 3) число молекул в 1 *см*³ этого сосуда.

5.46. Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре 17° С, считая воздух однородным газом, масса одного киломоля которого равна $\mu = 29$ *кг/кмоль*.

5.47. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах.

5.48. В момент взрыва атомной бомбы развивается температура, равная примерно 10 *млн* °С. Считая, что при такой температуре все молекулы полностью диссоциированы на атомы, а атомы ионизованы, найти среднюю квадратичную скорость иона водорода.

5.49. Найти число молекул водорода в 1 *см*³, если давление равно 200 *мм* рт. ст., а средняя квадратичная скорость его молекул при данных условиях равна 2400 *м/сек*.

5.50. Плотность некоторого газа равна $6 \cdot 10^{-2}$ *кг/м*³, средняя квадратичная скорость молекул этого газа равна 500 *м/сек*. Найти давление, которое газ оказывает на стенки сосуда.

5.51. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки 10^{-8} *г*. Воздух считать однородным газом, масса одного киломоля которого равна 29 *кг/кмоль*.

5.52. Найти количество движения молекулы водорода при температуре 20° С. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

5.53. В сосуде объемом 2 *л* находится 10 *г* кислорода под давлением 680 *мм* рт. ст. Найти: 1) среднюю квадратичную скорость молекул газа, 2) число молекул, находящихся в сосуде, 3) плотность газа.

5.54. Частицы гуммигута диаметром $D = 1$ *мк* участвуют в броуновском движении. Плотность гуммигута $\rho = 1$ *г/см*³.

Найти среднюю квадратичную скорость частиц гуммигута при $t=0°$ С.

5.55. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа равна 450 *м/сек*. Давление газа равно 0,5 *бара*. Найти плотность газа при этих условиях.

5.56. 1) Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, плотность которого при давлении 750 *мм* рт. ст. равна $8{,}2 \cdot 10^{-5}$ *г/см*^{3}. 2) Чему равна масса одного киломоля этого газа, если значение плотности дано для температуры 17° С?

5.57. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях равна 461 *м/сек*. Какое количество молекул содержится в 1 *г* этого газа?

5.58. Чему равна энергия теплового движения 20 *г* кислорода при температуре 10° С? Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения и какая часть на долю вращательного?

5.59. Найти кинетическую энергию теплового движения молекул, находящихся в 1 *г* воздуха при температуре 15° С. Воздух считать однородным газом, масса одного киломоля которого равна 29 *кг/кмоль*.

5.60. Чему равна энергия вращательного движения молекул, содержащихся в 1 *кг* азота при температуре 7° С?

5.61. Чему равна энергия теплового движения молекул двухатомного газа, заключенного в сосуд объемом 2 *л* и находящегося под давлением в 1,5 *бар*?

5.62. Кинетическая энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом 0,02 *м*^{3}, равна $5 \cdot 10^3$ *дж*, а средняя квадратичная скорость его молекул равна $2 \cdot 10^3$ *м/сек*. Найти: 1) количество азота в баллоне, 2) давление, под которым находится азот.

5.63. При какой температуре средняя кинетическая энергия теплового движения атомов гелия будет достаточна для того, чтобы атомы гелия преодолели земное тяготение и навсегда покинули земную атмосферу? Решить аналогичную задачу для Луны. Необходимые данные взять из таблиц.

5.64. 1 *кг* двухатомного газа находится под давлением $p=0{,}8$ *бар* и имеет плотность $\rho=4$ *кг/м*^{3}. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

5.65. Какое число молекул двухатомного газа занимает объем $V=10$ *см*^{3} при давлении $p=40$ *мм* рт. ст. и при температуре $t = 27^\circ$ С? Какой энергией теплового движения обладают эти молекулы?

5.66. Найти удельную теплоемкость кислорода: 1) при $V = \text{const}$ и 2) при $p = \text{const}$.

5.67. Найти удельную теплоемкость при постоянном давлении следующих газов: 1) хлористого водорода, 2) неона, 3) окиси азота, 4) окиси углерода и 5) паров ртути.

5.68. Найти для кислорода отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоемкости при постоянном объеме.

5.69. Для некоторого двухатомного газа удельная теплоемкость при постоянном давлении равна 3,5 *кал/г·град*. Чему равна масса одного киломоля этого газа?

5.70. Чему равны удельные теплоемкости c_V и c_p некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях равна 1,43 *кг/м*^{3}?

5.71. Найти удельные теплоемкости c_V и c_p некоторого газа, если известно, что масса одного киломоля этого газа равна $\mu = 30$ *кг/кмоль* и отношение $\frac{c_p}{c_V} = 1{,}4$.

✓**5.72.** На сколько теплоемкость гремучего газа больше теплоемкости водяных паров, получившихся при его сгорании? Задачу решить для случаев: 1) $V = \text{const}$ и 2) $p = \text{const}$.

5.73. Чему равна степень диссоциации кислорода, если удельная теплоемкость его при постоянном давлении равна 1050 *дж/кг·град*?

5.74. Найти удельные теплоемкости c_V и c_p парообразного иода, если степень диссоциации его равна 50%. Масса одного киломоля иода J_2 равна 254 *кг/кмоль*.

5.75. Найти, чему равна степень диссоциации азота, если известно, что отношение $\frac{c_p}{c_V}$ для него равно 1,47.

5.76. Найти удельную теплоемкость при постоянном давлении газовой смеси, состоящей из 3 *кмолей* аргона и 2 *кмолей* азота.

5.77. Найти отношение $\frac{c_p}{c_V}$ для газовой смеси, состоящей из 8 *г* гелия и 16 *г* кислорода.

5.78. Удельная теплоемкость при постоянном объеме газовой смеси, состоящей из одного киломоля кислорода и нескольких киломолей аргона, равна 0,430 *дж/кг·град*. Какое количество аргона находится в газовой смеси?

5.79. 10 *г* кислорода находятся под давлением 3 *бар* при температуре 10° С. После нагревания при постоянном давлении газ занял объем в 10 *л*. Найти: 1) количество тепла, полученного газом, 2) энергию теплового движения газа до и после нагревания.

5.80. 12 *г* азота находятся в закрытом сосуде объемом 2 *л* при температуре 10° С. После нагревания давление в сосуде стало равно 10^4 *мм* рт. ст. Какое количество тепла было сообщено газу при нагревании?

5.81. 2 *л* азота находятся под давлением 10^5 *н/м*^{2}. Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы: 1) при $p = \text{const}$ объем увеличить вдвое, 2) при $V = \text{const}$ давление увеличить вдвое?

5.82. В закрытом сосуде находится 14 *г* азота под давлением 1 *бар* и при температуре 27° С. После нагревания давление в сосуде повысилось до 5 *бар*. Найти: 1) до какой температуры был нагрет газ, 2) каков объем сосуда, 3) какое количество тепла сообщено газу?

5.83. Какое количество тепла надо сообщить 12 *г* кислорода, чтобы нагреть его на 50° при постоянном давлении?

5.84. На нагревание 40 *г* кислорода от 16° С до 40° С затрачено 150 *кал*. При каких условиях нагревался газ? (При постоянном объеме или при постоянном давлении?)

5.85. В закрытом сосуде объемом 10 *л* находится воздух при давлении 10^5 *н/м*^{2}. Какое количество тепла надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде до 5 *бар*?

5.86. 1) Какое количество углекислого газа можно нагреть от 20° С до 100° С количеством тепла 0,053 *ккал*? 2) Насколько при этом изменится кинетическая энергия одной молекулы? Во время нагревания газ расширяется при $p = \text{const}$.

5.87. В закрытом сосуде объемом $V = 2$ *л* находится азот, плотность которого $\rho = 1{,}4$ *кг/м*^{3}. Какое количество тепла Q надо сообщить азоту, чтобы нагреть его в этих условиях на $\Delta t = 100°$?

5.88. Азот находится в закрытом сосуде объемом 3 *л* при температуре 27° С и давлении 3 *ат*. После нагревания давление в сосуде повысилось до 25 *ат*. Определить: 1) температуру азота после нагревания, 2) количество сообщенного азоту тепла.

5.89. Для нагревания некоторого количества газа на 50° при постоянном давлении необходимо затратить 160 *кал.* Если это же количество газа охладить на 100° при постоянном объеме, то выделяется 240 *кал.* Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

5.90. 10 *г* азота находятся в закрытом сосуде при температуре 7° С. 1) Какое количество тепла надо сообщить азоту, чтобы увеличить среднюю квадратичную скорость его молекул вдвое? 2) Во сколько раз при этом изменится температура газа? 3) Во сколько раз при этом изменится давление газа на стенки сосуда?

5.91. Гелий находится в закрытом сосуде объемом 2 *л* при температуре 20° С и давление в 10^5 *н*/*м*². 1) Какое количество тепла надо сообщить гелию, чтобы повысить его температуру на 100°? 2) Какова будет средняя квадратичная скорость его молекул при новой температуре? 3) Какое установится давление? 4) Какова будет плотность гелия? 5) Какова будет энергия теплового движения его молекул?

5.92. В закрытом сосуде объемом 2 *л* находится m грамм азота и m грамм аргона при нормальных условиях. Какое количество тепла надо сообщить, чтобы нагреть эту газовую смесь на 100°?

5.93. Найти среднюю арифметическую, среднюю квадратичную и наиболее вероятную скорости молекул газа, плотность которого при давлении 300 *мм* рт. ст. равна 0,3 *г*/*л*.

5.94. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на 50 *м*/*сек*?

5.95. Какая часть молекул кислорода при 0° С обладает скоростью от 100 *м*/*сек* до 110 *м*/*сек*?

? **5.96.** Какая часть молекул азота при 150° С обладает скоростями от 300 *м*/*сек* до 325 *м*/*сек*?

5.97. Какая часть молекул водорода при 0° С обладает скоростями от 2000 *м*/*сек* до 2100 *м*/*сек*?

5.98. Во сколько раз число молекул ΔN_1, скорости которых лежат в интервале от $\sqrt{\overline{v^2}}$ до $\sqrt{\overline{v^2}}+\Delta v$, меньше числа молекул ΔN_2, скорости которых лежат в интервале от $v_в$ до $v_в+\Delta v$?

5.99. Какая часть молекул азота, находящегося при температуре T, имеет скорости, лежащие в интервале $v_в+\Delta v$, где $\Delta v = 20$ *м/сек*? Задачу решить для: 1) $T = 400^\circ$ K и 2) $T = 900^\circ$ K.

5.100. Какая часть молекул азота при температуре $T = 150^\circ$ C обладает скоростями, лежащими в интервале от $v_1 = 300$ *м/сек* до $v_2 = 800$ *м/сек*?

5.101. Какая часть общего числа N молекул имеет скорости: 1) больше наиболее вероятной скорости и 2) меньше наиболее вероятной скорости?

5.102. В баллоне находится 2,5 *г* кислорода. Найти число молекул кислорода, скорости которых превышают значение средней квадратичной скорости.

5.103. В сосуде находится 8 *г* кислорода при температуре 1600° K. Какое число молекул кислорода имеет кинетическую энергию поступательного движения, превышающую значение $W_0 = 6{,}65 \cdot 10^{-20}$ *дж*?

5.104. Энергию заряженных частиц часто измеряют в электрон-вольтах. 1 электрон-вольт (1 *эв*) — энергия, которую приобретает электрон, пройдя в электрическом поле разность потенциалов в 1 *в*. Можно показать, что 1 *эв* $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *дж* (см. табл. 5 на стр. 17). Найти: 1) при какой температуре средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул равна 1 *эв*, 2) при какой температуре 50% всех молекул имеют кинетическую энергию поступательного движения, превышающую энергию 1 *эв*.

5.105. Работа ионизации атомов калия равна 10^5 *ккал/кг-атом*. Найти, при какой температуре газа 10% всех молекул имеют кинетическую энергию поступательного движения, превышающую энергию, необходимую для ионизации одного атома калия.

5.106. Советская высотная космическая станция расположена на горе Алагез в Армении на высоте 3250 *м* над уровнем моря. Найти давление воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоянной и равной 5° C. Массу одного киломоля воздуха принять равной 29 *кг/кмоль*. Давление воздуха на уровне моря равно 760 *мм* рт. ст.

5.107. На какой высоте давление воздуха составляет 75% от давления на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0° C.

5.108. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте 8300 *м*. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабинах при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте 2700 *м*. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной 0° С.

5.109. Найти в предыдущей задаче, во сколько раз плотность воздуха в кабине больше плотности воздуха вне ее, если температура наружного пространства равна —20° С и температура внутри кабины +20° С.

5.110. Сколько весит 1 $м^3$ воздуха: 1) у поверхности Земли, 2) на высоте 4 *км* от поверхности Земли? Температуру воздуха считать постоянной и равной 0° С. Давление воздуха у поверхности Земли равно 10^5 $н/м^2$.

5.111. На какой высоте плотность газа составляет 50% от плотности его на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0° С. Задачу решить для: 1) воздуха и 2) водорода.

5.112. Перрен, наблюдая при помощи микроскопа изменение концентрации взвешенных частиц гуммигута с изменением высоты и применив барометрическую формулу, экспериментально нашел значение числа Авогадро. Вывести формулу, позволяющую определить число Авогадро из этих наблюдений.

5.113. В одном из своих опытов по определению числа Авогадро (см. условие предыдущей задачи) Перрен нашел, что при расстоянии между двумя слоями в 100 *мк* число взвешенных частиц гуммигута в одном слое вдвое больше, чем в другом. Температура гуммигута 20° С. Частицы гуммигута диаметром $0{,}3 \cdot 10^{-4}$ *см* были взвешены в жидкости, плотность которой на 0,2 $г/см^3$ меньше плотности частиц. Найти по этим данным значение числа Авогадро.

5.114. Определить среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре 100° С и давлении 0,1 *мм* рт. ст. Диаметр молекулы углекислого газа принять равным $3{,}2 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.115. При помощи ионизационного манометра, установленного на третьем советском искусственном спутнике Земли, было обнаружено, что на высоте 300 *км* от поверхности Земли в 1 $см^3$ находится около миллиарда частиц газа. Найти длину свободного пробега частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц принять равным $2 \cdot 10^{-10}$ *м*.

5.116. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекулы воздуха условно принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.117. Найти число столкновений в 1 *сек* молекул углекислого газа при температуре 100° С, если средняя длина свободного пробега при этих условиях равна $8{,}7 \cdot 10^{-2}$ *см.*

5.118. Найти число столкновений в 1 *сек* молекул азота при температуре $t = 27°$ С и давлении $p = 400$ *мм* рт. ст. Диаметр молекулы азота принять равным $\sigma = 3$ Å.

5.119. Во сколько раз уменьшится число столкновений в 1 *сек* молекул двухатомного газа, если объем газа адиабатически увеличить в 2 раза?

5.120. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при температуре 17° С и давлении 10^4 *н/м²*. Диаметр молекулы азота принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см.*

5.121. Найти среднюю длину свободного пробега λ атомов гелия в условиях, когда плотность гелия $\rho = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$ *кг/м³*. Диаметр атомов гелия принять равным $\sigma = 2 \cdot 10^{-8}$ *см.*

5.122. Чему равна средняя длина свободного пробега молекул водорода при давлении $p = 10^{-3}$ *мм* рт. ст. и температуре $t = 50°$ С? Диаметр молекулы водорода принять равным $2{,}3 \cdot 10^{-10}$ *м.*

5.123. При температуре 0° С и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода равна $9{,}5 \cdot 10^{-8}$ *м.* Чему будет равно число столкновений в 1 *сек* молекул кислорода, если сосуд откачать до 0,01 первоначального давления? Температура остается неизменной.

5.124. При некоторых условиях средняя длина свободного пробега молекул газа равна $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ *м* и средняя арифметическая скорость его молекул равна 1,95 *км/сек.* Чему будет равно число столкновений в 1 *сек* молекул этого газа, если при той же температуре давление газа уменьшить в 1,27 раза?

5.125. В колбе объемом 100 *см³* находится 0,5 *г* азота. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота при этих условиях. Диаметр молекулы азота принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см.*

5.126. В сосуде находится углекислый газ, плотность которого $\rho = 1{,}7$ *кг/м³*; длина свободного пробега его молекул при этих условиях равна $\lambda = 7{,}9 \cdot 10^{-6}$ *см.* Найти диаметр σ молекул углекислого газа.

5.127. Найти среднее время между двумя последовательными столкновениями молекул азота при температуре 10° С и давлении 1 *мм* рт. ст., если диаметр молекулы азота принять равным 3Å.

5.128. Сосуд с воздухом откачан до давления 10^{-6} *мм* рт. ст. Чему равны при этом плотность воздуха в сосуде, число молекул в 1 *см*^{3} сосуда и длина свободного пробега молекул? Диаметр молекул воздуха считать равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см* и массу одного киломоля $\mu = 29$ *кг/кмоль*. Температура воздуха равна 17° С.

5.129. Какое предельное число молекул газа должно находиться в 1 *см*^{3} сферического сосуда, диаметр которого равен 15 *см*, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекулы газа принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.130. Какое давление надо создать внутри сферического сосуда, диаметр которого равен: 1) 1 *см*, 2) 10 *см* и 3) 100 *см*, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом? Диаметр молекулы газа принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*, а температуру газа равной 0° С.

5.131. Расстояние между катодом и анодом в разрядной трубке равно 15 *см*. Какое давление воздуха надо создать в разрядной трубке, чтобы электроны на пути от катода к аноду не сталкивались? Температура равна 27° С. Диаметр молекулы воздуха считать равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*. Средняя длина свободного пробега электрона в газе приблизительно в 5,7 раза больше, чем средняя длина свободного пробега молекул самого газа.

5.132. В сферической колбе объемом в 1 *л* находится азот. Найти плотность азота, при которой длина свободного пробега молекул азота больше размеров сосуда. Диаметр молекулы азота равен 3Å.

5.133. Найти число столкновений в 1 *сек* молекул некоторого газа, если длина свободного пробега при этих условиях равна $5 \cdot 10^{-4}$ *см*, а средняя квадратичная скорость его молекул равна 500 *м/сек*.

5.134. Найти коэффициент диффузии водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега молекул при этих условиях равна $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ *м*.

5.135. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях. Диаметр атома гелия принять равным $2 \cdot 10^{-4}$ *мк*.

5.136. Построить график зависимости коэффициента диффузии водорода от температуры в интервале $100^\circ \mathrm{K} \leqslant T \leqslant$

$\leqslant 600°$ К через 100° при постоянном давлении $p = \text{const} = 1$ *ат*. Диаметр молекулы водорода принять равным $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.137. Найти количество азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку 100 *см*^{2} за 10 *сек*, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке, равен 1,26 *кг/м*^{4}. Температура азота 27° С; средняя длина свободного пробега молекул азота 10^{-5} *см*.

5.138. Два сосуда A и B соединены трубкой, диаметр которой $d = 1$ *см* и длина $l = 1{,}5$ *см*. Трубка снабжена краном. При закрытом кране давление воздуха в сосуде A равно p_1; сосуд B откачан до давления $p_2 \ll p_1$. Найти, какое количество воздуха продиффундирует из сосуда A в сосуд B в первую секунду, после того как открыли кран. Температуру воздуха в обоих сосудах считать равной 17° С и диаметр молекул воздуха $\sigma = 3$ Å.

5.139. Найти среднюю длину свободного пробега молекул гелия при температуре 0° С и давлении 760 *мм* рт. ст., если при этих условиях коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость) для него равен $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ *г/см · сек*.

5.140. Найти коэффициент внутреннего трения азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него при этих условиях равен 0,142 *см*^{2}*/сек*.

5.141. Найти диаметр молекулы кислорода, если известно, что для кислорода коэффициент внутреннего трения при 0° С равен $\eta = 18{,}8 \cdot 10^{-6}$ *н · сек/м*^{2}.

5.142. Построить график зависимости коэффициента внутреннего трения азота от температуры в интервале $100°\text{ К} \leqslant T \leqslant 600°\text{ К}$ через 100°. Диаметр молекулы азота принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*.

5.143. Найти коэффициент диффузии и коэффициент внутреннего трения воздуха при давлении 760 *мм* рт. ст. и температуре 10° С. Диаметр молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-10}$ *м*.

5.144. Принимая диаметры молекул кислорода и азота равными друг другу, найти, во сколько раз коэффициент внутреннего трения кислорода больше коэффициента внутреннего трения азота. Температура газов одинакова.

5.145. Коэффициенты диффузии и внутреннего трения водорода при некоторых условиях равны соответственно $D = 1{,}42$ *см*^{2}*/сек* и $\eta = 8{,}5 \cdot 10^{-6}$ *н · сек/м*^{2}. Найти число молекул водорода в 1 *м*^{3} при этих условиях.

5.146. Какой наибольшей скорости может достичь свинцовая дробинка диаметром 1 *мм*, если она падает: 1) в азоте (диаметр молекулы азота принять равным $3\cdot10^{-8}$ *см*, температура 0° С); 2) в водороде (диаметр молекулы водорода принять равным $2{,}3\cdot10^{-8}$ *см*; температура 0° С)? Плотность свинца принять равной 11 300 *кг/м*³.

5.147. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром 0,3 *мм*, если коэффициент внутреннего трения воздуха равен $1{,}2\cdot10^{-4}$ *г/см·сек*? Считать, что для дождевой капли имеет место закон Стокса.

5.148. Самолет летит со скоростью 360 *км/ч*. Считая, что вследствие вязкости воздух перестает увлекаться самолетом только на расстоянии 4 *см* от поверхности крыла, найти касательную силу, действующую на каждый квадратный метр поверхности крыла. Диаметр молекулы воздуха принять равным $3\cdot10^{-8}$ *см*. Температура воздуха 0° С.

5.149. Пространство между двумя коаксиальными цилиндрами заполнено газом. Радиусы цилиндров равны соответственно $r=5$ *см* и $R=5{,}2$ *см*. Высота внутреннего цилиндра равна $h=25$ *см*. Внешний цилиндр вращается со скоростью, соответствующей $\nu=360$ *об/мин*. Для того чтобы внутренний цилиндр оставался неподвижным, к нему надо приложить касательную силу $F=1{,}38\cdot10^{-3}$ *н*. Рассматривая в первом приближении случай как плоский, определить из данных этого опыта коэффициент вязкости газа, находящегося между цилиндрами.

5.150. Найти коэффициент теплопроводности водорода, если известно, что коэффициент внутреннего трения для него при этих условиях равен $8{,}6\cdot10^{-6}$ *н·сек/м*².

5.151. Найти коэффициент теплопроводности воздуха при температуре 10° С и давлении 10^5 *н/см*². Диаметр молекулы воздуха принять равным $3\cdot10^{-8}$ *см*.

5.152. Построить график зависимости коэффициента теплопроводности водорода от температуры в интервале $100°\,K \leqslant T \leqslant 600°\,K$ через 100°.

5.153. В сосуде объемом $V=2$ *л* находится $N=4\cdot10^{22}$ молекул двухатомного газа. Коэффициент теплопроводности газа равен $K=0{,}014$ *вт/м·град*. Найти коэффициент диффузии газа при этих условиях.

5.154. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температуре и давлении. Найти для этих газов отношение:

1) коэффициентов диффузии, 2) коэффициентов внутреннего трения и 3) коэффициентов теплопроводности. Диаметры молекул этих газов считать одинаковыми.

5.155. Расстояние между стенками дюаровского сосуда равно 8 *мм*. При каком давлении теплопроводность воздуха, находящегося между стенками дюаровского сосуда, начнет уменьшаться при откачке? Температура воздуха 17° С, диаметр молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-7}$ *мм*.

5.156. Цилиндрический термос с внешним радиусом $r_2 = 10$ *см*, внутренним $r_1 = 9$ *см* и высотой $h = 20$ *см* наполнен льдом. Температура льда 0° С; наружная температура воздуха 20° С. 1) При каком наибольшем давлении воздуха между стенками термоса коэффициент теплопроводности еще будет зависеть от давления? Диаметр молекул воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*, температуру воздуха, находящегося между стенками термоса, считать равной среднему арифметическому температур льда и окружающего пространства. 2) Найти коэффициент теплопроводности воздуха, заключенного между стенками термоса, при давлениях: а) 760 *мм* рт. ст.; б) 10^{-4} *мм* рт. ст. ($\mu = 29$ *кг/кмоль*). 3) Какое количество тепла проходит за 1 *мин* через боковую поверхность термоса средним радиусом 9,5 *см* за счет теплопроводности? Задачу решить для давлений: а) 760 *мм* рт. ст. и б) 10^{-4} *мм* рт. ст.

5.157. Какое количество тепла теряется ежечасно через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами. Площадь каждой рамы 4 *м*², расстояние между рамами 30 *см*. Температура помещения 18° С, температура наружного пространства —20° С. Диаметр молекул воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ *см*, температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного пространства. Давление равно 760 *мм* рт. ст.

5.158. Между двумя пластинами, находящимися на расстоянии 1 *мм* друг от друга, находится воздух. Между пластинами поддерживается разность температур $\Delta T = 1°$. Площадь каждой пластины равна $S = 100$ *см*². Какое количество тепла передается за счет теплопроводности от одной пластины к другой за 10 *мин*? Считать, что воздух находится при нормальных условиях. Диаметр молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-10}$ *м*.

5.159. 10 *г* кислорода находится под давлением 3 *бар* при температуре 10° С. После нагревания при постоянном давлении газ занял объем в 10 *л*. Найти: 1) количество тепла, полученного газом, 2) изменение внутренней энергии газа, 3) работу, совершенную газом при расширении.

5.160. 6,5 *г* водорода, находящегося при температуре 27° С, расширяется вдвое при $p=\text{const}$ за счет притока тепла извне. Найти: 1) работу расширения, 2) изменение внутренней энергии газа, 3) количество тепла, сообщенного газу.

5.161. В закрытом сосуде находится 20 *г* азота и 32 *г* кислорода. Найти изменение внутренней энергии этой смеси газов при охлаждении ее на 28°.

5.162. 2 *кмоля* углекислого газа нагреты при постоянном давлении на 50°. Найти: 1) изменение его внутренней энергии, 2) работу расширения, 3) количество тепла, сообщенного газу.

5.163. Двухатомному газу сообщено 500 *кал* тепла. При этом газ расширяется при постоянном давлении. Найти работу расширения газа.

5.164. При изобарическом расширении двухатомного газа была совершена работа в 16 *кГм*. Какое количество тепла было сообщено газу?

5.165. Газ, занимающий объем 5 *л* и находящийся под давлением 2 *бар* и при температуре 17° С, был нагрет и расширялся изобарически. Работа расширения газа при этом оказалась равной 20 *кГм*. Насколько нагрели газ?

5.166. 7 *г* углекислого газа было нагрето на 10° в условиях свободного расширения. Найти работу расширения газа и изменение его внутренней энергии.

5.167. 1 *кмоль* многоатомного газа нагревается на 100° в условиях свободного расширения. Найти: 1) количество тепла, сообщенного газу, 2) изменение его внутренней энергии, 3) работу расширения.

5.168. В сосуде под поршнем находится 1 *г* азота. 1) Какое количество тепла надо затратить, чтобы нагреть азот на 10°? 2) Насколько при этом поднимается поршень? Вес поршня 1 *кГ*, площадь его поперечного сечения 10 *см*². Давление над поршнем равно 1 *ат*.

5.169. В сосуде под поршнем находится гремучий газ. Найти, какое количество тепла выделяется при взрыве гремучего газа, если известно, что внутренняя энергия газа изменилась при этом на 80,2 *кал* и поршень поднялся на 20 *см*. Вес поршня 2 *кГ*, площадь его поперечного сечения 10 *см*^{2}. Над поршнем находится воздух при нормальных условиях.

5.170. 10,5 *г* азота изотермически расширяются при температуре —23° С от давления $p_1 = 2{,}5$ *ат* до $p_2 = 1$ *ат*. Найти работу, совершенную газом при расширении.

5.171. При изотермическом расширении 10 *г* азота, находящегося при температуре 17° С, была совершена работа, равная 860 *дж*. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

5.172. Работа изотермического расширения 10 *г* некоторого газа от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$ равна 575 *дж*. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа при этой температуре.

5.173. 1 *л* гелия, находящегося при нормальных условиях, изотермически расширяется за счет полученного извне тепла до объема 2 *л*. Найти: 1) работу, совершенную газом при расширении, 2) количество сообщенного газу тепла.

5.174. При изотермическом расширении 2 *м*^{3} газа давление его меняется от $p_1 = 5$ *ат* до $p_2 = 4$ *ат*. Найти совершенную при этом работу.

5.175. До какой температуры охладится воздух, находящийся при температуре 0° С, если он расширяется адиабатически от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$?

5.176. 7,5 *л* кислорода адиабатически сжимаются до объема в 1 *л*, причем в конце сжатия установилось давление 16 *бар*. Под каким давлением находился газ до сжатия?

5.177. Воздух в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания сжимается адиабатически и его давление при этом изменяется от $p_1 = 1$ *ат* до $p_2 = 35$ *ат*. Начальная температура воздуха 40° С. Найти температуру воздуха в конце сжатия.

5.178. Газ расширяется адиабатически и при этом объем его увеличивается вдвое, а температура (абсолютная) падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

5.179. Двухатомный газ, находящийся при температуре 27° С и давлении в $2 \cdot 10^6$ *н/м*^{2} сжимается адиабатически от объема V_1 до объема $V_2 = 0{,}5\ V_1$. Найти температуру и давление газа после сжатия.

5.180. В сосуде под поршнем находится гремучий газ, занимающий при нормальных условиях объем 10^{-4} *м*³. При быстром сжатии газ воспламеняется. Найти температуру воспламенения гремучего газа, если известно, что работа сжатия равна 4,73 *кГм*.

5.181. В сосуде под поршнем находится газ при нормальных условиях. Расстояние между дном сосуда и дном поршня равно 25 *см*. Когда на поршень положили груз в 20 *кГ*, поршень опустился на 13,4 *см*. Считая сжатие адиабатическим, найти для данного газа отношение c_p/c_V. Площадь поперечного сечения поршня равна 10 *см*²; весом поршня пренебречь.

5.182. Двухатомный газ занимает объем $V_1 = 0{,}5$ *л* при давлении $p_1 = 0{,}5$ *ат*. Газ сжимается адиабатически до некоторого объема V_2 и затем при постоянном объеме V_2 охлаждается до первоначальной температуры. При этом давление его становится равным $p_0 = 1$ *ат*. 1) Начертить график этого процесса. 2) Найти объем V_2.

5.183. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от 2 *ат* до 1 *ат*. Затем он нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление возрастает до 1,22 *ат*. 1) Определить отношение c_p/c_V для этого газа. 2) Начертить график этого процесса.

5.184. 1 *кмоль* азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до объема $V_2 = 5V_1$. Найти: 1) работу, совершенную при расширении, 2) изменение внутренней энергии газа.

5.185. Необходимо сжать $1 \cdot 10^{-2}$ *м*³ воздуха до объема в $2 \cdot 10^{-3}$ *м*³. Как выгоднее его сжимать: адиабатически или изотермически?

5.186. При адиабатическом сжатии одного киломоля двухатомного газа была совершена работа в 146 *кдж*. Насколько увеличилась температура газа при сжатии?

5.187. Во сколько раз уменьшится средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа при адиабатическом увеличении объема газа в два раза?

5.188. 10 *г* кислорода, находящегося при нормальных условиях сжимается до объема в $1{,}4 \cdot 10^{-3}$ *м*³. Найти давление и температуру кислорода после сжатия, если: 1) кислород сжимается изотермически, 2) кислород сжимается адиабатически. Найти работу сжатия в каждом из этих случаев.

5.189. 28 *г* азота, находящегося при температуре 40 С и давлении 750 *мм* рт. ст., сжимается до объема в 13 *л*. Найти температуру и давление азота после сжатия, если: 1) азот сжимается изотермически, 2) азот сжимается адиабатически. Найти работу сжатия в каждом из этих случаев.

5.190. Во сколько раз возрастает длина свободного пробега молекул двухатомного газа, если его давление падает вдвое. Рассмотреть случаи: 1) газ расширяется изотермически, 2) газ расширяется адиабатически.

5.191. Два различных газа, из которых один одноатомный, а другой — двухатомный, находятся при одинаковой температуре и занимают одинаковый объем. Газы сжимаются адиабатически так, что объем их уменьшается в два раза. Какой из газов нагреется больше и во сколько раз?

5.192. 1 *кг* воздуха, находящегося при температуре 30° С и давлении 1,5 *атм*, расширяется адиабатически и давление при этом падает до 1 *атм*. Найти: 1) степень расширения, 2) конечную температуру, 3) работу, совершенную газом при расширении.

5.193. 1 *кмоль* кислорода находится при нормальных условиях, а затем объем его увеличивается до $V=5V_0$. Построить график зависимости $p=f(V)$, если: 1) расширение происходит изотермически и 2) расширение происходит адиабатически. Значения p найти для объемов: V_0, $2V_0$, $3V_0$, $4V_0$ и $5V_0$.

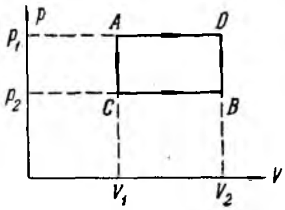


Рис. 8.

5.194. Некоторое количество кислорода занимает объем $V_1=3$ *л* при температуре $t_1=27°$ С и давлении $p_1=8{,}2$ *бар* (см. рис. 8). Во втором состоянии газ имеет параметры $V_2=4{,}5$ *л* и $p_2=6$ *бар*. Найти: количество тепла, полученного газом; работу, совершенную газом при расширении: изменение внутренней энергии газа. Задачу решить при условии, что перевод газа из первого состояния во второе осуществляется: 1) путем ACB и 2) путем ADB.

5.195. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя 600 *кал*. Температура нагревателя 400° К, температура холодильника 300° К. Найти: 1) работу, совершаемую машиной за один цикл, 2) количество тепла, отдаваемого холодильнику за один цикл.

5.196. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Определить к. п. д. цикла, если известо, что за один цикл была произведена работа, равная 300 *кГм* и холодильнику было передано 3,2 *ккал.*

5.197. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $7{,}35 \cdot 10^4$ *дж.* Температура нагревателя 100° С, температура холодильника 0° С. Найти: 1) к. п. д. машины, 2) количество тепла, получаемого машиной за один цикл от нагревателя, 3) количество тепла, отдаваемого за один цикл холодильнику.

5.198. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% тепла, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Количество тепла, получаемое от нагревателя, равно 1,5 *ккал.* Найти: 1) к. п. д. цикла, 2) работу, совершенную при полном цикле.

5.199. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно нагретым воздухом, взятым при начальном давлении 7 *атм* и температуре 127° С. Начальный объем воздуха $2 \cdot 10^{-3}$ $м^3$. После первого изотермического расширения воздух занял объем 5 *л*; после адиабатического расширения объем стал равен 8 *л*. Найти: 1) координаты пересечения изотерм и адиабат, 2) работу на каждом участке цикла, 3) полную работу, совершаемую за весь цикл, 4) к. п. д. цикла, 5) количество тепла, взятого от нагревателя за один цикл, 6) количество тепла, отданного холодильнику за один цикл.

5.200. Один киломоль идеального газа совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. При этом объем газа изменяется от $V_1 = 25$ $м^3$ до $V_2 = 50$ $м^3$ и давление изменяется от $p_1 = 1$ *атм* до $p_2 = 2$ *атм.* Во сколько раз работа, совершаемая при таком цикле, меньше работы, совершаемой в цикле Карно, изотермы которого соответствуют наибольшей и наименьшей температурам рассматриваемого цикла?

5.201. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу, равную $3{,}7 \cdot 10^4$ *дж.* При этом она берет тепло от тела с температурой $-10°$ С и передает тепло телу с температурой $+17°$ С. Найти: 1) к. п. д. цикла; 2) количество тепла, отнятого у холодного тела за один цикл; 3) количество тепла, переданного горячему телу за один цикл.

5.202. Идеальная холодильная машина работает как тепловой насос по обратному циклу Карно. При этом она берет тепло от воды с температурой 2° С и передает его воздуху с температурой 27° С. Найти: 1) коэффициент η_1 — отношение количества тепла, переданного воздуху за некоторый промежуток времени, к количеству тепла, отнятому за это же время от воды; 2) коэффициент η_2 — отношение количества тепла, отнятого за некоторый промежуток времени от воды, к затраченной на работу машины электрической энергии за этот же промежуток времени (коэффициент η_2 называется холодильным коэффициентом машины), 3) коэффициент η_3 — отношение затраченной на работу машины электрической энергии за некоторый промежуток времени к количеству тепла, переданному за это же время воздуху (коэффициент η_3 — к. п. д. цикла). Найти соотношение между коэффициентами η_1, η_2 и η_3.

5.203. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре 0° С кипятильнику с водой при температуре 100° С. Какое количество воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар 1 *кг* воды в кипятильнике? Необходимые данные взять из таблиц.

5.204. Помещение отапливается холодильной машиной, работающей по обратному циклу Карно. Во сколько раз количество тепла Q_0, получаемого помещением от сгорания дров в печке, меньше количества тепла Q_1, переданного помещению холодильной машиной, которая приводится в действие тепловой машиной, потребляющей то же количество дров. Этот тепловой двигатель работает между температурами $T_1 = 100°$ С и $T_2 = 0°$ С. Помещение требуется поддерживать при температуре $T_1' = 16°$С. Температура окружающего воздуха равна $T_2' = 10°$ С.

5.205. Рабочий цикл идеальной паровой машины изображен на рис. 9: а) при начале доступа пара из котла в холодильник давление возрастает при постоянном объеме V_0 от p_0 до p_1 (ветвь AB); б) при дальнейшем поступлении пара поршень движется слева направо (ветвь BC) при постоянном давлении p_1; в) при дальнейшем движении поршня вправо доступ пара из котла в цилиндр прекращается, происходит адиабатическое расширение пара (веть CD); г) при крайнем правом положении поршня пар из цилиндра выходит в холодильник — давление падает при постоянном объеме V_2 до давления p_0 (ветвь DE); д) при обратном движении поршень выталкивает оставшийся пар при постоянном давлении p_0 — объем при этом уменьшается от V_2 до V_0 (ветвь EA). Найти работу, совершаемую на каждом участке цикла идеальной паровой машины.

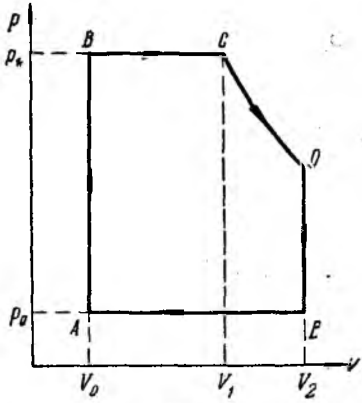


Рис. 9.

5.206. Паровая машина мощностью в 14,7 *квт* потребляет за 1 *ч* работы 8,1 *кг* угля с теплотворной способностью $3{,}3 \cdot 10^7$ *дж/кг*. Температура котла 200° С, температура холодильника 58° С. Найти фактический к. п. д. машины η_1 и сравнить его с к. п. д. η_2 идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно между теми же температурами.

5.207. Паровая машина мощностью в 20 *л. с.* имеет площадь поршня в 200 *см*², ход поршня равен $l = 45$ *см*. Изобарический процесс BC (см. рис. 9) происходит при движении поршня на одну треть его хода. Объемом V_0 по сравнению с объемами V_1 и V_2 пренебречь. Давление пара в котле 16 *ат*, давление пара в холодильнике 1 *ат*. Найти, сколько циклов в 1 *мин* делает машина, если показатель политропы равен 1,3.

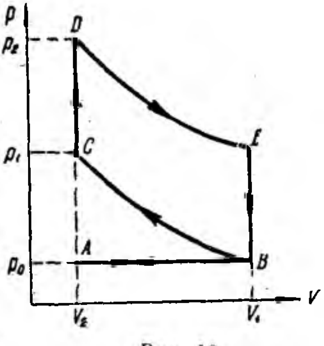


Рис. 10.

5.208. Цикл карбюраторного и газового четырехтактного двигателя внутреннего сгорания изображен на рис. 10: а) при первом ходе поршня в цилиндр всасывается горючее (в карбюраторных двигателях горючая смесь представляет собой смесь паров бензина с воздухом, приготовляемую в карбюраторах, в газовых двигателях рабочая смесь газ — воздух поступает из газогенераторной установки), при этом $p_0 = \mathrm{const}$ и объем увеличивается от V_2 до V_1 (ветвь AB — всасывание); б) при втором ходе поршня (ветвь BC — сжатие) горючее адиабатически сжимается от V_1 до V_2, при этом температура повышается от T_0 до T_1 и давление — от p_0 до p_1; в) далее происходит зажигание (взрыв) горючего от искры, при этом давление возрастает от p_1 до p_2 при постоянном объеме (ветвь CD), температура возрастает до T_2; г) третий ход поршня — адиабатическое расширение горючего от V_2 до V_1 (рабочий ход — ветвь DE), температура падает до T_3; д) при крайнем положении поршня (точка E) открывается выпускной клапан, давление падает при постоянном объеме до p_0 (ветвь EB); е) четвертый ход поршня — изобарическое сжатие (ветвь BA — выхлоп — выталкивание отработанного газа), Найти: 1) работу, совершаемую на каждом участке цикла. 2) к. п. д. цикла.

5.209. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически до $V_2 = \frac{1}{6} V_1$ (коэффициент сжатия равен 6). Считая, что начальное давление $9 \cdot 10^4$ *н/м*^{2} и начальная температура 127° С, найти давление и температуру газа в цилиндрах после сжатия. Показатель политропы равен 1,3.

5.210. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически так, что после сжатия температура газа становится равной 427° С. Начальная температура газа 140° С. Коэффициент сжатия 5,8. Чему равен показатель политропы?

5.211. Диаметр цилиндра карбюраторного двигателя внутреннего сгорания 10 *см*, ход поршня 11 *см*. 1) Какой объем должна иметь камера сжатия, если известно, что начальное давление газа 1 *ат*, начальная температура газа 127° С и конечное давление в камере после сжатия 10 *ат*? 2) Какова будет температура газа в камере после сжатия? 3) Найти работу, совершенную при сжатии. Показатель политропы равен 1,3.

5.212. Найти к. п. д. карбюраторного двигателя внутреннего сгорания, если показатель политропы равен 1,33 и степень сжатия равна: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 4$, 2) $\frac{V_1}{V_2} = 6$, 3) $\frac{V_1}{V_2} = 8$,

5.213. Карбюраторный двигатель автомобиля „Победа" потребляет минимально 265 *г* бензина на 1 *л. с./ч.* Найти потери на трение, теплопроводность и пр. Коэффициент сжатия 6,2; теплотворная способность бензина $4{,}6 \cdot 10^7$ *дж/кг.* Показатель политропы взять равным 1,2.

5.214. Цикл четырехтактного двигателя Дизеля изображен на рис. 11: а) ветвь AB — в цилиндры засасывается воздух ($p_0 = 1$ *ат*); б) ветвь BC — воздух адиабатически сжимается до давления p_1; в) в конце такта сжатия в цилиндры впрыскивается топливо, которое воспламеняется в горячем воздухе и сгорает, при этом поршень движется вправо, сначала изобарически (ветвь CD), а затем адиабатически (ветвь DE); г) в конце адиабатического расширения открывается выпускной клапан, давление падает до p_0 (ветвь EB); д) при движении поршня влево смесь удаляется из цилиндров (ветвь BA). Найти к. п. д. двигателя Дизеля.

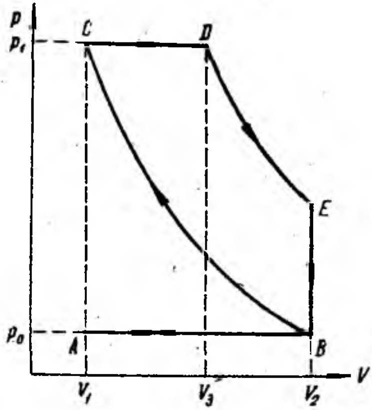


Рис. 11.

5.215. Двигатель внутреннего сгорания Дизеля имеет степень адиабатического сжатия, равную 16, и степень адиабатического расширения, равную 6,4. Какое минимальное количество нефти потребляет двигатель в час, если мощность двигателя 50 *л. с.*, показатель политропы 1,3 и теплотворная способность бензина $4{,}6 \cdot 10^7$ *дж/кг*?

5.216. Найти изменение энтропии при превращении 10 *г* льда при $-20°$ С в пар при 100°С. Удельная теплоемкость льда 0,5 *кал/г·град.* Остальные необходимые данные взять из таблиц.

5.217. Найти прирост энтропии при превращении 1 *г* воды при 0°С в пар при 100° С.

5.218. Найти изменение энтропии при плавлении 1 *кг* льда, находящегося при 0°С.

5.219. 640 *г* расплавленного свинца при температуре плавления 327° С вылили на лед при 0° С. Найти изменение энтропии при этом процессе. Удельная теплота плавления свинца 5,4 *кал/г*, удельная теплоемкость свинца 0,03 *кал/г · град*.

5.220. Найти изменение энтропии при переходе 8 *г* кислорода от объема в 10 *л* при температуре 80° С к объему в 40 *л* при температуре 300° С.

5.221. Найти изменение энтропии при переходе 6 *г* водорода от объема в 20 *л* под давлением в 1,5 *бар* к объему в 60 *л* под давлением в 1 *бар*.

5.222. 6,6 *г* водорода расширяются изобарически до удвоения объема. Найти изменение энтропии при этом расширении.

5.223. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 8 *г* гелия от объема $V_1 = 10$ *л* до объема $V_2 = 25$ *л*.

5.224. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6 *г* водорода от 10^5 до $0{,}5 \cdot 10^5$ *н/м*².

5.225. 10,5 *г* азота изотермически расширяются от объема $V_1 = 2$ *л* до объема $V_2 = 5$ *л*. Найти прирост энтропии при этом процессе.

5.226. 10 *г* кислорода нагреваются от $t_1 = 50°$ С до $t_2 = 150°$ С. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически и 2) изобарически.

5.227. При нагревании 1 *кмоля* двухатомного газа его абсолютная температура увеличивается в 1,5 раза. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорически и 2) изобарически.

5.228. В результате нагревания 22 *г* азота его абсолютная температура увеличилась в 1,2 раза, а энтропия увеличилась на 4,19 *дж/град*. При каких условиях производилось нагревание (при постоянном объеме или при постоянном давлении)?

5.229. Найти изменение энтропии при переходе газа из состояния *A* в состояние *B* в условиях задачи 5.194, если переход совершается: 1) по пути *ACB* и 2) по пути *ADB* (см. рис. 8).

5.230. Один кубический метр воздуха, находящегося при температуре 0° С и давлении 2 *кГ/см*², изотермически расширяется от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение энтропии при этом процессе.

5.231. Изменение энтропии на участке между двумя адиабатами в цикле Карно равно 1 *ккал/град*. Разность температур между двумя изотермами равна 100°. Какое количество тепла превращается в работу в этом цикле?

§ 6. Реальные газы

Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса) для одного киломоля имеет вид:

$$\left(p+\frac{a}{V_0^2}\right)(V_0-b)=RT,$$

где V_0 — объем одного киломоля газа, a и b — постоянные, различные для разных газов, p — давление, T — абсолютная температура и R — газовая постоянная.

Уравнение Ван-дер-Ваальса, отнесенное к любой массе M газа, имеет вид:

$$\left(p+\frac{M^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{M}{\mu}b\right)=\frac{M}{\mu}RT,$$

где V — объем всего газа, μ — масса одного киломоля. Постоянные a и b имеют то же численное значение, что и для одного киломоля газа.

В этом уравнении $\frac{M^2a}{\mu^2V^2}=p_i$ — давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, и $\frac{M}{\mu}b=V_i$ — объем, связанный с собственным объемом молекул.

Постоянные a и b данного газа связаны с его критической температурой $T_к$, критическим давлением $p_к$ и критическим объемом $V_{0к}$ следующими соотношениями:

$$V_{0к}=3b,\qquad p_к=\frac{a}{27b^2},\quad T_к=\frac{8a}{27bR}.$$

Эти уравнения можно решить относительно постоянных a и b:

$$a=\frac{27T_к^2R^2}{64p_к},\quad b=\frac{T_кR}{8p_к}.$$

В табл. IV даны значения критических величин $T_к$ и $p_к$ для некоторых газов.

Если ввести приведенные величины

$$\tau=\frac{T}{T_к},\quad \pi=\frac{p}{p_к},\quad \omega=\frac{V_0}{V_{0к}},$$

то уравнение Ван-дер-Ваальса примет вид (для одного киломоля)

$$\left(\pi+\frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega-1)=8\tau.$$

6.1. Найти наименование (в системе СИ) постоянных a и b, входящих в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.2. Пользуясь таблицей критических величин $T_к$ и $p_к$ для некоторых газов, найти для них постоянные a и b, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.3. Какую температуру имеют 2 *г* азота, занимающего объем 820 *см*^{3} при давлении в 2 *атм*? Газ рассматривать как: 1) идеальный и 2) реальный.

6.4. Какую температуру имеют 3,5 *г* кислорода, занимающего объем 90 *см*^{3} при давлении в 28 *атм*? Газ рассматривать как: 1) идеальный и 2) реальный.

6.5. 10 *г* гелия занимают объем 100 *см*^{3} при давлении 10^8 *н/м*^{2}. Найти температуру газа, рассматривая его как: 1) идеальный и 2) реальный.

6.6. 1 *кмоль* углекислого газа находится при температуре 100° С. Найти давление газа, считая его: 1) идеальным и 2) реальным. Задачу решить для объемов: а) $V_1 = 1$ *м*^{3} и б) $V_2 = 0{,}05$ *м*^{3}.

6.7. В закрытом сосуде объемом $V = 0{,}5$ *м*^{3} находится 0,6 *кмоля* углекислого газа при давлении $3 \cdot 10^6$ *н/м*^{2}. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое.

6.8. 1 *кмоль* кислорода находится при температуре $t = 27°$ С и давлении $p = 10^7$ *н/м*^{2}. Найти объем газа, считая, что кислород при данных условиях ведет себя как реальный газ.

6.9. 1 *кмоль* азота находится при температуре $t = 27°$ С и давлении 50 *бар*. Найти объем газа, считая, что азот при данных условиях ведет себя как реальный газ.

6.10. Найти эффективный диаметр молекулы кислорода, считая, что критические величины $T_к$ и $p_к$ для кислорода известны.

6.11. Найти эффективный диаметр молекулы азота двумя способами: 1) по данному значению длины свободного пробега молекул при нормальных условиях $\lambda = 9{,}5 \cdot 10^{-6}$ *см*, 2) по известной величине постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваальса.

6.12. Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы вычислить, зная для углекислого газа критические температуру $T_к$ и давление $p_к$.

6.13. Найти коэффициент диффузии гелия при температуре $t = 17°$ С и давлении $p = 1,5$ *бар*. Эффективный диаметр атома гелия вычислить, зная для гелия $T_к$ и $p_к$.

6.14. Построить изотермы $p = f(V)$ для одного киломоля углекислого газа при температуре 0° С. Газ рассматривать как: 1) идеальный и 2) реальный. Значения V в *м³/кмоль* для реального газа взять следующие: 0,07; 0,08; 0,10; 0,12; 0,14; 0,16; 0,18; 0,20; 0,25; 0,30; 0,35 и 0,40; для идеального газа — в интервале $0,2 \leqslant V \leqslant 0,4$ *м³/кмоль*.

6.15. Найти давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, заключенных в одном киломоле газа, находящегося при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны соответственно $T_к = 417°$ К и $p_к = 76$ *атм*.

6.16. Для водорода силы взаимодействия между молекулами незначительны; преимущественную роль играют собственные размеры молекул. 1) Написать уравнение состояния такого полуидеального газа. 2) Найти, какую ошибку мы допустим при нахождении числа киломолей водорода, находящегося в некотором объеме при температуре $t = 0°$ С и давлении $p = 280$ *бар*, не учитывая собственных размеров молекул.

6.17. В сосуде объемом 10 *л* находится 0,25 *кг* азота при температуре 27° С. 1) Какую часть давления газа на стенки сосуда составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? 2) Какую часть объема сосуда составляет собственный объем молекул?

6.18. 0,5 *кмоля* некоторого газа занимает объем $V_1 = 1$ *м³*. При расширении газа до объема $V_2 = 1,2$ *м³* была совершена работа против сил взаимодействия молекул, равная $A = 580$ *кГм*. Найти для этого газа постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.19. 20 *кг* азота адиабатически расширяются в пустоту от $V_1 = 1$ *м³* до $V_2 = 2$ *м³*. Найти понижение температуры при этом расширении, зная для азота постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса. (См. ответ задачи 6.2.)

6.20. 0,5 *кмоля* трехатомного газа адиабатически расширяется в пустоту от $V_1 = 0,5$ *м³* до $V_2 = 3$ *м³*. Температура газа при этом понижается на 12,2°. Найти из этих данных постоянную a, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

6.21. 1) Какое давление надо приложить, чтобы углекислый газ превратить в жидкую углекислоту при температуре:

а) 31° С и б) 50° С? 2) Какой наибольший объем может занять 1 *кг* жидкой углекислоты? 3) Какова наибольшая упругость насыщенных паров жидкой углекислоты?

6.22. Найти плотность водяных паров при критическом состоянии, зная для них постоянную b, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса. (См. ответ задачи 6.2.)

6.23. Найти плотность гелия в критическом состоянии, зная для гелия значения критических величин $T_к$ и $p_к$.

6.24. 1 *кмоль* кислорода занимает объем 0,056 $м^3$ при давлении 920 *атм*. Найти температуру газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах.

6.25. 1 *кмоль* гелия занимает объем $V = 0{,}237$ $м^3$ при температуре $t = -200°$ С. Найти давление газа на стенки сосуда, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах.

6.26. Найти, во сколько раз давление газа больше его критического давления, если известно, что его объем и температура вдвое больше критических значений этих величин.

§ 7. Насыщенные пары и жидкости

Абсолютной влажностью называется парциальное давление водяных паров, находящихся в воздухе. Относительной влажностью w называется отношение абсолютной влажности к парциальному давлению водяных паров, насыщающих пространство при данной температуре.

Удельной теплотой парообразования (испарения) r называется количество тепла, необходимое для превращения единицы массы жидкости в пар при постоянной температуре.

Молекулярная теплота испарения r_0 равна

$$r_0 = \mu r,$$

где μ — масса одного киломоля.

Зависимость давления насыщенного пара $p_н$ от температуры дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона

$$\frac{dp_н}{dT} = \frac{r_0}{T(V_п - V_ж)},$$

где $V_п$ — объем одного киломоля пара и $V_ж$ — объем одного киломоля жидкости.

Относительное изменение объема жидкости при нагревании определяется формулой

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta t,$$

где β — коэффициент объемного расширения.

Относительное изменение объема жидкости при изменении давления

$$\frac{\Delta V}{V} = -k \Delta p,$$

где k — коэффициент сжатия.

Коэффициент поверхностного натяжения α численно равен силе, приложенной к единице длины края поверхностной пленки жидкости, т. е.

$$\alpha = \frac{F}{l}.$$

При изменении площади пленки на ΔS совершается работа

$$\Delta A = \alpha \Delta S.$$

Добавочное давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой Лапласа

$$\Delta p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны двух взаимно-перпендикулярных сечений поверхности жидкости. Радиус R считается положительным, если центр кривизны находится внутри жидкости (выпуклый мениск) и отрицательным, если центр кривизны находится вне жидкости (вогнутый мениск).

Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{r \rho g},$$

где r — радиус трубки, ρ — плотность жидкости и θ — краевой угол. При полном смачивании $\theta = 0$, при полном несмачивании $\theta = \pi$.

Давление насыщенных паров p_1 над вогнутой поверхностью жидкости меньше, а над выпуклой — больше, чем давление p_0 над плоской поверхностью. Добавочное давление равно

$$\Delta p = p_1 - p_0 = \pm \frac{2\alpha \rho_0}{\rho R},$$

где ρ — плотность жидкости, ρ_0 — плотность насыщенных паров жидкости и R — радиус кривизны поверхности жидкости.

Осмотическое давление p раствора связано с его абсолютной температурой T формулой Вант-Гоффа

$$p = CRT.$$

Здесь R — газовая постоянная и $C = \frac{M}{\mu V}$ — число киломолей растворенного вещества в единице объема раствора (молярная концентрация раствора).

Для растворов, не сопровождающихся диссоциацией молекул растворенного вещества,

$$C = \frac{M}{\mu V} = \frac{N}{N_0},$$

где N_0 — число Авогадро и N — число молекул растворенного вещества в единице объема.

При наличии диссоциации число частиц в единице объема будет больше, что приведет к увеличению осмотического давления.

Давление насыщенных паров над раствором меньше, чем над чистым растворителем. При достаточно малой концентрации раствора относительное уменьшение давления насыщенного пара над раствором определяется законом Рауля

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{z'}{z + z'},$$

где p_0 — давление насыщенного пара над чистым растворителем, p — давление насыщенного пара над раствором, z' — число киломолей растворенного вещества и z — число киломолей жидкости. Задачи, относящиеся к явлению вязкости жидкостей, помещены в гл. I § 4.

7.1. В табл. V дана упругость паров воды, насыщающих пространство при разных температурах. Как составить из этих данных таблицу количества водяных паров в 1 $м^3$ воздуха, насыщенного парами воды при разных температурах? Для примера вычислить количество насыщенных водяных паров в 1 $м^3$ воздуха при температуре 50° С.

7.2. Найти плотность насыщенных паров воды при температуре 50° С.

7.3. Во сколько раз плотность насыщенных водяных паров при температуре 16° С меньше плотности воды?

7.4. Во сколько раз плотность насыщенных паров воды при температуре 200° С больше плотности насыщенных паров воды при температуре 100° С?

7.5. Каков вес водяных паров в 1 *м*³ воздуха в летний день при температуре 30° С и относительной влажности 75%?

7.6. В замкнутом объеме $V = 1$ *м*³ относительная влажность воздуха равна 60% при температуре 20° С. Сколько воды должно еще испариться в этот объем, чтобы водяные пары стали насыщенными?

7.7. Температура комнаты 18° С, относительная влажность 50%. В металлический чайник налили холодную воду. Какова температура воды, при которой чайник перестает запотевать?

7.8. Найти число молекул насыщенного водяного пара, содержащихся в 1 *см*³ при температуре 30° С.

7.9. 0,5 *г* водяного пара занимает объем 10 *л* при температуре 50° С. 1) Какова при этом относительная влажность? 2) Какое количество пара сконденсируется, если изотермически уменьшить объем вдвое?

7.10. В камере Вильсона объемом 1 *л* заключен воздух и насыщенные водяные пары. Начальная температура камеры 20° С. При движении поршня объем камеры увеличился в 1,25 раза. Расширение считать адиабатическим, причем $\varkappa = \frac{C_p}{C_V}$ принять равным 1,4. Найти: 1) давление водяных паров до расширения; 2) количество водяных паров в камере до расширения; 3) плотность водяных паров до расширения; 4) температуру пара после расширения (изменением температуры из-за выделения тепла при конденсации пара пренебречь); 5) количество водяных паров, сконденсированных в воду; 6) плотность водяных паров после конденсации; 7) степень пересыщения, т. е. отношение плотности водяного пара после расширения (но до конденсации) к плотности водяного пара, насыщающего пространство при температуре, установившейся после конденсации.

7.11. Найти удельный объем воды в жидком и парообразном состояниях при нормальных условиях.

7.12. Пользуясь первым законом термодинамики и данными табл. IV и V, найти удельную теплоту испарения воды при 200° С. Для воды критическая температура $T_к = 647°$ K и критическое давление $p_к = 217$ *атм*. Проверить правильность полученного результата по данным табл. VI.

7.13. Какая часть удельной теплоты испарения воды при температуре 100° С идет на увеличение внутренней энергии системы?

7.14. Удельная теплота испарения бензола (C_6H_6) при температуре 77° С равна 95 *кал/г*. Чему равно изменение внутренней энергии при испарении 20 *г* бензола при этой температуре?

7.15. Пользуясь уравнением Клапейрона — Клаузиуса и данными табл. V, найти удельную теплоту испарения воды при температуре 5° С. Проверить правильность полученного результата по данным табл. VI.

7.16. Упругость насыщенных ртутных паров при температурах $t_1 = 100°$ С и $t_2 = 120°$ С равна соответственно $p_1 = 0{,}28$ *мм* рт. ст. и $p_2 = 0{,}76$ *мм* рт. ст. Найти среднее значение удельной теплоты испарения ртути в указанном интервале температур.

7.17. Температура кипения бензола (C_6H_6) при $p = 1$ *атм* равна 80,2° С. Найти давление насыщенных паров бензола при температуре 75,6° С, если среднее значение удельной теплоты испарения его в данном интервале температур принять равным $4 \cdot 10^5$ *дж/кг*.

7.18. Давление насыщенных паров этилового спирта (C_2H_5OH) при температуре 40° С равно 133 *мм* рт. ст., а при температуре 68° С равно 509 *мм* рт. ст. Найти изменение энтропии при испарении 1 *г* этилового спирта, находящегося при температуре 50° С.

7.19. Изменение энтропии при испарении 1 *кмоля* некоторой жидкости, находящейся при температуре 50° С, равно 133 *дж/град*. Упругость насыщенных паров этой жидкости при температуре 50° С равна 92,5 *мм* рт. ст. Насколько меняется давление насыщенных паров этой жидкости при изменении температуры от 50 до 51° С?

7.20. Найти, до какого предельного давления можно откачать сосуд при помощи ртутно-диффузионного насоса, работающего без ртутной ловушки, если температура водяной рубашки насоса 15° С. Упругость насыщенных ртутных паров при температуре 0° С равна $1{,}6 \cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст., удельную теплоту испарения ртути в интервале температур 0—15° С принять равной 75,6 *кал/г*.

7.21. Зная, что плотность ртути при температуре 0° С равна 13,6 *г/см*^{3}, найти ее плотность при температуре 300° С.

Коэффициент объемного расширения ртути считать постоянным, и его среднее значение в данном интервале температур принять равным $1{,}85 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

7.22. При температуре 100° С плотность ртути равна 13,4 *г/см*^{3}. При какой температуре плотность ртути равна 13,1 *г/см*^{3}? Коэффициент объемного расширения ртути принять равным $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

7.23. Принимая среднее значение коэффициента сжатия воды равным $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ *атм*$^{-1}$, найти плотность морской воды на глубине 5 *км*, если плотность ее на поверхности равна 1030 *кг/м*^{3}. При вычислении гидростатического давления морской воды среднюю плотность приближенно полагать равной плотности воды на поверхности.

7.24. При 0° С и атмосферном давлении коэффициент сжатия для бензола равен $9 \cdot 10^{-5}$ *атм*$^{-1}$, коэффициент объемного расширения $1{,}24 \cdot 10^{-3}$ *град*$^{-1}$. Какое надо приложить внешнее давление, чтобы при нагревании на 1° объем бензола не изменился?

7.25. Коэффициент объемного расширения ртути равен $\beta = 1{,}82 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$. Найти коэффициент сжатия для нее, если известно, что, для того чтобы при нагревании ртути на 1° ее объем не изменился, необходимо увеличить внешнее давление на 47 *атм*.

7.26. Найти разность уровней ртути в двух сообщающихся стеклянных трубках, если левое колено поддерживается при температуре 0° С, а правое нагрето до температуры 100° С. Высота левого колена 90 *см*. Коэффициент объемного расширения ртути принять равным $1{,}82 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.27. Ртуть налита в стеклянный сосуд высотой $L = 10$ *см*. При температуре $t = 20°$ С уровень ртути на $h = 1$ *мм* ниже верхнего края сосуда. Насколько можно нагреть ртуть, чтобы она не вылилась из сосуда? Коэффициент объемного расширения ртути принять равным $\beta = 1{,}82 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$. Расширением стекла пренебречь.

7.28. Стеклянный сосуд, наполненный до краев ртутью, при температуре 0° С весит 1 *кГ*. Вес пустого сосуда равен 0,1 *кГ*. Пренебрегая расширением стекла, найти количество ртути в сосуде при температуре 100° С. Коэффициент объемного расширения ртути принять равным $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

7.29. Решить предыдущую задачу, не пренебрегая расширением стекла. Принять, что коэффициент объемного расширения стекла равен $3 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$.

7.30. Стеклянный сосуд наполнен до краев жидким маслом при температуре 0° С. При нагревании сосуда с маслом до 100° С 6% налитого масла вытекло. Найти коэффициент объемного расширения масла β_x, принимая коэффициент объемного расширения стекла равным $\beta = 3 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$.

7.31. Какую относительную ошибку мы допустим при нахождении коэффициента объемного расширения масла в условиях предыдущей задачи, если пренебрежем расширением стекла?

7.32. Температура помещения 37° С и атмосферное давление 760 *мм* рт. ст. Какое давление (в *мм* рт. ст.) покажет ртутный барометр, находящийся в этом помещении? Расширение стекла считать малым по сравнению с расширением ртути. Коэффициент объемного расширения ртути принять равным $1{,}82 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

7.33. 1) Какую силу нужно приложить к горизонтальному алюминиевому кольцу высотой $h = 10$ *мм*, внутренним диаметром $d_1 = 50$ *мм* и внешним диаметром $d_2 = 52$ *мм*, чтобы оторвать его от поверхности воды? Плотность алюминия $\rho = 2800$ *кг/м*^{3}, коэффициент поверхностного натяжения воды $\alpha = 0{,}073$ *н/м*. 2) Какую часть от найденной силы составляют силы поверхностного натяжения?

7.34. Кольцо предыдущей задачи подвешено на пружине, коэффициент деформации которой равен 10^{-3} *кГ/мм*, и приведено в соприкосновение с поверхностью жидкости. При опускании поверхности жидкости кольцо оторвалось от нее при растяжении пружины на 5,4 *мм*. Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

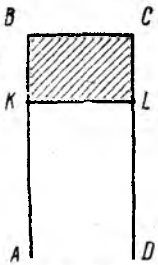


Рис. 12.

7.35. Рамка $ABCD$ (см. рис. 12) с подвижной перекладиной KL затянута мыльной пленкой. 1) Каков должен быть диаметр медной перекладины KL, чтобы она находилась в равновесии? 2) Найти, чему равна длина l перекладины, если известно, что, для того чтобы опустить перекладину на 1 *см*, требуется совершить работу, равную $4{,}5 \cdot 10^{-5}$ *дж*.

7.36. Спирт по каплям вытекает из сосуда через вертикальную трубку внутренним диаметром 2 *мм*. Считая, что капли отрываются через 1 *сек* одна после другой, найти, через сколько времени вытечет 10 *г* спирта. Считать диаметр шейки капли в момент отрыва равным внутреннему диаметру трубки.

7.37. Вода по каплям вытекает из сосуда через вертикальную трубку внутренним диаметром $d = 3$ *мм*. При остывании воды от $t_1 = 100°$ С до $t_2 = 20°$ С вес каждой капли изменился на $\Delta P = 13{,}5 \cdot 10^{-6}$ *кГ*. Зная коэффициент поверхностного натяжения воды при 20° С, найти коэффициент поверхностного натяжения воды при 100° С.

7.38. При плавлении вертикально подвешенной свинцовой проволоки диаметром 1 *мм* образовалось 20 капель свинца. Насколько укоротилась проволока? Коэффициент поверхностного натяжения жидкого свинца 0,47 *н/м*.

7.39. Из вертикальной трубки внутренним радиусом $r = 1$ *мм* вытекают капли воды. Найти радиус капли в момент отрыва. Каплю считать сферической.

7.40. Насколько нагреется капля ртути, полученная от слияния двух капель радиусом 1 *мм* каждая?

7.41. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы разбить сферическую каплю ртути радиусом 3 *мм* на две одинаковые капли?

7.42. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря радиусом 1 *см*? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора принять равным $43 \cdot 10^{-3}$ *н/м*.

7.43. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы выдуть мыльный ($\alpha = 0{,}045$ *н/м*) пузырь диаметром 4 *см*?

7.44. Определить давление воздуха (в *мм* рт. ст.) в воздушном пузырьке диаметром $d = 0{,}01$ *мм*, находящемся на расстоянии $h = 20$ *см* от поверхности воды. Внешнее давление $p_1 = 765$ *мм* рт. ст.

7.45. Давление воздуха внутри мыльного пузыря на 1 *мм*. рт. ст. больше атмосферного. Чему равен диаметр пузыря? Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора принять равным 0,043 *н/м*.

7.46. Найти, на какой глубине под водой находится пузырек воздуха, если известно, что плотность воздуха в нем равна 2 *кг/м*^{3}. Диаметр пузырька 0,015 *мм*, температура 20° С и атмосферное давление 760 *мм* рт. ст.

7.47. Во сколько раз плотность воздуха в пузырьке, находящемся на глубине 5 *м* под водой, больше плотности воздуха при атмосферном давлении (при той же температуре)? Радиус пузырька $5 \cdot 10^{-4}$ *мм*.

7.48. В сосуд со ртутью опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого $d = 3$ *мм*. Разность уровней ртути в сосуде и в капилляре $\Delta h = 3{,}7$ *мм*. Чему равен радиус кривизны ртутного мениска в капилляре?

7.49. В сосуд с водой опущен открытый капилляр внутренним диаметром $d = 1$ *мм*. Разность уровней воды в сосуде и в капилляре равна $\Delta h = 2{,}8$ *см*. 1) Чему равен радиус кривизны мениска в капилляре? 2) Чему была бы равна разность уровней в сосуде и в капилляре, если бы смачивание было полным?

7.50. На какую высоту поднимется бензол в капилляре, внутренний диаметр которого равен $d = 1$ *мм*? Плотность бензола $\rho = 0{,}9$ *г/см*^{3}. Смачивание считать полным.

7.51. Каков должен быть внутренний диаметр капилляра, чтобы при полном смачивании вода в нем поднялась на 2 *см*? Задачу решить для случаев, когда капилляр находится: 1) на Земле и 2) на Луне. Необходимые данные взять из таблиц.

7.52. Найти разность уровней ртути в двух сообщающихся капиллярах с диаметрами $d_1 = 1$ *мм* и $d_2 = 2$ *мм*. Несмачивание считать полным.

7.53. Каким должен быть наибольший диаметр пор в фитиле керосинки, чтобы керосин поднимался от дна керосинки до горелки (высота $h = 10$ *см*)? Считать поры цилиндрическими трубками и смачивание полным.

7.54. Капилляр внутренним радиусом 2 *мм* опущен в жидкость. Найти коэффициент поверхностного натяжения жидкости, если известно, что вес жидкости, поднявшейся в капилляре, равен $9 \cdot 10^{-5}$ *кГ*.

7.55. Капиллярная трубка, внутренний радиус которой $r = 0{,}16$ *мм*, опущена вертикально в сосуд с водой. Каким должно быть давление воздуха над жидкостью в капилляре, чтобы уровень воды в капилляре и в широком сосуде был одинаков? Внешнее давление $p_0 = 760$ *мм* рт. ст. Смачивание считать полным.

7.56. Капиллярная трубка опущена вертикально в сосуд с водой. Верхний конец трубки запаян. Для того чтобы уровень воды в трубке и в широком сосуде был одинаков, трубку пришлось погрузить в воду на 1,5% ее длины. Чему равен внутренний радиус трубки? Внешнее давление равно 750 *мм* рт. ст. Смачивание считать полным.

7.57. Барометрическая трубка A, заполнённая ртутью (см. рис. 13), имеет внутренний диаметр d, равный: а) 5 *мм*, б) 1,5 *см*. Можно ли определять атмосферное давление непосредственно по высоте ртутного столба? Найти высоту ртутного столба в каждом из этих случаев, если атмосферное давление $p_0 = 758$ *мм* рт. ст. Несмачивание считать полным.

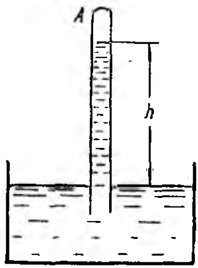


Рис. 13.

7.58. Внутренний диаметр барометрической трубки равен 0,75 *см*. Какую поправку надо ввести, измеряя атмосферное давление по высоте ртутного столба? Несмачивание считать полным.

7.59. Какую относительную ошибку мы допускаем, вычисляя атмосферное давление, равное 760 *мм* рт. ст., по высоте ртутного столба, если внутренний диаметр барометрический трубки равен: 1) 5 *мм* и 2) 10 *мм*? Несмачивание считать полным.

7.60. На поверхность воды положили жирную (полностью несмачиваемую водой) стальную иголку. Каков наибольший диаметр иголки, при котором она еще может держаться на воде?

7.61. Будет ли плавать на поверхности воды жирная (полностью несмачиваемая водой) платиновая проволока диаметром 1 *мм*?

7.62. В дне сосуда с ртутью имеется отверстие. Каким может быть наибольший диаметр отверстия, чтобы ртуть из сосуда не выливалась при высоте столба ртути, равном 3 *см*?

7.63. В дне стеклянного сосуда площадью $S = 30$ *см*^{2} имеется круглое отверстие диаметром $d = 0,5$ *мм*. В сосуд налита ртуть. Какое количество ртути останется в сосуде?

7.64. Насекомое водомерка бегает по поверхности воды. Найти вес водомерки, если известно, что под каждой из шести лапок насекомого образуется ямка, равная полусфере с радиусом 0,1 *мм*.

7.65. Какую силу надо приложить, чтобы оторвать друг от друга (без сдвига) две смоченные фотопластинки размером 9×12 *см*^{2}? Толщину водяной прослойки между пластинками считать равной 0,05 *мм*. Смачивание полное.

7.66. Между двумя вертикальными плоско-параллельными стеклянными пластинками, находящимися на расстоянии 0,25 *мм* друг от друга, налита жидкость. Найти плотность жидкости, если известно, что высота поднятия жидкости между пластинками равна 3,1 *см* ($\alpha = 30$ *дин/см*). Смачивание полное.

7.67. Между двумя горизонтальными плоско-параллельными стеклянными пластинками помещено 5 *г* ртути. Когда на верхнюю пластинку положили груз в 5 *кГ*, расстояние между пластинками стало равно 0,087 *мм*. Пренебрегая весом пластинки по сравнению с весом груза, найти коэффициент поверхностного натяжения ртути. Несмачивание считать полным.

7.68. В открытом капилляре находится капля воды. При вертикальном положении капилляра капля образует столбик длиной: 1) 2 *см*, 2) 4 *см* и 3) 2,98 *см*. Внутренний диаметр капилляра равен 1 *мм*. Найти радиусы кривизны верхнего и нижнего менисков в каждом из этих случаев. Смачивание считать полным.

7.69. В горизонтальный капилляр внутренним диаметром $d = 2$ *мм* насосана вода так, что образовался столбик длиною $h = 10$ *см*. Сколько граммов воды вытечет из капилляра, если его поставить вертикально? Смачивание считать полным.

Указание. Учесть, что предельная длина столбика воды, оставшейся в капилляре, должна соответствовать радиусу кривизны нижнего мениска, равному радиусу капилляра (см. решение предыдущей задачи).

7.70. В открытом вертикальном капилляре, внутренний радиус которого равен $r = 0{,}6$ *мм*, находится столбик спирта. Нижний мениск этого столбика нависает у нижнего конца капилляра. Найти высоту h столбика спирта, при которой радиус кривизны R нижнего мениска равен: 1) $3r$, 2) $2r$ и 3) r. Смачивание считать полным.

7.71. Трубка, изображённая на рис. 14, открыта с обоих концов и наполнена керосином. Внутренние радиусы трубок *a* и b равны соответственно $r_1 = 0{,}5$ *мм* и $r_2 = 0{,}9$ *мм*. При какой разности уровней Δh радиус кривизны мениска на конце трубки a будет: 1) вогнутым и равным $R_x = r_1$, 2) плоским, 3) выпуклым и равным $R_x = r_2$, 4) выпуклым и равным r_1? Смачивание считать полным.

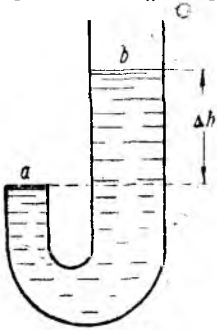


Рис. 14.

7.72. В широкий сосуд с водой опущен капилляр так, что верхний его конец находится выше уровня воды в сосуде на $h = 2$ *см*. Внутренний радиус капилляра равен $r = 0{,}5$ *мм*. Найти радиус кривизны R мениска в капилляре. Смачивание считать полным.

7.73. Ареометр плавает в воде, полностью смачивающей его стенки. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра равен $d = 9$ *мм*. Насколько изменится глубина погружения ареометра, если на поверхность воды налить несколько капель спирта?

7.74. Ареометр плавает в жидкости, плотность которой $\rho = 800$ *кг/м³* и коэффициент поверхностного натяжения $\alpha = 30$ *дин/см*. Жидкость полностью смачивает стенки ареометра. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра равен $d = 9$ *мм*. Насколько изменится глубина погружения ареометра, если вследствие замасливания ареометр стал полностью несмачиваемым этой жидкостью?

7.75. При растворении 10 *г* сахара ($C_{12}H_{22}O_{11}$) в 0,5 *л* воды осмотическое давление раствора равно $1{,}52 \cdot 10^5$ *н/м²*. При какой температуре находится раствор? Диссоциация молекул сахара отсутствует.

7.76. Осмотическое давление раствора, находящегося при температуре 87° С равно 1,65 *бар*. Какое количество молекул воды приходится на одну молекулу растворенного вещества в этом растворе? Диссоциация отсутствует.

7.77. В 0,5 *л* воды растворено 2 *г* поваренной соли. Степень диссоциации молекул поваренной соли равна 75%. Найти осмотическое давление раствора при температуре 17° С.

7.78. Степень диссоциации молекул поваренной соли при растворении ее в воде равна 40%. При этом осмотическое давление раствора, находящегося при температуре 27° С, равно 1,21 *кГ/см²*. Какое количество поваренной соли растворено в 1 *л* воды?

7.79. 2,5 *г* поваренной соли растворено в 1 *л* воды при температуре 18° С. Осмотическое давление раствора равно $1{,}6\cdot 10^5$ *н/м²*. 1) Какова степень диссоциации молекул поваренной соли в этом случае? 2) Сколько частиц растворенного вещества находится в 1 *см³* раствора?

7.80. 40 *г* сахара ($C_{12}H_{22}O_{11}$) растворено в 0,5 *л* воды. Температура раствора равна 50° С. Чему равно давление насыщенных водяных паров над раствором?

7.81. Упругость насыщенных паров над раствором при температуре 30° С равна 31,5 *мм* рт. ст. Найти упругость насыщенных паров над этим раствором при температуре 60° С.

7.82. Упругость насыщенных паров над раствором в 1,02 раза меньше упругости насыщенных паров чистой воды. Какое число молекул воды приходится на одну молекулу растворенного вещества?

7.83. 100 *г* нелетучего вещества растворено в 1 *л* воды. Температура раствора равна 90° С, давление насыщенных паров над раствором 515,9 *мм* рт. ст. Определить массу одного киломоля растворенного вещества.

7.84. Нелетучее вещество с массой одного киломоля $\mu = 60$ *кг/кмоль* растворено в воде. Температура раствора 80° С, давление насыщенных паров над раствором 353 *мм* рт. ст. Найти осмотическое давление раствора.

§ 8. Твердые тела

Изменение температуры плавления dT при изменении давления на dp дается уравнением Клаузиуса — Клапейрона

$$dT = T\,\frac{V_ж - V_т}{q_0}\,dp,$$

где q_0 — молекулярная теплота плавления, $V_ж$ — объем одного киломоля жидкости, $V_т$ — объем одного киломоля твердого тела и T — температура плавления.

При не очень низких температурах для твердых тел имеет место закон Дюлонга и Пти, согласно которому атомная теплоемкость всех химически простых твердых тел равна приблизительно $3R = 25\cdot 10^3$ *дж/кг-атом·град* = 6 *кал/г-атом·град*.

Количество тепла, переносимого вследствие теплопроводности за время Δt, определяется формулой

$$Q=\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \, \Delta t,$$

где $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ — градиент температуры в направлении, перпендикулярном площадке ΔS, λ — коэффициент теплопроводности.

При повышении температуры длина твердых тел возрастает в первом приближении линейно с температурой, т. е.

$$l_t=l_0(1+at),$$

где l_t — длина тела при температуре t, l_0 — его длина при температуре 0° С и a — коэффициент линейного теплового расширения.

Для твердых изотропных тел $a=\frac{1}{3}b$, где b — коэффициент объемного теплового расширения.

В случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня относительное изменение длины стержня по закону Гука

$$\frac{\Delta l}{l}=\alpha p_{н}=\frac{1}{E} p_{н},$$

где $p_{н}$ — удельная нагрузка, т. е. $p_{н}=\frac{F}{S}$, где F — растягивающая (сжимающая) сила, S — площадь поперечного сечения и α — коэффициент упругости. Величина $E=\frac{1}{\alpha}$ называется модулем упругости (модулем Юнга).

Относительное изменение толщины стержня при продольном растяжении

$$\frac{\Delta d}{d}=\beta p_{н},$$

где β — коэффициент поперечного сжатия. Величина

$$\sigma=\frac{\beta}{\alpha}$$

называется коэффициентом Пуассона.

Для закручивания стержня (проволоки) на некоторый угол φ необходимо приложить момент пары сил

$$M = \frac{\pi N r^4 \varphi}{2l},$$

где l — длина проволоки, r — ее радиус и N — модуль сдвига материала проволоки.

8.1. Изменение энтропии при плавлении 1 *кмоля* льда равно 22,2 *кдж/град*. Плотность льда равна 900 *кг/м*^{3}. Найти, насколько изменяется температура плавления льда при увеличении внешнего давления на 1 *бар*.

8.2. Температура плавления олова при давлении в 10^5 *н/м*^{2} равна 231,9° С, а при давлении в 10^7 *н/м*^{2} она равна 232,2° С. Плотность твердого олова 7,2 *г/см*^{3}, плотность жидкого олова 7,0 *г/см*^{3}. Найти увеличение энтропии при плавлении одного киломоля олова.

8.3. Температура плавления железа (1537° С) изменяется на 0,012° при изменении давления на 1 *кГ/см*^{2}. Удельная теплота плавления железа равна 65 *ккал/кг*. Найти, насколько меняется при этом объем одного киломоля железа при плавлении.

8.4. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти удельную теплоемкость: 1) меди, 2) железа, 3) алюминия.

8.5. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого материала сделан металлический шарик весом 0,025 *кГ*, если известно, что для его нагревания от 10° С до 30° С потребовалось затратить 117 *дж* тепла.

8.6. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, во сколько раз удельная теплоемкость алюминия больше удельной теплоемкости платины.

8.7. Свинцовая пуля, летящая со скоростью 400 *м/сек*, ударяется о стенку и входит в нее. Считая, что 10% кинетической энергии пули идет на ее нагревание, найти, на сколько градусов нагрелась пуля. Удельную теплоемкость свинца найти по закону Дюлонга и Пти.

8.8. Пластинки из меди (толщиной $d_1 = 9$ *мм*) и железа (толщиной $d_2 = 3$ *мм*) сложены вместе. Внешняя поверхность медной пластинки поддерживается при постоянной температуре $t_1 = 50°$ С, внешняя поверхность железной — при температуре $t_2 = 0°$ С. Найти температуру t_x поверхности их соприкосновения. Площадь пластинок велика по сравнению с толщиной. Коэффициент теплопроводности меди равен $\lambda = 386$ *вт/м·град.*

8.9. Наружная поверхность стены имеет температуру $t_1 = -20°$ C, внутренняя — температуру $t_2 = +20°$ C. Толщина стены 40 *см.* Найти коэффициент теплопроводности материала стены, если через каждый 1 $м^2$ ее поверхности за 1 *ч* проходит 110 *ккал.*

8.10. Какое количество тепла теряет в одну минуту комната с площадью пола 4×5 $м^2$ и высотой 3 *м* через четыре кирпичные стены? Температура в комнате $t_1 = 15°$ C, внешняя температура $t_2 = -20°$ C. Коэффициент теплопроводности кирпича 0,002 *кал/град · см · сек,* толщина стен 50 *см.* Потерей тепла через пол и потолок пренебречь.

8.11. Один конец железного стержня поддерживается при температуре 100° C, другой упирается в лед. Длина стержня 14 *см,* площадь поперечного сечения 2 $см^2$. Стержень теплоизолирован так, что потерями тепла через стенки можно пренебречь. Найти: 1) скорость протекания тепла вдоль стержня, 2) какое количество льда растает за 40 *мин.*

8.12. Какое количество тепла проходит в 1 *сек* через медный стержень, площадь поперечного сечения которого равна 10 $см^2$, длина 50 *см,* если разность температур на концах стержня 15° C? Коэффициент теплопроводности меди 0,9 *кал/град · см · сек.* Тепловыми потерями пренебречь.

8.13. На плите стоит алюминиевая кастрюля диаметром 15 *см,* наполненная водой. Вода кипит, и при этом в каждую минуту образуется 300 *г* водяного пара. Найти температуру внешней поверхности дна кастрюли, если толщина его 2 *мм.* Тепловыми потерями пренебречь.

8.14. Металлический цилиндрический сосуд радиусом 9 *см* наполнен льдом при температуре 0° C. Сосуд теплоизолирован слоем пробки толщиной в 1 *см.* Коэффициент теплопроводности пробки $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ *кал/град · см · сек.* Через сколько времени весь лед, находящийся в сосуде, растает, если наружная температура воздуха равна 25° C? Считать, что обмен тепла происходит только через боковую поверхность сосуда средним радиусом 9,5 *см.*

8.15. Какие силы надо приложить к концам стального стержня с площадью поперечного сечения $S = 10$ $см^2$, чтобы не дать ему расшириться при нагревании от $t_1 = 0°$ C до

$t_2 = 30^\circ$ C? Модуль Юнга для стали $E = 2{,}16 \cdot 10^{11}$ *н/м*^{2}, коэффициент теплового расширения $\alpha = 1{,}06 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$.

8.16. К стальной проволоке радиусом 1 *мм* подвешен груз. Под действием этого груза проволока получила такое же удлинение, как при нагревании на 20° С. Найти величину груза. Необходимые данные взять из условия предыдущей задачи.

8.17. Медная проволока, предел прочности которой равен $1{,}96 \cdot 10^8$ *н/м*^{2}, натянута горячей при температуре 150° С между двумя прочными неподвижными стенками. При какой температуре, остывая, разорвется проволока? Считать, что закон Гука справедлив до точки разрыва проволоки.

8.18. Принимая коэффициент линейного расширения меди постоянным и равным $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$ и зная, что плотность меди при температуре 0° С равна 8,90 *г/см*^{3}, найти плотность меди при температуре 500° С.

8.19. Какую длину должны иметь при 0° С стальной и медный стержни, чтобы при любой температуре стальной стержень был длиннее медного на 5 *см*? Коэффициент линейного расширения стали взять равным $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$ и меди $1{,}6 \cdot 10^{-5}$ *град*$^{-1}$.

8.20. На нагревание медной болванки весом в 1 *кГ*, находящейся при температуре 0° С, затрачено 33 *ккал*. Во сколько раз при этом увеличился ее объем? Теплоемкость меди найти по закону Дюлонга и Пти.

8.21. При растяжении медной проволоки, поперечное сечение которой равно 1,5 *мм*^{2}, начало остаточной деформации наблюдалось при нагрузке в 4,5 *кГ*. Каков предел упругости материала проволоки?

8.22. Каким должен быть предельный диаметр стального троса, чтобы он выдержал нагрузку в 1 *Т*? Предел прочности стали равен $6{,}86 \cdot 10^8$ *н/м*^{2}.

8.23. Найти длину медной проволоки, которая, будучи подвешена вертикально, начинает рваться под действием собственного веса. Предел прочности меди взять равным 25 *кГ/мм*^{2}.

8.24. Для измерения глубины моря с парохода спустили гирю на железном тросе. Пренебрегая весом гири по сравнению с весом троса, найти, какую наибольшую глубину можно измерить таким способом. Предел прочности железа взять равным 30 *кГ/мм*^{2}, плотность морской воды принять равной 1 *г/см*^{3}.

8.25. Решить предыдущую задачу для стального троса. Предел прочности стали взять равным $6{,}86 \cdot 10^8$ *н/м²*.

8.26. С крыши дома высотой 40 *м* свешивается стальная проволока диаметром в 2 *мм*. 1) Какой наибольший груз можно подвесить к этой проволоке, чтобы она не разорвалась? 2) Насколько удлинится эта проволока, если на ней повиснет человек весом в 70 *кГ*? 3) Будет ли наблюдаться остаточная деформация, когда человек отпустит проволоку? Предел прочности стали взять равным 80 *кГ/мм²*, модуль Юнга для стали 22 000 *кГ/мм²*, предел упругости стали считать равным $2{,}94 \cdot 10^8$ *н/м²*.

8.27. К стальной проволоке радиусом в 1 *мм* подвешен груз в 981 *н*. На какой наибольший угол можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении этим грузом положения равновесия? Предел прочности для стали взять равным 80 *кГ/мм²*.

8.28. К железной проволоке длиною 50 *см* и диаметром 1 *мм* привязана гиря весом в 1 *кГ*. С каким наибольшим числом оборотов в секунду можно вращать в вертикальной плоскости такую проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась? Предел прочности железа взять равным $2{,}94 \cdot 10^8$ *н/м²*.

8.29. Однородный медный стержень длиною 1 *м* вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. При какой скорости вращения стержень разорвется? Предел прочности меди 25 *кГ/мм²*.

8.30. Однородный стержень вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. Стержень разрывается, когда линейная скорость конца стержня достигает 380 *м/сек*. Найти предел прочности материала стержня. Плотность материала стержня равна 7900 *кг/м³*.

8.31. К стальной проволоке длиною 1 *м* и радиусом 1 *мм* подвесили груз в 100 *кГ*. Чему равна работа растяжения проволоки? Модуль Юнга для стали взять равным 22 000 *кГ/мм²*.

8.32. Из резинового шнура длиною в 42 *см* и радиусом 3 *мм* сделана рогатка. Мальчик, стреляя из рогатки, растянул резиновый шнур на 20 *см*. Найти, чему равен модуль Юнга для этой резины, если известно, что камень весом 0,02 *кГ*, пущенный из рогатки, полетел со скоростью 20 *м/сек*. Изменением сечения шнура при растяжении пренебречь.

8.33. Имеется резиновый шланг длиною в 50 *см* и внутренним диаметром в 1 *см*. Шланг натянули так, что его длина стала на 10 *см* больше. Найти внутренний диаметр натянутого шланга, если для резины коэффициент Пуассона равен 0,5.

8.34. На рис. 15 AB — железная проволока, CD — медная проволока такой же длины и с таким же поперечным сечением, что и проволока AB, BD — стержень длиной 80 *см*. На стержень подвесили груз $P = 2$ *кГ*. На каком расстоянии x от точки B надо его подвесить, чтобы стержень остался горизонтальным? Модуль Юнга для меди равен 12 000 *кГ/мм*^{2}, для железа $1{,}96 \cdot 10^{11}$ *н/м*^{2}.

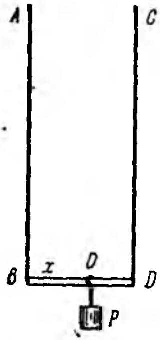


Рис. 15.

8.35. Найти момент пары сил, необходимый для закручивания проволоки длиной 10 *см* и радиусом 0,1 *мм* на угол 10′. Модуль сдвига материала проволоки равен $5 \cdot 10^3$ *кГ/мм*^{2}.

8.36. Зеркальце гальванометра подвешено на проволоке длиной $L = 10$ *см* и диаметром $d = 0{,}01$ *мм*. Найти закручивающий момент, соответствующий отклонению зайчика на $l = 1$ *мм* по шкале, удаленной на $D = 1$ *м* от зеркальца. Модуль сдвига N материала проволоки равен $4 \cdot 10^{11}$ *дин/см*^{2}.

Указание. Учесть, что зайчик отклонится на расстояние l по шкале, удаленной от зеркальца на расстояние D, если угол поворота φ зеркальца удовлетворяет условию $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{l}{D}$.

8.37. Найти потенциальную энергию проволоки длиной 5 *см* и диаметром $4 \cdot 10^{-3}$ *см*, закрученной на угол 10′. Модуль сдвига материала проволоки равен $5{,}9 \cdot 10^{11}$ *дин/см*^{2}.

8.38. При протекании электрического тока через обмотку гальванометра на его рамку с укрепленным на ней зеркальцем действует закручивающий момент, равный $2 \cdot 10^{-6}$ *дин · см*. Рамка при этом поворачивается на малый угол φ. Работа, идущая на это закручивание, равна $8{,}7 \cdot 10^{-16}$ *дж*. На какое расстояние переместится зайчик от зеркальца по шкале, удаленной на 1 *м* от гальванометра?

8.39. Доказать, что при значении коэффициента Пуассона $\sigma = 0{,}5$ объем проволоки при растяжении не меняется.

8.40. Найти относительное изменение плотности цилиндрического медного стержня при сжатии его давлением $p = 1000$ *кГ/см*^{2}. Модуль Юнга для меди принять равным $E = 12\,000$ *кГ/мм*^{2} и коэффициент Пуассона $\sigma = 0{,}34$.

8.41. Железная проволока длиной 5 *м* висит вертикально. Насколько изменится объем проволоки, если к ней привязать гирю весом в 10 *кГ*? Коэффициент Пуассона для железа взять равным 0,3 и модуль Юнга $1{,}96 \cdot 10^{11}$ *н/м*^{2}.

ГЛАВА III

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Электрические и магнитные единицы

Составной частью Международной системы единиц (СИ) является система МКСА, предназначенная для измерений электрических и магнитных величин (ГОСТ 8033-56).

Основными единицами этой системы являются метр (*м*), килограмм (*кг*), секунда (*сек*) и ампер (*а*). Производные единицы системы МКСА образуются на основании законов, устанавливающих связь между физическими величинами. Так, например, единица количества электричества — кулон (*к*) — определяется из уравнения $q = It$ как количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника в 1 *сек* при силе тока в 1 *а*, т. е. 1 *к* = 1 *а* · 1 *сек*. Единица разности потенциалов — вольт (*в*) — может быть определена из уравнения $P = U \cdot I$, где P — мощность тока. Отсюда $1\ в = \frac{1\ вт}{1\ а}$. Поступая таким же образом, мы можем найти единицы остальных производных величин в системе МКСА (см. табл. 12).

Применение системы единиц МКСА связано с рационализацией формул. Во многие уравнения, относящиеся к теории электрических и магнитных явлений, входит числовой множитель 4π (например, теорема Гаусса, емкость плоского конденсатора, напряженность магнитного поля внутри соленоида и т. д.). Рационализация уравнений ставит своей целью исключение этого множителя в наиболее часто применяемых в электротехнике и радиотехнике формулах; при этом, однако, множитель 4π войдет в другие формулы, используемые реже, где его присутствие может быть объяснено геометрическими соображениями. ГОСТом электрические и магнитные единицы Международной системы устанавливаются для рационализованной формы уравнений электромагнитного поля. В соответствии с этим все уравнения во введениях к параграфам гл. III нами даны в рационализованной форме.

Таблица 12

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
	Основные единицы	
Длина	метр	*м*
Масса	килограмм	*кг*
Время	секунда	*сек*
Сила электрического тока	ампер	*а*
	Производные единицы	
Работа и энергия	джоуль	*дж*
Мощность	ватт	*вт*
Количество электричества	кулон	*к = а · сек*
Разность потенциалов и электродвижущая сила	вольт	*в = вт/а*
Напряженность электрического поля	вольт на метр	*в/м*
Электрическая емкость	фарада	*ф = к/в*
Электрическая индукция (электрическое смещение)	кулон на квадратный метр	*к/м²*
Электрическое сопротивление	ом	*ом = в/а*
Поток магнитной индукции	вебер	*вб = в · сек*
Магнитная индукция	тесла (вебер на квадратный метр)	*тл = в · сек/м²* (*вб/м²*)
Индуктивность	генри	*гн = в · сек/а*
Напряженность магнитного поля	ампер на метр	*а/м*

Кроме системы МКСА, ГОСТ 8033-56 допускает для электрических и магнитных измерений также применение системы СГС (системы Гаусса). Поэтому числовые данные, приводимые в условиях задач, не всегда будут даны в системе МКСА. Но, учитывая преимущества, связанные с применением единой системы, мы, как и в предыдущих главах, будем проводить решение задач только в единицах системы

МКСА. Для этого числовые данные, приведенные в условиях задач, необходимо переводить в единицы системы МКСА. В табл. 13 в соответствии с ГОСТом 8033-56 приведены соотношения между некоторыми единицами систем СГС и МКСА.

Так как в системе СГС большинство единиц не имеет наименований, то единицу какой-либо физической величины мы будем обозначать символом этой системы с соответствующим индексом. Так, например, единицу силы тока — символом СГС_I, единицу емкости — СГС_C и т. д.

Приведенные в табл. 13 соотношения даны между единицами системы СГС для нерационализованной формы уравнений и единицами системы МКСА для рационализованной формы уравнений электромагнитного поля. О связи между нерационализованными и рационализованными уравнениями см. в приложении.

Для удобства введем относительную диэлектрическую проницаемость среды $\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0}$, где ε' — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, численное значение которой зависит как от свойств среды, так и от выбора системы единиц; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. Величина ε_0 называется электрической постоянной, ее численное значение зависит только от выбора системы единиц измерения. Тогда во всех уравнениях вместо ε' мы можем брать величину $\varepsilon' = \varepsilon_0\varepsilon$, где ε_0 — электрическая постоянная и ε — значение диэлектрической проницаемости среды относительно вакуума, т. е. обычное табличное значение диэлектрической проницаемости. В системе СГС $\varepsilon_0 = 1$ и $\varepsilon' = \varepsilon$. В системе МКСА

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2} \cdot 10^7 \ \text{ф/м} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \ \text{ф/м} \quad (c = 10^8 \ \text{м/сек}).$$

Аналогично вместо абсолютной магнитной проницаемости среды μ' мы будем брать величину $\mu' = \mu_0\mu$, где μ_0 — магнитная постоянная и μ — значение магнитной проницаемости среды относительно вакуума, т. е. обычное табличное значение магнитной проницаемости. В системе СГС $\mu_0 = 1$ и $\mu' = \mu$. В системе МКСА $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м* $= 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ *гн/м*.

Таблица 13

Наименование величины	Наименование единицы измерения в системе СГС	Сокращенное обозначение	Размер единицы в системе МКСА
Сила тока	—	—	$1\ СГС_I = \frac{10}{c}\ a$
Количество электричества	—	—	$1\ СГС_q = \frac{10}{c}\ k$
Поток электрического смещения (поток электрической индукции)	—	—	$1\ СГС_{N_D} = \frac{10}{4\pi c}\ k$
Электрическая индукция (электрическое смещение)	—	—	$1\ СГС_D = \frac{10^5}{4\pi c}\ к/м^2$
Разность потенциалов	—	—	$1\ СГС_U = c \cdot 10^{-8}\ в$
Напряженность электрического поля	—	—	$1\ СГС_E = c \cdot 10^{-6}\ в/м$
Электрическое сопротивление	—	—	$1\ СГС_R = c^2 \cdot 10^{-9}\ ом$
Электрическая емкость	—	—	$1\ СГС_C = \frac{1}{c^2}\, 10^9\ ф$
Магнитный поток	максвелл	*мкс*	$1\ мкс = 10^{-8}\ вб$
Магнитная индукция	гаусс	*гс*	$1\ гс = 10^{-4}\ тл$
Индуктивность	—	—	$1\ СГС_L = c^2 \cdot 10^{-9}\ гн$
Напряженность магнитного поля	эрстед	*э*	$1\ э = \frac{1}{4\pi}\, 10^3\ а/м$

Примечание. В соотношениях между единицами СГС и единицами МКСА c — численное значение скорости света в пустоте, выраженное в сантиметрах в секунду.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти радиус шарика, находящегося в воздухе, если известно, что при заряжении его до потенциала $U = 4\ СГС_U$ поверхностная плотность заряда на его поверхности равна

$$\sigma = 0{,}138\ \frac{СГС_q}{см^2}.$$

Решение. Заряд шара q, его емкость C и его потенциал U связаны соотношением

$$C = \frac{q}{U}, \tag{1}$$

где

$$q = \sigma 4\pi r^2. \tag{2}$$

Кроме того, емкость шара равна

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r. \tag{3}$$

Из (1), (2) и (3) имеем

$$r = \frac{\varepsilon_0\varepsilon U}{\sigma}. \tag{4}$$

У нас $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ *ф/м*, $\varepsilon = 1$, $U = 4\text{СГС}_U = 4\cdot3\cdot10^{10}\cdot10^{-8}\,в = 12\cdot10^2\,в$, $\sigma = 0{,}138\frac{\text{СГС}_q}{см^2} = \frac{0{,}138\cdot10}{3\cdot10^{10}\cdot10^{-4}}\,к/м^2 = \frac{0{,}138}{3}\cdot10^{-5}\,к/м^2$. Подставляя эти данные в (4), получим

$$r = \frac{8{,}85\cdot10^{-12}\cdot12\cdot10^2\cdot3}{0{,}138\cdot10^{-5}}\,м = 23\cdot10^{-3}\,м = 2{,}3\ см.$$

Задача 2. Электрическая индукция (электрическое смещение) в плоском конденсаторе равна 10^{-5} *к/м²*. Чему равна поверхностная плотность заряда на пластинах этого конденсатора?

Решение. Имеем $D = \varepsilon_0\varepsilon E$, но $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$, следовательно,

$$D = \varepsilon_0\varepsilon\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \sigma, \tag{1}$$

т. е. индукция электрического поля численно равна поверхностной плотности зарядов на пластинах конденсатора. У нас $D = 10^{-5}$ *к/м²*. Следовательно, и $\sigma = 10^{-5}$ *к/м²*. Переведем теперь значения D и σ в единицы СГС-системы. Согласно табл. 13,

$$1\ \text{СГС}_D = \frac{10^5}{4\pi c}\ к/м^2,\ \text{или}\ \ 1\ к/м^2 = \frac{4\pi c}{10^5}\ \text{СГС}_D. \tag{2}$$

Тогда

$$D = 10^{-5}\ к/м^2 = 10^{-5}\frac{4\pi c}{10^5}\ \text{СГС}_D = 37{,}7\ \text{СГС}_D. \tag{3}$$

Далее, $\sigma = 10^{-5}$ *к/м²*. Согласно табл. 13, $1\ к = \frac{c}{10}$ СГС$_q$. Кроме того, $1\ м = 10^2\ см$, тогда

$$1\ к/м^2 = \frac{c \cdot СГС_q}{10 \cdot 10^4\ см^2} = 3 \cdot 10^5 \frac{СГС_q}{см^2} \tag{4}$$

и

$$\sigma = 10^{-5}\ к/м^2 = 10^{-5}\ 3 \cdot 10^5 \frac{СГС_q}{см^2} = 3 \frac{СГС_q}{см^2}. \tag{5}$$

Таким образом, величины D и σ численно равны только в рационализованной системе МКСА. В нерационализованной системе СГС их числовые значения уже не совпадают. Поэтому при переводе в систему СГС единицы „кулон на квадратный метр" необходимо учитывать, у какой величины стоит это наименование, так как, согласно (2) и (4), имеем

$$1\ к/м^2 = 1\ МКСА_D = \frac{4\pi c}{10^5}\ СГС_D.$$

и

$$1\ к/м^2 = 1\ МКСА_\sigma = 3 \cdot 10^5\, СГС_q/см^2.$$

Задача 3. При пропускании тока $I = 4a$ через обмотку длинной катушки без сердечника поток магнитной индукции через эту катушку был равен $\Phi = 250$ *мкс*. Площадь поперечного сечения катушки $S = 5$ *см²*. Какое число витков на единицу длины имеет эта катушка?

Решение. Поток магнитной индукции через соленоид определяется формулой $\Phi = \mu_0 \mu I n S$, отсюда

$$n = \frac{\Phi}{\mu_0 \mu I S}. \tag{1}$$

У нас $\Phi = 250\ мкс = 250 \cdot 10^{-8}\ вб$, $\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}\ гн/м$, $\mu = 1$, $I = 4\ a$, $S = 5\ см^2 = 5 \cdot 10^{-4}\ м^2$. Подставляя эти данные в (1), получим

$$n = \frac{250 \cdot 10^{-8}}{12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} \frac{1}{м} = 1000\ м^{-1}.$$

Задача 4. Плоский конденсатор периодически заряжается от батареи аккумуляторов до разности потенциалов $U = 80\ в$ и разряжается через соленоид (без сердечника). Переключение конденсатора происходит 100 раз в секунду. Площадь пластин конденсатора $S = 100$ *см²*, расстояние между пластинами

$d = 4{,}7$ *мм*. Пространство между пластинами заполнено парафином ($\varepsilon = 2{,}1$). Соленоид длиною $l = 25$ *см* имеет $N = 250$ витков. Найти среднее значение магнитной индукции в соленоиде.

Решение. При каждом разряде конденсатора через соленоид пройдет количество электричества $q = CU$, где C — емкость конденсатора, равная $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Средняя сила тока, идущего через соленоид $I = q \cdot n$, где n — число разрядов конденсатора в секунду. Напряженность магнитного поля внутри соленоида $H = I\frac{N}{l}$. Магнитная индукция в соленоиде $B = \mu_0 \mu H$. Из всех этих уравнений получим окончательно

$$B = \frac{\mu_0 \mu \varepsilon_0 \varepsilon\, SUnN}{ld}. \tag{1}$$

У нас $\mu_0 = 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ *гн/м*, $\mu = 1$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*, $\varepsilon = 2{,}1$, $S = 100$ *см*$^2 = 100 \cdot 10^{-4}$ *м*^{2}, $U = 80$ *в*, $n = 100 \frac{1}{сек}$, $N = 250$, $l = 25$ *см* $= 0{,}25$ *м* и $d = 4{,}7$ *мм* $= 4{,}7 \cdot 10^{-3}$ *м*. Подставляя эти данные в (1), получим

$$B = \frac{12{,}57 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{-2} \cdot 80 \cdot 10^2 \cdot 250}{0{,}25 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-3}}\ тл =$$
$$= 3{,}97 \cdot 10^{-10}\ тл.$$

Пользуясь табл. 13, ответ можно также дать в гауссах:

$$B = 3{,}97 \cdot 10^{-6}\ гс.$$

§ 9. Электростатика

По закону Кулона сила, действующая между двумя заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними, определяется формулой

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \tag{1}$$

где q_1 и q_2 — электрические заряды тел, r — расстояние между ними, ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды и ε_0 — электрическая постоянная в системе МКС, равная $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*. Напряженность электрического поля определяется формулой

$$E = \frac{F}{q}, \tag{2}$$

где F — сила, действующая на заряд q.

Напряженность поля точечного заряда равна

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}. \tag{3}$$

Напряженность электрического поля от нескольких зарядов (например, поле диполя) находится по правилу геометрического сложения полей.

По теореме Гаусса поток напряженности сквозь любую замкнутую поверхность

$$N_E = \frac{\sum q}{\varepsilon_0\varepsilon}, \tag{4}$$

где $\sum q$ — алгебраическая сумма зарядов, находящихся внутри этой поверхности. Соответственно поток электрической индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен

$$N_D = \sum q. \tag{4a}$$

При помощи теоремы Гаусса можно найти напряженность электрического поля, образованного различными заряженными телами.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}, \tag{5}$$

где τ — линейная плотность заряда на нити и a — расстояние от нити. Если нить имеет конечную длину, то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восставленном из середины нити на расстоянии a от нее, равна

$$E = \frac{\tau \sin\theta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}, \tag{6}$$

где θ — угол между направлением нормали к нити и радиусом-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концу нити.

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно протяженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}, \qquad (7)$$

где σ — поверхностная плотность заряда на плоскости.

Если плоскость представляет собой диск радиусом R, то напряженность поля в точке, находящейся на перпендикуляре, восставленном из центра диска на расстоянии a от него, равна

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right). \qquad (8)$$

Напряженность поля, образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}. \qquad (9)$$

Напряженность поля, образованного заряженным шаром,

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}, \qquad (10)$$

где $q = \sigma 4\pi R^2$ — заряд, находящийся на поверхности шара радиусом R; r — расстояние от центра шара, причем $r > R$.

Электрическая индукция поля D определяется соотношением

$$D = \varepsilon_0\varepsilon E. \qquad (11)$$

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля численно равна работе, которую надо совершить, чтобы единицу положительного заряда перенести из одной точки в другую

$$U_1 - U_2 = \frac{A}{q}. \qquad (12)$$

Потенциал поля точечного заряда

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \qquad (13)$$

где r — расстояние от заряда.

Напряженность электрического поля и потенциал связаны формулой

$$E = -\frac{dU}{dr}. \qquad (14)$$

В случае однородного поля — поля плоского конденсатора

$$E = \frac{U}{d}, \tag{15}$$

где U — разность потенциалов между пластинами конденсатора и d — расстояние между ними.

Потенциал уединенного проводника и его заряд связаны соотношением

$$q = CU, \tag{16}$$

где C — емкость проводника.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \tag{17}$$

где S — площадь одной из пластин конденсатора.

Емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r R}{R - r}, \tag{18}$$

где r — радиус внутренней и R — радиус внешней сферы. В частном случае, когда $R = \infty$,

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r \tag{19}$$

— емкость уединенного шара.

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon}{\ln \frac{R}{r}}, \tag{20}$$

где L — высота коаксиальных цилиндров, r и R — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно.

Емкость системы конденсаторов равна:
при параллельном соединении конденсаторов

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots; \tag{21}$$

при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots \tag{22}$$

Энергия уединенного заряженного проводника может быть найдена по одной из следующих трех формул:

$$W=\frac{1}{2}qU,\quad W=\frac{1}{2}CU^2,\qquad W=\frac{q^2}{2C};\tag{23}$$

в частном случае плоского конденсатора

$$W=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2Sd}{2}=\frac{\sigma^2Sd}{2\varepsilon_0\varepsilon},\tag{24}$$

где S — площадь одной пластины, σ — поверхностная плотность заряда на пластинах, U — разность потенциалов между пластинами.

Величина

$$W_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}=\frac{ED}{2}\tag{25}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.

Сила притяжения пластин плоского конденсатора

$$F=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2S}{2}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d^2}=\frac{\sigma^2S}{2\varepsilon_0\varepsilon}.\tag{26}$$

9.1. Найти силу притяжения между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $0{,}5\cdot10^{-8}$ *см*, заряд ядра равен по величине и противоположен по знаку заряду электрона.

9.2. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии 20 *см* друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии нужно поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия? Диэлектрическую проницаемость масла считать равной 5.

9.3. Построить график зависимости силы взаимодействия между двумя точечными зарядами от расстояния между ними в интервале $2\leqslant r\leqslant 10$ *см* через 2 *см*. Заряды равны соответственно $2\cdot10^{-8}$ *к* и $3\cdot10^{-8}$ *к*.

9.4. Во сколько раз сила ньютоновского притяжения между двумя протонами меньше силы их кулоновского отталкивания? Заряд протона численно равен заряду электрона, масса протона равна массе атома водорода.

9.5. Вычислить силу электростатического отталкивания между ядром атома натрия и бомбардирующим его протоном, считая, что протон подошел к ядру атома натрия на расстояние $6 \cdot 10^{-12}$ *см*. Заряд ядра натрия в 11 раз больше заряда протона. Влиянием электронной оболочки атома натрия пренебречь.

9.6. Два одинаковых металлических заряженных шарика весом 0,2 *кГ* каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. Найти заряд шариков, если известно, что на этом расстоянии их электростатическая энергия в миллион раз больше их взаимной гравитационной энергии.

9.7. Во сколько раз энергия электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом q и массою m больше энергии их гравитационного взаимодействия? Задачу решить для: 1) электронов и 2) протонов.

9.8. Построить график зависимости потенциальной электростатической энергии двух точечных зарядов от расстояния между ними в интервале $2 \leqslant r \leqslant 10$ *см* через 2 *см*. Заряды равны $q_1 = 10^{-9}$ *к* и $q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ *к*; $\varepsilon = 1$. График построить для случаев: 1) заряды одноименные и 2) заряды разноименные.

9.9. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$ *к* и $q_2 = 6 \cdot 10^{-9}$ *к*. Расстояние между зарядами равно $r = 10$ *см*; $\varepsilon = 1$.

9.10. В центр квадрата, в вершинах которого находится по заряду в 7 $СГС_q$, помещен отрицательный заряд. Найти величину этого заряда, если результирующая сила, действующая на каждый заряд, равна нулю?

9.11. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда. Найти напряженность электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Величина каждого заряда $q = 4{,}5$ $СГС_q$. Сторона шестиугольника 3 *см*.

9.12. Решить предыдущую задачу при условии, что все шесть зарядов, расположенные в вершинах шестиугольника, положительны.

9.13. Расстояние между двумя точечными зарядами $q_1 = 22{,}5$ $СГС_q$ и $q_2 = -44{,}0$ $СГС_q$ равно 5 *см*. Найти напряженность поля в точке, находящейся на расстоянии 3 *см* от положительного заряда и 4 *см* от отрицательного заряда.

9.14. Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на нитях так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ *к* они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60°. Найти вес шариков, если расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 20 *см*.

9.15. Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на двух нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равно 0,098 *н*? Расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 10 *см*. Вес каждого шарика равен $5 \cdot 10^{-3}$ *кГ*.

9.16. Найти плотность материала шариков задачи 9.14, если известно, что при погружении этих шариков в керосин ($\varepsilon = 2$) угол расхождения нитей стал равен 54°.

9.17. Два заряженных шарика одинакового радиуса и веса, подвешенные на нитях одинаковой длины, опускаются в жидкий диэлектрик, плотность которого ρ_1 и диэлектрическая проницаемость ε. Какова должна быть плотность ρ материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в диэлектрике был один и тот же?

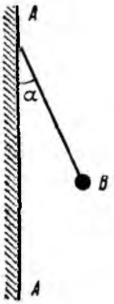


Рис. 16.

9.18. На рис. 16 AA — заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда в $4 \cdot 10^{-9}$ *к/см²* и B — одноименно заряженный шарик с массой в 1 *г* и зарядом в 3 СГС$_q$. Какой угол с плоскостью AA образует нить, на которой висит шарик?

9.19. На рис. 16 AA — заряженная бесконечная плоскость и B — одноименно заряженный шарик с весом $P = 4 \cdot 10^{-5}$ *кГ* и с зарядом $q = 6{,}67 \cdot 10^{-10}$ *к*. Натяжение нити, на которой висит шарик, равно $F = 4{,}9 \cdot 10^{-4}$ *н*. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости AA.

9.20. Найти силу, действующую на заряд в 2 СГС$_q$, если заряд помещен: 1) на расстоянии 2 *см* от заряженной нити с линейной плотностью заряда $2 \cdot 10^{-9}$ *к/см*, 2) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $2 \cdot 10^{-9}$ *к/см²*, 3) на расстоянии 2 *см* от поверхности заряженного шара радиусом в 2 *см* и поверхностной плотностью заряда в $2 \cdot 10^{-9}$ *к/см²*. Диэлектрическая проницаемость среды во всех трех случаях равна 6.

9.21. Начертить на одном графике кривые зависимости напряженности электрического поля от расстояния в интервале $1 \leqslant r \leqslant 5$ *см* через 1 *см*, если поле образовано: 1) точечным зарядом в 100 $СГС_q$, 2) бесконечно длинной заряженной нитью с линейной плотностью заряда $1{,}67 \cdot 10^{-8}$ *к/см*, 3) бесконечно протяженной заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда в $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ *к/см*^{2}.

9.22. Определить напряженность электрического поля около одновалентного иона, радиус которого $2 \cdot 10^{-8}$ *см*. Заряд иона считать точечным.

9.23. С какой силой электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на каждый метр заряженной бесконечно длинной нити, помещенной в это поле? Линейная плотность заряда на нити $3 \cdot 10^{-8}$ *к/см* и поверхностная плотность заряда на плоскости $2 \cdot 10^{-9}$ *к/см*^{2}.

9.24. С какой силой (на единицу длины) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити с одинаковой линейной плотностью заряда в $3 \cdot 10^{-8}$ *к/см*, находящиеся на расстоянии 2 *см* друг от друга? Какую работу (на единицу длины) надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния в 1 *см*?

9.25. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $a = 10$ *см* друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2 = 10^{-7}$ *к/см*. Найти величину и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 *см* от каждой нити.

9.26. С какой силой (на единицу площади) отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости с одинаковой поверхностной плотностью заряда в $3 \cdot 10^{-8}$ *к/см*^{2}?

9.27. Медный шар диаметром 1 *см* помещен в масло. Плотность масла $\rho = 800$ *кг/м*^{3}, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 5$. Чему равен заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле? Электрическое поле направлено вертикально вверх и его напряженность $E = 36\,000$ *в/см*.

9.28. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля $E = 600$ *в/см*. Заряд капли равен $2{,}4 \cdot 10^{-9}$ $СГС_q$. Найти радиус капли.

9.29. Показать, что из формулы (6) введения можно получить в предельных случаях формулы для напряженности электрического поля, образованного: 1) бесконечно протяженной нитью и 2) точечным зарядом.

9.30. Длина заряженной нити равна 25 *см*. При каком предельном расстоянии от нити для точек, лежащих на перпендикуляре к середине нити, электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно заряженной нити? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%.

Указание. Допускаемая ошибка $\delta = \frac{E_2 - E_1}{E_2}$, где E_2 — напряженность электрического поля бесконечно длинной нити и E_1 — напряженность поля от нити конечной длины.

9.31. В точке A, расположенной на расстоянии 5 *см* от бесконечно длинной заряженной нити, напряженность электрического поля равна 1500 *в/см*. 1) При какой предельной длине нити, найденное значение напряженности будет верным с точностью до 2%, если точка A расположена на перпендикуляре к середине нити. 2) Чему будет равна напряженность электрического поля в точке A, если нить имеет длину 20 *см*? Линейную плотность заряда на нити считать равной линейной плотности заряда на бесконечно длинной нити. 3) Найти линейную плотность заряда на нити.

9.32. Кольцо из проволоки радиусом $R = 10$ *см* заряжено отрицательно и несет заряд $q = 5 \cdot 10^{-9}$ *к*. 1) Найти напряженность электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстоянии L, равном 0 *см*, 5 *см*, 8 *см*, 10 *см* и 15 *см*. Начертить график $E = f(L)$. 2) На каком расстоянии L от центра кольца напряженность электрического поля будет максимальной?

9.33. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии $L = L_{max}$ от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $L = 0{,}5\,L_{max}$ от центра кольца, будет меньше максимальной напряженности?

9.34. Показать, что из формулы (8) введения к этому параграфу можно получить в предельных случаях формулы для напряженности электрического поля, образованного: 1) бесконечно протяженной плоскостью и 2) точечным зарядом.

9.35. Диаметр заряженного диска равен 25 *см*. При каком предельном расстоянии от диска по нормали от его центра электрическое поле можно рассматривать как поле бесконечно протяженной плоскости? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%.

Указание. Допускаемая ошибка $\delta = \frac{E_2 - E_1}{E_2}$, где E_1 — напряженность поля от диска и E_2 — напряженность поля от бесконечной плоскости.

9.36. Напряженность электрического поля ищем в точке A, расположенной на расстоянии $a = 5$ *см* от заряженного диска по нормали от его центра. 1) Какое предельное значение может иметь радиус диска, чтобы поле для точки A не отличалось более, чем на 2% от поля бесконечно протяженной плоскости? 2) Какова будет напряженность поля в точке A, если радиус R диска в 10 раз больше расстояния a? 3) Во сколько раз найденная напряженность в этой точке будет меньше напряженности от бесконечно протяженной плоскости?

9.37. Два разноименно заряженных диска с одинаковой поверхностной плотностью заряда на них расположены на расстоянии $h = 1$ *см* друг от друга. 1) Какое предельное значение могут иметь радиусы R дисков, чтобы в точках, расположенных между дисками на перпендикуляре к плоскостям дисков, поле отличалось от поля плоского конденсатора не более, чем на 5%? 2) Какую ошибку мы допускаем, принимая для этих точек поле равным полю плоского конденсатора при $\frac{R}{h} = 10$?

9.38. Шарик массой в 40 *мг*, заряженный положительным зарядом в 10^{-9} *к*, движется со скоростью 10 *см/сек*. На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду, равному 4 $СГС_q$?

9.39. На какое расстояние могут приблизиться друг к другу два электрона, если они движутся навстречу с относительной скоростью, равной 10^8 *см/сек*?

9.40. Протон (ядро атома водорода) движется со скоростью $7{,}7 \cdot 10^8$ *см/сек*. На какое наименьшее расстояние может приблизиться этот протон к ядру атома алюминия? Заряд ядер атомов алюминия $q = Ze_0$, где Z — порядковый номер атома в таблице Менделеева и e_0 — заряд протона, численно равный заряду электрона. Массу протона считать равной массе атома водорода. Протон и ядро атома алюминия считать точечными зарядами. Влиянием электронной оболочки атома алюминия пренебречь.

9.41. При бомбардировке неподвижного ядра натрия α-частицей сила отталкивания между ними достигла 14 *кГ*. 1) На какое наименьшее расстояние приблизилась α-частица к ядру атома натрия? 2) Какую скорость имела α-частица?

9.42. Два шарика с зарядами $q_1 = 20$ СГС$_q$ и $q_2 = 40$ СГС$_q$ находятся на расстоянии $r_1 = 40$ *см*. Какую надо совершить работу, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ *см*?

9.43. Шар радиусом 1 *см*, имеющий заряд в $4 \cdot 10^{-8}$ *к*, помещен в масло ($\varepsilon = 4$). Начертить график зависимости $U = f(x)$ для точек поля, отстоящих от поверхности шара на расстояниях x, равных 1, 2, 3, 4 и 5 *см*.

9.44. Определить потенциал точки поля, находящейся на расстоянии 10 *см* от центра заряженного шара радиусом в 1 *см*. Задачу решить при следующих условиях: 1) задана поверхностная плотность заряда на шаре, равная 10^{-11} *к/см*^{2}, 2) задан потенциал шара, равный 300 *в*.

9.45. Какая совершается работа при перенесении точечного заряда в $2 \cdot 10^{-8}$ *к* из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 1 *см* от поверхности шара радиусом 1 *см* с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10^{-9}$ *к/см*^{2}.

9.46. Шарик массой 1 *г* и зарядом 10^{-8} *к* перемещается из точки A, потенциал которой равен 600 *в*, в точку B, потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке A, если в точке B она стала равной 20 *см/сек*?

9.47. Найти скорость v электрона, прошедшего разность потенциалов U, равную: 1 *в*, 5 *в*, 10 *в*, 100 *в*, 1000 *в*.

9.48. При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $1{,}6 \cdot 10^9$ *см/сек*. 1) Какую разность потенциалов надо было бы приложить к α-частице, чтобы сообщить ей такую же скорость? 2) Найти кинетическую энергию этой α-частицы.

9.49. На расстоянии $r_1 = 4$ *см* от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 2$ СГС$_q$. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии на расстояние $r_2 = 2$ *см*, при этом совершается работа $A = 50$ *эрг*. Найти линейную плотность заряда нити.

9.50. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь по силовой линии под действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $x_1 = 1$ *см* от нити, до точки $x_2 = 4$ *см*, α-частица изменила свою скорость от $2 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^6$ *м/сек*. Найти линейную плотность заряда на нити.

9.51. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечной нитью с линейной плотностью заряда в $2 \cdot 10^{-9}$ *к/см*. Какую скорость получит электрон под действием поля, приблизившись к нити по силовой линии с расстояния в 1 *см* до расстояния 0,5 *см* от нити?

9.52. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q = 2СГС_q$. Под действием поля заряд перемещается по силовой линии на расстояние 2 *см*, при этом совершается работа $A = 50$ *эрг*. Найти поверхностную плотность заряда на плоскости.

9.53. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора равна 90 *в*. Площадь каждой пластины 60 *см*^{2} и заряд 10^{-9} *к*. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины?

9.54. Плоский конденсатор может быть применен в качестве чувствительных микровесов. Внутри горизонтально расположенного плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого $d = 3{,}84$ *мм*, находится заряженная частица с зарядом $q = 1{,}44 \cdot 10^{-9}$ $СГС_q$. Для того чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов $U = 40$ *в*. Найти массу частицы.

9.55. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 1$ *см*, находится заряженная капелька массой $m = 5 \cdot 10^{-11}$ *г*. При отсутствии электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложить разность потенциалов $U = 600$ *в*, то капелька падает вдвое медленней. Найти заряд капельки.

9.56. Между двумя вертикальными пластинами на одинаковом расстоянии от них падает пылинка. Вследствие сопротивления воздуха скорость падения пылинки постоянна и равна $v = 2$ *см/сек*. Через сколько времени после подачи на пластины разности потенциалов $U = 3000$ *в* пылинка достигнет одной из пластин? Какое расстояние l по вертикали пылинка пролетит до попадания на пластину? Расстояние между пластинами $d=2$ *см*, масса пылинки $m=2\cdot 10^{-9}$ *г*, заряд ее $q=6\cdot 5\cdot 10^{-17}$ *к*.

9.57. Решить предыдущую задачу при отсутствии силы трения (вакуумный конденсатор).

9.58. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d=1$ *см*, находится заряженная капелька масла. При отсутствии электрического поля капелька падает с постоянной скоростью $v_1=0{,}011$ *см/сек*. Если на пластины подать разность потенциалов $U=150$ *в*, то капелька падает со скоростью $v_2=0{,}043$ *см/сек*. Найти радиус капельки и ее заряд. Коэффициент вязкости воздуха $\eta=1{,}82\cdot 10^{-5}$ *н·сек/м²*; плотность масла больше плотности газа, в котором падает капелька, на $\Delta\rho=900$ *кг/м³*.

9.59. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии 1 *см* друг от друга, висит заряженный бузиновый шарик, масса которого равна 0,1 *г*. После того как на пластины была подана разность потенциалов 1000 *в*, шарик отклонился на угол 10°. Найти заряд шарика.

9.60. Мыльный пузырь с зарядом $2{,}22\cdot 10^{-10}$ *к* находится в равновесии в поле горизонтального плоского конденсатора. Найти разность потенциалов между пластинами конденсатора, если масса пузыря равна 0,01 *г* и расстояние между пластинами 5 *см*.

9.61. Расстояние между пластинами плоского конденсатора 4 *см*. Электрон начинает двигаться от отрицательной пластины в тот момент, когда от положительной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии от положительной пластины они встретятся?

9.62. Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно 1 *см*. От одной из пластин одновременно начинают двигаться протон и α-частица. Какое расстояние пройдет α-частица за то время, в течение которого протон пройдет весь путь от одной пластины до другой?

9.63. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость 10^8 *см/сек*. Расстояние между пластинами 5,3 *мм*. Найти: 1) разность потенциалов между пластинами, 2) напряженность электрического поля внутри конденсатора, 3) поверхностную плотность заряда на пластинках.

9.64. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии 2 *см* друг от друга; разность потенциалов между ними 120 *в*. Какую скорость получит электрон под действием поля, пройдя по силовой линии расстояние в 3 *мм*?

9.65. *Электрон, находящийся в однородном электрическом* поле, получает ускорение, равное 10^{14} *см/сек*^{2}. Найти: 1) напряженность электрического поля, 2) скорость, которую получит электрон за 10^{-6} *сек* своего движения, если начальная его скорость равна нулю, 3) работу сил электрического поля за это время, 4) разность потенциалов, пройденную при этом электроном.

9.66. Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами равна 3 *кв*; расстояние между пластинами 5 *мм*; $\varepsilon = 1$. Найти: 1) силу, действующую на электрон; 2) ускорение электрона, 3) скорость, с которой электрон приходит ко второй пластине, 4) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора.

9.67. Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U = 300$ *в*. Расстояние между пластинами $d = 2$ *см*, длина конденсатора $l = 10$ *см*. Какова должна быть предельная начальная скорость v_0 электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора? Решить эту же задачу для α-частицы.

9.68. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Расстояние между пластинами $d = 4$ *см*, напряженность электрического поля в конденсаторе $E = 1$ *в/см*. 1) Через сколько времени после того, как электрон влетел в конденсатор, он попадет на одну из пластин? 2) На каком расстоянии от начала конденсатора электрон попадает на пластину, если он был ускорен разностью потенциалов 60 *в*?

9.69. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $9 \cdot 10^6$ *м/сек*. Найти полное, нормальное и тангенциальное ускорения электрона через 10^{-8} *сек* после начала его движения в конденсаторе. Разность потенциалов между пластинами равна 100 *в*, расстояние между пластинами 1 *см*.

9.70. Протон и α-частица, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α-частицы?

9.71. Протон и α-частица, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в плоский конденсатор параллельно пластинам. Во сколько раз отклонение протона полем конденсатора будет больше отклонения α-частицы?

9.72. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_x = 10^7$ *м/сек*. Напряженность поля в конденсаторе $E = 100$ *в/см*, длина конденсатора $l = 5$ *см*. Найти величину и направление скорости электрона при вылете его из конденсатора.

9.73. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U = 300$ *в*, при прохождении через незаряженный горизонтальный плоский конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно на флуоресцирующем экране, расположенном на расстоянии $l_1 = 12$ *см* от конца конденсатора. При зарядке конденсатора пятно на экране смещается на $y = 3$ *см*. Найти разность потенциалов U_1, приложенную к пластинам конденсатора. Длина конденсатора $l = 6$ *см* и расстояние между его пластинами $\alpha = 1{,}4$ *см*.

9.74. Электрон движется в плоском горизонтальном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью $3{,}6 \cdot 10^4$ *км/сек*. Напряженность поля внутри конденсатора 37 *в/см*. Длина пластин конденсатора 20 *см*. Насколько сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе?

9.75. Протон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $1{,}2 \cdot 10^5$ *м/сек*. Напряженность поля внутри конденсатора 30 *в/см*; длина пластин конденсатора 10 *см*. Во сколько раз скорость протона при вылете из конденсатора будет больше его начальной скорости?

9.76. Между пластинами плоского горизонтального конденсатора, находящимися на расстоянии 5 *мм* друг от друга, приложена разность потенциалов 150 *в*. На нижней пластине лежит плоскопараллельная пластинка фарфора ($\varepsilon = 4{,}5$) толщиной 3 *мм*. Найти напряженность электрического поля в воздухе и фарфоре.

9.77. Найти емкость земного шара. Радиус земного шара принять равным 6400 *км*. Насколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить количество электричества, равное 1 *к*?

9.78. Шарик радиусом 2 *см* заряжается отрицательно до потенциала 2000 *в*. Найти массу всех электронов, составляющих заряд, сообщенный шарику при зарядке.

9.79. Восемь заряженных водяных капель радиусом 1 *мм* и зарядом в 10^{-10} *к* каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал большой капли.

9.80. Два шарика одинакового радиуса $R = 1$ *см* и веса $P = 4 \cdot 10^{-5}$ *кГ* подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и натяжение нитей стало равно $F = 4{,}9 \cdot 10^{-4}$ *н*. Найти потенциал заряженных шариков, если известно, что расстояние от точки подвеса до центра шарика равно $l = 10$ *см*; $\varepsilon = 1$.

9.81. Шарик, заряженный до потенциала 792 *в*, имеет поверхностную плотность заряда, равную $3{,}33 \cdot 10^{-7}$ *к/м*^{2}. Чему равен радиус шарика?

9.82. Найти: 1) соотношение между радиусом шара R и максимальным потенциалом U, до которого он может быть заряжен в воздухе, если при нормальном давлении разряд в воздухе наступает при напряженности электрического поля $E_0 = 30$ *кв/см*; 2) максимальный потенциал шара, диаметр которого равен 1 *м*.

9.83. Два шарика одинакового радиуса $R = 1$ *см* и веса $P = 0{,}15$ *кГ* заряжены до одинакового потенциала $U = 3$ *кв* и находятся на некотором расстоянии r_1 друг от друга. При этом их взаимная гравитационная энергия равна 10^{-11} *дж*. Шарики сближаются, пока расстояние между ними не станет равно r_2. Работа, необходимая для сближения шариков, $2 \cdot 10^{-6}$ *дж*. Найти электростатическую энергию шариков после их сближения.

9.84. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора 1 *м*^{2}, расстояние между пластинами 1,5 *мм*. Найти емкость этого конденсатора.

9.85. Конденсатор предыдущей задачи заряжен до потенциала 300 *в*. Найти поверхностную плотность заряда на его пластинах.

9.86. Требуется изготовить конденсатор емкостью в $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ *мкф*. Для этого на парафинированную бумагу толщиной в 0,05 *мм* наклеивают с обеих сторон кружки станиоля. Каков должен быть диаметр этих кружков?

9.87. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 100 $см^2$ и расстояние между ними 5 *мм*. К пластинам приложена разность потенциалов 300 *в*. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами заполняется изолятором с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$. 1) Какова будет разность потенциалов между пластинами после заполнения? 2) Какова емкость конденсатора до и после заполнения? 3) Какова поверхностная плотность заряда на пластинах до и после заполнения?

9.88. Решить предыдущую задачу для случая, когда заполнение пространства между пластинами изолятором производится при включенном источнике напряжения.

9.89. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d = 1$ *см* друг от друга, приложена разность потенциалов $U = 300$ *в*. В пространстве между пластинами помещается плоскопараллельная пластинка стекла ($\varepsilon_1 = 6$) толщиной $d_1 = 0,5$ *см* и плоскопараллельная пластинка парафина ($\varepsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0,5$ *см*. Найти: 1) напряженность электрического поля в каждом слое, 2) падение потенциала в каждом слое, 3) емкость конденсатора, если площадь пластин $S = 100$ $см^2$, 4) поверхностную плотность заряда на пластинах.

9.90. Между пластинами плоского горизонтального конденсатора, находящимися на расстоянии 1 *см* друг от друга, приложена разность потенциалов 100 *в*. На нижней пластине лежит плоскопараллельная пластинка кристаллического бромистого таллия ($\varepsilon = 173$) толщиной 9,5 *мм*. После отключения конденсатора от источника напряжения пластинку кристалла вынимают. Какова будет после этого разность потенциалов между пластинами конденсатора?

9.91. Электрический кабель часто делается в виде центральной жилы и концентрической по отношению к ней цилиндрической оболочки, между которыми находится изоляция. Найти емкость единицы длины такого кабеля (в микрофарадах на метр), если радиус жилы 1,3 *см*, радиус оболочки 3,0 *см* и диэлектрическая проницаемость изоляции 3,2.

9.92. Радиус центральной жилы кабеля 1,5 *см*, радиус оболочки 3,5 *см*. Между центральной жилой и оболочкой приложена разность потенциалов 2300 *в*. Вычислить напряженность электрического поля на расстоянии 2 *см* от оси кабеля.

9.93. Воздушный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра $r = 1{,}5$ *см*, радиус внешнего цилиндра $R = 3{,}5$ *см*. Между цилиндрами приложена разность потенциалов $U = 2300$ *в*. Какую скорость получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь по силовой линии с расстояния $l_1 = 2{,}5$ *см* до расстояния $l_2 = 2$ *см* от оси цилиндров?

9.94. Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра диаметром 6 *мм*, двух слоев изолятора и внешнего цилиндра радиусом 1 *см*. Внутренний слой изолятора имеет толщину $d_1 = 3$ *мм* и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_1 = 7$. Другой слой имеет толщину $d_2 = 4$ *мм* и диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_2 = 5$. 1) Найти отношение падений потенциала в слоях. 2) Какой из слоев будет пробит первым, если постепенно увеличивать разность потенциалов между внутренним и внешним цилиндрами? (Считать, что электрическая прочность обоих слоев одинакова.)

9.95. При изучении фотоэлектрических явлений употребляется сферический конденсатор, состоящий из центрального катода — металлического шарика диаметром 1,5 *см* — и анода — внутренней поверхности посеребренной изнутри сферической колбы диаметром 11 *см*. Воздух из колбы откачивается. Найти емкость такого конденсатора.

9.96. Чему будет равен потенциал шара радиусом 3 *см*, если: 1) сообщить ему заряд 10^{-9} *к*, 2) окружить его другим шаром радиусом 4 *см*, концентрическим с первым и соединенным с землей?

9.97. Найти емкость сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер радиусами $R_1 = 10$ *см* и $R_2 = 10{,}5$ *см*. Пространство между сферами заполнено маслом ($\varepsilon = 4{,}5$). Какого радиуса должен быть изолированный шар, чтобы иметь такую емкость?

9.98. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $R_1 = 1$ *см*, радиус внешнего шара $R_2 = 4$ *см*. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3000$ *в*. Найти напряженность электрического поля на расстоянии $x = 3$ *см* от центра шаров.

9.99. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $R_1 = 1$ *см*, радиус внешнего шара $R_2 = 4$ *см*. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3000$ *в*. Какую скорость получит электрон, приблизившись к центру шаров с расстояния $r_1 = 3$ *см* до расстояния $r_2 = 2$ *см*?

Указание. Настоящая задача аналогична задаче 9.93 с заменой поля цилиндрического конденсатора сферическим.

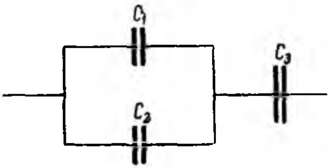


Рис. 17.

9.100. Найти емкость системы конденсаторов (рис. 17). Емкость каждого конденсатора равна 0,5 *мкф*.

9.101. При помощи электрометра сравнивали между собой емкости двух конденсаторов. Для этого заряжали их до разных потенциалов: $U_1 = 300$ *в* и $U_2 = 100$ *в*, — и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом электрометром разность потенциалов между обкладками оказалась равной $U = 250$ *в*. Найти отношение емкостей $\frac{C_1}{C_2}$.

9.102. Разность потенциалов между точками A и B (рис. 18) равна 0,02 $СГС_U$. Емкость первого конденсатора 2 *мкф* и емкость второго 4 *мкф*. Найти заряд и разность потенциалов на обкладках каждого конденсатора.

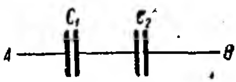


Рис. 18.

9.103. В каких пределах может меняться емкость системы, состоящей из двух конденсаторов, если емкость одного из конденсаторов постоянна и равна $3{,}33 \cdot 10^{-9}$ *ф*, а емкость другого может меняться от 20 $СГС_C$ до 500 $СГС_C$?

9.104. В каких пределах может меняться емкость системы, состоящей из двух конденсаторов переменной емкости, если емкость каждого из них может меняться от 10 до 450 *пф*?

9.105. Конденсатор емкостью в 20 *мкф* заряжен до потенциала 100 *в*. Найти энергию этого конденсатора.

9.106. Шар радиусом в 1 *м* заряжен до потенциала 30000 *в*. Найти энергию заряженного шара.

9.107. Шар, погруженный в масло ($\varepsilon = 4$), имеет потенциал 4500 *в* и поверхностную плотность заряда 3,4 $СГС_q/см^2$. Найти: 1) радиус, 2) заряд, 3) емкость и 4) энергию шара.

9.108. Шар A радиусом 10 *см*, заряженный до потенциала 3000 *в*, после отключения источника напряжения соединяется проволочкой (емкостью которой можно пренебречь) сначала с удаленным незаряженным шаром B, а затем после отсоединения от B с удаленным незаряженным шаром C. Радиусы шаров C и B равны 10 *см*. Найти: 1) первоначальную энергию шара A, 2) энергию шаров A и B после соединения и работу разряда при соединении, 3) энергию шаров A и C после соединения и работу разряда при соединении.

9.109. Два металлических шарика, первый с зарядом 10^{-8} *к* и радиусом 3 *см* и второй радиусом 2 *см* и потенциалом 9000 *в*, соединены проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: 1) потенциал первого шарика до разряда, 2) заряд второго шарика до разряда, 3) энергию каждого шарика до разряда, 4) заряд и потенциал первого шарика после разряда, 5) заряд и потенциал второго шарика после разряда, 6) энергию соединенных проводником шариков, 7) работу разряда.

9.110. Заряженный шар A радиусом 2 *см* приводится в соприкосновение с незаряженным шаром B, радиус которого 3 *см*. После того как шары разъединили, энергия шара B оказалась равной 0,4 *дж*. Какой заряд был на шаре A до их соприкосновения?

9.111. Пластины плоского конденсатора площадью 100 *см*^{2} каждая притягиваются друг к другу с силой в $3 \cdot 10^{-3}$ *кГ*. Пространство между пластинами заполнено слюдой. Найти: 1) заряды, находящиеся на пластинах, 2) напряженность поля между пластинами, 3) энергию в единице объема поля.

9.112. Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластинка. Какое давление испытывает эта пластинка при напряженности электрического поля в 10 *кв/см*?

9.113. Абсолютный электрометр представляет собой плоский конденсатор, нижняя пластина которого неподвижна, а верхняя подвешена к коромыслу весов. При незаряженном конденсаторе расстояние между пластинами $d = 1$ *см*. Какую разность потенциалов приложили между пластинами, если для сохранения того же расстояния $d = 1$ *см* на другую чашку весов пришлось положить груз $P = 5{,}1 \cdot 10^{-3}$ *кГ*. Площадь пластин $S = 50$ *см*^{2}.

9.114. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора площадью 100 *см²* каждая равна 280 *в*. Поверхностная плотность заряда на пластинах $4{,}95 \cdot 10^{-11}$ *к/см²*. Найти: 1) напряженность поля внутри конденсатора, 2) расстояние между пластинами, 3) скорость, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой, 4) энергию конденсатора, 5) емкость конденсатора, 6) силу притяжения пластин конденсатора.

9.115. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 100 *см²* и расстояние между ними 5 *мм*. Найти, какая разность потенциалов была приложена к пластинам конденсатора, если известно, что при разряде конденсатора выделилось $4{,}19 \cdot 10^{-3}$ *дж* тепла.

9.116. Плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого 2 *см*, заряжен до потенциала 3000 *в*. Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния в 5 *см*? Вычислить энергию конденсатора до и после раздвижения. Площадь пластин 100 *см²*.

9.117. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала отключается источник напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.

9.118. Плоский конденсатор с площадью пластин 100 *см²* и расстоянием между ними в 1 *мм* заряжен до 100 *в*. Затем пластины раздвигаются до расстояния 25 *мм*. Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: 1) не отключается, 2) отключается.

9.119. Плоский конденсатор заполнен диэлектриком и на его пластины подана некоторая разность потенциалов. Его энергия при этом равна $2 \cdot 10^{-5}$ *дж*. После того как конденсатор отключили от источника напряжения, диэлектрик вынули из конденсатора. Работа, которую надо было совершить против сил электрического поля, чтобы вынуть диэлектрик, равна $7 \cdot 10^{-5}$ *дж*. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

9.120. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого равно 5 *мм*, заряжен до потенциала 6 *кв*. Площадь пластин конденсатора равна 12,5 *см²*. Пластины конденсатора раздвигаются до расстояния 1 *см* двумя способами: 1) конденсатор остается соединенным с источником напряжения и 2) перед раздвижением конденсатор отсоединяется от источника напряжения. Найти в каждом из этих случаев: а) изменение емкости конденсатора; б) изменение потока напряженности сквозь площадь электродов и в) изменение объемной плотности энергии электрического поля.

9.121. Найти объемную плотность энергии электрического поля в точке, находящейся: 1) на расстоянии 2 *см* от поверхности заряженного шара радиусом 1 *см*, 2) вблизи бесконечно протяженной заряженной плоскости, 3) на расстоянии 2 *см* от бесконечно длинной заряженной нити. Поверхностная плотность заряда на шаре и плоскости равна $1{,}67 \cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2} и линейная плотность заряда на нити равна $1{,}67 \cdot 10^{-7}$ *к/м*. Для всех трех случаев диэлектрическую проницаемость среды взять равной 2.

9.122. К пластинам плоского конденсатора, расстояние между которыми равно $d = 3$ *см*, подана разность потенциалов $U = 1000$ *в*. Пространство между пластинами заполняется диэлектриком ($\varepsilon = 7$). Найти: а) поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов и б) насколько изменится поверхностная плотность заряда на пластинах при заполнении конденсатора диэлектриком. Задачу решить при двух условиях: 1) заполнение конденсатора диэлектриком производится при включенном источнике разности потенциалов, 2) заполнение конденсатора диэлектриком производится после отключения конденсатора от источника напряжения.

9.123. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком, коэффициент электризации (диэлектрическая восприимчивость) которого равен 0,08. На пластины конденсатора подана разность потенциалов в 4 *кв*. Найти поверхностную плотность заряда на пластинах и на диэлектрике. Расстояние между пластинами равно 5 *мм*.

9.124. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 6$). Расстояние между пластинами равно 4 *мм*. На пластины подано напряжение 1200 *в*. Найти: 1) поле в диэлектрике, 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора, 3) поверхностную плотность заряда на диэлектрике и 4) коэффициент электризации.

9.125. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено маслом ($\varepsilon = 4{,}5$). Расстояние между пластинами равно 1 *см*. Какую разность потенциалов надо подать на пластины этого конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных (поляризационных) зарядов на масле была равна $6{,}2 \cdot 10^{-10}$ *к/см*^{2}?

9.126. Между пластинами плоского конденсатора зажата пластина стекла ($\varepsilon = 6$). Площадь пластин конденсатора равна 100 *см*^{2}. Пластины конденсатора притягиваются друг к другу с силой, равной $4{,}9 \cdot 10^{-3}$ *н*. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на поверхности стекла.

9.127. Между пластинами плоского конденсатора находится диэлектрик ($\varepsilon = 2$). При присоединении пластин к источнику напряжения давление пластин на диэлектрик стало равным 5 *н/м*^{2}. Найти: 1) напряженность электрического поля и электрическую индукцию в диэлектрике, 2) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, 3) поверхностную плотность зарядов на пластинах конденсатора, 4) объемную плотность энергии электрического поля в диэлектрике и 5) коэффициент электризации диэлектрика.

9.128. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 2 *мм* друг от друга, помещен диэлектрик, полностью заполняющий пространство между пластинами. На пластины подана разность потенциалов 600 *в*. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах конденсатора возрастет до 1800 *в*. Найти: 1) поверхностную плотность связанных зарядов на диэлектрике, 2) коэффициент электризации диэлектрика.

9.129. Пространство между пластинами плоского конденсатора, объемом 20 *см*^{3}, заполнено диэлектриком ($\varepsilon = 5$). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике равна $8{,}35 \cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2}. Какую работу надо совершить против сил электрического поля, чтобы вытащить диэлектрик из конденсатора? Задачу решить для двух случаев: 1) удаление диэлектрика производится при включенном источнике напряжения и 2) удаление диэлектрика производится после отключения источника напряжения.

§ 10. Электрический ток

Сила тока I численно равна количеству электричества, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени,

$$I=\frac{dq}{dt}.$$

Если $I=\text{const}$, то

$$I=\frac{q}{t}.$$

Плотность электрического тока

$$j=\frac{I}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

Сила тока, текущего по участку однородного проводника, подчиняется закону Ома

$$I=\frac{U}{R},$$

где U — разность потенциалов на концах участка и R — сопротивление этого участка.

Сопротивление проводника

$$R=\rho\frac{l}{S}=\frac{l}{\sigma S},$$

где ρ — удельное сопротивление, σ — удельная проводимость, или электропроводность, l — длина и S — площадь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление металлов зависит от температуры следующим образом:

$$\rho_t=\rho_0(1+\alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при 0° С и α — температурный коэффициент сопротивления.

Работа электрического тока на участке цепи определяется формулой

$$A=IUt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t.$$

Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R+r},$$

где $\mathscr{E}$ — э. д. с. генератора, R — внешнее сопротивление и r — внутреннее сопротивление (сопротивление генератора).

Полная мощность, выделяемая в цепи,

$$P = \mathscr{E}I.$$

Для разветвленных цепей имеют место два закона Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: „Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю“:

$$\sum I = 0.$$

Второй закон Кирхгофа: „В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений потенциала на отдельных участках цепи равна алгебраической сумме э. д. с., встречающихся в этом контуре“:

$$\sum IR = \sum \mathscr{E}.$$

При применении законов Кирхгофа надо руководствоваться следующими правилами: на схеме произвольно указываются стрелками направления токов у соответствующих сопротивлений. Обходя контур в произвольном направлении, будем считать положительными те токи, направление которых совпадает с направлением обхода, и отрицательными те, направление которых противоположно направлению обхода. Положительными э. д. с. будем считать те э. д. с., которые повышают потенциал в направлении обхода, т. е. э. д. с. будет положительной, если при обходе приходится идти от минуса к плюсу внутри генератора. В результате решения составленных уравнений *определяемые величины могут получиться* отрицательными. Если определяются токи, то отрицательное значение указывает лишь на обратное стрелке фактическое направление тока в данном участке цепи. Если же определяются сопротивления, то отрицательное значение указывает на неправильный результат (так как омическое сопротивление всегда положительно). В таком случае необходимо переменить направление тока в данном сопротивлении и решать задачу при этих условиях.

Для электрического тока имеют место два закона Фарадея.

По первому закону Фарадея масса M вещества, выделившегося при электролизе, равна

$$M = KIt = Kq,$$

где q — количество электричества, прошедшего через электролит, и K — электрохимический эквивалент.

По второму закону Фарадея электрохимический эквивалент пропорционален химическому эквиваленту, т. е.

$$K=\frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z},$$

где A — масса одного кг-атома, Z — валентность, $\frac{A}{Z}$ — масса кг-эквивалента и F — число Фарадея, численно равное $9{,}65\cdot 10^7$ *к/кг-экв.*

Удельная электропроводность электролита определяется формулой

$$\sigma=\frac{1}{\rho}=\alpha CZF(v'_+ + v'_-),$$

где α — степень диссоциации, C — килограмм-молекулярная концентрация, т. е. число кг-молей в единице объема, Z — валентность, F — число Фарадея, v'_+ и v'_- — подвижности ионов. При этом $\alpha=\frac{n_д}{n}$ — отношению числа диссоциированных молекул в единице объема к числу всех молекул растворенного вещества в этом объеме. Величина $\eta=CZ$ называется эквивалентной концентрацией. Тогда $\Lambda=\frac{\sigma}{\eta}$ — эквивалентная электропроводность.

При небольших плотностях тока j, текущего в газе, имеет место закон Ома

$$j=qn(v'_+ + v'_-)E=\sigma E,$$

где E — напряженность поля, σ — удельная проводимость газа, q — заряд иона, v'_+ и v'_- — подвижности ионов и n — число ионов каждого знака (число пар ионов), находящихся в единице объема газа. При этом $n=\sqrt{\frac{N}{\gamma}}$, где N — число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема в единицу времени, γ — коэффициент молизации.

При наступлении тока насыщения в газе плотность этого тока определяется формулой

$$j_н=Nqd,$$

где d — расстояние между электродами.

Чтобы вырваться из металла наружу, электрон должен обладать кинетической энергией

$$\frac{mv^2}{2} \geqslant A,$$

где A — работа выхода электрона из данного металла.

Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии (удельная эмиссия) определяется формулой:

$$j_н = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}},$$

где T — абсолютная температура катода, A — работа выхода, k — постоянная Больцмана и B — некоторая постоянная, разная для различных металлов (эмиссионная постоянная).

10.1. Сила тока I в проводнике меняется со временем t по уравнению $I = 4 + 2t$, где I выражено в амперах и t — в секундах. 1) Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2$ *сек* до $t_2 = 6$ *сек*? 2) При каком постоянном токе через поперечное сечение проводника за это же время проходит такое же количество электричества?

10.2. Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек, включенных параллельно. Найти сопротивление реостата: 1) когда горят все лампочки, 2) когда вывинчиваются: а) одна, б) две, в) три, г) четыре лампочки. Сопротивление каждой лампочки равно 350 *ом*.

10.3. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром 1 *мм* надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом 2,5 *см*, чтобы получить печь сопротивлением 40 *ом*? Удельное сопротивление нихрома 1 *ом* · *мм*²/*м*.

10.4. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R = 10{,}8$ *ом*. Вес медной проволоки равен $P = 3{,}41$ *кГ*. Сколько метров проволоки и какого диаметра d намотано на катушке? Плотность меди принять равной $\delta = 8700$ *кг*/*м*³ и удельное сопротивление ее $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ *ом* · *см*.

10.5. Найти сопротивление железного стержня диаметром 1 *см*, если вес этого стержня 1 *кГ*. Плотность железа принять равной 7800 *кг*/*м*³.

10.6. Два цилиндрических проводника, один из меди, а другой из алюминия, имеют одинаковую длину и одинаковое сопротивление. Во сколько раз медный провод тяжелее алюминиевого?

10.7. Сопротивление вольфрамовой нити электрической лампочки при 20° С равно 35,8 *ом*. Какова будет температура нити лампочки, если при включении в сеть напряжением в 120 *в* по нити идет ток 0,33 *а*? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама равен $4{,}6 \cdot 10^{-3}$ *град*$^{-1}$.

10.8. Реостат из железной проволоки, миллиамперметр и генератор тока включены последовательно. Сопротивление реостата при 0 °С равно 120 *ом*, сопротивление миллиамперметра 20 *ом*. Миллиамперметр показывает 22 *ма*. Что будет показывать миллиамперметр, если реостат нагреется на 50°? Температурный коэффициент сопротивления железа $6 \cdot 10^{-3}$ *град*$^{-1}$. Сопротивлением генератора пренебречь.

10.9. Обмотка катушки из медной проволоки при температуре 14 °С имеет сопротивление 10 *ом*. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равно 12,2 *ом*. До какой температуры нагрелась обмотка?

10.10. Найти падение напряжения на медном проводе длиной 500 *м* и диаметром 2 *мм*, если сила тока в нем равна 2 *а*. Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ *ом · см*.

10.11. Определить падение напряжения в сопротивлениях R_1, R_2 и R_3 (см. рис. 19), если амперметр показывает 3 *а*; $R_1 = 4$ *ом*, $R_2 = 2$ *ом* и $R_3 = 4$ *ом*. Найти I_2 и I_3 — силу тока в сопротивлениях R_2 и R_3.

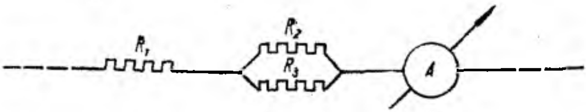


Рис. 19.

10.12. Элемент с э. д. с. в 1,1 *в* и внутренним сопротивлением в 1 *ом* замкнут на внешнее сопротивление 9 *ом*. Найти: 1) силу тока в цепи, 2) падение потенциала во внешней цепи, 3) падение потенциала внутри элемента, 4) с каким к. п. д. работает элемент.

10.13. Построить график зависимости падения потенциала во внешней цепи от внешнего сопротивления для цепи предыдущей задачи. Внешнее сопротивление взять в пределах $0 \leqslant R \leqslant 10$ *ом* через 2 *ом*.

10.14. Генератор с э. д. с. в 2 *в* имеет внутреннее сопротивление 0,5 *ом*. Определить падение потенциала внутри генератора при силе тока в цепи 0,25 *а*. Найти внешнее сопротивление цепи при этих условиях.

10.15. Электродвижущая сила элемента равна 1,6 *в* и внутреннее его сопротивление 0,5 *ом*. Чему равен к. п. д. элемента при силе тока в 2,4 *а*?

10.16. Электродвижущая сила генератора равна 6 *в*. При внешнем сопротивлении, равном 1,1 *ом*, сила тока в цепи равна 3 *а*. Найти падение потенциала внутри генератора и его сопротивление.

10.17. Какую долю э. д. с. генератора составляет разность потенциалов на его концах, если сопротивление генератора в n раз меньше внешнего сопротивления. Задачу решить для: 1) $n = 0{,}1$, 2) $n = 1$, 3) $n = 10$.

10.18. Элемент, реостат и амперметр включены последовательно. Элемент имеет э. д. с. 2 *в* и внутреннее сопротивление 0,4 *ом*. Амперметр показывает силу тока 1 *а*. С каким к. п. д. работает элемент?

10.19. Имеются два одинаковых элемента с э. д. с. в 2 *в* и внутренним сопротивлением в 0,3 *ом*. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить бо́льшую силу тока, если: 1) внешнее сопротивление равно 0,2 *ом*, 2) внешнее сопротивление равно 16 *ом*? Вычислить силу тока в каждом из этих случаев.

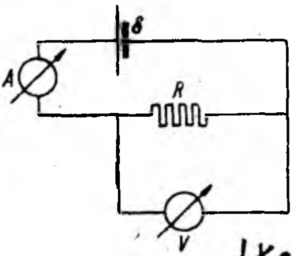


Рис. 20.

10.20. Считая сопротивление вольтметра бесконечно большим, определяют сопротивление реостата R по показаниям амперметра и вольтметра в схеме рис. 20. Найти относительную погрешность найденного сопротивления, если в действительности сопротивление вольтметра равно R_V. Задачу решить для $R_V = 1000$ *ом* и R, равного: 1) 10 *ом*, 2) 100 *ом*, 3) 1000 *ом*.

10.21. Считая сопротивление амперметра бесконечно малым, определяют сопротивление реостата R по показаниям амперметра и вольтметра в схеме рис. 21. Найти относительную погрешность найденного сопротивления, если в действительности сопротивление амперметра равно R_A. Задачу решить для $R_A = 0{,}2$ *ом* и R, равного: 1) 1 *ом*, 2) 10 *ом*, 3) 100 *ом*.

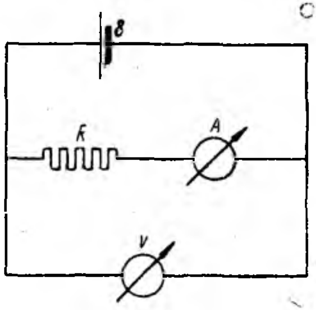


Рис. 21.

10.22. В схеме рис. 22 сопротивление $R = 1{,}4$ *ом*, $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ — два генератора, э. д. с. которых одинаковы и равны 2 *в*. Внутренние сопротивления этих генераторов равны соответственно $r_1 = 1$ *ом* и $r_2 = 1{,}5$ *ом*. Найти силу тока в каждом из элементов и во всей цепи.

10.23. В схеме рис. 23 сопротивление $R = 0{,}5$ *ом*, $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$ — два генератора, э. д. с. которых одинаковы и равны 2 *в*.

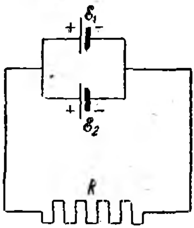


Рис. 22.

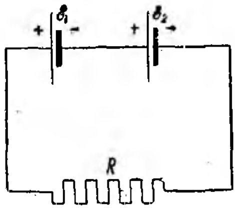


Рис. 23.

Внутренние сопротивления этих генераторов равны соответственно $r_1 = 1$ *ом* и $r_2 = 1{,}5$ *ом*. Найти разность потенциалов на зажимах каждого генератора.

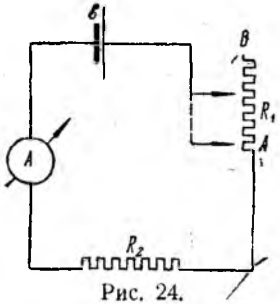


Рис. 24.

10.24. В схеме на рис. 24 $\mathscr{E}$ — генератор, э. д. с. которого равна 20 *в*, R_1 и R_2 — реостаты. При выведенном реостате R_1 амперметр показывает силу тока в цепи, равную 8 *а*; при введенном реостате амперметр показывает 5 *а*. Найти сопротивление реостатов и падение потенциала на них, когда реостат R_1

включен. Сопротивлением генератора и амперметра пренебречь.

10.25. Генератор, амперметр и некоторое сопротивление включены последовательно. Сопротивление сделано из медной проволоки длиной в 100 *м* и поперечным сечением в 2 *мм*^{2}, сопротивление амперметра 0,05 *ом*; амперметр показывает 1,43 *а*. Если же взять сопротивление из алюминиевой проволоки длиной в 50 *м* и поперечным сечением в 1 *мм*^{2}, то амперметр показывает 1 *а*. Найти э. д. с. генератора и его внутреннее сопротивление. Удельное сопротивление меди 0,017 *ом* $\cdot$ *мм*^{2}/*м* и удельное сопротивление алюминия 0,029 *ом* $\cdot$ *мм*^{2}/*м*.

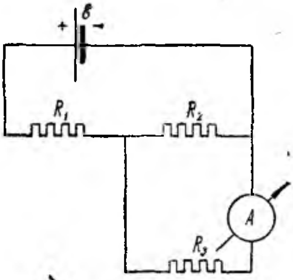


Рис. 25.

10.26. Определить силу тока, показываемую амперметром в схеме на рис. 25. Напряжение на зажимах генератора в замкнутой цепи равно 2,1 *в*; $R_1 = 5$ *ом*, $R_2 = 6$ *ом* и $R_3 = 3$ *ом*. Сопротивлением амперметра пренебречь.

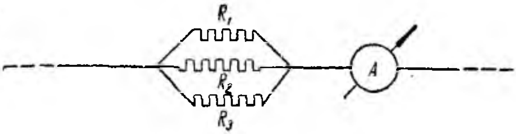


Рис. 26.

10.27. В схеме рис. 26 $R_2 = 20$ *ом*, $R_3 = 15$ *ом* и сила тока, текущего через сопротивление R_2, равна 0,3 *а*. Амперметр показывает 0,8 *а*. Найти сопротивление R_1.

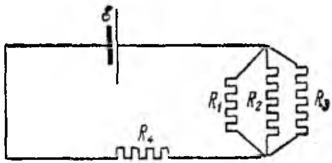


Рис. 27.

10.28. В схеме рис. 27 $\mathscr{E}$ — генератор с э. д. с., равной 100 *в*, $R_1 = R_3 = 40$ *ом*, $R_2 = 80$ *ом* и $R_4 = 34$ *ом*. Найти: 1) силу тока, текущего через сопротивление R_2, 2) падение напряжения на этом сопротивлении. Сопротивлением генератора пренебречь.

10.29. В схеме рис. 28 $\mathcal{E}$ — генератор с э. д. с., равной 120 *в*, $R_3 = 20$ *ом*, $R_4 = 25$ *ом* и падение напряжения на сопротивлении R_1 равно 40 *в*. Амперметр показывает 2 *а*. Найти сопротивление R_2. Сопротивлением генератора и амперметра пренебречь.

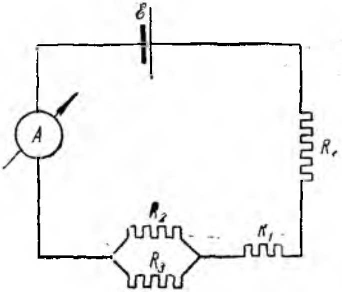


Рис. 28.

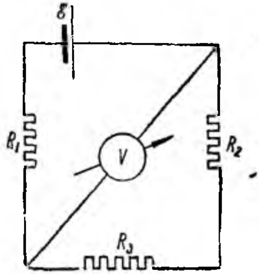


Рис. 29.

10.30. 1) Что показывает амперметр в схеме рис. 28, если э. д. с. генератора 10 *в*, внутреннее сопротивление 1 *ом* и к. п. д. 0,8? 2) Чему равно падение напряжения на сопротивлении R_2, если известно, что падение напряжения на сопротивлении R_1 равно 4 *в* и на сопротивлении R_4 — 2 *в*.

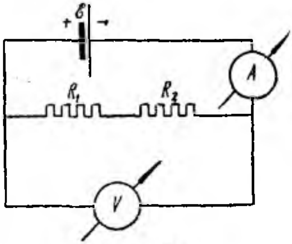


Рис. 30.

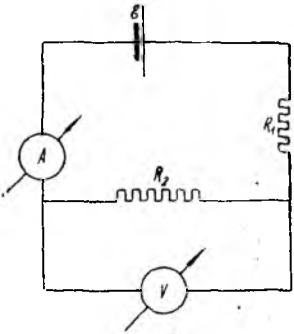


Рис. 31.

10.31. В схеме рис. 29 $\mathcal{E}$ — генератор с э. д. с., равной 100 *в*, $R_1 = 100$ *ом*, $R_2 = 200$ *ом* и $R_3 = 300$ *ом*. Что показывает вольтметр, если его сопротивление равно 2000 *ом*. Сопротивлением генератора пренебречь.

10.32. В схеме рис. 29 $R_1 = R_2 = R_3 = 200$ *ом*. Вольтметр показывает 100 *в*; сопротивление вольтметра $R_V = 1000$ *ом*. Найти э. д. с. генератора. Сопротивлением генератора пренебречь.

10.33. Найти показания амперметра и вольтметра в схемах на рис. 30 — 33. Сопротивление вольтметра равно 1000 *ом*, э. д. с. генератора 110 *в*, $R_1 = 400$ *ом* и $R_2 = 600$ *ом*. Сопротивлением генератора и амперметра пренебречь.

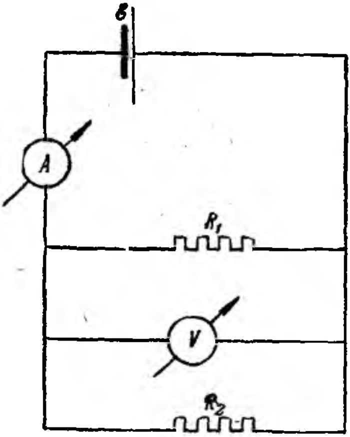


Рис. 32.

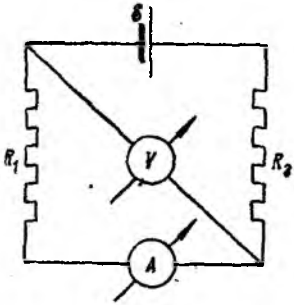


Рис. 33.

10.34. Амперметр, сопротивление которого 0,16 *ом*, зашунтирован сопротивлением в 0,04 *ом*. Амперметр показывает 8 *а*. Чему равна сила тока в магистрали?

10.35. Имеется предназначенный для измерения токов до 10 *а* амперметр сопротивлением в 0,18 *ом*, шкала которого разделена на 100 делений. 1) Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим амперметром можно было измерить силу тока до 100 *а*? 2) Как изменится при этом цена деления амперметра?

10.36. Имеется предназначенный для измерений разности потенциалов до 30 *в* вольтметр сопротивлением в 2000 *ом*, шкала которого разделена на 150 делений. 1) Какое сопротивление надо взять и как его включить, чтобы этим вольтметром можно было измерять разности потенциалов до 75 *в*? 2) Как изменится при этом цена деления вольтметра?

10.37. Миллиамперметр со шкалой от 0 до 15 *ма* имеет сопротивление, равное 5 *ом*. Как должен быть включен прибор в комбинации с сопротивлением (и каким) для измерения: 1) сил токов от 0 до 0,15 *а*, 2) разности потенциалов от 0 до 150 *в*?

10.38. Имеется 120-вольтовая лампочка мощностью 40 *вт*. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 *в*? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром 0,3 *мм* надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

10.39. Имеются три электрические лампочки, рассчитанные на напряжение 110 *в* каждая и мощности которых равны соответственно 40, 40 и 80 *вт*. Как надо включить эти три лампочки, чтобы они давали нормальный накал при напряжении в сети в 220 *в*? Найти силу тока, текущего через лампочки при нормальном накале. Начертить схему.

10.40. В лаборатории, удаленной от генератора на 100 *м*, включили электрический нагревательный прибор, берущий 10 *а*. Насколько понизилось напряжение на зажимах электрической лампочки, горящей в этой лаборатории? Сечение медных подводящих проводов равно 5 *мм*^{2}.

10.41. От генератора, э. д. с. которого равна 500 *в*, требуется передать на расстояние 2,5 *км* мощность 100 *квт*. Найти потери мощности в сети, если диаметр подводящих проводов равен 1,5 *см* и удельное сопротивление проводов равно $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ *ом · см*.

10.42. Потребитель удален на 2,5 *км* от генератора, э. д. с. которого равна 110 *в*. Необходимо передать мощность 10 *квт*. Найти минимальное сечение подводящих проводов, если потери мощности в цепи не должны превышать 1%. Удельное сопротивление проводов $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ *ом · м*.

10.43. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки равной длины и диаметра. Найти: 1) отношение количеств тепла, выделяющегося в этих проволоках, 2) отношение падений напряжений на этих проволоках. Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ *ом · см* и удельное сопротивление стали 10^{-5} *ом · см*.

10.44. Решить предыдущую задачу для случая, когда проволоки включены параллельно.

10.45. Генератор, э. д. с. которого равна 6 *в*, дает максимальную силу тока 3 *а*. Найти наибольшее количество тепла, которое может быть выделено во внешнем сопротивлении за 1 *мин*.

10.46. Определить: 1) общую мощность, 2) полезную мощность и 3) к. п. д. генератора, э. д. с. которого равна 240 *в*, если внешнее сопротивление равно 23 *ом* и сопротивление генератора 1 *ом*.

10.47. Найти внутреннее сопротивление генератора, если известно, что мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова при двух значениях внешнего сопротивления $R_1 = 5$ *ом* и $R_2 = 0{,}2$ *ом*. Найти к. п. д. генератора в каждом из этих случаев.

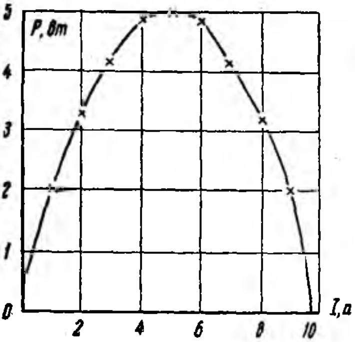


Рис. 34.

10.48. На рис. 34 дана зависимость полезной мощности от силы тока в цепи. По данным этой кривой найти: 1) внутреннее сопротивление элемента, 2) э. д. с. элемента, 3) построить график зависимости к. п. д. данного элемента и падения потенциала во внешней цепи от силы тока в цепи.

10.49. По данным кривой рис. 34 построить графики зависимости от внешнего сопротивления цепи R следующих величин: 1) к. п. д. данного элемента, 2) полной мощности P_1, 3) полезной мощности P_2. Кривые построить для значений внешнего сопротивления R, равных: 0, r, $2r$, $3r$, $4r$ и $5r$, где r — внутреннее сопротивление элемента.

10.50. Элемент замкнут сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ *ом*, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0{,}5$ *ом*. Найти э. д. с. элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев, мощность, развиваемая во внешней цепи, одинакова и равна 2,54 *вт*.

10.51. Элемент с э. д. с. в 2 *в* и внутренним сопротивлением в 0,5 *ом* замкнут на внешнее сопротивление R. Построить графики зависимости от сопротивления: 1) силы тока в цепи, 2) разности потенциалов на концах внешней цепи, 3) мощности, развиваемой во внешней цепи, 4) полной мощности. Сопротивление R взять в пределах $0 \leqslant R \leqslant 4$ *ом* через 0,5 *ом*.

10.52. Элемент, э. д. с. которого $\mathscr{E}$ и внутреннее сопротивление r, замкнут на внешнее сопротивление R. Наибольшая мощность во внешней цепи равна 9 *вт*. Сила тока, текущего при этих условиях по цепи, равна 3 *а*. Найти величины $\mathscr{E}$ и r.

10.53. В схеме рис. 35 $\mathscr{E}$ — генератор, э. д. с. которого равна 120 *в*, $R_3 = 30$ *ом*, $R_2 = 60$ *ом*. Амперметр показывает 2*а*. Найти мощность, выделяющуюся в сопротивлении R_1. Сопротивлением генератора и амперметра пренебречь.

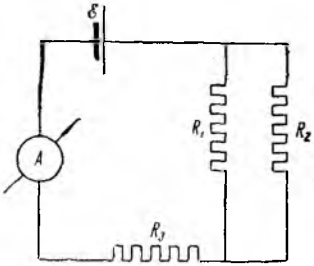


Рис. 35.

10.54. Найти показание амперметра в схеме рис. 35. Э. д. с. генератора равна 100 *в*, его внутреннее сопротивление равно 2 *ом*. Сопротивления R_1 и R_3 равны соответственно 25 *ом* и 78 *ом*. Мощность, выделяющаяся в сопротивлении R_1, равна 16 *вт*. Сопротивлением амперметра пренебречь.

10.55. В схеме рис. 36 $\mathscr{E}$ — генератор, э. д. с. которого равна 120 *в*, $R_1 = 25$ *ом*, $R_2 = R_3 = 100$ *ом*. Найти мощность, выделяющуюся в сопротивлении R_1. Сопротивлением генератора пренебречь.

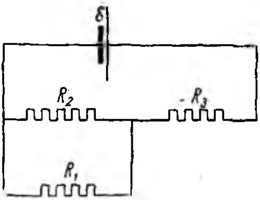


Рис. 36.

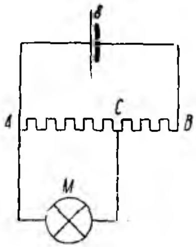


Рис. 37.

10.56. В схеме рис. 36 сопротивление $R_1 = 100$ *ом*, мощность, выделяющаяся на этом сопротивлении, $P = 16$ *вт*. К. п. д. генератора 80%. Найти э. д. с. генератора, если известно, что падение напряжения на сопротивлении R_3 равно 40 *в*.

10.57. В схеме рис. 37 $\mathscr{E}$ — генератор с э. д. с., равной 120 *в*; AB — потенциометр, сопротивление которого равно

120 *ом*, и *M* — электрическая лампочка. Сопротивление лампочки меняется при нагревании от 30 до 300 *ом*. Насколько меняется при этом разность потенциалов на концах лампочки, если подвижный контакт *C* стоит на середине потенциометра? Насколько меняется при этом мощность, потребляемая лампой?

10.58. Разность потенциалов между двумя точками *A* и *B* равна 9 *в*. Имеются два проводника, сопротивления которых равны соответственно 5 и 3 *ом*. Найти количество тепла, выделяющегося в каждом из проводников в 1 *сек*, если проводники между *A* и *B* включены: 1) последовательно, 2) параллельно.

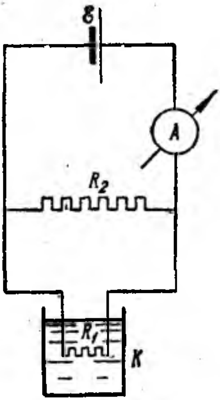


Рис. 38.

10.59. Две электрические лампочки включены в сеть параллельно. Сопротивление первой лампочки 360 *ом*, сопротивление второй 240 *ом*. Какая из лампочек поглощает бо́льшую мощность? Во сколько раз?

10.60. Калориметр *K* имеет спираль, сопротивление которой $R_1 = 60$ *ом*. Спираль R_1 включена в цепь, как показано на схеме рис. 38. На сколько градусов нагреются 480 *г* воды, налитой в калориметр, за 5 *мин* пропускания тока, если амперметр показывает 6 *а*? Сопротивление $R_2 = 30$ *ом*. Сопротивлением генератора и амперметра и потерями тепла пренебречь.

10.61. Сколько воды можно вскипятить, затратив 3 *гвт-ч* электрической энергии? Начальная температура воды 10° С. Потерями тепла пренебречь.

10.62. 1) Сколько ватт потребляет нагреватель электрического чайника, если 1 *л* воды закипает через 5 *мин*? 2) Каково сопротивление нагревателя, если напряжение в сети равно 120 *в*? Начальная температура воды 13,5° С. Потерями тепла пренебречь.

10.63. На плитке мощностью 0,5 *квт* стоит чайник, в который налит 1 *л* воды при температуре 16° С. Вода в чайнике закипела через 20 *мин* после включения плитки. Какое количество тепла потеряно при этом на нагревание самого чайника, на излучение и т. д.?

10.64. Намотка в электрической кастрюле состоит из двух одинаковых секций. Сопротивление каждой секции 20 *ом*. Через сколько времени закипит 2,2 *л* воды, если: 1) включена одна секция, 2) обе секции включены последовательно, 3) обе секции включены параллельно? Начальная температура воды 16° С, напряжение в сети 110 *в*, к. п. д. нагревателя 85%.

10.65. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в чайнике закипит через 15 *мин*, при включении другой — через 30 *мин*. Через сколько времени закипит вода в чайнике, если включить обе обмотки: 1) последовательно, 2) параллельно?

10.66. В схеме рис. 39 $\mathscr{E}$ — генератор, э. д. с. которого 120 *в*, $R_2 = 10$ *ом*, B — электрический чайник. Амперметр

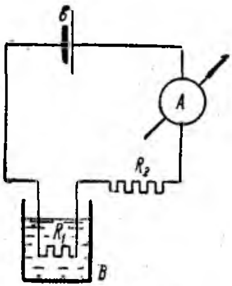


Рис. 39.

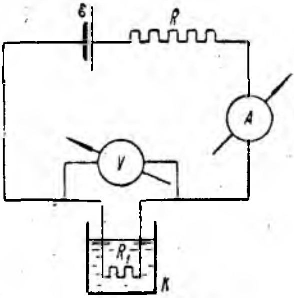


Рис. 40.

показывает 2*а*. Через сколько времени закипит 0,5 *л* воды, находящейся в чайнике при температуре 4° С? Сопротивлением генератора и амперметра пренебречь. К. п. д. чайника равен 76%.

10.67. В схеме рис. 40 $\mathscr{E}$ — генератор, э. д. с. которого 110 *в*, K — калориметр с 500 *г* керосина. Амперметр показывает 2*а*, вольтметр 10,8 *в*. 1) Чему равно сопротивление спирали? 2) Чему равна удельная теплоемкость керосина, если после 5 *мин* пропускания тока через спираль R_1 керосин нагрелся на 5° С? Считать, что на нагрев керосина идет 80% выделяющегося в спирали тепла. 3) Чему равно сопротивление реостата R? Сопротивлением генератора и амперметра пренебречь. Сопротивление вольтметра считать бесконечно большим.

10.68. Для нагревания 4,5 *л* воды от 23° С до кипения нагреватель потребляет 0,5 *квт-ч* электрической энергии. Чему равен к. п. д. нагревателя?

10.69. Для отопления комнаты пользуются электрической печью, включенной в сеть напряжением в 120 *в*. Комната теряет в сутки 20 800 *ккал* тепла. Требуется поддерживать температуру комнаты неизменной. Найти: 1) сопротивление печи; 2) сколько метров нихромовой проволоки надо взять для обмотки такой печи, если диаметр проволоки 1 *мм* и удельное сопротивление нихрома 10^{-4} *ом·см*; 3) мощность печи.

10.70. Температура водяного термостата поддерживается постоянной при помощи нагревателя мощностью 260 *вт*. На сколько градусов понизится температура термостата за один час, если нагреватель выключить?

10.71. Сколько надо заплатить за пользование электрической энергией в месяц (30 дней), если ежедневно по 6 *ч* горят две электрические лампочки, потребляющие при 120 *в* ток 0,5 *а*. Кроме того, ежедневно кипятится 3 *л* воды (начальная температура воды 10° С). Стоимость 1 *квт-ч* энергии принять равной 4 *коп.* К. п. д. нагревателя принять равным 80%.

10.72. Электрический чайник с 600 *см*³ воды при 9° С, сопротивление обмотки которого равно 16 *ом*, забыли выключить. Через сколько времени после включения вся вода в чайнике выкипит? Удельная теплота испарения воды равна $22{,}6 \cdot 10^5$ *дж/кг*, напряжение в сети 120 *в*, к. п. д. чайника 60%.

10.73. В ртутном диффузионном насосе ежеминутно испаряется 100 *г* ртути. Чему должно быть равно сопротивление нагревателя насоса, если нагреватель включается в сеть напряжением 127 *в*? Теплоту парообразования ртути принять равной $2{,}96 \cdot 10^5$ *дж/кг*.

10.74. В цепь, состоящую из медного провода площадью поперечного сечения $S_1 = 3$ *мм*², включен свинцовый предохранитель площадью поперечного сечения $S_2 = 1$ *мм*². На какое повышение температуры проводов при коротком замыкании цепи рассчитан этот предохранитель? Считать, что при коротком замыкании вследствие кратковременности процесса все выделившееся тепло идет на нагревание цепи. Начальная температура предохранителя $t_0 = 17$ °С.

10.75. Найти количество тепла, выделяющееся ежесекундно в единице объема медного провода при плотности тока в 30 *а/см*^{2}.

10.76. Найти силу тока в отдельных ветвях мостика Уитстона (рис. 41) при условии, что сила тока, идущего через гальванометр, равна нулю. Э. д. с. генератора 2*в*, $R_1 = 30$ *ом*, $R_2 = 45$ *ом* и $R_3 = 200$ *ом*. Сопротивлением генератора пренебречь.

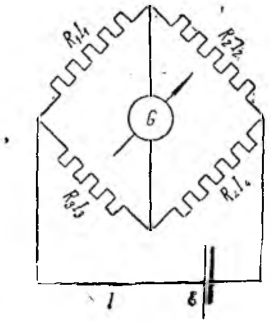


Рис. 41.

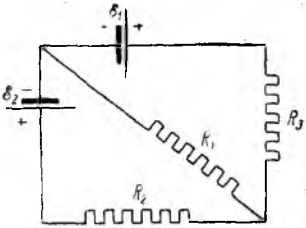


Рис. 42.

10.77. В схеме рис. 42 $\mathcal{E}_1$ — элемент с э. д. с., равной 2,1 *в*, $\mathcal{E}_2 = 1{,}9$ *в*, $R_1 = 45$ *ом*, $R_2 = 10$ *ом* и $R_3 = 10$ *ом*. Найти силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

10.78. Какая разность потенциалов получается на зажимах двух элементов, включенных параллельно, если их э. д. с. равны соответственно $\mathcal{E}_1 = 1{,}4$ *в* и $\mathcal{E}_2 = 1{,}2$ *в* и внутренние сопротивления $r_1 = 0{,}6$ *ом* и $r_2 = 0{,}4$ *ом*.

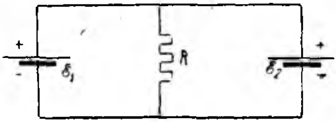


Рис. 43.

10.79. В схеме рис. 43 $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ — два элемента с равными э. д. с. в 2 *в*. Внутреннее сопротивление этих элементов равно соответственно $r_1 = 1$ *ом* и $r_2 = 2$ *ом*. Чему равно внешнее сопротивление R, если ток I_1, текущий через $\mathcal{E}_1$ равен 1 *а*? Найти силу тока I_2, идущего через $\mathcal{E}_2$. Найти силу тока I_R, идущего через сопротивление R.

10.80. Решить предыдущую задачу, если $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 4$ *в*, $r_1 = r_2 = 0{,}5$ *ом* и $I_1 = 2a$.

10.81. В схеме рис. 44 $\mathcal{E}_1 = 110$ *в*, $\mathcal{E}_2 = 220$ *в*, $R_1 = R_2 = 100$ *ом*, $R_3 = 500$ *ом*. Определить показание амперметра. Внутренним сопротивлением генераторов и амперметра пренебречь.

10.82. В схеме рис. 44 $\mathcal{E}_1 = 2$ *в*, $\mathcal{E}_2 = 4$ *в*, $R_1 = 0{,}5$ *ом* и падение напряжения на сопротивлении R_2 равно 1 *в*. Найти показание амперметра. Внутренним сопротивлением элементов и амперметра пренебречь.

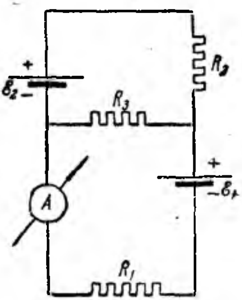


Рис. 44.

10.83. В схеме рис. 44 $\mathcal{E}_1 = 30$ *в*, $\mathcal{E}_2 = 10$ *в*, $R_2 = 20$ *ом*, $R_3 = 10$ *ом*. Через амперметр идет ток в 1 *а*. Найти сопротивление R_1. Сопротивлением генераторов и амперметра пренебречь.

10.84. Какую силу тока показывает миллиамперметр *G* в схеме рис. 45, если $\mathcal{E}_1 = 2$ *в*, $\mathcal{E}_2 = 1$ *в*, $R_1 = 10^3$ *ом*, $R_2 = 500$ *ом*, $R_3 = 200$ *ом* и сопротивление миллиамперметра равно $R_A = 200$ *ом*? Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

10.85. Какую силу тока показывает гальванометр *G* в схеме рис. 45, если $\mathcal{E}_1 = 1$ *в*, $\mathcal{E}_2 = 2$ *в*, $R_3 = 1500$ *ом*, $R_A = 500$ *ом* и падение напряжения на сопротивлении R_2 равно 1 *в*? Сопротивлением генераторов пренебречь.

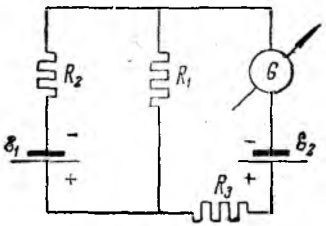


Рис. 45.

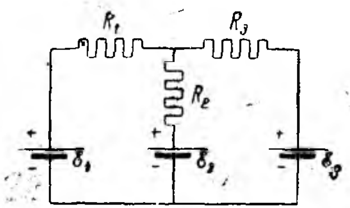


Рис. 46.

10.86. В схеме рис. 46 $\mathcal{E}_1 = 2$ *в*, $\mathcal{E}_2 = 4$ *в*, $\mathcal{E}_3 = 6$ *в*, $R_1 = 4$ *ом*, $R_2 = 6$ *ом* и $R_3 = 8$ *ом*. Найти силу тока во всех участках цепи. Сопротивлением генераторов пренебречь.

10.87. В схеме рис. 46 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3$, $R_1 = 20$ *ом*, $R_2 = 12$ *ом* и падение напряжения на сопротивлении R_2

равно 6 *в*. Найти силу тока во всех участках цепи. Найти сопротивление R_3. Внутренним сопротивлением генераторов пренебречь.

10.88. В схеме рис. 46 $\mathcal{E}_1 = 25$ *в*. Падение напряжения на сопротивлении R_1, равное 10 *в*, равно падению напряжения на сопротивлении R_3 и вдвое больше падения напряжения на сопротивлении R_2. Найти величины $\mathcal{E}_2$ и $\mathcal{E}_3$. Сопротивлением генераторов пренебречь.

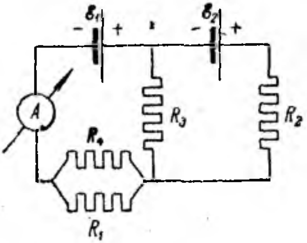


Рис. 47.

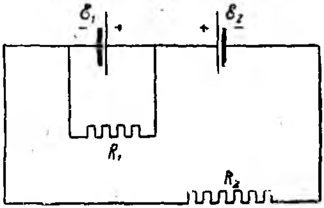


Рис. 48.

10.89. В схеме рис. 47 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 100$ *в*, $R_1 = 20$ *ом*, $R_2 = 10$ *ом*, $R_3 = 40$ *ом* и $R_4 = 30$ *ом*. Найти показание амперметра. Сопротивлением генераторов и амперметра пренебречь.

10.90. В схеме рис. 47 $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_2$, $R_1 = R_3 = 20$ *ом*, $R_2 = 15$ *ом* и $R_4 = 30$ *ом*. Амперметр показывает 1,5 *а*. Найти величины $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$, а также силу токов I_2 и I_3, идущих соответственно через сопротивления R_2 и R_3. Сопротивлением генераторов и амперметра пренебречь.

10.91. В схеме рис. 48 $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ — два элемента с одинаковой э. д. с. в 2 *в* и с одинаковым внутренним сопротивлением, равным 0,5 *ом*. Найти силу тока, текущего: 1) через сопротивление $R_1 = 0{,}5$ *ом*, 2) через сопротивление $R_2 = 1{,}5$ ом, 3) через элемент $\mathcal{E}_1$.

10.92. В схеме рис. 48 $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ — два элемента с одинаковой э. д. с. и одинаковым внутренним сопротивлением. Сопротивление $R_2 = 1$ *ом*. Падение напряжения на зажимах элемента $\mathcal{E}_1$, равное 2 *в*, вдвое больше падения напряжения на зажимах элемента $\mathcal{E}_2$. Падение напряжения на сопротивлении R_2 равно падению напряжения на элементе $\mathcal{E}_2$. Найти э. д. с. и внутреннее сопротивление элементов.

10.93. В схеме рис. 49 $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = 110$ *в*, $R_1 = R_2 = 200$ *ом*, сопротивление вольтметра 1000 *ом*. Найти показание вольтметра. Сопротивлением генераторов пренебречь.

10.94. В схеме рис. 49 $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2$, $R_1 = R_2 = 100$ *ом*. Вольтметр показывает 150 *в*, сопротивление вольтметра равно

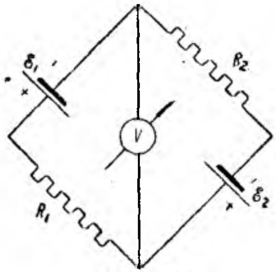


Рис. 49.

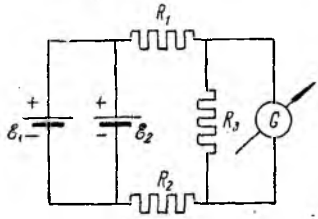


Рис. 50.

150 *ом*. Найти э. д. с. генераторов. Сопротивлением генераторов пренебречь.

10.95. Найти показание миллиамперметра G в схеме рис. 50, если $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = 1{,}5$ *в*, $r_1 = r_2 = 0{,}5$ *ом*, $R_1 = R_2 = 2$ *ом* и $R_3 = 1$ *ом*. Сопротивление миллиамперметра равно 3 *ом*.

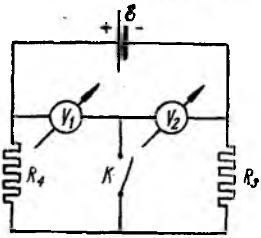


Рис. 51.

10.96. В схеме рис. 51 V_1 и V_2 — два вольтметра, сопротивления которых равны соответственно $R_1 = 3000$ *ом* и $R_2 = 2000$ *ом*; $R_3 = 3000$ *ом*, $R_4 = 2000$ *ом*, $\mathscr{E} = 200$ *в*. Найти показания вольтметров V_1 и V_2 в случаях: 1) ключ K разомкнут и 2) ключ K замкнут. Сопротивлением генераторов пренебречь. Задачу решить, применяя законы Кирхгофа.

10.97. За какое время при электролизе водного раствора хлорной меди ($CuCl_2$) на катоде выделится 4,74 *г* меди? Сила тока равна 2 *а*.

10.98. Медная пластинка площадью 5×5 *см*^{2} служит катодом при электролизе медного купороса. После пропускания в течение некоторого времени тока, плотность которого равна 0,02 *а*/*см*^{2}, масса пластинки увеличилась на 99 *мг*. Найти: 1) сколько времени пропускался ток, 2) какой толщины образовался при этом слой меди на пластинке. Масса одного кг-атома меди равна 63,6 *кг/кг-атом*, плотность меди 8800 *кг/м*^{3}.

10.99. При электролизе медного купороса за один час выделилось 0,5 *г* меди. Площадь электродов, опущенных в электролит, равна 75 *см*^{2}. Найти плотность тока.

10.100. Найти массу атома водорода, зная электрохимический эквивалент водорода (0,01042 *мг/к*) и заряд иона водорода ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*).

10.101. Амперметр, включенный последовательно с электролитической ванной с раствором $AgNO_3$, показывает силу тока в 0,90 *а*. Верен ли амперметр, если за 5 *мин* прохождения тока выделилось 316 *мг* серебра? Масса кг-атома серебра 108 *кг/кг-атом.*

10.102. Две электролитические ванны с растворами $AgNO_3$ и $CuSO_4$ соединены последовательно. Сколько меди выделится за время, в течение которого выделилось 180 *мг* серебра? Масса кг-атома серебра равна 108 *кг/кг-атом* и масса кг-атома меди равна 63,6 *кг/кг-атом.*

10.103. При получении алюминия электролизом раствора Al_2O_3 в расплавленном криолите проходил ток $2 \cdot 10^4$ *а* при разности потенциалов на электродах в 5 *в*. 1) Найти время, в течение которого будет выделено 10^3 *кг* алюминия. 2) Сколько электрической энергии при этом будет затрачено? Масса кг-атома алюминия равна 27 *кг/кг-атом.*

10.104. Какое количество электрической энергии надо израсходовать, чтобы при электролизе раствора $AgNO_3$ выделилось 500 *мг* серебра? Разность потенциалов на электродах равна 4 *в*. Масса кг-атома серебра 108 *кг/кг-атом.* Серебро одновалентно.

10.105. Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением тепла

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}75 \cdot 10^5 \text{ дж}.$$

Найти наименьшую разность потенциалов, при которой будет происходить разложение воды электролизом.

10.106. Вычислить эквивалентную электропроводность для очень слабого раствора азотной кислоты.

10.107. Через раствор азотной кислоты пропускается ток $I = 2a$. Какое количество электричества переносится за одну минуту каждым ионом?

10.108. Эквивалентная электропроводность раствора KCl при некоторой концентрации равна 122 *см²/ом · г-экв*, удельная электропроводность его при той же концентрации равна 0,00122 $ом^{-1} \cdot см^{-1}$ и эквивалентная электропроводность его при бесконечном разведении равна 130 *см²/ом · г-экв*. Найти: 1) степень диссоциации KCl при данной концентрации, 2) эквивалентную концентрацию раствора, 3) сумму подвижностей ионов K^+ и Cl^-.

10.109. Определить сопротивление 0,1N раствора $AgNO_3$, заполняющего трубку длиной 84 *см* и площадью поперечного сечения 5 $мм^2$, если 81% всех молекул $AgNO_3$ диссоциирован на ионы.

10.110. Найти сопротивление 0,05N раствора KNO_3, заполняющего трубку длиной $l = 2$ *см* и площадью поперечного сечения $S = 7$ $см^2$, если известно, что эквивалентная электропроводность этого раствора равна $1{,}1 \cdot 10^{-3}$ *м²/ом · кг-экв*.

10.111. Трубка длиной 3 *см* и площадью поперечного сечения 10 $см^2$ наполнена раствором, содержащим 0,1 *кмоля* $CuSO_4$ в 1 $м^3$. Сопротивление раствора равно 38 *ом*. Найти эквивалентную электропроводность раствора.

10.112. Удельная электропроводность децинормального раствора соляной кислоты равна 0,035 $ом^{-1} \cdot см^{-1}$. Найти степень диссоциации.

10.113. Найти число ионов каждого знака, находящихся в единице объема раствора предыдущей задачи.

10.114. При освещении сосуда с газом рентгеновыми лучами в 1 $см^3$ его ежесекундно ионизуется 10^{10} молекул. В результате рекомбинации в сосуде установилось равновесие, причем в 1 $см^3$ находится 10^8 положительных ионов и столько же отрицательных. Найти коэффициент рекомбинации.

10.115. К электродам разрядной трубки приложена разность потенциалов 5 *в*, расстояние между ними 10 *см*. Газ, находящийся в трубке, ионизован, и число пар ионов в 1 $м^3$ равно 10^{18}, причем $v'_+ = 3 \cdot 10^{-2}$ *м²/в · сек* и $v'_- = 3 \cdot 10^2$ *м²/в · сек*. Найти: 1) плотность тока в трубке, 2) какая часть полного тока переносится положительными ионами.

10.116. Площадь электродов ионизационной камеры 100 $см^2$ и расстояние между ними 6,2 *см*. Найти ток насыщения в такой камере, если известно, что ионизатор образует в 1 $см^3$

ежесекундно 10^9 ионов каждого знака. Ионы считать одновалентными.

10.117. Найти наибольшее возможное число пар ионов в 1 *см*^{3} камеры предыдущей задачи, если коэффициент рекомбинации равен 10^{-6}.

10.118. Найти сопротивление трубки длиною 84 *см* и площадью поперечного сечения 5 *мм*^{2}, если она наполнена воздухом, ионизованным так, что в 1 *см*^{3} его находятся при равновесии 10^7 пар ионов. Ионы одновалентны. Подвижность ионов равна $v'_+ = 1{,}3 \cdot 10^{-4}$ *м*^{2}/*в·сек* и $v'_- = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ *м*^{2}/*в·сек*.

10.119. Какой ток пойдет между электродами ионизационной камеры задачи 10.116, если к электродам приложена разность потенциалов 20 *в*? Насыщение не имеет места. Подвижность ионов $v'_+ = v'_- = 1$ *см*^{2}/*в·сек* и коэффициент рекомбинации $\alpha = 10^{-6}$. Какую долю тока насыщения составляет найденный ток?

10.120. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон для того, чтобы ионизовать атом водорода? Потенциал ионизации атома водорода 13,5 *в*.

10.121. При какой температуре атомы ртути имеют среднюю кинетическую энергию поступательного движения, достаточную для ионизации? Потенциал ионизации атома ртути 10,4 *в*.

10.122. Потенциал ионизации атома гелия 24,5 *в*. Найти работу ионизации.

10.123. Какой наименьшей скоростью теплового движения должны обладать свободные электроны в: 1) цезии и 2) платине, для того чтобы они смогли покинуть металл?

10.124. Во сколько раз изменится удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама, находящегося при температуре 2400° К, если повысить температуру вольфрама на 100°?

10.125. Во сколько раз катод из торированного вольфрама при его рабочей температуре в 1800° К дает большую удельную эмиссию, чем катод из чистого вольфрама при той же температуре? Эмиссионную постоянную B для чистого вольфрама считать равной 60 *а*/*см*^{2}·*град*^{2} и для торированного вольфрама 3 *а*/*см*^{2}·*град*^{2}.

10.126. При какой температуре торированный вольфрам будет давать такую же удельную эмиссию, какую дает чистый вольфрам при $T = 2500°$ К? Необходимые данные взять из предыдущей задачи.

§ 11. Электромагнетизм

По закону Био—Савара—Лапласа элемент контура dl, по которому течет ток I, создает в некоторой точке A пространства магнитное поле напряженностью dH, равной

$$dH = \frac{I \sin\alpha\, dl}{4\pi r^2}, \tag{1}$$

где r — расстояние от элемента тока dl до точки A, α — угол между радиусом-вектором r и элементом тока dl. Применяя уравнение (1) к контурам различного вида, можно найти:

Напряженность магнитного поля в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2R}, \tag{2}$$

где R — радиус кругового контура с током.

Напряженность магнитного поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником,

$$H = \frac{I}{2\pi a}, \tag{3}$$

где a — расстояние от точки, где ищется напряженность, до проводника с током.

Напряженность магнитного поля на оси кругового тока

$$H = \frac{R^2 I}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}, \tag{4}$$

где R — радиус кругового контура с током и a — расстояние от точки, где ищется напряженность, до плоскости контура.

Напряженность магнитного поля на оси бесконечно длинного соленоида и тороида

$$H = In, \tag{5}$$

где n — число витков на единицу длины соленоида (тороида).

Напряженность магнитного поля на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{In}{2}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2), \tag{6}$$

где β_1 и β_2 — углы между осью соленоида и радиусом-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида. Магнитная индукция B связана с напряженностью H магнитного поля соотношением

$$B = \mu_0 \mu H, \tag{7}$$

где μ — относительная магнитная проницаемость среды и μ_0 — магнитная постоянная, в системе МКСА равная $4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м* $= 12{,}57 \cdot 10^{-7}$ *гн/м*. Для ферромагнитных тел $\mu = \varphi(H)$, а следовательно, и $B = f(H)$.

При решении тех задач, где требуется знать зависимость $B = f(H)$, необходимо пользоваться графиком, приведенным в приложении.

Объемная плотность энергии магнитного поля

$$W_0 = \frac{HB}{2}. \tag{8}$$

Поток магнитной индукции сквозь контур

$$\Phi = BS \cos \varphi, \tag{9}$$

где S — площадь поперечного сечения контура, φ — угол между нормалью к плоскости контура и направлением магнитного поля.

Сквозь тороид поток магнитной индукции

$$\Phi = \frac{INS\mu_0\mu}{l}, \tag{10}$$

где N — общее число витков тороида, l — его длина, S — площадь его поперечного сечения, μ — относительная магнитная проницаемость материала сердечника и μ_0 — магнитная постоянная.

Если тороид имеет воздушный зазор, то

$$\Phi = \frac{IN}{\dfrac{l_1}{S\mu_0\mu_1} + \dfrac{l_2}{S\mu_0\mu_2}}, \tag{11}$$

где l_1 — ширина воздушного зазора, l_2 — длина железного сердечника, μ_2 — его магнитная проницаемость и μ_1 — магнитная проницаемость воздуха.

На элемент dl проводника с током, находящийся в магнитном поле, действует сила Ампера

$$dF = BI \sin\alpha \, dl, \tag{12}$$

где α — угол между направлениями тока и магнитного поля.

На замкнутый контур с током, а также на магнитную стрелку в магнитном поле действует пара сил с вращающим моментом

$$M = pB \sin \alpha, \tag{13}$$

где p — магнитный момент контура с током (или магнитной стрелки) и α — угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости контура (или осью стрелки).

Магнитный момент контура с током

$$p = IS, \tag{14}$$

где S — площадь контура, так что

$$M = BIS \sin \alpha. \tag{15}$$

Два параллельных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2 взаимодействуют между собой с силой

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi d}, \tag{16}$$

где l — длина проводников и d — расстояние между ними.

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле

$$dA = I d\Phi, \tag{17}$$

где $d\Phi$ — поток магнитной индукции, пересеченный проводником при его движении.

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся со скоростью v в магнитном поле, определяется формулой Лоренца

$$F = qBv \sin \alpha, \tag{18}$$

где q — заряд частицы и α — угол между направлениями скорости частицы и магнитного поля.

Явление электромагнитной индукции заключается в появлении э. д. с. индукции $\mathscr{E}$ при всяком изменении потока магнитной индукции Φ сквозь поверхность, охватываемую проводящим контуром. Величина э. д. с. индукции определяется уравнением

$$\mathscr{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{19}$$

Изменение потока магнитной индукции может достигаться изменением силы тока в самом контуре (явление самоиндукции). При этом э. д. с. самоиндукции определяется формулой

$$\mathscr{E} = -L\frac{dI}{dt}, \tag{20}$$

где L — индуктивность (коэффициент самоиндукции) контура.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S, \tag{21}$$

где l — длина соленоида, S — площадь его поперечного сечения, n — число витков на единицу его длины.

Вследствие явления самоиндукции сила тока в цепи при выключении э. д. с. спадает по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}, \tag{22}$$

а при включении э. д. с. сила тока нарастает по закону

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t}\right), \tag{23}$$

где R — сопротивление цепи.

Магнитная энергия контура с током

$$W = \frac{1}{2} L I^2. \tag{24}$$

Изменение потока индукции может достигаться также изменением силы тока в соседнем контуре (явление взаимной индукции). При этом индуктируемая э. д. с.

$$\mathscr{E} = -L_{12} \frac{dI}{dt}, \tag{25}$$

где L_{12} — взаимная индуктивность контуров.

Взаимная индуктивность двух соленоидов, имеющих общий сердечник, равна

$$L_{12} = \mu_0 \mu n_1 n_2 S l, \tag{26}$$

где n_1 и n_2 — число витков на единицу длины этих соленоидов.

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока, равно

$$dq = -\frac{1}{R} d\Phi. \tag{27}$$

11.1. Найти напряженность магнитного поля в точке, отстоящей на 2 *см* от бесконечно длинного провода, по которому течет ток в 5 *а*.

11.2. Найти напряженность магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом 1 *см*, по которому течет ток 1 *а*.

11.3. На рис. 52 изображено сечение двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с током плоскостью чертежа. Расстояние AB между проводниками равно 10 *см*, $I_1 = 20$ *а*, $I_2 = 30$ *а*. Найти напряженность магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1, M_2 и M_3. Расстояния $M_1A = 2$ *см*, $AM_2 = 4$ *см* и $BM_3 = 3$ *см*.

Рис. 52.

11.4. Решить предыдущую задачу при условии, что токи текут в одном направлении.

Рис. 53.

11.5. На рис. 53 изображено сечение трех прямолинейных бесконечно длинных проводников с током плоскостью чертежа. Расстояния $AB = BC = 5$ *см*; $I_1 = I_2 = I$ и $I_3 = 2I$. Найти точку на прямой AC, в которой напряженность магнитного поля, вызванного токами I_1, I_2 и I_3, равна нулю.

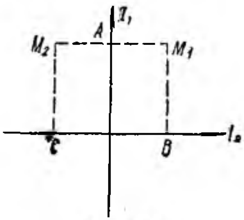


Рис. 54.

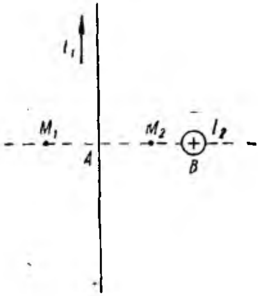


Рис. 55.

11.6. Решить предыдущую задачу при условии, что все три тока текут в одном направлении.

11.7. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости (рис. 54). Найти напряженность магнитного поля в точках M_1 и M_2, если $I_1 = 2$ *а* и $I_2 = 3$ *а*. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ *см*, $BM_1 = CM_2 = 2$ *см*.

11.8. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно-перпендикулярных плоскостях (рис. 55). Найти напряженность магнитного поля в точках M_1 и M_2, если $I_1=2$ *а* и $I_2=3$ *а*. Расстояния $AM_1=AM_2=1$ *см* и $AB=2$ *см*.

11.9. Два прямолинейных длинных провода расположены параллельно на расстоянии 10 *см* друг от друга. По проводам текут токи $I_1=I_2=5$ *а* в противоположных направлениях. Найти величину и направление напряженности магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10 *см* от каждого провода.

11.10. По длинному вертикальному проводу сверху вниз идет ток $I=8$ *а*. На каком расстоянии r от него напряженность поля, получающегося от сложения земного магнитного поля и поля тока, направлена вертикально вверх? Горизонтальная составляющая земного поля $H_г=0{,}2$ *э*.

11.11. Вычислить напряженность магнитного поля от отрезка AB прямолинейного проводника с током в точке C, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 *см* от него. По проводнику течет ток 20 *а*. Отрезок AB тока виден из точки C под углом 60°.

11.12. Решить предыдущую задачу при условии, что ток в проводнике равен 30 *а*, отрезок проводника виден из точки C под углом 90° и эта точка C расположена на перпендикуляре к проводнику с током в его середине на расстоянии 6 *см* от него.

11.13. Отрезок прямолинейного проводника с током имеет длину 30 *см*. При каком предельном расстоянии от него для точек, лежащих на перпендикуляре к отрезку в его середине, магнитное поле можно рассматривать как поле бесконечно длинного прямолинейного тока? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%.

Указание. Допускаемая ошибка $\delta=\frac{H_2-H_1}{H_2}$, где H_1 — поле от отрезка тока и H_2 — поле от бесконечно длинного прямолинейного тока.

11.14. В точке C, расположенной на расстоянии 5 *см* от бесконечно длинного прямолинейного провода с током, напряженность магнитного поля равна 400 *а/м*. 1) При какой предельной длине провода это значение напряженности будет верным с точностью до 2%? 2) Чему будет равна напряженность магнитного поля в точке C, если провод с этим током имеет длину 20 *см*? Точка C расположена на перпендикуляре к отрезку в его середине.

11.15. Ток в 20 *а* идет по длинному проводу, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 *см*.

11.16. Ток в 20 *а*, протекая по проволочному кольцу из медной проволоки сечением $S = 1{,}0$ *мм*^{2}, создает в центре кольца напряженность магнитного поля, равную 2,24 *э*. Какая разность потенциалов приложена к концам этой проволоки? Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ *ом · м*.

11.17. Найти напряженность магнитного поля на оси плоского кругового контура на расстоянии 3 *см* от его плоскости. Радиус контура 4 *см* и по нему течет ток 2 *а*.

11.18. Напряженность магнитного поля в центре кругового витка радиусом 11 *см* равна 0,8 *э*. Найти напряженность магнитного поля на оси витка на расстоянии 10 *см* от его плоскости.

11.19. Два круговых витка радиусом 4 *см* каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 0,1 *м* друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 2$ *а*. Найти напряженность магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них. Задачу решить для случаев: 1) токи в витках текут в одном направлении, 2) токи текут в противоположных направлениях.

11.20. Два круговых витка радиусом 4 *см* каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5 *см* друг от друга. По виткам текут токи $I_1 = I_2 = 4$ *а*. Найти напряженность магнитного поля в центре одного из витков. Задачу решить для случаев: 1) токи в витках текут в одном направлении, 2) токи текут в противоположных направлениях.

11.21. Найти распределение напряженности магнитного поля вдоль оси кругового витка диаметром 10 *см*, по которому течет ток в 10 *а*. Составить таблицу значений H для значений x в интервале $0 \leqslant x \leqslant 10$ *см* через 2 *см* и построить график с нанесением масштаба.

11.22. Два круговых витка расположены в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях так, что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка 2 *см* и токи, текущие по виткам, $I_1 = I_2 = 5$ *а*. Найти напряженность магнитного поля в центре этих витков.

11.23. Из проволоки длиною 1 *м* сделана квадратная рамка. По этой рамке течет ток 10 *а*. Найти напряженность магнитного поля в центре этой рамки.

11.24. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле H при разности потенциалов U на концах витка. Как нужно изменить приложенную разность потенциалов, чтобы получить такую же напряженность магнитного поля в центре витка вдвое большего радиуса, сделанного из той же проволоки?

11.25. Магнитная стрелка с магнитным моментом $p = 5$ единиц МКСА помещена в однородное магнитное поле напряженностью 500 *э* перпендикулярно силовым линиям. Найти вращающий момент, действующий на стрелку ($\mu = 1$).

11.26. На расстоянии 20 *см* от длинного прямолинейного вертикального провода на тонкой нити длиной 10^2 *см* и диаметром 0,1 *мм* висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой равен 10^{-2} единиц МКСА. Стрелка находится в плоскости, проходящей через провод и нить. На какой угол повернется стрелка, если по проводу пустить ток в 30 *а*? Модуль кручения материала нити 600 *кГ/мм*^{2}. Система экранирована от магнитного поля Земли.

11.27. Катушка длиною 30 *см* состоит из 1000 витков. Найти напряженность магнитного поля внутри катушки, если ток, проходящий по катушке, равен 2 *а*.

11.28. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром 0,8 *мм*. Витки плотно прилегают друг к другу. Чему равна напряженность магнитного поля внутри катушки при силе тока в 1 *а*?

11.29. Из проволоки диаметром 1 *мм* надо намотать соленоид, внутри которого напряженность магнитного поля должна быть равна 300 *э*. Предельная сила тока, которую можно пропускать по проводу, равна 6 *а*. Из какого числа слоев будет состоять обмотка соленоида, если витки наматывать плотно друг к другу?

11.30. Требуется намотать соленоид длиною 20 *см* и диаметром 5 *см*, создающий напряженность магнитного поля, равную 12,6 *э*. Найти: 1) число ампер-витков, необходимое для этого соленоида, 2) разность потенциалов, которую надо приложить к концам обмотки, если для нее употребляется медная проволока диаметром 0,5 *мм*.

11.31. Чему должно быть равно отношение длины катушки к ее диаметру, чтобы напряженность магнитного поля в точке, равноудаленной от концов катушки внутри нее, можно было найти по формуле для бесконечно длинной катушки? Ошибка при таком допущении не должна превышать 5%.

Указание. Допускаемая ошибка $\delta = \frac{H_2 - H_1}{H_2}$, где H_2 — напряженность магнитного поля внутри бесконечно длинной катушки и H_1 — напряженность поля внутри катушки конечной длины.

11.32. Какую ошибку мы допускаем, принимая соленоид задачи 11.30 за бесконечно длинный соленоид?

11.33. Найти распределение напряженности магнитного поля вдоль оси соленоида, длина которого равна 3 *см* и диаметр 2 *см*. Сила тока, текущего по соленоиду, равна 2 *а*. Катушка имеет 100 витков. Составить таблицу значений H для значений x в интервале $0 \leqslant x \leqslant 3$ *см* через 0,5 *см* и построить график с нанесением масштаба.

11.34. Конденсатор емкостью в 10^{-8} *ф* периодически заряжается от батареи, э. д. с. которой равна 100 *в*, и разряжается через катушку. Катушка имеет форму кольца диаметром 20 *см* с 32 витками, причем плоскость кольца совпадает с плоскостью магнитного меридиана. Помещенная в центре катушки горизонтальная магнитная стрелка отклоняется на угол 45°. Переключение конденсатора происходит 100 раз в секунду. Найти из данных этого опыта горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли.

11.35. Конденсатор емкостью в 10 *мкф* периодически заряжается от батареи, дающей разность потенциалов 120 *в*, и разряжается через соленоид длиной 10 *см* с 200 витками. Среднее значение напряженности магнитного поля внутри соленоида 3,02 *э*. Сколько раз в секунду происходит переключение конденсатора?

11.36. В однородном магнитном поле, напряженность которого 1000 *э*, помещена квадратная рамка. Ее плоскость составляет с направлением магнитного поля угол 45°. Сторона рамки 4 *см*. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

11.37. В магнитном поле, индукция которого равна 0,05 *тл*, вращается стержень длиною 1 *м*. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна силовым линиям магнитного поля. Найти поток магнитной индукции, пересекаемый стержнем при каждом обороте.

11.38. Рамка, площадь которой равна 16 *см²*, вращается в однородном магнитном поле, делая 2 *об/сек*. Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна силовым линиям магнитного поля. Напряженность магнитного поля равна $7{,}96 \cdot 10^4$ *а/м*. Найти: 1) зависимость магнитного потока, пронизывающего рамку, от времени, 2) наибольшее значение магнитного потока.

11.39. Железный образец помещен в магнитное поле, напряженность которого 10 *э*. Найти магнитную проницаемость железа при этих условиях.

11.40. Сколько ампер-витков потребуется для того, чтобы внутри соленоида длиною 30 *см* объемная плотность энергии магнитного поля была равна 1,75 *дж/м³*?

11.41. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока в 42 000 *мкс* в соленоиде с железным сердечником длиною в 120 *см* и площадью поперечного сечения в 3 *см²*?

11.42. Длина железного сердечника тороида равна 2,5 *м*, ширина воздушного зазора 1 *см*. Число витков в обмотке тороида равно 1000. При силе тока в 20 *а* индукция магнитного поля в воздушном зазоре равна 1,6 *тл*. Определить магнитную проницаемость железного сердечника при этих условиях. (Зависимость B от H для данного сорта железа неизвестна.)

11.43. Вычислить магнитный поток в прорези и в сердечнике кольца предыдущей задачи. Площадь поперечного сечения 10 *см²*.

11.44. Определить магнитную индукцию в железном сердечнике, помещенном внутри соленоида длиною 20,9 *см*, если число ампер-витков обмотки соленоида равно 1500. Найти магнитную проницаемость материала сердечника при этих условиях.

11.45. Длина железного сердечника тороида $l_2 = 1$ *м*, ширина воздушного зазора $l_1 = 3$ *мм*. Число витков в обмотке тороида $N = 2000$. Найти напряженность магнитного поля H_1 в воздушном зазоре при силе тока $I = 1$ *а* в обмотке тороида.

11.46. Длина железного сердечника тороида равна 50 *см*, ширина воздушного промежутка 2 *мм*. Число ампер-витков в обмотке тороида равно 2000. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в воздушном зазоре, если при том же количестве ампер-витков увеличить ширину воздушного зазора вдвое?

11.47. Внутри соленоида длиною 25,1 *см* и диаметром 2 *см* помещен железный сердечник. Соленоид имеет 200 витков. Построить для соленоида с сердечником график зависимости магнитного потока Φ от силы тока I в пределах $0 \leqslant I \leqslant 5$ *а* через 1 *а*. По оси ординат откладывать $\Phi \cdot 10^4$ *вб*.

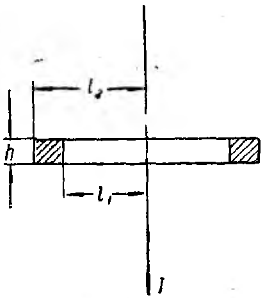


Рис. 56.

11.48. Поток магнитной индукции сквозь соленоид (без сердечника) равен $5 \cdot 10^{-6}$ *вб*. Найти магнитный момент этого соленоида. Длина соленоида равна 25 *см*.

11.49. Через центр железного кольца перпендикулярно его плоскости проходит длинный прямолинейный провод, по которому течет ток 25 *а*. Кольцо имеет четырехугольное сечение (рис. 56), размеры которого $l_1 = 18$ *мм*, $l_2 = 22$ *мм* и $h = 5$ *мм*. 1) Найти магнитную индукцию B, вызываемую полем тока на средней линии кольца, т. е. на расстоянии от провода $l = \frac{l_1 + l_2}{2}$. 2) Считая приближенно, что в любой точке сечения кольца индукция одинакова и равна индукции на средней линии, найти магнитный поток Φ, пронизывающий площадь сечения кольца.

11.50. Найти магнитный поток Φ, пронизывающий площадь сечения кольца предыдущей задачи, учитывая, что магнитное поле в различных точках сечения кольца будет разное. Значение μ считать постоянным и взять из кривой $B = f(H)$ для значения H на средней линии кольца.

11.51. Соленоид с сердечником длиною 50 *см* имеет обмотку в 1000 витков. По обмотке течет ток в 1*а*. Какой ток надо пустить через обмотку, чтобы при удалении сердечника индукция осталась бы прежней?

11.52. Железный сердечник длиною 50,2 *см* имеет обмотку из 20 витков. Какой ток должен протекать по этой обмотке, чтобы в воздушном зазоре шириною $l_0 = 0,1$ *см* получить индукцию в 1,2 *вб/м*^{2}?

11.53. Железное кольцо средним диаметром 11,4 *см* имеет обмотку из 200 витков, по которой течет ток 5 *а*. 1) Какой ток должен проходить через ту же обмотку, чтобы индукция в сердечнике осталась прежней, если в кольце сделать прорезь шириной в 1 *мм*? 2) Найти магнитную проницаемость материала сердечника при этих условиях.

11.54. Требуется построить электромагнит, дающий индукцию магнитного поля в межполюсном пространстве, равную 1400 *гс*. Длина железного сердечника 40 *см*, длина межполюсного пространства 1 *см*, диаметр сердечника 5 *см*. Найти: 1) какую э. д. с. надо взять для питания обмотки электромагнита, чтобы получить требуемое магнитное поле, если в распоряжении имеется медная проволока площадью поперечного сечения в 1 *мм*^{2}; 2) какая будет при этом наименьшая толщина намотки, если считать, что предельная допустимая плотность тока 3 *а/мм*^{2}.

11.55. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле, индукция которого равна 1000 *гс*. По проводу длиною в 70 *см*, помещенному перпендикулярно силовым линиям течет ток в 70 *а*. Найти силу, действующую на провод.

11.56. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии 10 *см* друг от друга. По проводникам течет ток в одном направлении $I_1 = 20$ *а* и $I_2 = 30$ *а*. Какую работу надо совершить (на единицу длины), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния 20 *см*?

11.57. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на некотором расстоянии друг от друга. По проводникам текут токи, равные по величине и по направлению. Найти силу тока, текущего по каждому из проводников, если известно, что для того, чтобы раздвинуть эти проводники на вдвое большее расстояние, пришлось совершить работу (на единицу длины), равную 5,5 *эрг/см*.

11.58. Из проволоки длиною 20 *см* сделаны контуры: 1) квадратный и 2) круговой. Найти вращающий момент сил, действующий на контуры, если они помещены в однородное магнитное поле, индукция которого равна 1000 *гс*. По контурам течет ток в 2*а*. Плоскость контуров составляет угол в 45° с направлением магнитного поля.

11.59. Алюминиевый провод, площадь поперечного сечения которого равна 1 *мм*^{2}, подвешен в горизонтальной плоскости перпендикулярно магнитному меридиану, и по нему течет ток (с запада на восток) в 1,6 *а*. 1) Какую долю от веса провода составляет сила, действующая на него со стороны земного магнитного поля? 2) Насколько уменьшится вес 1 *м* провода вследствие этой силы? Плотность алюминия 2700 *кг/м*^{3}. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля 0,2 *э*.

11.60. Катушка гальванометра, состоящая из 400 витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной в 3 *см* и шириной в 2 *см*, подвешена на нити в магнитном поле, индукция которого 1000 *гс*. По катушке течет ток 10^{-7} *а*. Найти вращающий момент, действующий на катушку гальванометра, если: 1) плоскость катушки параллельна направлению магнитного поля, 2) плоскость катушки составляет 60° с направлением магнитного поля.

11.61. Катушка гальванометра, состоящая из 600 витков проволоки, подвешена на нити длиною в 10 *см* и диаметром 0,1 *мм* в магнитном поле напряженностью в $16 \cdot 10^4$ *а/м* так, что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. Длина рамки катушки $a = 2{,}2$ *см* и ширина $b = 1{,}9$ *см*. Какой ток течет по обмотке катушки, если катушка повернулась на угол, равный 0,5°? Модуль кручения материала нити 600 *кГ/мм*^{2}.

11.62. Квадратная рамка подвешена на проволоке так, что силовые линии магнитного поля составляют угол 90° с нормалью к плоскости рамки. Сторона рамки равна 1 *см*. Магнитная индукция поля равна $1{,}37 \cdot 10^{-2}$ *тл*. Если по рамке пропустить ток $I = 1$ *а*, то она поворачивается на угол 1°. Найти модуль кручения материала проволоки. Длина проволоки 10 *см*, радиус нити 0,1 *мм*.

11.63. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна силовым линиям поля. Напряженность магнитного поля 2000 *э*. По контуру течет ток 2 *а*. Радиус контура 2 *см*. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура.

11.64. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,5 *вб/м*^{2}, движется равномерно проводник длиною 10 *см*. По проводнику течет ток в 2 *а*. Скорость движения проводника 20 *см/сек* и направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти: 1) работу перемещения проводника за 10 *сек* движения, 2) мощность, затраченную на это движение.

11.65. На рис. 57 A — медный диск радиусом 5 *см*, плоскость которого перпендикулярна к направлению магнитного поля. Индукция магнитного поля равна 0,2 *тл*. Ток в 5 *а* проходит по радиусу диска ab (a и b — скользящие контакты). Диск вращается со скоростью, соответствующей 3 *об/сек*. Найти: 1) мощность такого двигателя, 2) направление вращения диска, при условии, что магнитное поле направлено от чертежа к нам.

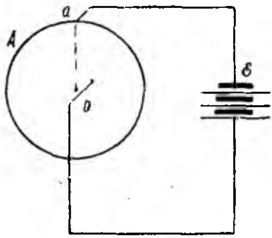


Рис. 57.

11.66. Вычислить вращающий момент, действующий на диск предыдущей задачи.

11.67. Однородный медный диск A (см. рис. 57) массой 0,35 *кг* помещен в магнитное поле, индукция которого равна $2{,}4 \cdot 10^{-2}$ *тл*, так, что плоскость диска перпендикулярна силовым линиям поля. При замыкании цепи aba диск начинает вращаться и через 30 *сек* после начала вращения достигает скорости, соответствующей 5 *об/сек*.

11.68. Найти поток магнитной индукции, пересекаемый радиусом ab диска A (см. рис. 57) за одну минуту вращения. Радиус диска равен $r = 10$ *см*. Индукция магнитного поля $B = 0{,}1$ *тл*. Диск делает 5,3 *об/сек*.

11.69. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 1000 *в*, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению его движения. Индукция магнитного поля равна $1{,}19 \cdot 10^{-3}$ *тл*. Найти: 1) радиус кривизны траектории электрона, 2) период обращения его по окружности, 3) момент количества движения электрона.

11.70. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 *в*, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии 4 *мм* от него. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводнику пустить ток 5 *а*?

11.71. Поток α-частиц (ядер атома гелия), ускоренных разностью потенциалов в 1 млн. *в*, влетает в однородное магнитное поле напряженностью в 15 000 *э*. Скорость каждой частицы направлена под прямым углом к направлению магнитного поля. Найти силу, действующую на каждую частицу.

11.72. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Скорость электрона $v = 4 \cdot 10^7$ *м/сек*. Индукция магнитного поля равна 10^{-3} *тл*. Чему равно тангенциальное и нормальное ускорение электрона в магнитном поле?

11.73. Найти кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом 60 *см* в магнитном поле, индукция которого равна 10^4 *гс*.

11.74. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, попадают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

11.75. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

11.76. На фотографии, полученной в камере Вильсона, помещенной в магнитном поле, траектория электрона представляет собой дугу окружности с радиусом кривизны 10 *см*. *Индукция магнитного поля* 10^{-2} *тл. Найти энергию электрона* в электрон-вольтах.

11.77. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью 10^6 *м/сек*. Индукция магнитного поля равна 0,3 *тл*. Радиус кривизны окружности 4 *см*. Найти заряд частицы, если известно, что ее энергия равна 12 *кэв*.

11.78. Протон и α-частица влетают в однородное магнитное поле. Скорость частиц направлена перпендикулярно силовым линиям поля. Во сколько раз период обращения протона в магнитном поле больше периода обращения α-частицы?

11.79. α-частица, кинетическая энергия которой равна 500 *эв*, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное скорости ее движения. Индукция магнитного поля 1000 *гс*. Найти: 1) силу, действующую на частицу, 2) радиус окружности, по которой движется частица, 3) период обращения частицы.

11.80. α-частица, момент количества движения которой равен $1{,}33 \cdot 10^{-22}$ *кг* $\cdot$ *м*^{2}/*сек*, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное скорости ее движения. Индукция магнитного поля равна $2{,}5\cdot10^{-2}$ *тл*. Найти кинетическую энергию α-частицы.

11.81. Однозарядные ионы изотопов калия с атомными весами 39 и 41 ускоряются разностью потенциалов в 300 *в*; затем они попадают в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения. Индукция магнитного поля 800 *гс*. Найти радиусы кривизны траектории этих ионов.

11.82. Найти отношение $\frac{q}{m}$: 1) для электрона, протона и α-частицы, 2) для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью 10^8 *см/сек* в однородное магнитное поле напряженностью в 2500 *э*, движется по дуге окружности радиусом 8,3 *см*. Направление скорости движения частицы перпендикулярно направлению магнитного поля.

11.83. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U=300$ *в*, влетает в однородное магнитное поле (рис. 58), направленное от чертежа к нам. Ширина поля $l=2{,}5$ *см*. В отсутствии магнитного поля пучок электронов дает пятно в точке F флуоресцирующего экрана AA, расположенного на расстоянии $l_1=5$ *см* от края полюсов магнита. При включении магнитного поля пятно смещается в точку B. Найти: 1) смещение FB пучка электронов, если известно, что индукция магнитного поля равна $1{,}46\cdot10^{-5}$ *вб/м²*, 2) радиус кривизны траектории электрона в магнитном поле.

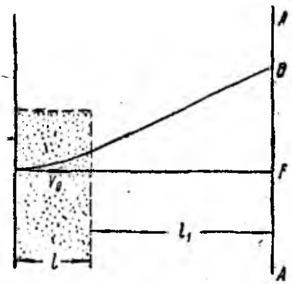


Рис. 58.

11.84. Магнитное поле напряженностью $H=8\cdot10^3$ *а/м* и электрическое поле напряженностью $E=10$ *в/см* направлены одинаково. Электрон влетает в такое электромагнитное поле со скоростью $v=10^5$ *м/сек*. Найти нормальное a_n, тангенциальное a_t и полное a ускорения электрона. Задачу решить для случаев: 1) скорость электрона направлена параллельно силовым линиям и 2) скорость электрона направлена перпендикулярно силовым линиям полей.

11.85. Магнитное поле, индукция которого $B=5$ *гс*, направлено перпендикулярно электрическому полю, напряженность которого $E=10$ *в/см*. Пучок электронов, летящих с некоторой скоростью v, влетает в пространство, где расположены эти поля, причем скорость электронов перпендикулярна плоскости, в которой лежат векторы E и B. Найти: 1) скорость электронов v, если при одновременном действии обоих полей пучок электронов не испытывает отклонения, 2) радиус кривизны траектории электронов при условии включения одного магнитного поля.

11.86. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6$ *кв*, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ и начинает двигаться по спирали. Индукция магнитного поля $B = 1{,}3 \cdot 10^{-2}$ *вб/м²*. Найти: 1) радиус витка спирали и 2) шаг спирали.

11.87. Протон влетает в магнитное поле под углом $\alpha = 30°$ к направлению поля и движется по спирали, радиус которой равен 1,5 *см*. Индукция магнитного поля равна 10^3 *гс*. Найти кинетическую энергию протона.

11.88. Электрон влетает в плоский горизонтальный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $v_0 = 10^7$ *м/сек*. Длина конденсатора $l = 5$ *см*; напряженность электрического поля конденсатора $E = 100$ *в/см*. При вылете из конденсатора электрон попадает в магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны силовым линиям электрического поля. Индукция магнитного поля $B = 10^{-2}$ *тл*. Найти: 1) радиус винтовой траектории электрона в магнитном поле и 2) шаг винтовой траектории электрона.

11.89. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 3000$ *в*, влетает в магнитное поле соленоида под углом $\alpha = 30°$ к его оси. Число ампер-витков соленоида равно 5000. Длина соленоида 25 *см*. Найти шаг винтовой траектории электрона в магнитном поле соленоида.

11.90. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,1 *тл*, движется проводник длиною 10 *см*. Скорость движения проводника 15 *м/сек* и направлена перпендикулярно магнитному полю. Чему равна индуцированная в проводнике э. д. с.?

11.91. Катушка диаметром 10 *см*, имеющая 500 витков, находится в магнитном поле. Чему будет равно среднее значение э. д. с. индукции в этой катушке, если индукция магнитного поля увеличивается в течение 0,1 *сек* с 0 до 2 *вб/м²*?

11.92. Скорость самолета с реактивным двигателем равна 950 *км/час*. Найти э. д. с. индукции, возникающую на концах крыльев такого самолета, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля равна 0,5 *э* и размах крыльев самолета 12,5 *м*.

11.93. В магнитном поле, индукция которого 500 *гс*, вращается стержень длиною 1 *м* с постоянной угловой скоростью 20 *рад/сек*. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна силовым линиям магнитного поля. Найти э. д. с. индукции, возникающую на концах стержня.

11.94. Схема, поясняющая принцип действия электромагнитного расходомера жидкости, изображена на рис. 59.

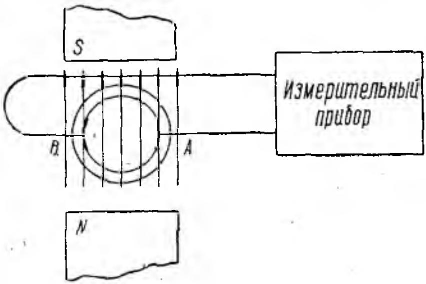


Рис. 59.

Трубопровод с протекающей в нем проводящей жидкостью помещен в магнитное поле. На электродах *A* и *B* возникает э. д. с. индукции. Найти скорость течения жидкости в трубопроводе, если индукция магнитного поля равна 100 *гс*, расстояние между электродами (внутренний диаметр трубопровода) 50 *мм* и возникающая при этом э. д. с. 0,25 *мв*.

11.95. Круговой проволочный виток площадью 100 $см^2$ находится в однородном магнитном поле, индукция которого 1 $вб/м^2$. Плоскость витка перпендикулярна направлению магнитного поля. Чему будет равно среднее значение э. д. с. индукции, возникающей в витке при выключении поля в течение 0,01 *сек.*?

11.96. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 1000 *гс*, равномерно вращается катушка, состоящая из 100 витков проволоки. Катушка делает 5 *об/сек*. Площадь поперечного сечения катушки 100 $см^2$. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную э. д. с. индукции во вращающейся катушке.

11.97. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,8 *тл*, равномерно вращается рамка с угловой скоростью 15 *рад/сек*. Площадь рамки 150 $см^2$. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет 30° с направлением силовых линий магнитного поля. Найти максимальную э. д. с. индукции во вращающейся рамке.

11.98. На рис. 60 *А* — медный диск радиусом 5 *см*, плоскость которого перпендикулярна направлению магнитного поля. Индукция магнитного поля 2000 *гс*, *а* и *b* — скользящие контакты, так что по цепи *aba* может идти ток. Диск вращается, делая 3 *об/сек*. Найти э. д. с. такого генератора. Указать направление электрического тока, если магнитное поле направлено от нас к чертежу, а диск вращается против часовой стрелки.

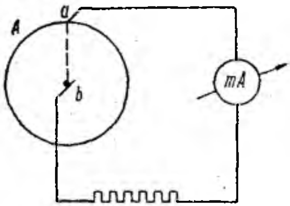


Рис. 60.

11.99. Горизонтальный стержень длиною 1 *м* вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось вращения параллельна силовым линиям магнитного поля, индукция которого равна $5\cdot10^{-5}$ *тл*. При каком числе оборотов в секунду разность потенциалов на концах этого стержня будет равна 1 *мв*?

11.100. На соленоид длиною 20 *см* и площадью поперечного сечения 30 $см^2$ надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет 320 витков, и по ней идет ток в 3 *а*. Какая средняя э. д. с. индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 0,001 *сек*?

11.101. Чему будет равна средняя э. д. с., индуцированная в витке предыдущей задачи, если соленоид имеет железный сердечник?

11.102. На соленоид длиной 14,4 *см* и диаметром 5 *см* надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет 200 витков, и по ней течет ток в 2 *а*. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя э. д. с. индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 0,002 *сек*?

11.103. В однородном магнитном поле, индукция которого равна 0,1 *тл*, вращается катушка. Ось вращения катушки перпендикулярна ее оси и направлению магнитного поля. Период обращения катушки равен 0,2 *сек*, площадь поперечного сечения катушки 4 *см*^{2}. Катушка имеет 200 витков. Найти максимальную э. д. с. индукции во вращающейся катушке.

11.104. 1) Найти индуктивность катушки, имеющей 400 витков на длине 20 *см*. Площадь поперечного сечения катушки 9 *см*^{2}. 2) Найти индуктивность этой катушки в том случае, если внутрь катушки введен железный сердечник. Магнитная проницаемость материала сердечника в условиях работы равна 400.

11.105. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S=1$ *мм*^{2}. Длина соленоида $l=25$ *см* и его сопротивление $R=0,2$ *ома*. Найти индуктивность соленоида (без сердечника).

11.106. Катушка длиною 20 *см* и диаметром 3 *см* имеет 400 витков. По катушке идет ток 2 *а*. Найти: 1) индуктивность катушки, 2) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

11.107. Из какого числа витков проволоки состоит однослойная обмотка катушки, индуктивность которой 0,001 *гн*? Диаметр катушки 4 *см*, диаметр проволоки 0,6 *мм*. Витки плотно прилегают друг к другу.

11.108. Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения 20 *см*^{2} и число витков, равное 500. Индуктивность катушки с сердечником равна 0,28 *гн* при силе тока через обмотку в 5 *а*. Найти магнитную проницаемость железного сердечника в этих условиях.

11.109. Соленоид длиною 50 *см* и площадью поперечного сечения 2 *см*^{2} имеет индуктивность $2\cdot10^{-7}$ *гн*. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида равна 10^{-3} *дж*/*м*^{3}?

11.110. *Сколько витков имеет катушка, индуктивность которой* $L=0,001$ *гн*, если при силе тока $I=1$ *а* магнитный поток сквозь катушку $\Phi=200$ *мкс*?

11.111. Площадь поперечного сечения соленоида с сердечником равна 10 *см*^{2}. Найти магнитную проницаемость материала сердечника при таких условиях, когда магнитный поток, пронизывающий площадь поперечного сечения соленоида, равен $1,4\cdot10^{-3}$ *вб*.

11.112. В соленоид вставлен сердечник из такого сорта железа, для которого зависимость $B=f(H)$ неизвестна. Число витков на единицу длины соленоида равно 400, площадь поперечного сечения соленоида 10 *см*^{2}. Найти магнитную проницаемость сердечника при токе через обмотку соленоида в 5 *а*. Известно, что при этих условиях магнитный поток, пронизывающий площадь поперечного сечения соленоида с сердечником, равен $1{,}6 \cdot 10^{-3}$ *вб*.

11.113. Имеется соленоид с железным сердечником длиной 50 *см*, площадью поперечного сечения 10 *см*^{2} и числом витков 1000. Найти индуктивность этого соленоида, если по обмотке соленоида течет ток: 1) $I_1 = 0{,}1$ *а*, 2) $I_2 = 0{,}2$ *а*, 3) $I_3 = 2$ *а*.

11.114. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Индуктивность первой катушки 0,2 *гн*, второй — 0,8 *гн*; сопротивление второй катушки 600 *ом*. Какой ток потечет во второй катушке, если ток в 0,3 *а*, текущий в первой катушке, выключить в течение 0,001 *сек*?

11.115. В магнитном поле, индукция которого равна 0,1 *тл*, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки 1 *мм*^{2}, площадь рамки 25 *см*^{2}, нормаль к плоскости рамки направлена по силовым линиям поля. Какое количество электричества пройдет по контуру рамки при выключении поля?

11.116. В магнитном поле, индукция которого равна 500 *гс*, помещена катушка, состоящая из 200 витков проволоки. Сопротивление катушки 40 *ом*, площадь ее поперечного сечения 12 *см*^{2}. Катушка помещена так, что ее ось составляет 60° с направлением магнитного поля. Какое количество электричества потечет в катушке при выключении магнитного поля?

11.117. Круговой контур, радиус которого 2 *см*, помещен в однородное магнитное поле, индукция которого 0,2 *вб/м*^{2}. Плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля, сопротивление контура 1 *ом*. Какое количество электричества протечет через катушку при повороте ее на 90°?

11.118. На соленоид, длина которого 21 *см* и площадь поперечного сечения 10 *см*^{2}, надета катушка, состоящая из 50 витков. Катушка соединена с баллистическим гальванометром, сопротивление которого равно 10^3 *ом*. По обмотке соленоида, состоящей из 200 витков, идет ток в 5 *а*. Найти баллистическую постоянную гальванометра, если известно, что при выключении тока в соленоиде гальванометр дал отброс по шкале, равный 30 делениям. Сопротивлением катушки, малым по сравнению с сопротивлением баллистического гальванометра, пренебречь. Баллистической постоянной гальванометра называется величина, численно равная количеству электричества, которое вызывает отброс по шкале на одно деление.

11.119. Для измерения индукции магнитного поля между полюсами электромагнита помещена катушка, состоящая из 50 витков проволоки и соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна направлению магнитного поля. Площадь поперечного сечения катушки 2 *см*^{2}, сопротивлением ее по сравнению с сопротивлением гальванометра можно пренебречь. Сопротивление гальванометра $2 \cdot 10^3$ *ом*, его баллистическая постоянная $2 \cdot 10^{-8}$ *к/дел*. При быстром выдергивании катушки из магнитного поля гальванометр дает отброс, равный 50 делениям шкалы. Чему равна индукция магнитного поля?

11.120. Зависимость магнитной проницаемости μ от напряженности магнитного поля H была впервые исследована А. Г. Столетовым в его работе „Исследование функции намагничения мягкого железа“ (1872). При исследовании Столетов придал испытуемому образцу железа форму тороида. Железо намагничивалось пропусканием тока I по катушке, намотанной на тороид. Изменение направления тока в этой первичной катушке вызывало отброс α, даваемый баллистическим гальванометром. Гальванометр был включен в цепь вторичной катушки, намотанной на этот же тороид.

Тороид, с которым работал А. Г. Столетов, имел следующие данные: площадь поперечного сечения $S = 1{,}45$ *см*^{2}, длина $l = 60$ *ом*, число витков первичной катушки $N_1 = 800$, число витков вторичной катушки $N_2 = 100$. Баллистическая постоянная гальванометра $C = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$ *к/дел* и сопротивление вторичной цепи 12 *ом*.

Результаты одного из опытов Столетова были следующие:

I, *а*	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
α (в делениях шкалы)	48,7	148	208	241	256

По этим данным составить таблицу и начертить соответствующий график зависимости магнитной проницаемости μ

от напряженности магнитного поля H для железа, с которым работал А. Г. Столетов.

11.121. Для измерения магнитной проницаемости железа из него был изготовлен тороид длиною $l=50$ *см* и площадью поперечного сечения $S=4$ *см*^{2}. Одна из обмоток тороида имела $N_1=500$ витков и была присоединена к источнику тока, другая имела $N_2=1000$ витков и была присоединена к гальванометру. Переключая направление тока в первичной обмотке на обратное, мы вызываем во вторичной обмотке индукционный ток. Найти магнитную проницаемость железа, если известно, что при переключении в первичной обмотке направления тока величиной в 1 *а* через гальванометр прошло количество электричества, равное 0,06 *к*. Сопротивление вторичной обмотки равно 20 *ом*.

11.122. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии равно 10 *ом*, приключается через дроссель к двенадцативольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя 2 *гн*, сопротивление 1 *ом*. Через сколько времени после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней в 6 *в*?

11.123. Имеется катушка длиною 20 *см* и диаметром 2 *см*. Обмотка катушки состоит из 200 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой 1 *мм*^{2}. Катушка включена в цепь с некоторой э. д. с. При помощи переключателя э. д. с. выключается, и катушка замыкается накоротко. Через сколько времени после выключения э. д. с. сила тока в цепи уменьшится в два раза?

11.124. Имеется катушка, индуктивность которой равна 0,2 *гн* и сопротивление 1,64 *ом*. Найти, во сколько раз уменьшится сила тока в катушке через 0,05 *сек* после того, как э. д. с. выключена и катушка замкнута накоротко.

11.125. Катушка имеет сопротивление $R=10$ *ом* и индуктивность $L=0{,}144$ *гн*. Через сколько времени после включения в катушке установится ток, равный половине постоянного?

11.126. Контур имеет сопротивление 2 *ом* и индуктивность 0,2 *гн*. Построить график зависимости нарастания силы тока в контуре от времени, прошедшего с момента включения в цепь э. д. с. По оси ординат откладывать отношение силы нарастающего тока I к силе конечного тока I_0. График построить для интервала $0 \leqslant t \leqslant 0{,}5$ *сек* через 0,1 *сек*.

11.127. Квадратная рамка из медной проволоки сечением 1 *мм*^{2} помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B = B_0 \sin \omega t$, где $B_0 = 0{,}01$ *тл*, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $T = 0{,}02$ *сек*. Площадь рамки 25 *см*^{2}. Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени и наибольшее значение: 1) магнитного потока, пронизывающего рамку, 2) э. д. с. индукции, возникающей в рамке, 3) силы тока, текущего по рамке.

11.128. Через катушку, индуктивность которой равна 0,021 *гн*, течет ток, изменяющийся со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 5$ *а*, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $T = 0{,}02$ *сек*. Найти зависимость от времени: 1) э. д. с. самоиндукции, возникающей в катушке, 2) энергии магнитного поля катушки.

11.129. Две катушки имеют взаимную индуктивность, равную 0,005 *гн*. В первой катушке ток изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 10$ *а*, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $T = 0{,}02$ *сек*. Найти: 1) зависимость от времени э. д. с., индуктируемой во второй катушке, 2) наибольшее значение этой э. д. с.

ГЛАВА IV

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Акустические единицы

В области акустических измерений составной частью СИ-системы является система МКС.

В табл. 14 в соответствии с ГОСТом 8849-58 приведены основные и некоторые производные акустические единицы этой системы.

Таблица 14

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
Основные единицы		
Длина	метр	*м*
Масса	килограмм	*кг*
Время	секунда	*сек*
Производные единицы		
Звуковое давление	ньютон на квадратный метр	$н/м^2$
Объемная скорость	кубический метр в секунду	$м^3/сек$
Интенсивность звука	ватт на квадратный метр	$вт/м^2$
Плотность звуковой энергии	джоуль на кубический метр	$дж/м^3$

В табл. 15 приведены некоторые акустические единицы системы СГС и их размер в системе МКС.

Таблица 15

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение	Размер единицы в системе МКС
Звуковое давление	дина на квадратный сантиметр	*дин/см*^{2}	0,1 *н/м*^{2}
Объемная скорость	кубический сантиметр в секунду	*см*^{3}*/сек*	10^{-6} *м*^{3}*/сек*
Интенсивность звука	эрг в секунду на квадратный сантиметр	*эрг/сек·см*^{2}	10^{-3} *вт/м*^{2}
Плотность звуковой энергии	эрг на кубический сантиметр	*эрг/см*^{3}	0,1 *дж/м*^{3}

В табл. 16 приведены некоторые внесистемные акустические единицы, допускаемые ГОСТом 8849-58.

Таблица 16

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единицы	Определение единицы измерения
Уровень звукового давления	децибел	*дб*	Уровень звукового давления, двадцать десятичных логарифмов отношения которого к условному порогу давления, равному $2\cdot10^{-5}$ *н/м*^{2}, принимаемому за нулевой уровень, равно единице.
Уровень громкости	фон	*фон*	Уровень громкости звука, для которого уровень звукового давления равногромкого с ним звука частоты 10^3 *гц* равен 1 *дб*.

Примеры решения задач

Задача 1. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки равна 5 *см*. Масса материальной точки 10 *г* и полная энергия колебаний $3{,}1\cdot10^{-5}$ *дж*. Написать уравнение гармонических колебаний этой точки, если начальная фаза колебаний равна 60°.

Решение. Уравнение гармонических колебаний имеет вид:

$$x = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right). \tag{1}$$

У нас $A = 5$ *см*, $\varphi = 60° = \frac{\pi}{3}$. Период T колебаний неизвестен, но его можно найти из условия $W = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2} = 3{,}1 \cdot 10^{-5}$ *дж*. Отсюда

$$T = \sqrt{\frac{2\pi^2 A^2 m}{W}}. \tag{2}$$

У нас $A = 5 \cdot 10^{-2}$ *м*, $m = 10^{-2}$ *кг* и $W = 3{,}1 \cdot 10^{-5}$ *дж*. Подставляя эти данные в (2), получим $T = 4$ *сек*. Тогда $\frac{2\pi t}{T} = \frac{2\pi t}{4} = \frac{\pi}{2}t$, и уравнение (1) примет вид $x = 5\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$ *см*. Отметим, что так как $\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)$ — величина безразмерная, то A не обязательно подставлять в метрах; наименование x будет соответствовать наименованию амплитуды A.

Задача 2. Уровень звукового давления равен 40 *дб*. Найти амплитуду звукового давления и интенсивность звука. Порог слышимости звука принять равным $I_0 = 10^{-12}$ *вт/м²*.

Решение. Уровень звукового давления L_1 в децибелах связан с амплитудой звукового давления Δp соотношением

$$L_1 = 20\lg\frac{\Delta p}{\Delta p_0}, \tag{1}$$

где Δp_0 — амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. В системе МКС $\Delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ *н/м²*. По условию $L_1 = 40$ *дб*. Тогда из (1) имеем $\lg\frac{\Delta p}{\Delta p_0} = 2$, откуда $\frac{\Delta p}{\Delta p_0} = 10^2$, и тогда искомая амплитуда звукового давления $\Delta p = \Delta p_0 \cdot 10^2 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2$ *н/м²* $= 2 \cdot 10^{-3}$ *н/м²*.

Уровень громкости L_2 в фонах связан с интенсивностью звука следующим соотношением

$$L_2 = 10\lg\frac{I}{I_0}. \tag{2}$$

По определению фона имеем при $L_1 = 40$ *дб* $L_2 = 40$ *фон*. Тогда из (2) $\lg\frac{I}{I_0} = 4$, или $\frac{I}{I_0} = 10^4$, и искомая интенсивность звука $I = I_0 \cdot 10^4 = 10^{-12} \cdot 10^4$ *вт/м²* $= 10^{-8}$ *вт/м²*.

§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны

Уравнение гармонического колебательного движения имеет вид:

$$x = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right) = A\sin(2\pi\nu t + \varphi) = A\sin(\omega t + \varphi),$$

где x — смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени, A — амплитуда, T — период, φ — начальная фаза, $\nu = \frac{1}{T}$ — частота колебаний, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угловая частота.

Скорость точки, совершающей колебание, равна

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{2\pi A}{T}\cos\left(2\pi\frac{t}{T} + \varphi\right)$$

и ускорение

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \varphi\right).$$

Сила, под действием которой точка массы m совершает гармоническое колебание, равна

$$F = ma = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} m\sin\left(2\pi\frac{t}{T} + \varphi\right) = -\frac{4\pi^2 m}{T^2}x = -kx,$$

где $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$, откуда $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Здесь T — период колебаний точки, совершающей колебания под действием силы $F = -kx$, где k — коэффициент деформации, численно равный силе, вызывающей смещение, равное единице.

Кинетическая энергия колеблющейся точки

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}\cos^2\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

и потенциальная энергия

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right).$$

Полная энергия

$$W = \frac{2\pi^2 A^2 m}{T^2}.$$

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания маятника. Период колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l — длина маятника и g — ускорение силы тяжести.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$$

и с начальной фазой, определяемой из уравнения

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2},$$

где A_1 и A_2 — амплитуды слагаемых колебаний, а φ_1 и φ_2 — их начальные фазы.

При сложении двух взаимно-перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)=\sin^2(\varphi_2-\varphi_1).$$

Если на материальную точку массой m, кроме упругой силы $F=-kx$, действует еще сила трения $F_{\text{тр}}=-rv$, где r — коэффициент трения и v — скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими.

Уравнение затухающего колебательного движения имеет вид:

$$x=Ae^{-\delta\cdot t}\sin(\omega t+\varphi),$$

где δ — коэффициент затухания. При этом $\delta=\frac{r}{2m}$ и $\omega=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}$, где ω_0 — угловая частота собственных колебаний. Величина $\varkappa=\delta\cdot T$ называется логарифмическим декрементом затухания.

Если на материальную точку массой m, колебание которой дано в виде

$$x_1=Ae^{-\delta\cdot t}\sin\omega_0 t,$$

действует внешняя периодическая сила $F = F_0 \sin \omega t$, то колебания точки будут вынужденными и уравнение ее движения примет вид

$$x_2 = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\delta\varphi}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω связана с частотой собственных колебаний ω_0 и с коэффициентом затухания δ следующим соотношением:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}.$$

При распространении незатухающих колебаний со скоростью c вдоль некоторого направления, называемого лучом, смещение любой точки, лежащей на луче и отстоящей от источника колебания на расстоянии l, дается уравнением

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi l}{\lambda}\right),$$

где A — амплитуда колеблющихся точек, λ — длина волны. При этом $\lambda = cT$. Две точки, лежащие на луче на расстояниях l_1 и l_2 от источника колебаний, имеют разность фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi \frac{l_2 - l_1}{\lambda}.$$

При интерференции колебаний максимум амплитуды результирующего колебания получается при условии

$$l_2 - l_1 = 2n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,\ 1,\ 2, \ldots),$$

где $l_2 - l_1$ — разность хода лучей.

Минимум амплитуды получается при условии

$$l_2 - l_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,\ 1,\ 2, \ldots).$$

12.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой в 5 *см*, если в 1 *мин* совершается

150 колебаний и начальная фаза колебаний равна 45°. Начертить график этого движения.

12.2. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой в 0,1 *м*, периодом 4 *сек* и начальной фазой, равной нулю.

12.3. Амплитуда гармонических колебаний равна 50 *мм*, период 4 *сек* и начальная фаза $\frac{\pi}{4}$. 1) Написать уравнение этого колебания. 2) Найти смещение колеблющейся точки от положения равновесия при $t=0$ и при $t=1{,}5$ *сек*. 3) Начертить график этого движения.

12.4. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальная фаза колебаний равна: 1) 0, 2) $\frac{\pi}{2}$, 3) π, 4) $\frac{3}{2}\pi$, 5) 2π. Амплитуда колебаний 5 *см* и период колебаний 8 *сек*. Начертить график колебаний во всех этих случаях.

12.5. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами ($A_1=A_2=2$ *см*) и одинаковыми периодами ($T_1=T_2=8$ *сек*), но имеющими разность фаз: 1) $\frac{\pi}{4}$, 2) $\frac{\pi}{2}$, 3) π, 4) 2π.

12.6. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая гармоническое колебание, будет иметь смещение от положения равновесия, равное половине амплитуды? Период колебаний равен 24 *сек*, начальная фаза равна нулю.

12.7. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?

12.8. Через сколько времени от начала движения точка, совершающая колебательное движение по уравнению $x=7\sin 0{,}5\,\pi t$, проходит путь от положения равновесия до максимального смещения?

12.9. Амплитуда гармонического колебания равна 5 *см*, период 4 *сек*. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.

12.10. Уравнение движения точки дано в виде $x=2\sin\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{4}\right)$ *см*. Найти: 1) период колебаний, 2) максимальную скорость точки, 3) ее максимальное ускорение.

12.11. Уравнение движения точки дано в виде $x = \sin\frac{\pi}{6}t$. Найти моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

12.12. Точка совершает гармоническое колебание. Период колебаний 2 *сек*, амплитуда 50 *мм*, начальная фаза равна нулю. Найти скорость точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия равно 25 *мм*.

12.13. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если максимальное ускорение точки 49,3 *см/сек*^{2}, период колебаний 2 *сек* и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени 25 *мм*.

12.14. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия, равном 2,4 *см*, скорость точки равна 3 *см/сек*, а при смещении, равном 2,8 *см*, скорость равна 2 *см/сек*. Найти амплитуду и период этого колебания.

12.15. Уравнение колебания материальной точки массой $m = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$ *кг* имеет вид $x = 0{,}1 \sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{4}\right)$ *м*. Построить график зависимости от времени t (в пределах одного периода) силы F, действующей на точку. Найти значение максимальной силы.

12.16. Материальная точка массой 10 *г* колеблется по уравнению $x = 5\sin\left(\frac{\pi t}{5} + \frac{\pi}{4}\right)$ *см*. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

12.17. Уравнение колебания материальной точки массой в 16 *г* имеет вид $x = 2\sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$ *см*. Построить график зависимости от времени (в пределах одного периода) кинетической, потенциальной и полной энергий точки.

12.18. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов времени: 1) $t = \frac{T}{12}$ *сек*, 2) $t = \frac{T}{8}$ *сек*, 3) $t = \frac{T}{6}$ *сек*. Начальная фаза колебаний равна нулю.

12.19. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет: 1) $x=\frac{A}{4}$, 2) $x=\frac{A}{2}$, 3) $x=A$, где A — амплитуда колебаний.

12.20. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, равна $3\cdot10^{-5}$ *дж*, максимальная сила, действующая на тело, равна $1{,}5\cdot10^{-3}$ *н*. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 *сек* и начальная фаза 60°.

12.21. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A=2$ *см*, полная энергия колебаний $W=3\cdot10^{-7}$ *дж*. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F=2{,}25\cdot10^{-5}$ *н*?

12.22. Шарик, подвешенный на нити длиной в 2 *м*, отклоняют на угол 4° и наблюдают его колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение, найдя скорость шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

12.23. К пружине подвешен груз 10 *кГ*. Зная, что пружина под влиянием силы в 1 *кГ* растягивается на 1,5 *см*, определить период вертикальных колебаний груза.

12.24. К пружине подвешен груз. Зная, что максимальная кинетическая энергия колебаний груза равна 1 *дж*, найти коэффициент деформации пружины. Амплитуда колебаний 5 *см*.

12.25. Как изменится период вертикальных колебаний груза, висящего на двух одинаковых пружинах, если от последовательного соединения пружин перейти к параллельному их соединению?

12.26. Медный шарик, подвешенный к пружине, совершает вертикальные колебания. Как изменится период колебаний, если к пружине подвесить вместо медного шарика алюминиевый такого же радиуса?

12.27. К пружине подвешена чашка весов с гирями. При этом период вертикальных колебаний равен 0,5 *сек*. После того как на чашку весов положили еще добавочные гири, период вертикальных колебаний стал равен 0,6 *сек*. Насколько удлинилась пружина от прибавления этого добавочного груза?

12.28. К резине длиною 40 *см* радиусом 1 *мм* подвешена гиря весом в 0,5 *кГ*. Зная, что модуль Юнга этой пружины равен 0,3 $кГ/мм^2$, найти период вертикальных колебаний гири.

Указание. Учесть, что коэффициент деформации k резины связан с модулем Юнга E резины соотношением $k = \frac{SE}{l}$, где S — площадь поперечного сечения резины и l — ее длина.

12.29. Ареометр весом $P = 0{,}2$ *кГ* плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом $T = 3{,}4$ *сек.* Считая колебания незатухающими, найти по данным этого опыта плотность жидкости ρ, в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра равен $d = 1$ *см.* *)

12.30. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебательных движений с одинаковым периодом 8 *сек* и одинаковой амплитудой 0,02 *м.* Разность фаз между этими колебаниями равна $\frac{\pi}{4}$. Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю.

12.31. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 0{,}02 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ *м* и $x_2 = 0{,}03 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ *м.*

12.32. В результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и одинаковыми периодами получается результирующее колебание с тем же периодом и той же амплитудой. Найти разность фаз складываемых колебаний.

12.33. 1) Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 4 \sin \pi t$ *см* и $x_2 = 3 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ *см.* 2) Написать уравнение результирующего колебания. 3) Дать векторную диаграмму сложения амплитуд.

---

*) Задачи на упругие силы и на математический и физический маятники см. также в гл. I, § 2 и 3.

12.34. На рис. 61 дан спектр сложного колебания. 1) Пользуясь данными этого рисунка, написать уравнения колебаний, из которых составлено сложное колебание. 2) Начертить график этих колебаний. (Принять, что разность фаз между этими колебаниями в момент $t=0$ равна нулю.) 2) Начертить график результирующего сложного колебания.

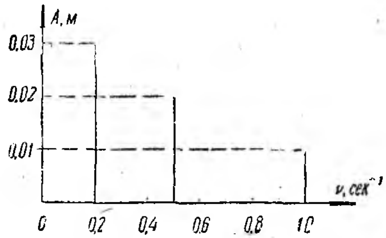


Рис. 61.

12.35. Даны два гармонических колебания $x_1 = 3\sin 4\pi t$ *см* и $x_2 = 6\sin 10\pi t$ *см*. Построить график этих колебаний. Сложив графически эти колебания, построить график результирующего колебания. Начертить спектр полученного результирующего колебания.

12.36. Колебание дано в виде уравнения

$$x = A\sin 2\pi\nu_1 t, \quad (1)$$

где A изменяется со временем по закону $A = A_0(1+\cos 2\pi\nu_2 t)$. Здесь $A_0 = \text{const}$. Найти, из каких гармонических колебаний состоит колебание (1). Построить график составляющих и результирующего колебаний для случая $A_0 = 4$ *см*, $\nu_1 = 2$ *сек*$^{-1}$, $\nu_2 = 1$ *сек*$^{-1}$. Начертить спектр сложного колебания.

12.37. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно-перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой $\nu_1 = \nu_2 = 5$ *гц* и с одинаковой начальной фазой $\varphi_1 = \varphi_2 = 60°$. Амплитуда одного из колебания равна $A_1 = 0{,}10$ *м*, амплитуда другого $A_2 = 0{,}05$ *м*.

12.38. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуда колебаний $A_1 = 3$ *см* и $A_2 = 4$ *см*. Найти амплитуду результирующего колебания, если: 1) колебания совершаются в одном направлении, 2) колебания взаимно-перпендикулярны.

12.39. Точка участвует одновременно в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях $x = 2\sin\omega t$ *м* и $y = 2\cos\omega t$ *м*. Найти траекторию движения точки.

12.40. Точка участвует одновременно в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях $x = \cos \pi t$ и $y = \cos \frac{\pi t}{2}$. Найти траекторию результирующего движения точки.

12.41. Точка участвует одновременно в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ и $y = 2 \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$. Найти траекторию движения точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

12.42. Точка участвует одновременно в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях $x = \sin \pi t$ и $y = 4 \sin (\pi t + \pi)$. Найти траекторию движения точки и вычертить ее с нанесением масштаба.

12.43. Период затухающих колебаний 4 *сек*, логарифмический декремент затухания 1,6, начальная фаза равна нулю. Смещение точки при $t = \frac{T}{4}$ равно 4,5 *см*. 1) Написать уравнение движения этого колебания. 2) Построить график этого колебательного движения в пределах двух периодов.

12.44. Построить график затухающего колебания, уравнение которого дано в виде $x = e^{-0,1t} \sin \frac{\pi}{4} t$ *м*.

12.45. Уравнение затухающих колебаний дано в виде $x = 5e^{-0,25t} \sin \frac{\pi}{2} t$ *м*. Найти скорость колеблющейся точки в моменты времени 0, T, $2T$, $3T$ и $4T$.

12.46. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2. Найти, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника.

12.47. Чему равен логарифмический декремент затухания математического маятника, если за 1 *мин* амплитуда колебаний уменьшилась в два раза? Длина маятника 1 *м*.

12.48. Математический маятник длиной в 24,7 *см* совершает затухающие колебания. Через сколько времени энергия колебаний маятника уменьшится в 9,4 раза? Задачу решить при значении логарифмического декремента затухания: 1) $\varkappa = 0,01$ и 2) $\varkappa = 1$.

12.49. Математический маятник совершает затухающие колебания с логарифмическим декрементом затухания, равным 0,2. Во сколько раз уменьшится полное ускорение маятника в его крайнем положении за одно колебание?

Указание. Учесть, что в крайнем положении маятника $a_{\text{полн}} = a_t$.

12.50. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 *мин* уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 2 *мин*?

12.51. Математический маятник длиной 0,5 *м*, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на 5 *см*, а при втором (в ту же сторону) — на 4 *см*. Найти время релаксации, т. е. время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшится в e раз, где e — основание натуральных логарифмов.

12.52. К вертикально висящей пружине подвешивают груз. При этом пружина удлиняется на 9,8 *см*. Оттягивая этот груз вниз и отпуская его, заставляют груз совершать колебания. Чему должен быть равен коэффициент затухания δ, чтобы: 1) колебания прекратились через 10 *сек* (считать условно, что колебания прекратились, если их амплитуда упала до 1% от начальной величины), 2) груз возвращался в положение равновесия апериодически, 3) логарифмический декремент затухания был равен 6.

12.53. Тело массой $m = 10$ *г* совершает затухающие колебания с максимальным значением амплитуды 7 *см*, начальной фазой, равной нулю, и коэффициентом затухания, равным 1,6 $сек^{-1}$. На это тело начала действовать внешняя периодическая сила, под действием которой установились вынужденные колебания. Уравнение вынужденных колебаний имеет вид $x = 5\sin(10\pi t - 0{,}75\pi)$ *см*. Найти: 1) уравнение собственных колебаний, 2) уравнение внешней периодической силы.

12.54. Гирька весом 0,2 *кГ*, висящая на вертикальной пружине, совершает затухающие колебания с коэффициентом затухания 0,75. Коэффициент деформации пружины равен 0,5 *кГ/см*. Начертить зависимость амплитуды A вынужденных колебаний гирьки от частоты ω внешней периодической силы, если известно, что наибольшее значение внешней силы равно 0,98 *н*. Для построения графика найти значения A для следующих частот: $\omega = 0$, $\omega = 0{,}5\,\omega_0$, $\omega = 0{,}75\,\omega_0$, $\omega = \omega_0$, $\omega = 1{,}5\,\omega_0$ и $\omega = 2\omega_0$, где ω_0 — частота собственных колебаний подвешенной гири.

12.55. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии 30 *см* друг от друга. По этой дороге покатили детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на 2 *см* под действием груза в 1 *кГ*. С какой скоростью катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Вес коляски 10 *кГ*.

12.56. Найти длину волны колебания, период которого равен 10^{-14} *сек*. Скорость распространения колебаний $3 \cdot 10^8$ *м/сек*.

12.57. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 500$ *гц* и амплитуду $A = 0{,}25$ *мм*, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 70$ *см*. Найти: 1) скорость распространения колебаний, 2) максимальную скорость частиц воздуха.

12.58. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = 10 \sin 0{,}5\,\pi t$ *см*. 1) Найти уравнение волны, если скорость распространения колебаний 300 *м/сек*. 2) Написать и изобразить графически уравнение колебания для точки, отстоящей на расстоянии 600 *м* от источника колебаний. 3) Написать и изобразить графически уравнение колебания для точек волны в момент $t = 4$ *сек* после начала колебаний.

12.59. Уравнение незатухающих колебаний дано в виде $x = 4 \sin 600\,\pi t$ *см*. Найти смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 75 *см* от источника колебаний, через 0,01 *сек* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний 300 *м/сек*.

12.60. Уравнение источника незатухающих колебаний дано в виде $x = \sin 2{,}5\,\pi t$ *см*. Найти смещение от положения равновесия, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 20 *м* от источника, для момента $t = 1$ *сек* после начала колебаний. Скорость распространения колебаний равна 100 *м/сек*.

12.61. Какую разность фаз будут иметь колебания двух точек, находящихся на расстоянии соответственно 10 *м* и 16 *м* от источника колебаний. Период колебаний 0,04 *сек* и скорость распространения колебаний 300 *м/сек*.

12.62. Найти разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии 2 *м* друг от друга, если длина волны равна 1 *м*.

12.63. Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \frac{\lambda}{12}$ для момента $t = \frac{T}{6}$. Амплитуда колебания $A = 0{,}05$ *м*.

12.64. Смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии 4 *см* от источника колебаний, в момент $t = \frac{T}{6}$ равно половине амплитуды. Найти длину волны колебания.

12.65. Найти положение узлов и пучностей и начертить график стоячей волны для двух случаев: 1) отражение происходит от менее плотной среды, 2) отражение происходит от более плотной среды. Длина бегущей волны 12 *см.*

12.66. Определить длину волны колебаний, если расстояние между первой и четвертой пучностями стоячей волны равно 15 *см.*

§ 13. Акустика.

Скорость распространения акустических колебаний в некоторой среде определяется формулой

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где E — модуль Юнга среды и ρ — плотность среды.

В газах скорость распространения

$$c = \sqrt{\frac{\varkappa RT}{\mu}},$$

где μ — масса одного киломоля газа, T — абсолютная температура газа, R — газовая постоянная, $\varkappa = \frac{C_p}{C_V}$ (C_p — теплоемкость газа при постоянном давлении и C_V — теплоемкость газа при постоянном объеме).

Уровень звукового давления L' в децибелах связан с амплитудой звукового давления Δp соотношением

$$L' = 20 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0},$$

где Δp_0 — амплитуда звукового давления при нулевом уровне громкости. Уровень громкости L'' в фонах связан с интенсивностью звука следующим соотношением

$$L'' = 10 \lg \frac{I}{I_0},$$

где I_0 — нулевой уровень громкости. Условно принимается, что

$$I_0 = 10^{-12} \text{ вт/м}^2 \text{ и } \Delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ н/м}^2.$$

По принципу Допплера частота звука, воспринимаемая наблюдателем, определяется формулой

$$\nu' = \frac{c+v}{c-u}\nu,$$

где ν — частота звука, посылаемая источником звука, u — скорость движения источника звука, v — скорость движения наблюдателя и c — скорость распространения звука. Скорость $v > 0$, если наблюдатель движется по направлению к источнику звука; $u > 0$, если источник звука движется к наблюдателю.

Частота основного тона струны определяется формулой

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}},$$

где l — длина струны, F — сила ее натяжения, S — площадь ее поперечного сечения и ρ — плотность материала среды.

13.1. Найти длину волны основного тона *la*, имеющего 435 *кол/сек*. Скорость звука принять равной 340 *м/сек*.

13.2. Человеческое ухо может воспринимать звуки частотой приблизительно от 20 до 20 000 *гц*. Между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний? Скорость звука в воздухе считать равной 340 *м/сек*.

13.3. Найти скорость распространения звука в стали. Модуль Юнга для стали 22 000 *кГ/мм*^{2}, плотность стали 7800 *кг/м*^{3}.

13.4. Найти скорость распространения звука в меди. Модуль Юнга для меди взять равным 12 000 *кГ/мм*^{2} и плотность меди 8800 *кг/м*^{3}.

13.5. Скорость распространения звука в керосине 1330 *м/сек*. Плотность керосина 0,8 *г/см*^{3}. Найти коэффициент сжатия керосина.

13.6. При помощи эхолота измерялась глубина моря. Какова была глубина моря, если промежуток времени между возникновением звука и его приемом был равен 2,5 *сек*? Коэффициент сжатия воды $4{,}6 \cdot 10^{-10}$ *м*^{2}*/н* и плотность морской воды 1030 *кг/м*^{3}.

13.7. Найти скорость распространения звука в воздухе при температурах: 1) $-20\,^\circ$C; 2) $0\,^\circ$C, 3) $+20\,^\circ$C.

13.8. Во сколько раз скорость распространения звука в воздухе летом (температура $+27\,°C$) больше скорости распространения звука зимой (температура $-33\,°C$)?

13.9. Зная, что средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа в условиях опыта была равна 461 *м/сек*, найти скорость распространения звука в газе при этих условиях.

13.10. Найти скорость распространения звука в двухатомном газе, если известно, что плотность этого газа при давлении 760 *мм* рт. ст. равна $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ *г/см*^{3}.

13.11. Зная, что средняя кинетическая энергия поступательного движения одного киломоля азота равна $3{,}4 \cdot 10^3$ *кдж*, найти скорость распространения звука в азоте при этих условиях.

13.12. Для определения температуры верхних слоев атмосферы нельзя пользоваться термометром, так как вследствие малой плотности газа термометр не придет в тепловое равновесие с окружающей средой. Для этой цели была пущена ракета с гранатами, взрываемыми при достижении определенных высот. Найти температуру на высоте 20 *км* от поверхности Земли, если известно, что звук от взрыва, произведенного на высоте 21 *км*, пришел позже на 6,75 *сек* звука от взрыва, произведенного на высоте 19 *км*.

13.13. Чему равен показатель преломления звуковых волн на границе воздух — стекло? Модуль Юнга для стекла равен $6{,}9 \cdot 10^{10}$ *н/м*^{2}, плотность стекла 2,6 *г/см*^{3}, температура воздуха 20 °С.

13.14. Найти предельный угол падения звуковых волн на границе воздух — стекло. Воспользоваться необходимыми данными из предыдущей задачи.

13.15. Два звука отличаются по уровню громкости на 1 *фон*. Найти отношение интенсивностей этих звуков.

13.16. Два звука отличаются по уровню звукового давления на 1 *дб*. Найти отношение амплитуд их звукового давления.

13.17. Шум на улице громкостью в 70 *фон* слышен в комнате так, как шум громкостью в 40 *фон*. Найти отношение интенсивности звука на улице и в комнате.

13.18. Интенсивность звука увеличилась в 1000 раз. 1) На сколько децибел увеличился уровень звукового давления? 2) Во сколько раз увеличилась амплитуда звукового давления?

13.19. Интенсивность звука равна 10^{-2} *вт/м²*. Найти: 1) уровень громкости, 2) амплитуду звукового давления.

13.20. На сколько фонов увеличился уровень громкости звука, если интенсивность звука возросла: 1) в 3000 раз и 2) в 30 000 раз?

13.21. Найти расстояние между соседними зубцами звуковой бороздки на патефонной пластинке для тона *la* (435 *кол/сек*): 1) в начале записи, на расстоянии 12 *см* от центра, 2) в конце записи, на расстоянии 4 *см* от центра. Скорость вращения пластинки 78 *об/мин.*

13.22. Найти расстояние между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке для: 1) $\nu = 100$ *гц* и 2) $\nu = 2000$ *гц*. Среднее расстояние от центра пластинки считать равным 10 *см*. Скорость вращения пластинки 78 *об/мин.*

13.23. При образовании стоячей волны в трубке Кундта в воздушном столбе наблюдалось 6 пучностей. Какова была длина воздушного столба, если стальной стержень закреплен: 1) посередине, 2) в конце. Длина стержня 1 *м*. Скорость звука в стали 5250 *м/сек* и скорость звука в воздухе 343 *м/сек.*

13.24. Чему была равна длина стеклянного стержня в трубке Кундта, если при закреплении его посередине в воздушном столбе наблюдалось 5 пучностей? Длина воздушного столба 0,25 *м*. Модуль Юнга для стекла $6{,}9 \cdot 10^{10}$ *н/м²* и плотность стекла 2,5 *г/см³*. Скорость звука в воздухе принять равной 340 *м/сек.*

13.25. Для каких наибольших частот применим метод Кундта определения скорости звука, если считать, что наименьшее различаемое расстояние между пучностями $l \cong 4$ *мм*? Скорость звука в воздухе принять равной 340 *м/сек.*

13.26. Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями 72 *км/ч* и 54 *км/ч*. Первый поезд дает свисток, соответствующий 600 *кол/сек*. Найти, какому числу колебаний соответствует звук, который слышит пассажир второго поезда: 1) перед встречей поездов, 2) после встречи поездов. Скорость звука принять равной 340 *м/сек.*

13.27. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, высота тона гудка паровоза меняется скачком. Какой процент от истинной частоты тона составляет величина скачка, если поезд движется со скоростью 60 *км/ч*?

13.28. Наблюдатель на берегу моря слышит звук пароходного гудка. Когда наблюдатель и пароход находятся в покое, воспринимаемый наблюдателем звук соответствует частоте 420 *гц*. Когда пароход движется по направлению к наблюдателю, частота воспринимаемого звука равна 430 *гц*. При движении парохода в направлении от наблюдателя частота равна 415 *гц*. Определить скорость парохода в первом и во втором случаях, если скорость звука при условиях опыта равна 338 *м/сек*.

13.29. Ружейная пуля летит со скоростью 200 *м/сек*. Найти, во сколько раз изменится высота тона для неподвижного наблюдателя, мимо которого пролетает пуля. Скорость звука принять равной 333 *м/сек*.

13.30. Два поезда идут навстречу друг другу. Какова должна быть их скорость, чтобы высота свистка одного из них, слышимого на другом, изменялась на целый тон. (Целый тон соответствует отношению $\frac{9}{8}$ *кол/сек*.) Скорость звука принять равной 335 *м/сек*.

13.31. Летучая мышь летит перпендикулярно к стене со скоростью $v = 6{,}0$ *м/сек*, издавая ультразвук частотой $\nu = 4{,}5 \cdot 10^4$ *гц*. Звук каких двух частот слышит мышь?

13.32. Какую длину должна иметь стальная струна радиусом 0,05 *см*, чтобы от натяжения в 100 *кГ* она издавала тон соответствующий 32 *кол/сек*? Плотность материала струны 7800 *кг/м*^{3}.

13.33. С какой силой надо натянуть стальную струну длиной 20 *см* и диаметром 0,2 *мм*, чтобы она издавала ноту *la* (частота 435 *гц*). Плотность стали 7800 *кг/м*^{3}.

13.34. Зная, что предел прочности для стали равен 80 *кГ/мм*^{2}, найти наибольшую частоту, на которую можно настроить струну длиной в 1 *м*.

13.35. Струна, натянутая с силой в 15 *кГ*, дает с камертоном 8 биений в секунду. После того как эту струну натянули с силой в 16 *кГ*, она стала настроена с камертоном в унисон. Найти число колебаний камертона.

13.36. Камертон предыдущей задачи дает с другим камертоном 10 биений за 5 *сек*. Найти частоту колебаний второго камертона.

13.37. Найти скорость звуковой волны, распространяющейся вдоль стальной проволоки, натянутой с силой $F = 44$ *н*. Длина проволоки $l = 15$ *м* и вес ее $P = 0{,}03$ *кГ*.

13.38. Найти частоту основного тона: 1) открытой трубы, 2) закрытой трубы.

13.39. Закрытая труба издает основной тон *do*, соответствующий 130,5 *гц*. Трубу открыли. Какой основной тон она издает теперь? Какова длина трубы? Скорость звука в воздухе принять равной 340 *м/сек*.

§ 14. Электромагнитные колебания и волны

Период T электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости C, индуктивности L и сопротивления R, определяется формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \tag{1}$$

Если сопротивление контура настолько мало́, что

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 \ll \frac{1}{LC},$$

то период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{1a}$$

Если сопротивление контура R не равно нулю, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временем по закону

$$U = U_0 e^{-\delta\cdot t}\cos\omega t, \tag{2}$$

если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшей разности потенциалов на обкладках конденсатора. В уравнении (2) $\delta = \frac{R}{2L}$ — коэффициент затухания. Величина $\varkappa = \delta\cdot T$ называется логарифмическим декрементом затухания.

Если $\delta = 0$, то колебания будут незатухающими и при этом вместо формулы (2) будем иметь

$$U = U_0\cos\omega t. \tag{3}$$

Если же время отсчитывать от момента, когда разность потенциалов на обкладках коденсатора равна нулю, то формула (3) примет вид:

$$U = U_0\sin\omega t.$$

Закон Ома переменного тока имеет вид:

$$I_{эф}=\frac{U_{эф}}{Z},$$

где $I_{эф}$ и $U_{эф}$ — эффективные значения силы тока и напряжения, связанные с их амплитудными значениями I_0 и U_0 соотношениями:

$$I_{эф}=\frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U_{эф}=\frac{U_0}{\sqrt{2}},$$

Z — полное сопротивление цепи. Если цепь содержит активное сопротивление R, емкость C и индуктивность L, соединенные последовательно, то

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

При этом сдвиг фаз между напряжением и силой тока определяется формулой

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Формулы для полного сопротивления цепи Z и сдвига фаз φ для различных случаев включения R, C и L даны в таблице на стр. 403.

Катушка, обладающая активным сопротивлением R и индуктивностью L, в цепи переменного тока соответствует последовательно включенным R и L. Конденсатор с утечкой, т. е. конденсатор, обладающий емкостью C и активным сопротивлением R, соответствует параллельно включенным R и C.

Мощность тока

$$P=I_{эф}U_{эф}\cos\varphi.$$

14.1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 800 $СГС_C$ и катушки, индуктивность которой равна $2\cdot10^{-3}$ *гн*. На какую длину волны настроен контур? Сопротивлением контура пренебречь.

14.2. На какой диапазон волн можно настроить колебательный контур, если индуктивность равна $2\cdot10^{-3}$ *гн*, а емкость может меняться от 62 до 480 $СГС_C$? Сопротивление контура ничтожно мало́.

14.3. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости в 2 *мкф* получить звуковую частоту 1000 *сек*$^{-1}$? Сопротивлением контура пренебречь.

14.4. Катушка, индуктивность которой $L = 3 \cdot 10^{-5}$ *гн*, присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 100$ *см*^{2} и расстоянием между ними $d = 0,1$ *мм*. Чему равна диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур резонирует на волну длиной 750 *м*?

14.5. Колебательный контур состоит из емкости в 0,025 *мкф* и катушки, индуктивность которой 1,015 *гн*. Омическим сопротивлением цепи пренебрегаем. Конденсатор заряжен количеством электричества $2,5 \cdot 10^{-6}$ *к*. 1) Написать для данного колебательного контура уравнение изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора и силы тока в цепи в зависимости от времени. 2) Найти значения разности потенциалов на обкладках конденсатора и силы тока в цепи в моменты времени, равные $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{4}$ и $\frac{T}{2}$ *сек*. 3) Построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

14.6. Для колебательного контура предыдущей задачи: 1) написать уравнение изменения со временем энергии электрического поля, энергии магнитного поля и полной энергии; 2) найти значение энергии электрического поля, энергии магнитного поля и полной энергии в моменты времени, равные $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{4}$ и $\frac{T}{2}$ *сек*; 3) построить графики этих зависимостей в пределах одного периода.

14.7. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде $U = 50 \cos 10^4 \pi t$ *в*. Емкость конденсатора равна $9 \cdot 10^{-7}$ *ф*. Найти: 1) период колебаний, 2) индуктивность контура, 3) закон изменения со временем силы тока в цепи, 4) длину волны, соответствующую этому контуру.

14.8. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре со временем дается в виде $I = -0,02 \sin 400 \pi t$ *а*. Индуктивность контура 1 *гн*. Найти: 1) период колебаний, 2) емкость контура, 3) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора, 4) максимальную энергию магнитного поля, 5) максимальную энергию электрического поля.

14.9. Чему равно отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $\frac{T}{8}$ *сек*?

14.10. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью в 7 *мкф* и катушки, индуктивность которой 0,23 *гн* и сопротивление 40 *ом*. Конденсатор заряжен количеством электричества $5{,}6 \cdot 10^{-4}$ *к*. Найти период колебаний контура. 2) Найти логарифмический декремент затухания колебаний. 3) Написать уравнение зависимости изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени. 4) Найти значения разности потенциалов в моменты времени, равные $\frac{T}{2}$, T, $\frac{3}{2}T$ и $2T$ *сек*. 5) Построить график $U = f(t)$ в пределах двух периодов.

14.11. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью в 0,2 *мкф* и катушки, индуктивность которой $5{,}07 \cdot 10^{-3}$ *гн*. 1) При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора через 10^{-3} *сек* колебаний уменьшится в три раза? 2) Чему при этом равно сопротивление контура?

14.12. Колебательный контур состоит из индуктивности в 10^{-2} *гн*, емкости в 0,405 *мкф* и сопротивления в 2 *ом*. Найти, во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода.

14.13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2{,}22 \cdot 10^{-9}$ *ф* и катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки диаметром $d = 0{,}5$ *мм*. Длина катушки $l = 20$ *см*. Найти логарифмический декремент затухания колебаний.

14.14. Колебательный контур имеет емкость $1{,}1 \cdot 10^{-9}$ *ф* и индуктивность $5 \cdot 10^{-3}$ *гн*. Логарифмический декремент затухания равен 0,005. За сколько времени потеряется вследствие затухания 99% энергии контура?

14.15. Колебательный контур состоит из конденсатора и длинной катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки с площадью поперечного сечения $S = 0{,}1$ *мм*^{2}. Длина катушки $l = 40$ *см*. Чему равна емкость конденсатора C, если ошибка, которую мы допускаем, вычисляя период колебаний контура по приближенной формуле $T = 2\pi\sqrt{LC}$, равна $\varepsilon = 1\%$?

Указание. Учесть, что ошибка $\varepsilon = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$, где T_1 — период колебаний, найденный по приближенной формуле и T_2 — период колебаний, найденный по точной формуле.

14.16. Катушка (без сердечника) длиной $l = 50$ *см* и площадью поперечного сечения $S = 10$ *см*^{2} включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ *гц*. Число витков катушки $N = 3000$. Найти активное сопротивление катушки, если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током равен 60°.

14.17. Обмотка катушки состоит из 500 витков медного провода площадью поперечного сечения в 1 *мм*^{2}. Длина катушки 50 *см* и ее диаметр 5 *см*. При какой частоте переменного тока полное сопротивление этой катушки вдвое больше ее активного сопротивления?

14.18. Два конденсатора емкостью $C_1 = 0{,}2$ *мкф* и $C_2 = 0{,}1$ *мкф* включены последовательно в цепь переменного тока напряжением 220 *в* и частотой 50 *гц*. Найти: 1) силу тока в цепи, 2) падение напряжения на первом и втором конденсаторах.

14.19. Катушка длиною $l = 25$ *см* и радиусом $r = 2$ *см* имеет обмотку из 1000 витков медного провода площадью поперечного сечения $S = 1$ *мм*^{2}. Катушка включена в цепь переменного тока частотою 50 гц. Какую часть полного сопротивления катушки составляет: 1) активное сопротивление и 2) индуктивное сопротивление?

14.20. Конденсатор емкостью в 20 *мкф* и реостат, активное сопротивление которого равно 150 *ом*, включены последовательно в цепь переменного тока частотой 50 *гц*. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на конденсаторе и 2) на реостате?

14.21. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением 440 *в* и частотой 50 *гц*. Какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток в 0,5 *а* и падение напряжения на лампочке было равно 110 *в*?

14.22. Катушка с активным сопротивлением 10 *ом* и индуктивностью L включена в цепь переменного тока, напряжением 127 *в* и частотой 50 *гц*. Найти индуктивность катушки, если известно, что катушка поглощает мощность 400 *вт* и сдвиг фаз между напряжением и током равен 60°.

14.23. Составить таблицу, дающую формулы для полного сопротивления цепи (Z) и сдвига фаз ($\operatorname{tg}\varphi$) между напряжением и током для различных случаев включения активного сопротивления R, емкости C и индуктивности L. Рассмотреть случаи: 1) R и C включены последовательно, 2) R и C включены параллельно, 3) R и L включены последовательно, 4) R и L включены параллельно и 5) R, L и C включены последовательно.

14.24. Конденсатор емкостью в 1 *мкф* и реостат с активным сопротивлением в 3000 *ом* включены в цепь переменного тока частотой 50 *гц*. Индуктивность реостата ничтожно мала. Найти полное сопротивление цепи, если конденсатор и реостат включены: 1) последовательно и 2) параллельно.

14.25. В цепь переменного тока напряжением 220 *в* и частотой 50 *гц* включены последовательно емкость 35,4 *мкф*, активное сопротивление 100 *ом* и индуктивность 0,7 *гн*. Найти силу тока в цепи и падение напряжения на емкости, омическом сопротивлении и индуктивности.

14.26. Индуктивность $L = 2{,}26 \cdot 10^{-2}$ *гн* и активное сопротивление R включены параллельно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ *гц*. Найти величину R, если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током равен 60°.

14.27. Активное сопротивление R и индуктивность L соединены параллельно и включены в цепь переменного тока, напряжением 127 *в* и частотой 50 *гц*. Найти активное сопротивление R и индуктивность L, если известно, что мощность, поглощаемая в этой цепи, равна 404 *вт* и сдвиг фаз между напряжением и током равен 60°.

14.28. В цепь переменного тока напряжением 220 *в* включены последовательно емкость C, активное сопротивление R и индуктивность L. Найти падение напряжения U_R на омическом сопротивлении, если известно, что падение напряжения на конденсаторе $U_C = 2U_R$ и падение напряжения на индуктивности $U_L = 3U_R$.

ГЛАВА V

ОПТИКА

Световые единицы

В табл. 17 в соответствии с ГОСТом 7932-56 приведены основные и некоторые производные единицы, предназначенные для световых измерений в СИ-системе.

Таблица 17

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
Основные единицы		
Длина	метр	*м*
Время	секунда	*сек*
Сила света	свеча	*св*
Производные единицы		
Световой поток	люмен	*лм*
Светность (светимость)	люмен на квадратный метр	*лм*/*м*^{2}
Яркость	нит (свеча на квадратный метр)	*нт* (*св*/*м*^{2})
Световая энергия	люмен-секунда	*лм·сек*
Освещенность	люкс	*лк*
Количество освещения	люкс-секунда	*лк·сек*

За единицу светового потока в этой системе принят люмен (*лм*) — световой поток, испускаемый внутри телесного угла в один стерадиан точечным источником света силой в одну свечу. Таким образом, 1 *лм* = 1 *св*·1 *стер*.

Освещенность измеряется в люксах. Один люкс — освещенность площадки в один квадратный метр равномерно распределенным световым потоком в один люмен. Таким образом, 1 *лк* = 1 *лм/м*^{2}.

Светность, или светимость, источника света измеряется в люменах на квадратный метр. 1 *лм/м*^{2} — светимость, соответствующая световому потоку в 1 *лм*, излучаемому площадкой в 1 *м*^{2}.

Единицей яркости служит нит (*нт*) — яркость равномерно светящейся плоской поверхности, дающей в нормальном к ней направлении силу света в одну свечу с площади в один квадратный метр. Таким образом, 1 *нт* = 1 *св/м*^{2}.

Примеры решения задач

Задача 1. Спираль электрической лампочки силой света в 1000 *св* заключена в матовую сферическую колбу диаметром 20 *см*. Найти: 1) световой поток, излучаемый этим источником света, 2) светимость и яркость этого источника света, 3) освещенность, светимость и яркость экрана, на который падает 10% светового потока, излучаемого этим источником света. Коэффициент отражения света поверхностью экрана $\rho = 0{,}8$. Площадь экрана равна 0,25 *м*^{2}. Считать, что поверхность экрана рассеивает свет по закону Ламберта.

Решение. 1) Световой поток Φ, излучаемый во все стороны источником света, связан с силой света I этого источника соотношением

$$\Phi = 4\pi I.$$

У нас $I = 10^3$ *св*, следовательно, $\Phi = 1{,}26\cdot 10^4$ *лм*.

2) Светимость источника света

$$R = \frac{\Phi}{S} = \frac{4\pi I}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2},$$

где r — радиус сферической колбы. Подставляя числовые данные, найдем

$$R = \frac{1000}{(0{,}1)^2} = 10^5 \text{ лм/м}^2.$$

Яркость источника света $B = \frac{I}{\Delta S'}$, где $\Delta S'$ — видимая площадка светящейся поверхности. У нас $\Delta S' = \pi r^2$, где r — радиус колбы, тогда

$$B = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1000}{\pi\,(0{,}1)^2} = 3{,}18\cdot 10^4 \text{ нт}.$$

3) По условию на экран падает световой поток $\Phi_1 = 0{,}1\Phi = 1{,}26 \cdot 10^3$ *лм*. Тогда освещенность экрана

$$E = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{1{,}26 \cdot 10^3}{0{,}25} \text{ лм/м}^2 \cong 5 \cdot 10^3 \text{ лк.}$$

Светимость экрана

$$R = \rho \frac{\Phi_1}{S_1} = \rho E = 0{,}8 \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2 = 4 \cdot 10^3 \text{ лм/м}^2.$$

Яркость экрана

$$B = \frac{R}{\pi} = 1{,}3 \cdot 10^3 \text{ нт.}$$

Задача 2. Абсолютно черное тело поддерживается при постоянной температуре в 1000° К. Поверхность тела равна 250 *см*^{2}. Найти мощность излучения этого тела.

Решение. По закону Стефана — Больцмана энергия, излучаемая в 1 *сек* единицей поверхности абсолютно черного тела, равна

$$E = \sigma T^4,$$

а вся излучаемая энергия

$$W = S\tau E = S\tau\sigma T^4,$$

где S — поверхность абсолютно черного тела, τ — время излучения, σ — постоянная Стефана — Больцмана и T — температура тела в градусах Кельвина. Мощность излучения

$$P = \frac{W}{\tau} = S\sigma T^4.$$

У нас $S = 250$ *см*$^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ *м*^{2}, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *вт/м*^{2}*·град*^{4} и $T = 1000°$ К. Подставляя эти данные, получим $P = 1{,}42 \cdot 10^3$ *вт* $= 1{,}42$ *квт*.

§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия

Для сферического зеркала оптическая сила D определяется формулой

$$\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right) = \frac{2}{R} = \frac{1}{F} = D,$$

где a_1 и a_2 — расстояния предмета и изображения от зеркала, R — радиус кривизны зеркала и F — его фокусное расстояние.

Расстояния, отсчитываемые от зеркала по лучу, берутся положительными, а против луча — отрицательными. Если F выражено в метрах, то D выразится в диоптриях.

При переходе луча из одной среды в другую имеет место закон *преломления света*

$$\frac{\sin i}{\sin r}=n=\frac{v_1}{v_2},$$

где i — угол падения, r — угол преломления, n — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 и v_2 — скорости распространения света в первой и во второй средах.

Для тонкой линзы оптическая сила D определяется формулой

$$-\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{F}=D,$$

где a_1 и a_2 — расстояние предмета и изображения от линзы, n — относительный показатель преломления материала линзы, R_1 и R_2 — радиусы кривизны линзы. Правило знаков для линз такое же, как и для зеркал. Оптическая сила двух тонких линз, сложенных вместе, равна

$$D=D_1+D_2,$$

где D_1 и D_2 — оптические силы линз.

Поперечное увеличение в зеркалах и линзах определяется формулой

$$k=\frac{y'}{y}=\frac{a_2}{a_1},$$

где y — высота предмета и y' — высота изображения.

Увеличение, даваемое лупой,

$$k=\frac{L}{F},$$

где L — расстояние наилучшего зрения и F — главное фокусное расстояние лупы.

Увеличение, даваемое микроскопом,

$$k=LdD_1D_2,$$

где L — расстояние наилучшего зрения, d — расстояние между фокусами объектива и окуляра. D_1 и D_2 — оптические силы объектива и окуляра.

Увеличение телескопа

$$k = \frac{F_1}{F_2},$$

где F_1 — фокусное расстояние объектива и F_2 — фокусное расстояние окуляра.

Световым потоком Ф называется количество энергии, переносимое световыми волнами через какую-либо площадку в единицу времени,

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Сила света I численно равна величине светового потока, приходящегося на единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{dw}.$$

Освещенность E характеризуется величиной светового потока, приходящегося на единицу площади:

$$E = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Точечный источник силой света I создает на площадке, отстоящей от него на расстоянии r, освещенность

$$E = \frac{I\cos\alpha}{r^2},$$

где α — угол падения лучей.

Светимость R численно равна световому потоку, испускаемому единицей площади светящегося тела:

$$R = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Если светимость тела обусловлена его освещенностью, то $R = \rho E$, где ρ — коэффициент рассеяния (отражения). Для всех реальных тел $\rho < 1$.

Яркостью B светящейся поверхности называется величина, численно равная отношению силы света с элемента излучающей поверхности к площади проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения (т. е. к видимой поверхности элемента):

$$B = \frac{dI}{dS \cos\theta},$$

где θ — угол между нормалью к элементу поверхности и направлением наблюдения.

Если тело излучает по закону Ламберта, т. е. если яркость не зависит от направления, то светимость R и яркость B связаны соотношением

$$R = \pi B.$$

15.1. Горизонтальный луч света падает на вертикально расположенное зеркало. Зеркало поворачивается на угол α около вертикальной оси. На какой угол повернется отраженный луч?

15.2. Радиус кривизны вогнутого сферического зеркала 20 *см*. На расстоянии 30 *см* от зеркала поставлен предмет высотою 1 *см*. Найти положение и высоту изображения. Дать чертеж.

15.3. На каком расстоянии получится изображение предмета в выпуклом сферическом зеркале радиусом кривизны 40 *см*, если предмет помещен на расстоянии 30 *см* от зеркала? Какой величины получится изображение, если предмет имеет величину 2 *см*? Проверить вычисления, сделав чертеж на миллиметровой бумаге.

15.4. Выпуклое сферическое зеркало имеет радиус кривизны 60 *см*. На расстоянии 10 *см* от зеркала поставлен предмет высотой в 2 см. Найти положение и высоту изображения. Дать чертеж.

15.5. В вогнутом сферическом зеркале, радиус кривизны которого 40 *см*, хотят получить действительное изображение в 0,5 натуральной величины. Где нужно поставить предмет и где получится изображение?

15.6. Величина изображения предмета в вогнутом сферическом зеркале вдвое больше, чем величина самого предмета. Расстояние между предметом и изображением 15 *см*. Определить: 1) фокусное расстояние и 2) оптическую силу зеркала.

15.7. Перед вогнутым сферическим зеркалом на главной оптической оси перпендикулярно к ней на расстоянии $\frac{4}{3}F$

от вершины зеркала поставлена горящая свеча. Изображение свечи в вогнутом зеркале принимается на выпуклое зеркало с фокусным расстоянием $F_1 = 2F$. Расстояние между зеркалами равно $3F$ и их оси совпадают. Изображение свечи в первом зеркале играет роль мнимого предмета по отношению ко второму зеркалу и дает действительное изображение, расположенное между обоими зеркалами. Построить это изображение и вычислить общее линейное увеличение системы.

15.8. Где будет находиться и какой величины будет изображение Солнца, получаемое в сферическом рефлекторе, радиус кривизны которого равен 16 *м*? Необходимые данные взять из таблиц.

15.9. Если сферическое зеркало имеет значительное угловое отверстие α (рис. 62), то луч, идущий параллельно оптической оси и падающий на край зеркала, после отражения от него пересечет оптическую ось уже не в фокусе, а на некотором расстоянии AF от фокуса. Расстояние AF называется продольной аберрацией, расстояние FH — поперечной аберрацией. Вывести формулу, связывающую величины продольной и поперечной аберраций с величиной углового отверстия и радиусом сферического зеркала.

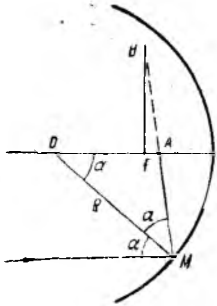


Рис. 62.

15.10. Вогнутое сферическое зеркало с диаметром отверстия в 40 *см* имеет радиус кривизны 60 *см*. Найти продольную и поперечную сферическую абберации краевых лучей, параллельных главной оси.

15.11. Имеется вогнутое сферическое зеркало с фокусным расстоянием в 20 *см*. На каком наибольшем расстоянии h от оптической оси должен находиться предмет, чтобы продольная сферическая аберрация составляла не больше 2% фокусного расстояния?

15.12. Луч света падает под углом 30° на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначальному лучу. Показатель преломления стекла 1,5. Какова толщина пластинки, если расстояние между лучами равно 1,94 *см*?

15.13. Стеклянная пластинка с плоскопараллельными поверхностями с нижней стороны посеребрена. Толщина пластинки 1 см, показатель преломления стекла 1,73. Луч падает на верхнюю поверхность пластинки под углом 60°, причем часть света отражается, а часть, преломляясь, проходит в стекло, отражается от нижней поверхности пластинки и, преломляясь вторично, выходит обратно в воздух параллельно первому отраженному лучу. Определить расстояние l между лучами.

15.14. Луч света падает под углом i на тело с показателем преломления n. Как должны быть связаны между собой i и n, чтобы отраженный луч был перпендикулярен к преломленному?

15.15. Показатели преломления стекла и воды для желтого света равны соответственно 1,52 и 1,33. Найти предельные углы полного внутреннего отражения для поверхностей раздела: 1) стекло — воздух, 2) вода — воздух, 3) стекло — вода.

15.16. В каком направлении пловец, нырнувший в воду, видит заходящее Солнце?

15.17. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча 42°23′. Чему равна скорость распространения света в скипидаре?

15.18. На стакан, наполненный водой, положена стеклянная пластинка. Под каким углом должен падать на пластинку луч света, чтобы от поверхности раздела воды со стеклом произошло полное внутреннее отражение? Показатель преломления стекла 1,5.

15.19. На дно сосуда, наполненного водой до высоты 10 *см*, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка таким образом, что ее центр находится над источником света. Какой наименьший радиус должна иметь эта пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды?

15.20. При падении белого света под углом в 45° на стеклянную пластинку углы преломления для лучей различных длин волн получились следующие:

λ, *ммк*	759	687	589	486	397
r	24°2′	23°57′	23°47′	23°27′	22°57′

Построить график зависимости показателя преломления материала пластинки от длины волны.

15.21. Показатели преломления некоторого сорта стекла для красного и фиолетового лучей равны соответственно 1,51 и 1,53. Найти предельные углы полного внутреннего отражения при падении этих лучей на границу стекло — воздух.

15.22. Что произойдет при падении белого луча под углом 41° на поверхность раздела стекло — воздух, если взять стекло предыдущей задачи? (Воспользоваться результатами решения предыдущей задачи.)

15.23. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы, преломляющий угол которой равен 40°. Показатель преломления материала призмы для этого луча 1,5. Найти отклонение луча по выходе из призмы от первоначального направления.

15.24. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы и выходит из нее отклоненным на 25°. Показатель преломления материала призмы для этого луча 1,7. Найти преломляющий угол призмы.

15.25. Преломляющий угол равнобедренной призмы равен 10°. Монохроматический луч падает на боковую грань под углом 10°. Найти угол отклонения луча от первоначального направления, если показатель преломления материала призмы 1,6.

15.26. Показатель преломления материала призмы для некоторого монохроматического луча равен 1,6. Каков должен быть наибольший угол падения этого луча на призму, чтобы при выходе луча из нее не наступило полное внутреннее отражение? Преломляющий угол призмы 45°.

15.27. Пучок света скользит вдоль боковой грани равнобедренной призмы. При каком предельном преломляющем угле призмы преломленные лучи претерпят полное внутреннее отражение на второй боковой грани? Показатель преломления материала призмы для этих лучей равен 1,6.

15.28. Монохроматический луч входит через грань прямоугольной равнобедренной призмы. Войдя в призму, луч претерпевает полное внутреннее отражение от грани гипотенузы и выходит через другой катет. Какой должен быть наименьший угол падения луча на призму, чтобы еще происходило полное внутреннее отражение, если показатель преломления материала призмы для этого луча 1,5,

15.29. Монохроматический луч падает на боковую поверхность равнобедренной призмы и после преломления идет в призме параллельно ее основанию. Выйдя из призмы, он оказывается отклоненным на угол δ от своего первоначального направления. Найти в этом случае связь между преломляющим углом призмы γ, отклонением луча δ и показателем преломления для этого луча n.

15.30. Луч белого света падает на боковую поверхность равнобедренной призмы под таким углом, что красный луч выходит из неё перпендикулярно ко второй грани. Найти отклонение красного и фиолетового лучей от первоначального направления, если преломляющий угол призмы равен 45°. Показатели преломления материала призмы для красного и фиолетового лучей соответственно 1,37 и 1,42.

15.31. Найти главное фокусное расстояние кварцевой линзы для ртутной линии ($\lambda = 259$ *ммк*), если фокусное расстояние для желтой линии натрия ($\lambda = 589$ *ммк*) равно 16 *см* и показатель преломления кварца для этих длин волн соответственно 1,504 и 1,458.

15.32. Найти фокусное расстояние следующих линз: 1) линза двояковыпуклая $R_1 = 15$ *см* и $R_2 = -25$ *см*; 2) линза плоско-выпуклая $R_1 = 15$ *см* и $R_2 = \infty$; 3) линза вогнуто-выпуклая (положительный мениск) $R_1 = 15$ *см* и $R_2 = 25$ *см*; 4) линза двояковогнутая $R_1 = -15$ *см* и $R_2 = 25$ *см*; 5) линза плоско-вогнутая $R_1 = \infty$, $R_2 = -15$ *см*; 6) линза выпукло-вогнутая (отрицательный мениск) $R_1 = 25$ *см*, $R_2 = 15$ *см*. Показатель преломления материала линзы $n = 1{,}5$.

15.33. Из двух стекол с показателями преломления 1,5 и 1,7 сделаны две одинаковые двояковыпуклые линзы. 1) Найти отношение их фокусных расстояний. 2) Какое действие каждая из этих линз произведет на луч, параллельный оптической оси, если погрузить линзы в прозрачную жидкость с показателем преломления 1,6?

15.34. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы равны $R_1 = R_2 = 50$ *см*. Показатель преломления материала линзы равен $n = 1{,}5$. Найти оптическую силу линзы.

15.35. В 15 *см* от двояковыпуклой линзы, оптическая сила которой равна 10 диоптрий, поставлен перпендикулярно к оптической оси предмет высотой в 2 *см*. Найти положение и высоту изображения. Построить чертеж.

15.36. Доказать, что в двояковыпуклой линзе с равными радиусами кривизны и с показателем преломления $n=1,5$ главные фокусы совпадают с центрами кривизны.

15.37. Линза с фокусным расстоянием 16 *см* дает резкое изображение предмета при двух положениях, расстояние между которыми 60 *см*. Найти расстояние от предмета до экрана.

15.38. Двояковыпуклая линза, ограниченная сферическими поверхностями одинакового радиуса кривизны в 12 *см*, поставлена на такое расстояние от предмета, что изображение на экране получилось в k раз больше предмета. Определить расстояние от предмета до экрана, если: 1) $k=1$; 2) $k=20$ и 3) $k=0,2$. Показатель преломления материала линзы 1,5.

15.39. Линза предыдущей задачи погружена в воду. Найти ее фокусное расстояние.

15.40. Решить предыдущую задачу при условии, что линза погружена в сероуглерод.

15.41. Найти фокусное расстояние линзы, погруженной в воду, если известно, что ее фокусное расстояние в воздухе равно 20 *см*. Показатель преломления стекла, из которого сделана линза, равен 1,6.

15.42. Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны 30 *см* и показателем преломления 1,5 дает изображение предмета с увеличением, равным 2. Найти расстояния предмета и изображения от линзы. Построить чертеж.

15.43. Найти продольную хроматическую аберрацию, двояковыпуклой линзы из флинтгласа с одинаковыми радиусами кривизны $|R_1|=|R_2|=8$ *см*. Показатели преломления флинтгласа для красного ($\lambda_1=7,6\cdot10^{-5}$ *см*) и фиолетового ($\lambda_2=4,3\cdot10^{-5}$ *см*) лучей равны соответственно 1,5 и 1,8.

15.44. На расстоянии 40 *см* перед линзой предыдущей задачи на оптической оси находится светящаяся точка. Найти положение изображения этой точки, если она испускает монохроматический свет с длиной волны: 1) $\lambda_1=7,6\cdot10^{-5}$ *см* и 2) $\lambda_2=4,3\cdot10^{-5}$ *см*.

15.45. В фокальной плоскости двояковыпуклой линзы расположено плоское зеркало. Предмет находится перед линзой между фокусом и двойным фокусным расстоянием. Построить изображение предмета.

15.46. Найти увеличение, даваемое лупой, фокусное расстояние которой равно 2 *см*: 1) для нормального глаза с расстоянием наилучщего зрения в 25 *см* и 2) для близорукого глаза с расстоянием наилучшего зрения в 15 *см.*

15.47. Чему должны быть равны радиусы кривизны поверхностей, ограничивающих лупу ($|R_1|=|R_2|$), чтобы она давала увеличение для нормального глаза $k=10$. Показатель преломления стекла, из которого сделана лупа, равен $n=1{,}5$.

15.48. Зрительная труба с фокусным расстоянием 50 *см* установлена на бесконечность. После того как окуляр трубы передвинули на некоторое расстояние, стали ясно видны предметы, удаленные от объектива на 50 *м.* На какое расстояние передвинули окуляр при наводке?

15.49. Микроскоп состоит из объектива с фокусным расстоянием 2 *мм* и окуляра с фокусным расстоянием 40 *мм.* Расстояние между фокусами объектива и окуляра равно 18 *см.* Найти увеличение, даваемое микроскопом.

15.50. С картины площадью 2×2 *м*² снимают фотографию фотоаппаратом, установленным от нее на расстоянии 4,5 *м.* Изображение получилось размером 5×5 *см*². Чему равно фокусное расстояние объектива аппарата? Расстояние от картины до объектива считать большим по сравнению с фокусным расстоянием.

15.51. Телескоп имеет объектив с фокусным расстоянием 150 *см* и окуляр с фокусным расстоянием 10 *см.* Под каким углом зрения видна полная Луна в этот телескоп, если невооруженным глазом она видна под углом $31'$?

15.52. При помощи двояковыпуклой линзы диаметром $D=9$ *см* и фокусным расстоянием $F=50$ *см* изображение Солнца проектируется на экран. 1) Какой величины получается изображение Солнца, если угловой диаметр Солнца равен $32'$? 2) Во сколько раз освещенность, создаваемая изображением Солнца, будет больше освещенности, вызываемой Солнцем непосредственно?

15.53. Свет от электрической лампочки в 200 *св* падает на рабочее место под углом 45°, его освещенность 141 *лк.* Найти: 1) на каком расстоянии от рабочего места находится лампочка, 2) на какой высоте от рабочего места она висит.

15.54. Лампа, подвешенная к потолку, дает в горизонтальном направлении силу света в 60 *св.* Какой световой поток падает на картину площадью 0,5 *м*², висящую вертикально на стене в 4 *м* от лампы, если на противоположной стене находится большое зеркало на расстоянии 2 *м* от лампы?

15.55. Большой чертеж фотографируют сначала целиком, затем отдельные его детали в натуральную величину. Во сколько раз надо увеличить время экспозиции при фотографировании деталей?

15.56. 21 марта, в день весеннего равноденствия, на Северной Земле Солнце стоит в полдень под углом 10° к горизонту. Во сколько раз освещенность площадки, поставленной вертикально, будет больше освещенности горизонтальной площадки?

15.57. В полдень во время весеннего и осеннего равноденствия Солнце стоит на экваторе в зените. Во сколько раз в это время освещенность поверхности Земли на экваторе больше освещенности поверхности Земли в Ленинграде? Широта Ленинграда 60°.

15.58. В центре квадратной комнаты размером 25 $м^2$ висит лампа. Считая лампу точечным источником света, найти, на какой высоте от пола должна находиться лампа, чтобы освещенность в углах комнаты была наибольшей.

15.59. Над центром круглого стола диаметром 2 *м* висит лампа, сила света которой 100 *св*. Считая лампу точечным источником света, вычислить изменение освещенности края стола при постепенном подъеме лампы в интервале $0{,}5 \leqslant h \leqslant 0{,}9$ *м* через 10 *см*. Построить график $E = f(h)$.

15.60. В центре круглого стола диаметром 1,2 *м* имеется настольная лампа из одной электрической лампочки на высоте 40 *см* от поверхности стола. Над центром стола на высоте 2 *м* от его поверхности висит люстра из четырех таких же лампочек. В каком случае получится бóльшая освещенность на краю стола (и во сколько раз): когда горит настольная лампа или когда горит люстра?

15.61. Предмет при фотографировании освещается электрической лампой, расположенной от него на расстоянии 2 *м*. Во сколько раз надо увеличить экспозицию, если эту же лампу отодвинуть на расстояние 3 *м* от предмета?

15.62. Найти освещенность на поверхности Земли, вызываемую нормально падающими солнечными лучами. Яркость Солнца равна $1{,}2 \cdot 10^9$ *нт*. Расстояние от Земли до Солнца принять равным $1{,}5 \cdot 10^8$ *км*, радиус Солнца $7 \cdot 10^5$ *км*.

15.63. Спираль электрической лампочки силой света в 100 *св* заключена в матовую сферическую колбу диаметром: 1) 5 *см* и 2) 10 *см*. Найти светимость и яркость лампы в обоих случаях. Потерей света в оболочке колбы пренебречь.

15.64. Лампа, в которой светящим телом служит накаленный шарик диаметром 3 *мм*, дает силу света в 85 *св*. Найти яркость этой лампы, если сферическая колба лампы: 1) из прозрачного стекла, 2) из матового стекла. Диаметр колбы равен 6 *см*.

15.65. Какую освещенность дает лампа предыдущей задачи на расстоянии 5 *м* при нормальном падении света?

15.66. На лист белой бумаги размером 20×30 *см*^{2} нормально к поверхности падает световой поток в 120 *лм*. Найти освещенность, светимость и яркость бумажного листа, если коэффициент рассеяния $\rho = 0{,}75$.

15.67. Какова должна быть освещенность листа бумаги в предыдущей задаче, чтобы его яркость была равна 10^4 *нт*?

15.68. Лист бумаги размером 10×30 *см*^{2} освещается светом от лампы силой в 100 *св*, причем на него падает 0,5% всего посылаемого лампой света. Найти освещенность этого листа бумаги.

15.69. Электрическая лампа в 100 *св* посылает во все стороны ежеминутно 122 *дж* световой энергии. Найти: 1) механический эквивалент света, 2) к. п. д. световой отдачи, если лампа потребляет мощность 100 *вт*.

§ 16. Волновая оптика

По принципу Допплера, частота ν' света, воспринимаемая регистрирующим прибором, связана с частотой ν, посылаемой источником света, соотношением

$$\nu' = \nu \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}, \tag{1}$$

где v — относительная скорость регистрирующего прибора и источника, c — скорость распространения света. Положительное значение v соответствует удалению источника света.

При $v \ll c$ формулу (1) приближенно можно представить в виде

$$\nu' \cong \nu \frac{1}{1+\frac{v}{c}}.$$

Расстояние между интерференционными полосами на экране, полученными от интерференции лучей двух когерентных источников света, равно

$$\Delta y = \frac{L}{d}\lambda,$$

где λ — длина волны света, L — расстояние от экрана до источников света, отстоящих друг от друга на расстоянии d; при этом $L \gg d$.

Результат интерференции света в тонких пластинках (в проходящем свете) определяется формулами:

усиление света

$$2hn\cos r = 2k\frac{\lambda}{2} \qquad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \tag{2}$$

ослабление света

$$2hn\cos r = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \tag{3}$$

где h — толщина пластинки, n — показатель преломления, r — угол преломления, λ — длина волны света.

В отраженном свете условие ослабления света дает формула (2), условие усиления — формула (3).

Радиусы светлых колец Ньютона (в проходящем свете) определяются формулой

$$r_к = \sqrt{kR\lambda} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots), \tag{4}$$

радиусы темных колец

$$r_к = \sqrt{(2k-1)\,R\frac{\lambda}{2}} \qquad (k=1,\ 2,\ \ldots), \tag{5}$$

где R — радиус кривизны линзы.

При наблюдении колец Ньютона в отраженном свете радиусы светлых колец определяются формулой (5) и радиусы темных — формулой (4).

Положение минимумов освещенности при дифракции от щели, на которую нормально падает пучок параллельных лучей, определяется условием

$$a \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

где a — ширина щели, φ — угол наблюдения и λ — длина волны падающего света. В промежутках между минимумами будут наблюдаться максимумы освещенности.

В дифракционной решетке максимумы света наблюдаются в направлениях, составляющих с нормалью к решетке угол φ, удовлетворяющий следующему соотношению (при условии, что свет падает на решетку нормально):

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \ldots),$$

где d — постоянная решетки, φ — угол наблюдения, λ — длина волны и k — порядок спектра.

Постоянная решетки $d = \frac{1}{N_0}$, где N_0 — число щелей решетки, приходящееся на единицу длины решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки определяется формулой

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где N — общее число щелей решетки, k — порядок спектра, λ и $\lambda + \Delta\lambda$ — длины волн двух близких спектральных линий, еще разрешаемых решеткой.

Угловой дисперсией дифракционной решетки называется величина

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Линейной дисперсией дифракционной решетки называется величина, численно равная

$$D_1 = FD,$$

где F — фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран.

При отражении естественного света от диэлектрического зеркала имеют место формулы Френеля:

$$I_\perp = 0{,}5 I_0 \left[\frac{\sin(i - r)}{\sin(i + r)} \right]^2$$

и

$$I_\parallel = 0{,}5 I_0 \left[\frac{\operatorname{tg}(i - r)}{\operatorname{tg}(i + r)} \right]^2,$$

где $I_\perp$ — интенсивность колебаний отраженного луча, совершающихся в направлении, перпендикулярном к плоскости падения света; $I_\parallel$ — интенсивность колебаний отраженного луча, совершающихся в направлении, параллельном плоскости падения света; I_0 — интенсивность падающего естественного света, i — угол падения и r — угол преломления.

Если $i+r=90°$, то $I_\parallel=0$. В этом случае угол падения i и показатель преломления n диэлектрического зеркала связаны соотношением $\operatorname{tg} i=n$ (закон Брюстера).

Интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор, равна (закон Малюса)

$$I=I_0\cos^2\varphi,$$

где φ — угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, I_0 — интенсивность света при $\varphi=0$.

16.1. При фотографировании спектра Солнца было найдено, что желтая спектральная линия ($\lambda=5890$ Å) в спектрах, полученных от левого и правого краев Солнца, была смещена на 0,08 Å. Определить линейную скорость вращения солнечного диска.

16.2. Какая разность потенциалов была приложена между электродами разрядной трубки, если при наблюдении вдоль пучка α-частиц максимальное допплеровское смещение $\Delta\lambda$ линии гелия ($\lambda=4922$ Å) получилось равным 8 Å?

16.3. При фотографировании спектра звезды ε Андромеды было найдено, что линия титана ($\lambda=4{,}954\cdot10^{-5}$ *см*) смещена к фиолетовому концу спектра на 1,7 Å. Как движется звезда относительно Земли?

16.4. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр ($\lambda=5\cdot10^{-5}$ *см*) заменить красным ($\lambda=6{,}5\cdot10^{-5}$ *см*)?

16.5. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны $\lambda=6\cdot10^{-5}$ *см*, расстояние между отверстиями 1 *мм* и расстояние от отверстий до экрана 3 *м*. Найти положение трех первых светлых полос.

16.6. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света было равно 0,5 *мм*, расстояние до экрана 5 *м*. В зеленом свете получились интерференционные полосы на расстоянии 5 *мм* друг от друга. Найти длину волны зеленого света.

16.7. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает на пластинку перпендикулярно. Показатель преломления пластинки 1,5. Длина волны $6 \cdot 10^{-7}$ *м*. Какова толщина пластинки?

16.8. В опыте Юнга стеклянная пластинка толщиной в 2 *см* помещается на пути одного из интерферирующих лучей перпендикулярно лучу. Насколько могут отличаться между собой значения показателя преломления в различных местах пластинки, чтобы изменение разности хода от этой неоднородности не превышало 1 *мк*?

16.9. На мыльную пленку ($n = 1{,}33$) падает белый свет под углом 45°. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет ($\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ *см*)?

16.10. Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин вследствие стекания жидкости. Наблюдая интерференционные полосы в отраженном свете зеленой линии ртутной дуги ($\lambda = 5461$ Å), находим, что расстояние между пятью полосами равно 2 *см*. Найти угол клина в секундах. Свет падает перпендикулярно к поверхности пленки. Показатель преломления мыльной воды 1,33.

16.11. Мыльная пленка, расположенная вертикально, наблюдается в отраженном свете через красное стекло($\lambda = 6{,}31 \cdot 10^{-5}$ *см*). Расстояние между соседними красными полосами при этом равно 3 *мм*. Затем эта же пленка наблюдается через синее стекло ($\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ *см*). Найти расстояние между соседними синими полосами. Считать, что за время измерений форма пленки не изменилась.

16.12. На стеклянный клин падает нормально пучок света ($\lambda = 5{,}82 \cdot 10^{-7}$ *м*). Угол клина равен 20″. Какое число темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла равен 1,5.

16.13. *Установка для получения колец Ньютона освещается* монохроматическим светом. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны соответственно 4,0 *мм* и 4,38 *мм*. Радиус кривизны линзы равен

6,4 *м*. Найти порядковые номера колец и длину волны падающего света.

16.14. Ньютоновы кольца образуются между плоским стеклом и линзой с радиусом кривизны 8,6 *м*. Монохроматический свет падает нормально. Измерениями установлено, что диаметр четвертого темного кольца (считая центральное темное пятно за нулевое) равен 9 *мм*. Найти длину волны падающего света.

16.15. Установка для получения колец Ньютона освещается белым светом, падающим нормально. Найти: 1) радиус четвертого синего кольца ($\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-5}$ *см*) и 2) радиус третьего красного кольца ($\lambda_2 = 6{,}3 \cdot 10^{-5}$ *см*). Наблюдение производится в проходящем свете. Радиус кривизны линзы равен 5 *м*.

16.16. Расстояние между пятым и двадцать пятым светлыми кольцами Ньютона равно 9 *мм*. Радиус кривизны линзы 15 *м*. Найти длину волны монохроматического света, падающего нормально на установку. Наблюдение проводится в отраженном свете.

16.17. Найти расстояние между третьим и шестнадцатым темными кольцами Ньютона, если расстояние между вторым и двадцатым темными кольцами равно 4,8 *мм*. Наблюдение проводится в отраженном свете.

16.18. Установка для получения колец Ньютона освещается светом от ртутной дуги, падающим нормально. Наблюдение производится в проходящем свете. Какое по порядку светлое кольцо, соответствующее линии $\lambda_1 = 5791$ Å, совпадает со следующим светлым кольцом, соответствующим линии $\lambda_2 = 5770$ Å?

16.19. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Определить показатель преломления жидкости, если радиус третьего светлого кольца получился равным 3,65 *мм*. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы 10 *м*. Длина волны света $5{,}89 \cdot 10^{-5}$ *см*.

16.20. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,6 *мк*, падающим нормально. Найти толщину воздушного слоя между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается четвертое темное кольцо в отраженном свете.

16.21. Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается монохроматическим светом

$\lambda = 500$ *ммк*, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью с показателем преломления $n = 1{,}5$. Найти толщину слоя жидкости между линзой и стеклянной пластинкой в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо.

16.22. Установка для наблюдения колец Ньютона в отраженном свете освещается монохроматическим светом, падающим нормально. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления жидкости.

16.23. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на 500 полос потребовалось переместить зеркало на расстояние 0,161 *мм*. Найти длину волны интерферирующего света?

16.24. Для измерения показателя преломления аммиака в одно из плечей интерферометра Майкельсона поместили цилиндрический сосуд с аммиаком длиной $l = 14$ *см*. Концы сосуда закрыты плоскопараллельными стеклами. При этом интерференционная картина для длины волны $\lambda = 0{,}59$ *мк* сместилась на 180 полос. Найти показатель преломления аммиака. Разность хода, вызванная плоскопараллельными стеклами, в приборе скомпенсирована.

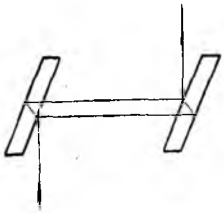


Рис. 63.

16.25. В интерферометре Жамена (рис. 63) луч света падает на первую пластинку под углом 45°. Если вторую пластинку повернуть так, что угол между пластинками изменится на 10′, то интерференционная картина смещается на 68 полос. Найти длину волны падающего света, если толщина пластинок интерферометра равна 1 *см*.

16.26. На пути одного из лучей интерферометра Жамена поместили трубку длиной 10 *см*, наполненную хлором. При этом интерференционная картина сместилась на 130 полос. Длина волны монохроматического света в этом опыте была равна $5{,}9 \cdot 10^{-5}$ *см*. Найти показатель преломления хлора.

16.27. Пучок белого света падает нормально на стеклянную пластинку, толщина которой $d = 0{,}4$ *мк*. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра (от $4\cdot10^{-4}$ *мм* до $7\cdot10^{-4}$ *мм*), усиливаются в отраженном пучке?

16.28. Найти площади зон Френеля. Показать, что с точностью до членов, содержащих λ^2, площади всех зон равны друг другу. Доказательство провести: 1) для случая плоской волны, 2) для случая сферической волны.

16.29. Вычислить радиусы первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника волн до волновой поверхности равно 1 *м*, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения также равно 1 *м* и $\lambda=5\cdot10^{-7}$ *м*.

16.30. Вычислить радиусы первых пяти зон Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно 1 *м*. Длина волны $\lambda=5\cdot10^{-7}$ *м*.

16.31. Экран AA находится на расстоянии l от монохроматического источника света ($\lambda=6\cdot10^{-5}$ *см*). Посредине между ними помещен круглый непрозрачный экран BB диаметром в 1 *см*. Чему равно расстояние l, если экран BB закрывает только центральную зону Френеля?

16.32. Экран AA находится на расстоянии 4 *м* от монохроматического источника света. Посредине между экраном и источником света помещён экран BB с круглым отверстием. При каком радиусе отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране AA, будет наиболее темным? Длина волны источника света $\lambda=5\cdot10^{-4}$ *мм*.

16.33. На экран BB с круглым отверстием падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda=6000$ Å). На экране AA наблюдается дифракционная картина. При каком наибольшем расстоянии между экранами BB и AA в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно? Диаметр отверстия равен 1,96 *мм*.

16.34. На щель, ширина которой 2 *мк*, падает нормально параллельный пучок монохроматического света длиной волны $\lambda=5890$ Å. Найти углы, по направлению которых будут наблюдаться минимумы света.

16.35. На щель шириной $2\cdot10^{-3}$ *см* падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda=5\cdot10^{-5}$ *см*. Найти ширину изображения щели на экране, удаленном от щели на $l=1$ *м*. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.

16.36. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Длина волны падающего света укладывается в ширине щели 6 раз. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум света?

16.37. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если, для того, чтобы увидеть красную линию ($\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ *м*) в спектре второго порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом 30° к оси коллиматора? Какое число штрихов нанесено на 1 *см* длины этой решетки? Свет падает на решетку нормально.

16.38. Сколько штрихов на 1 *мм* длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 5461$ Å) в спектре первого порядка наблюдается под углом 19°8′?

16.39. *На дифракционную решетку нормально падает пучок* света. Угол наклонения для натриевой линии ($\lambda = 5890$ Å) в спектре первого порядка был найден равным 17°8′. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол отклонения, равный 24°12′. Найти длину волны этой линии и число штрихов на 1 *мм* решетки.

16.40. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной водородом. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении $\varphi = 41°$ совпадали две линии: $\lambda_1 = 6563$ Å и $\lambda_2 = 4102$ Å?

16.41. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте гониометра на некоторый угол φ в поле зрения видна линия $\lambda = 4{,}4 \cdot 10^{-4}$ *мм* в спектре третьего порядка. Будут ли видны под этим углом φ какие-либо другие спектральные линии, соответствующие длинам волн, лежащим в пределах видимого спектра (от $4 \cdot 10^{-4}$ *мм* до $7 \cdot 10^{-4}$ *мм*)?

16.42. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda = 6{,}7 \cdot 10^{-5}$ *см*) спектра второго порядка?

16.43. На дифракционную решетку нормально падает свет от разрядной трубки, наполненной гелием. Сначала зрительная труба устанавливается на фиолетовые линии ($\lambda = 3{,}89 \cdot 10^{-5}$ *см*) по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали соответственно 27°33′ и 36°27′. После этого зрительная труба устанавливается на красные линии по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали соответственно 23°54′ и 40°6′. Найти длину волны красной линии спектра гелия.

16.44. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия $\lambda = 5890$ Å, если постоянная дифракционной решетки равна 2 *мк*.

16.45. Какую наибольшую длину волны можно наблюдать в спектре дифракционной решетки предыдущей задачи?

16.46. Каково должно быть наибольшее число штрихов на 1 *мм* дифракционной решетки, чтобы с ее помощью можно было наблюдать спектральную линию с длиной волны в 0,001 *см*?

16.47. Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом 20° к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия гелиевой трубки ($\lambda_1 = 668$ *ммк*). Чему равна постоянная дифракционной решетки, если обнаружено, что под тем же углом видна и синяя гелиевая линия ($\lambda_2 = 447$ *ммк*) более высокого порядка. Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи данной решетки, равен 5. Свет падает на решетку нормально.

16.48. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если эта решетка может разрешить в первом порядке линии спектра калия $\lambda_1 = 4044$ Å и $\lambda_2 = 4047$ Å? Ширина решетки 3 *см*.

16.49. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки шириной в 2,5 *см*, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия $\lambda_1 = 5890$ Å и $\lambda_2 = 5896$ Å?

16.50. Дифракционная решетка шириной в 2,5 *см* имеет постоянную, равную 2 *мк*. Какую разность длин волн может разрешить эта решетка в области желтых лучей ($\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ *см*) в спектре второго порядка?

16.51. Определить угловую дисперсию дифракционной решетки для $\lambda = 5890$ Å в спектре первого порядка. Постоянная решетки равна $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ *см*.

16.52. Найти угловую дисперсию дифракционной решетки, период которой равен $5 \cdot 10^{-4}$ *см*, для $\lambda = 668$ *ммк* в спектре первого порядка.

16.53. Найти линейную дисперсию (в *мм*/Å) дифракционной решетки предыдущей задачи, если фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно 40 *см*.

16.54. На каком расстоянии друг от друга будут находиться на экране две линии ртутной дуги ($\lambda_1 = 5770$ Å и $\lambda_2 = 5791$ Å) в спектре первого порядка, полученном при помощи дифракционной решетки с периодом $2 \cdot 10^{-4}$ *см*. Фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно 0,6 *м*.

16.55. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Красная линия ($\lambda = 6300$ Å) видна в спектре третьего порядка под углом $\varphi = 60°$. 1) Какая спектральная линия видна под этим же углом в спектре четвертого порядка? 2) Какое число штрихов на 1 *мм* длины имеет дифракционная решетка? 3) Чему равна угловая дисперсия этой решетки для линии $\lambda = 6300$ Å в спектре третьего порядка?

16.56. Для какой длины волны дифракционная решетка с постоянной $d = 5$ *мк* имеет угловую дисперсию $D = 6{,}3 \cdot 10^5$ *рад/м* в спектре третьего порядка?

16.57. Какое фокусное расстояние должна иметь линза, проектирующая на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки, чтобы расстояние между двумя линиями калия 4044 Å и 4047 Å в спектре первого порядка было равно 0,1 *мм*? Постоянная дифракционной решетки равна 2 *мк*.

16.58. Определить угол полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого равен 1,57.

16.59. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества равен 45°. Чему равен для этого вещества угол полной поляризации?

16.60. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы?

16.61. Чему равен показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления 30°?

16.62. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный ($n = 1{,}5$) сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом 42°37′. Найти: 1) показатель преломления жидкости, 2) под каким углом должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение,

16.63. Пучок плоскополяризованного света, длина волны которого в пустоте равна 589 *ммк*, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Найти длину волны обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и для необыкновенного лучей равны соответственно $n_o = 1{,}66$ и $n_e = 1{,}49$.

16.64. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшились в четыре раза? Поглощением света пренебречь.

16.65. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленный так, что угол между их главными плоскостями равен α. Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% интенсивности падающего на них света. Оказалось, что луч, вышедший из анализатора, имеет 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол α.

16.66. Определить коэффициент отражения естественного света, падающего на стекло ($n = 1{,}54$) под углом полной поляризации. Найти степень поляризации для лучей, прошедших в стекло. Поглощением света пренебречь.

16.67. Найти степень поляризации отраженных лучей в условиях предыдущей задачи.

16.68. Луч естественного света проходит сквозь плоскопараллельную стеклянную пластинку ($n = 1{,}54$), падая на нее под углом полной поляризации. Найти степень поляризации лучей, прошедших сквозь пластинку.

16.69. Определить: 1) коэффициент отражения и степень поляризации отраженных лучей при падении естественного света на стекло ($n = 1{,}5$) под углом 45°, 2) степень поляризации преломленных лучей.

§ 17. Элементы теории относительности

Длина l' тела, движущегося со скоростью v относительно некоторой системы отсчета, связана с длиной l_0 тела, неподвижного в этой системе, соотношением

$$l' = l_0 \sqrt{1 - \beta^2},$$

где $\beta = \frac{v}{c}$; c — скорость распространения света.

Промежуток времени $\Delta\tau'$ в системе, движущейся со скоростью v по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени $\Delta\tau_0$ в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

$$\Delta\tau' = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Зависимость массы m тела от скорости его движения дается уравнением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m_0 — масса покоя этого тела.

Зависимость кинетической энергии тела от скорости дается уравнением

$$W_\text{к} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Изменение массы системы на величину Δm соответствует изменению энергии системы на величину

$$\Delta W = c^2 \Delta m.$$

17.1. При какой относительной скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

17.2. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в два раза?

17.3. Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, имеющего скорость, равную 95% скорости света.

17.4. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы, если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 99% скорости света?

17.5. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95% скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует одной секунде „собственного времени“ мезона.

17.6. Насколько увеличится масса α-частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

17.7. Найти для электрона отношение его заряда к массе для следующих скоростей: 1) $v \ll c$, 2) $2 \cdot 10^{10}$ *см/сек*; 3) $2{,}2 \cdot 10^{10}$ *см/сек*; 4) $2{,}4 \cdot 10^{10}$ *см/сек*; 5) $2{,}6 \cdot 10^{10}$ *см/сек*; 6) $2{,}8 \cdot 10^{10}$ *см/сек*. Составить таблицу и начертить графики зависимостей m и $\frac{e}{m}$ от отношения $\frac{v}{c}$ для указанных скоростей.

17.8. При какой скорости масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя?

17.9. До какой энергии можно ускорить частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы не должно превышать 5%? Задачу решить для: 1) электронов, 2) протонов, 3) дейтонов.

17.10. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы его скорость составляла 95% скорости света?

17.11. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в два раза?

17.12. Найти скорость мезона, если его полная энергия в 10 раз больше энергии покоя.

17.13. Какую долю скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна ее энергии покоя?

17.14. Синхрофазотрон дает пучок протонов с кинетической энергией в 10 000 *Мэв*. Какую долю скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

17.15. Чему равно релятивистское сокращение размеров протона в условиях предыдущей задачи?

17.16. Электроны, вылетающие из циклотрона, обладают кинетической энергией 0,67 *Мэв*. Какую долю скорости света составляет скорость этих электронов?

17.17. Составить для электронов и протонов таблицу зависимости их кинетической энергии $W_к$ от скорости (в долях скорости света). Таблицу составить для следующих значений β: 1) 0,1; 2) 0,5; 3) 0,6; 4) 0,7; 5) 0,8; 6) 0,9; 7) 0,95 и 8) 0,999.

17.18. Масса движущегося электрона вдвое больше его массы покоя. Найти кинетическую энергию этого электрона.

17.19. Какому изменению массы соответствует изменение энергии на одну калорию?

17.20. Найти изменение энергии, соответствующее изменению массы на одну атомную единицу.

17.21. Найти изменение энергии, соответствующее изменению массы на величину массы покоя электрона.

17.22. Найти потерю массы, происходящую при образовании одного киломоля воды, если реакция образования воды такова:

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}75 \cdot 10^5 \text{ кдж}.$$

17.23. При делении ядра урана ${}_{92}U^{235}$ освобождается энергия, равная приблизительно 200 *Мэв*. Найти изменение массы при делении одного киломоля урана.

17.24. Солнце излучает ежеминутно энергию, равную $6{,}5 \cdot 10^{21}$ *квт-ч*. Считая излучение Солнца постоянным, найти за какое время масса Солнца уменьшится в два раза.

§ 18. Тепловое излучение

Суммарная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела, т. е. энергия, излучаемая в 1 *сек* единицей поверхности абсолютно черного тела, определяется формулой Стефана — Больцмана:

$$E = \sigma T^4,$$

где T — температура в градусах Кельвина и σ — постоянная Стефана — Больцмана, равная

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \text{ вт/м}^2 \cdot \text{град}^4.$$

Если излучаемое тело не является абсолютно черным, то $E' = k\sigma T^4$, где коэффициент k всегда меньше единицы. Суммарная лучеиспускательная способность E связана со спектральной лучеиспускательной способностью абсолютно черного тела e_λ соотношением

$$E = \int_0^\infty e_\lambda d\lambda.$$

По закону смещения Вина произведения абсолютной температуры абсолютно черного тела на длину волны, при которой лучеиспускательная способность этого тела максимальна, равна постоянной величине, т. е.

$$\lambda_m T = C_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \textit{ м} \cdot \textit{град}.$$

Максимальная спектральная лучеиспускательная способность черного тела возрастает пропорционально пятой степени абсолютной температуры (второй закон Вина)

$$(e_\lambda)_{\max} = C_2 T^5,$$

где

$$C_2 = 1{,}29 \cdot 10^{-5} \textit{ вт/м}^3 \cdot \textit{град}^5.$$

18.1. Найти температуру печи, если известно, что из отверстия в ней размером 6,1 *см*^{2} излучается в 1 *сек* 8,28 *кал*. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.2. Какое количество энергии излучает Солнце за 1 *мин*? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800° К. Остальные необходимые данные взять из таблиц.

18.3. Какое количество энергии излучает один квадратный сантиметр затвердевающего свинца в 1 *сек*? Отношение суммарной лучеиспускательной способности поверхности свинца к суммарной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела для этой температуры считать равным 0,6.

18.4. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 34 *квт*. Найти температуру этого тела, если известно, что поверхность его равна 0,6 *м*^{2}.

18.5. Раскаленная металлическая поверхность площадью в 10 *см*^{2} излучает в одну минуту $4 \cdot 10^4$ *дж*. Температура поверхности равна 2500° К. Найти: 1) каково было бы излучение этой поверхности, если бы она была абсолютно черной, 2) отношение суммарной лучеиспускательной способности этой поверхности к суммарной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при данной температуре.

18.6. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке равен 0,3 *мм*, длина спирали 5 *см*. При включении лампочки в цепь напряжением в 127 *в* через лампочку течет ток в 0,31 *а*. Найти температуру лампочки. Считать, что по установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется лучеиспусканием. Отношение суммарной лучеиспускательной способности вольфрама к суммарной лучеиспускательной способности абсолютно черного тела считать для этой температуры равным 0,31.

18.7. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке равна 2450° К. Отношение ее излучения к излучению абсолютно черного тела при данной температуре равно 0,3. Найти величину излучающей поверхности спирали.

18.8. Найти величину солнечной постоянной, т. е. количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем ежеминутно через площадку в 1 *см*^{2}, перпендикулярную к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, что и Земля. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800° К. Остальные необходимые данные взять из таблиц. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.9. Считая, что атмосфера поглощает 10% лучистой энергии, посылаемой Солнцем, найти мощность, получаемую от Солнца горизонтальным участком земли площадью в 0,5 *га*. Высота Солнца над горизонтом равна 30°. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.10. Зная величину солнечной постоянной для Земли (см. задачу 18.8), найти величину солнечной постоянной для Марса. Необходимые данные взять из таблиц.

18.11. Найти, какое количество энергии с одного квадратного сантиметра поверхности в одну секунду излучает абсолютно черное тело, если известно, что максимальная излучательная способность его приходится на длину волны в 4840 Å.

18.12. Мощность излучения абсолютно черного тела равна 10^5 *квт*. Найти величину излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум его излучательной способности, равна $7 \cdot 10^{-5}$ *см*.

18.13. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму излучательной способности, если в качестве источника света взяты: 1) спираль электрической лампочки ($T = 3000°$ К), 2) поверхность Солнца ($T = 6000°$ К) и 3) атомная бомба, имеющая в момент взрыва температуру около 10 млн. градусов. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

18.14. На рис. 64 дана кривая распределения лучеиспускательной способности абсолютно черного тела при некоторой температуре. К какой температуре относится эта кривая? По рис. 64 найти, какой процент излучаемой энергии приходится на долю видимого спектра при этой температуре.

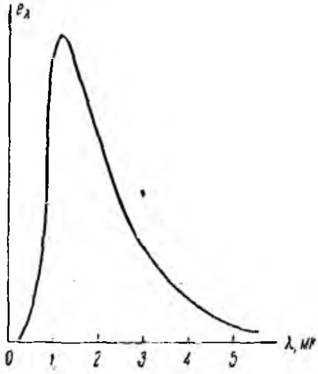


Рис. 64.

18.15. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, изменилась от 0,69 *мк* до 0,5 *мк*. Во сколько раз увеличилась при этом излучательная способность тела?

18.16. На какую длину волны приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела, т. е. $t = 37°$ C.

18.17. Температура абсолютно черного тела изменилась при нагревании от 1000° K до 3000° K. 1) Во сколько раз увеличилась при этом его суммарная лучеиспускательная способность? 2) Насколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум его лучеиспускательной способности? 3) Во сколько раз увеличилась его максимальная лучеиспускательная способность?

18.18. Абсолютно черное тело находится при температуре $T_1 = 2900°$ K. В результате остывания этого тела длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, изменилась на $\Delta\lambda = 9$ *мк*. До какой температуры T_2 охладилось тело?

18.19. Поверхность тела нагрета до температуры 1000° K. Затем одна половина этой поверхности нагревается на 100°, другая охлаждается на 100°. Во сколько раз изменится суммарная лучеиспускательная способность поверхности этого тела?

18.20. С какой скоростью надо подводить энергию к зачерненному металлическому шарику радиусом 2 *см*, чтобы поддерживать его температуру на 27° выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды равна 20° С. Считать, что тепло теряется только излучением.

18.21. Зачерненный шарик остывает от температуры 27° С до 20° С. Насколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму его лучеиспускательной способности?

18.22. 1) Найти, насколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения. 2) Считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится вдвое. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800° К, остальные необходимые данные взять из таблиц.

ГЛАВА VI
ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Единицы рентгеновского и гамма-излучений и радиоактивности

В табл. 18 в соответствии с ГОСТом 8848-58 приведены основные и наиболее часто применяемые производные единицы для измерений в области рентгеновского и гамма-излучений и радиоактивности.

Таблица 18

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение
Основные единицы		
Длина	метр	*м*
Масса	килограмм	*кг*
Время	секунда	*сек*
Сила тока	ампер	*а*
Производные единицы		
Доза рентгеновского и гамма-излучений	рентген	*р*
Мощность дозы	рентген в секунду	*р/сек*
Поглощенная доза излучения	рад	*рад*
Активность радиоактивного изотопа	кюри	*кюри*
Радиевый гамма-эквивалент препарата	миллиграмм-эквивалент радия	*мг-экв радия*
Интенсивность излучения	ватт на квадратный метр	*вт/м²*

Примечания: 1. Доза рентгеновского или гамма-излучений является мерой излучения, основанной на его ионизирующей способности.

2. Применение рентгена в качестве единицы дозы допускается для измерения излучений с энергией квантов до 3 *Мэв*.

3. Под поглощенной дозой излучения понимается энергия ионизирующего излучения, поглощенная единицей массы облучаемого вещества.

В табл. 19 даются определения единиц рентгеновского и гамма-излучений и радиоактивности.

Таблица 19

Единица измерения	Определение единицы
Рентген	Доза рентгеновского и гамма-излучений в воздухе, при которой сопряженная корпускулярная эмиссия на $1{,}293 \cdot 10^{-6}$ *кг* воздуха, производит в воздухе ионы, несущие заряд, равный 1 $СГС_q = 1/3 \cdot 10^9$ *к* каждого знака. Примечание. Число $1{,}293 \cdot 10^{-6}$ представляет значение массы в килограммах 1 *см*$^3 = 10^{-6}$ *м*^{3} атмосферного воздуха при температуре 0° С и давлении 760 *мм* рт. ст. $= 1{,}013 \times 10^5$ *н/м*^{2}.
Рад	Поглощенная доза излучения, равная 0,01 *дж* на килограмм облученного вещества.
Кюри	Активность препарата данного изотопа, в котором в одну секунду происходит $3{,}7 \cdot 10^{10}$ актов распада.
Миллиграмм-эквивалент радия	Гамма-эквивалент радиоактивного препарата, гамма-излучение которого при данной фильтрации, при тождественных условиях измерения, создает такую же мощность дозы, что и гамма-излучение одного миллиграмма радия государственного эталона радия СССР при платиновом фильтре толщиной 0,5 *мм*.

Примеры решения задач

Задача 1. Воздух, находящийся при нормальных условиях, облучается рентгеновскими лучами. Доза излучения равна одному рентгену. 1) Найти число пар ионов, образованных данным излучением в 1 *см*^{3} воздуха. 2) Принимая, что на образование одной пары ионов тратится энергия, равная $W_0 = 34$ *эв*, найти энергию, поглощенную одним граммом воздуха при этих условиях.

Решение. 1) По определению, образованные одним рентгеном в 1 $см^3$ воздуха ионы переносят заряд, равный $q = \frac{1}{3 \cdot 10^9}$ *к*. Так как заряд каждого иона равен $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, то отсюда искомое число пар ионов $N = \frac{q}{e} = \frac{1}{3 \cdot 10^9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}$ $см^{-3} = 2{,}08 \cdot 10^9$ $см^{-3}$.

2) Так как на образование одной пары ионов тратится энергия $W_0 = 34$ *эв*, то энергия, необходимая для образования N пар ионов, очевидно, будет равна $W = NW_0$. Далее, так как объем V и масса M воздуха связаны соотношением $M = V\rho$, где $\rho = \frac{p\mu}{RT}$ — плотность воздуха, то окончательно энергия, поглощенная массой M воздуха, будет равна $\frac{W}{M} = \frac{NW_0}{M} = \frac{NW_0RT}{Vp\mu}$. У нас $\frac{N}{V} = 2{,}08 \cdot 10^9$ $см^{-3} = 2{,}08 \cdot 10^{15}$ $м^{-3}$, $W_0 = 34$ *эв* $= 34 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *дж*; $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кг-моль·град*; $T = 0°$ C $= 273°$ K; $p = 760$ *мм* рт. ст. $= 1{,}013 \cdot 10^5$ $н/м^2$ и $\mu = 29$ *кг/кг-моль*. Подставляя эти данные, получим $\frac{W}{M} = 8{,}8 \cdot 10^{-3}$ *дж/кг*. Так как по определению 1 *рад* $= 0{,}01$ *дж/кг*, то найденный ответ можно представить в радах $\frac{W}{M} = 8{,}8 \cdot 10^{-3}$ *дж/кг* $= 0{,}88$ *рад*.

Задача 2. Искусственно полученный радиоактивный изотоп кальция с атомным весом $A = 45$ *кг/кг-атом* имеет период полураспада, равный 164 суткам. Найти активность 1 *мкг* этого препарата.

Решение. Количество атомов радиоактивного вещества ΔN, распадающихся за время Δt определяется формулой $|\Delta N| = \frac{\ln 2}{T} N\Delta t$, где T — период полураспада изотопа, N — число его атомов в данной массе. Число атомов N связано с массой M препарата соотношением $N = \frac{M}{A} N_0$, где N_0 — число Авогадро и A — атомный вес. По условию, $T = 164 \cdot 24 \cdot 3600$ *сек*, $M = 10^{-9}$ *кг*, $N_0 = 6{,}02 \cdot 10^{26} \frac{1}{кг\text{-}атом}$, $A = 45$ *кг/кг-атом*.

Подставляя эти данные, получим число распадов в одну секунду $\frac{\Delta N}{\Delta t}=\frac{0{,}693\cdot 10^{-6}\cdot 6{,}02\cdot 10^{26}}{164\cdot 24\cdot 3600\cdot 45}$ *сек*$^{-1}=6{,}53\cdot 10^{8}$ *сек*$^{-1}$. По определению, активности препарата в 1 *кюри* соответствует $3{,}7\cdot 10^{10}$ распадов в секунду. Следовательно, активность нашего препарата $x=\frac{6{,}53\cdot 10^{8}}{3{,}7\cdot 10^{10}}$ *кюри* $=1{,}77\cdot 10^{-2}$ *кюри* $=$ $=17{,}7$ *мкюри*.

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц

Энергия кванта света (фотона) определяется формулой

$$\varepsilon=h\nu,$$

где $h=6{,}625\cdot 10^{-34}$ *дж·сек* — постоянная Планка и ν — частота колебания.

Количество движения фотона

$$p_{\text{ф}}=\frac{h\nu}{c}$$

и масса фотона

$$m=\frac{h\nu}{c^2},$$

где c — скорость света в пустоте.

Связь между энергией фотона, вызывающего внешний фотоэффект, и максимальной кинетической энергией вылетающих электронов дается формулой Эйнштейна:

$$h\nu=A+\frac{mv^2}{2},$$

где A — работа выхода электрона из металла, m — масса электрона. Если $v=0$, то $h\nu_0=A$, где ν_0 — красная граница фотоэффекта.

Величина светового давления

$$p=\frac{E}{c}(1+\rho),$$

где E — количество энергии, падающей на единицу поверхности за единицу времени, ρ — коэффициент отражения света.

Изменение длины волны рентгеновых лучей при комптоновском рассеянии определяется формулой:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\varphi),$$

где φ — угол рассеяния и m — масса электрона.

Пучок элементарных частиц обладает свойством плоской волны, распространяющейся в направлении скорости частиц. Длина волны λ этого пучка связана со скоростью v частиц соотношением де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

где m — масса частицы.

19.1. Найти массу фотона: 1) красных лучей света ($\lambda = 7 \cdot 10^{-5}$ *см*), 2) рентгеновых лучей ($\lambda = 0{,}25$ Å) и 3) гамма-лучей ($\lambda = 1{,}24 \cdot 10^{-2}$ Å).

19.2. Определить энергию, массу и количество движения фотона, если соответствующая ему длина волны равна 0,016 Å.

19.3. Ртутная дуга имеет мощность 125 *вт*. Сколько квантов света испускается ежесекундно излучением каждой из спектральных линий: 1) 6123 Å, 2) 5791 Å, 3) 5461 Å, 4) 4047 Å, 5) 3655 Å и 6) 2537 Å? Интенсивность этих линий равна соответственно: 1) 2%, 2) 4%, 3) 4%, 4) 2,9%, 5) 2,5% и 6) 4% от интенсивности ртутной дуги. Считать, что 80% мощности идет на излучение.

19.4. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 5200$ Å?

19.5. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы количество его движения было равно количеству движения фотона с длиной волны $\lambda = 5200$ Å?

19.6. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы его масса была равна массе покоя электрона?

19.7. Количество движения, переносимое монохроматическим пучком фотонов через площадку $S = 2$ *см*^{2} за время $t = 0{,}5$ *мин* равно $p_ф = 3 \cdot 10^{-4}$ *г/см·сек*. Найти для этого пучка энергию, падающую на единицу площади за единицу времени.

19.8. При какой температуре кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 5{,}89 \cdot 10^{-4}$ *мм*?

19.9. Так как при высоких энергиях трудно осуществить условия для измерения доз рентгеновского и гамма-излучения в рентгенах, то ГОСТом 8848-58 допускается применение рентгена как единицы дозы для излучений с энергией квантов до 3 *Мэв.* Найти до какой предельной длины волны кванта можно употреблять единицу измерения — рентген.

19.10. Найти массу фотона, количество движения которого равно количеству движения молекулы водорода при температуре 20° С. Скорость молекулы считать равной средней квадратичной скорости.

19.11. В работе А. Г. Столетова „Актино-электрические исследования“ (1888 г.) впервые были установлены основные законы фотоэффекта. Один из результатов его опытов был сформулирован так: „Разряжающим действием обладают лучи самой высокой преломляемости, длина волны которых менее $295 \cdot 10^{-6}$ *мм.*“ Определить работу выхода электрона из металла, с которым работал А. Г. Столетов.

19.12. Найти красную границу фотоэффекта для лития, натрия, калия и цезия, если работа выхода электрона из этих металлов равна соответственно 2,4, 2,3, 2,0 и 1,9 *эв.*

19.13. Красная граница фотоэффекта для вольфрама равна 2750 Å. Чему равно минимальное значение энергии фотона, вызывающего фотоэффект?

19.14. Красная граница фотоэффекта для вольфрама равна 2750 Å. Найти: 1) работу выхода электрона из вольфрама, 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из вольфрама светом с длиной волны 1800 Å, 3) максимальную энергию этих электронов.

19.15. Красная граница фотоэффекта для калия равна $6{,}2 \cdot 10^{-5}$ *см.* Найти: 1) величину задерживающего потенциала для фотоэлектронов при освещении калия светом, длина волны которого равна 3300 Å; 2) работу выхода электрона из калия.

19.16. Найти частоту света, вырывающего с поверхности металла электроны, полностью задерживающиеся обратным потенциалом в 3 *в.* Фотоэффект у этого металла начинается при частоте падающего света в $6 \cdot 10^{14}$ *сек*$^{-1}$. Найти работу выхода электрона из этого металла.

19.17. При освещении платиновой поверхности излучением ртутной дуги длиной волны в 2040 Å величина задерживающего потенциала оказалась равной 0,8 *в*. Найти: 1) работу выхода электрона из платины, 2) максимальную длину волны, при которой еще возможен фотоэффект.

19.18. Кванты света с энергией $\varepsilon = 4{,}9$ *эв* вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода $A = 4{,}5$ *эв*. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете электрона.

19.19. Определить постоянную Планка h, если известно, что фотоэлектроны, вырываемые с поверхности некоторого металла светом с частотой $2{,}2 \cdot 10^{15}$ *сек*$^{-1}$, полностью задерживаются обратным потенциалом в 6,6 *в*, а вырываемые светом с частотой $4{,}6 \cdot 10^{15}$ *сек*$^{-1}$ — потенциалом в 16,5 *в*.

19.20. Вакуумный фотоэлемент состоит из центрального катода — вольфрамового шарика и анода — внутренней поверхности посеребренной изнутри колбы. Контактная разность потенциалов между электродами, численно равная $U_0 = 0{,}6$ *в*, ускоряет вылетающие электроны. Фотоэлемент освещается светом, длина волны которого $\lambda = 230$ *ммк*. Работа выхода электрона из вольфрама равна $A = 4{,}5$ *эв*. 1) Какую задерживающую разность потенциалов надо приложить между электродами, чтобы фототок упал до нуля? 2) Какую скорость получат фотоэлектроны, когда они долетят до анода, если не прикладывать между катодом и анодом внешней разности потенциалов?

19.21. Между электродами фотоэлемента предыдущей задачи приложена задерживающая разность потенциалов в 1 *в*. При каком предельном значении длины волны λ падающего на катод света начнется фотоэффект?

19.22. На рис. 65 показана часть прибора, с которым П. Н. Лебедев производил свои опыты по измерению давления света. Стеклянная крестовина, подвешенная на тонкой нити, заключена в откачанный сосуд и несет на концах два легких кружка из платиновой фольги. Один кружок зачернен, другой оставлен блестящим. Направляя свет на один из кружков и измеряя угол поворота нити (для зеркального отсчета служит зеркальце S), можно определить величину светового давления. Найти: 1) величину светового давления, 2) энергию, падающую от дуговой лампы за 1 *сек* на 1 *см*^{2} поверхности кружков, если при освещении блестящего кружка отклонение зайчика было равно 76 *мм* по шкале, удаленной от зеркальца на 1200 *мм*. Диаметр кружков 5 *мм*. Расстояние от центра кружка до оси вращения 9,2 *мм*. Коэффициент отражения света от блестящего кружка 0,5. Постоянная k момента кручения нити ($M = k\alpha$) равна $2{,}2 \cdot 10^{-4}$ *дн·см/рад*.

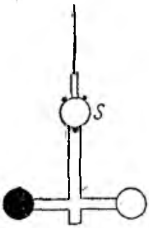


Рис. 65.

19.23. В одном из опытов П. Н. Лебедева при падении света на зачерненный кружок ($\rho = 0$) угол поворота нити был равен 10′. Найти: 1) величину светового давления, 2) мощность падающего света. Данные прибора взять из условия предыдущей задачи.

19.24. В одном из опытов П. Н. Лебедева мощность падающего на кружки монохроматического света ($\lambda = 5{,}6 \cdot 10^{-5}$ *см*) была равна 0,5 *дж/мин*. Найти: 1) число фотонов, падающих на 1 *см*^{2} поверхности крылышек за 1 *сек*, 2) импульс силы, сообщенный одному квадратному сантиметру поверхности кружков за 1 *сек*. Величину импульса найти для случаев: а) $\rho = 0$, б) $\rho = 0{,}5$ и в) $\rho = 1$. Данные прибора взять из условия задачи 19.22.

19.25. Русский астроном Ф. А. Бредихин объяснил форму кометных хвостов давлением солнечных лучей. Найти: 1) световое давление солнечных лучей на абсолютно черное тело, помещенное на таком же расстоянии от Солнца, что и Земля; 2) какой массы должна быть частица в кометном хвосте, помещенная на этом расстоянии, чтобы сила светового давления на нее уравновешивалась бы силой притяжения частицы Солнцем? Площадь частицы, отражающую все падающие на нее лучи, считать равной $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ *см*^{2}. Необходимые данные взять из таблиц. Величину солнечной постоянной считать равной 8,21 *дж/мин·см*^{2}.

19.26. Найти давление света на стенки электрической 100-ваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 *см*. Стенки лампы отражают 10% падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

19.27. На поверхность площадью 100 *см*^{2} ежеминутно падает 63 *дж* световой энергии. Найти величину светового давления в случаях, когда поверхность: 1) полностью отражает все лучи и 2) полностью поглощает все падающие на нее лучи.

19.28. Монохроматический пучок света ($\lambda = 4900$ Å), падая нормально на поверхность, производит давление на нее, равное $5 \cdot 10^{-7}$ *кГ/м*^{2}. Сколько квантов света падает ежесекундно на единицу площади этой поверхности? Коэффициент отражения света $\rho = 0{,}25$.

19.29. Рентгеновы лучи с длиной волны $\lambda_0 = 0{,}708$ Å испытывают комптоновское рассеяние на парафине. Найти длину волны рентгеновых лучей, рассеянных в направлении: 1) $\frac{\pi}{2}$, 2) π.

19.30. Какова была длина волны рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения графитом под углом 60° длина волны рассеянного излучения оказалась равной $2{,}54 \cdot 10^{-9}$ *см*?

19.31. Рентгеновы лучи с длиной волны $\lambda_0 = 0{,}2$ Å испытывают комптоновское рассеяние под углом 90°. Найти: 1) изменение длины волны рентгеновых лучей при рассеянии, 2) энергию электрона отдачи, 3) количество движения электрона отдачи.

19.32. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен $\frac{\pi}{2}$. Найти энергию и количество движения рассеянного фотона.

19.33. Энергия рентгеновых лучей равна 0,6 *Мэв*. Найти энергию электрона отдачи, если известно, что длина волны рентгеновых лучей после комптоновского рассеяния изменилась на 20%.

19.34. Найти длину волны де Бройля для электронов, прошедших разность потенциалов: 1) 1 *в* и 2) 100 *в*.

19.35. Решить предыдущую задачу для пучка протонов.

19.36. Найти длину волны: 1) электрона, летящего со скоростью 10^8 *см/сек*; 2) атома водорода, движущегося со скоростью, равной средней квадратичной скорости при температуре 300° K; 3) шарика массой в 1 *г*, движущегося со скоростью 1 *см/сек*.

19.37. Найти длину волны электрона, движущегося с кинетической энергией в 100 *эв*.

19.38. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 206 *в*, имеет длину волны де Бройля, равную 0,02 Å. Найти массу этой частицы, если известно, что заряд ее численно равен заряду электрона.

19.39. Найти выражение для длины волны де Бройля частиц при скоростях, соизмеримых со скоростью света. Составить таблицу значений величины λ в зависимости от скорости v для следующих скоростей: 1) $2 \cdot 10^8$ *м/сек*, 2) $2,2 \cdot 10^8$ *м/сек*, 3) $2,4 \cdot 10^8$ *м/сек*, 4) $2,6 \cdot 10^8$ *м/сек*, 5) $2,8 \cdot 10^8$ *м/сек*.

19.40. α-частица движется по окружности радиусом 0,83 *см* в однородном магнитном поле, напряженность которого равна 250 *э*. Найти длину волны де Бройля для этой α-частицы.

19.41. Найти длину волны атома водорода, движущегося при температуре 20° С с наиболее вероятной скоростью.

§ 20. Атом Бора. Рентгеновы лучи

Согласно первому постулату Бора, движение электрона вокруг ядра возможно только по определенным орбитам, радиусы которых удовлетворяют соотношению

$$mv_k r_k = k\frac{h}{2\pi},$$

где m — масса электрона, v_k — его скорость на k-й орбите, r_k — радиус этой орбиты, h — постоянная Планка и k — любое целое число — квантовое число. (Здесь мы ограничиваемся случаем круговых орбит.)

По второму постулату Бора, частота излучения, соответствующая переходу электрона с одной орбиты на другую, определяется формулой

$$h\nu = W_n - W_k,$$

где k и n — номера орбит ($n > k$), W_k и W_n — соответствующие им значения энергии электрона.

Формула, позволяющая найти частоты ν или длины волн λ, соответствующие линиям водородного спектра, имеет вид:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где k и n — номера орбит, c — скорость света в пустоте и R — постоянная Ридберга, равная

$$R = \frac{e^4 m}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1,097 \cdot 10^7 \ м^{-1}.$$

Здесь e — заряд электрона, m — его масса, h — постоянная Планка и ε_0 — электрическая постоянная. Формула, позволяющая найти частоты ν или длины волн λ для водородоподобных ионов:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = RcZ^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где Z — порядковый номер элемента.

При дифракции рентгеновых лучей имеет место уравнение Вульфа — Брегга

$$2d \sin\varphi = m\lambda \quad (m = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

где d — расстояние между атомными плоскостями кристалла и φ — угол между пучком рентгеновых лучей и поверхностью кристалла.

Коротковолновая граница ν_0 сплошного рентгеновского спектра может быть найдена из соотношения

$$h\nu_0 = eU,$$

где U — разность потенциалов, приложенная к рентгеновской трубке.

Длины волн рентгеновых характеристических лучей могут быть найдены по формуле Мозли

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = Rc\,(Z - b)^2\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где Z — порядковый номер элемента, из которого сделан антикатод, и b — „постоянная экранирования“. Последняя формула может быть переписана так:

$$\sqrt{\nu} = a\,(Z - b), \text{ где } a = \sqrt{Rc\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)}.$$

Интенсивность пучка рентгеновых лучей, прошедших сквозь пластинку толщиной x, определяется формулой

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

где I_0 — интенсивность пучка, падающего на пластинку и μ — линейный коэффициент поглощения. Коэффициент поглощения μ зависит от длины волны рентгеновых лучей и от плотности вещества. Массовый коэффициент поглощения $\mu_м$ связан с линейным коэффициентом μ соотношением $\mu_м = \frac{\mu}{\rho}$, где ρ — плотность материала.

Поглощение рентгеновых лучей различными веществами можно охарактеризовать так называемым „слоем половинного ослабления". т. е. толщиной пластинки, уменьшающей вдвое интенсивность падающих лучей.

20.1. Найти: 1) радиусы первых трех боровских элекронных орбит в атоме водорода, 2) скорость электрона на них.

20.2. Найти численное значение кинетической, потенциальной и полной энергии электрона на первой боровской орбите.

20.3. Вычислить энергию электрона, находящегося на n-й орбите атома водорода. Задачу решить для $n = 1$, 2, 3 и ∞.

20.4. Найти: 1) период обращения электрона на первой боровской орбите в атоме водорода; 2) его угловую скорость.

20.5. Найти наименьшую и наибольшую длину волны спектральных линий водорода в видимой области спектра.

20.6. 1) Найти наибольшую длину волны в ультрафиолетовой серии спектра водорода. 2) Какую наименьшую скорость должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами электронов появилась эта линия?

20.7. Определить потенциал ионизации атома водорода, найдя работу удаления электрона с первой боровской орбиты за пределы атома.

20.8. Определить первый потенциал возбуждения атома водорода.

20.9. 1) Какую наименьшую энергию (в электрон-вольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода? 2) Какую наименьшую скорость должны иметь эти электроны?

20.10. Какую энергию (в электрон-вольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только одну спектральную линию?

20.11. Какую наименьшую энергию (в электрон-вольтах) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел три спектральные линии? Найти длины волн этих линий.

20.12. В каких пределах должны лежать длины волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света наблюдались три спектральные линии?

20.13. Насколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 4860$ Å?

20.14. В каких пределах должны лежать длины волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус орбиты электрона увеличился в 9 раз?

20.15. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки равна $5 \cdot 10^{-4}$ *см*. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом 41°?

20.16. Найти длину волны де Бройля для электрона, движущегося по первой боровской орбите в атоме водорода.

20.17. Найти: 1) радиус первой боровской электронной орбиты для однократно ионизованного гелия, 2) скорость электрона на ней.

20.18. Найти первый потенциал возбуждения: 1) однократно ионизованного гелия, 2) двукратно ионизованного лития.

20.19. Найти потенциал ионизации: 1) однократно ионизованного гелия и 2) двукратно ионизованного лития.

20.20. Найти длину волны фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизованном атоме гелия.

20.21. Решить предыдущую задачу для двукратно ионизованного атома лития.

20.22. *D*-линия натрия излучается в результате такого перехода электрона с одной орбиты атома на другую, при котором энергия атома уменьшается на $3{,}37 \cdot 10^{-19}$ *дж*. Определить длину волны *D*-линии натрия.

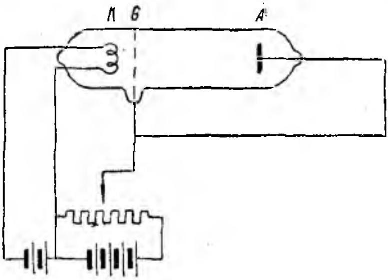


Рис. 66.

20.23. На рис. 66 изображена схема прибора для определения резонансного потенциала натрия. Трубка содержит пары натрия. Электроды *G* и *A* имеют одинаковый потенциал. При какой наименьшей ускоряющей разности потенциалов между катодом K и сеткой G наблюдается спектральная линия, длина волны которой равна 5890 Å?

20.24. Электрон, пройдя разность потенциалов 4,9 *в*, сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбужденное состояние. Какую длину волны имеет фотон, соответствующий обратному переходу атома в нормальное состояние?

20.25. На рис. 67 изображена экспериментальная установка для наблюдения дифракции рентгеновых лучей. При вращении кристалла C только тот луч будет отражаться на фотографическую пластинку B, длина волны которого удовлетворяет уравнению Вульфа — Брегга. При каком наименьшем угле между плоскостью кристалла и пучком рентгеновых лучей были отражены рентгеновы лучи с длиной волны в 0,2 Å? Постоянная решетки кристалла равна 3,03 Å.

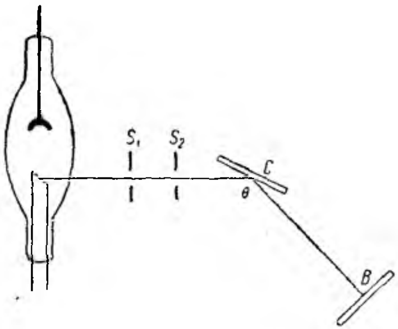


Рис. 67.

20.26. Найти постоянную решетки каменной соли, зная молекулярный вес каменной соли ($\mu = 58{,}5$ *кг/кг-моль*) и ее плотность ($\rho = 2{,}2$ *г/см*^{3}). Кристаллы каменной соли обладают простой кубической структурой.

20.27. При экспериментальном определении постоянной Планка h при помощи рентгеновых лучей кристалл устанавливается под некоторым углом θ, а разность потенциалов, приложенная к трубке, увеличивается до тех пор, пока не появится линия, соответствующая этому углу. Найти постоянную Планка из следующих данных: кристалл каменной соли был установлен под углом 14°; разность потенциалов, при которой впервые появилась линия, соответствующая этому углу, была равна 9100 *в*., постоянная решетки кристалла 2,81 Å.

20.28. К электродам рентгеновской трубки приложена разность потенциалов 60 *кв*. Наименьшая длина волны рентгеновых лучей, получаемых от этой трубки, равна 0,194 Å. Найти из этих данных постоянную Планка.

20.29. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра для случаев, когда к рентгеновской трубке приложена разность потенциалов: 1) 30 *кв*, 2) 40 *кв* и 3) 50 *кв*.

20.30. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 *кв* увеличивает искомую длину волны в 2 раза.

20.31. Длина волны одного из γ-лучей, испускаемых радием C, равна 0,016 Å. Какую разность потенциалов надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить рентгеновы лучи с этой длиной волны?

20.32. Какое наименьшее напряжение надо приложить к рентгеновской трубке, чтобы получить все линии K-серии, если в качестве материала антикатода взять: 1) медь, 2) серебро, 3) вольфрам и 4) платину?

20.33. Считая, что формула Мозли с достаточной степенью точности дает связь между частотой характеристических рентгеновых лучей и порядковым номером элемента, из которого сделан антикатод, найти наибольшую длину волны K-серии рентгеновых лучей, даваемых трубкой с антикатодом из: 1) железа, 2) меди, 3) молибдена, 4) серебра, 5) тантала, 6) вольфрама и 7) платины. Для K-серии постоянная экранирования равна единице.

20.34. Чему равна постоянная экранирования для вольфрама, если при переходе электрона в атоме вольфрама с M-слоя на L-слой испускаются рентгеновы лучи с длиной волны $\lambda = 1,43$ Å?

20.35. При переходе электрона в атоме с L-слоя на K-слой испускаются рентгеновы лучи с длиной волны 0,788 Å. Какой это атом?

20.36. Воздух, находящийся при нормальных условиях в некотором объеме V облучается рентгеновыми лучами. Доза излучения равна 4,5 *р*. Найти, какая доля атомов, находящихся в данном объеме, будет ионизована этим излучением?

20.37. Рентгеновская трубка создает на некотором расстоянии мощность дозы в 0,1 *р/сек*. Какое число пар ионов в одну секунду создает эта трубка в одном грамме воздуха на данном расстоянии? Воздух находится при нормальных условиях.

20.38. Воздух, находящийся при нормальных условиях в ионизационной камере объемом в 6 *см*^{3}, облучается рентгеновыми лучами. Мощность дозы рентгеновых лучей равна 0,48 *мр/ч*. Найти ионизационный ток насыщения.

20.39. Найти для алюминия толщину слоя половинного ослабления интенсивности рентгеновых лучей некоторой длины волны, если известно, что массовый коэффициент поглощения алюминия для этой длины волны равен 5,3 $м^2/кг$.

20.40. Во сколько раз уменьшится интенсивность рентгеновых лучей с длиной волны 0,2 Å при прохождении слоя железа толщиной 0,15 *мм*? Массовый коэффициент поглощения железа для этой длины волны равен 1,1 $м^2/кг$.

20.41. Найти толщину слоя половинного ослабления для железа в условиях предыдущей задачи.

20.42. В нижеследующей таблице приведены для некоторых материалов значения толщины слоя половинного ослабления интенсивности рентгеновых лучей, энергия которых равна 1 *Мэв*:

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
x, см	10,2	4,5	1,56	0,87

1) Найти линейный и массовый коэффициенты поглощения этих материалов для данной энергии рентгеновых лучей. 2) Указать, для какой длины волны рентгеновых лучей получены эти данные.

20.43. Сколько слоев половинного ослабления необходимо для уменьшения интенсивности рентгеновых лучей в 80 раз?

§ 21. Естественная радиоактивность

Количество атомов радиоактивного вещества, распадающихся за время dt, пропорционально количеству наличных атомов

$$dN = -\lambda N\,dt, \qquad (1)$$

где λ — постоянная радиоактивного распада. Интегрируя уравнение (1), получим

$$N = N_1 e^{-\lambda t}, \qquad (2)$$

где N_1 — число атомов, имевшихся в момент времени $t=0$, N — число их по истечении времени t.

Период полураспада T и постоянная распада λ связаны соотношением

$$T=\frac{\ln 2}{\lambda}. \tag{3}$$

Величина, обратная постоянной распада $\tau=\frac{1}{\lambda}$, называется средним временем жизни радиоактивного атома.

Если некоторое количество радиоактивного препарата A помещено в закрытый сосуд и при распаде вещества A образуется препарат B также радиоактивный, то количество вещества B в этом сосуде по истечении времени t определяется формулой

$$N_B=N_{1A}\frac{\lambda_A}{\lambda_B-\lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t}-e^{-\lambda_B t}\right). \tag{4}$$

Здесь N_{1A} — количество препарата A при $t=0$, λ_A и λ_B — постоянные распада препаратов A и B соответственно.

Удельная активность радиоактивного препарата определяется числом актов распада в одну секунду на единицу массы распадающего вещества.

21.1. Сколько атомов полония распадается за сутки из 1 млн. атомов?

21.2. Сколько атомов эманации радия (радона) распадается за сутки из 1 млн. атомов?

21.3. Найти число распадов за 1 *сек* в 1 *г* радия.

21.4. Найти массу радона, активность которого равна 1 *кюри*.

21.5. Найти количество полония $_{84}Po^{210}$, активность которого равна 1 *кюри*.

21.6. Найти постоянную распада радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за сутки на 18,2%.

21.7. Найти удельную активность: 1) урана $_{92}U^{235}$ и 2) радона $_{86}Rn^{222}$.

21.8. Ионизационные счетчики Гейгера — Мюллера имеют и в отсутствии радиоактивного препарата определенный „фон". Присутствие фона может быть вызвано космическим излучением или радиоактивными загрязнениями. Какому количеству радона соответствует фон, дающий один отброс счетчика за 5 *сек*?

21.9. При помощи ионизационного счетчика исследуется скорость распада некоторого радиоактивного препарата. В начальный момент времени счетчик дает 75 отбросов за 10 *сек*. Какое число отбросов за 10 *сек* даст счетчик по истечении времени $\frac{T}{2}$ *сек*?

21.10. Некоторый радиоактивный препарат имеет постоянную распада $\lambda = 1{,}44 \cdot 10^{-3}$ *ч*$^{-1}$. Через сколько времени распадается 75% первоначального количества атомов?

21.11. Природный уран представляет собой смесь трех изотопов: $_{92}U^{234}$, $_{92}U^{235}$, $_{92}U^{238}$. Содержание урана $_{92}U^{234}$ ничтожно (0,006%), на долю $_{92}U^{235}$ приходится 0,71%, а остальную массу (99,28%) составляет уран $_{92}U^{238}$. Периоды полураспада этих изотопов соответственно равны $2{,}5 \cdot 10^5$ лет, $7{,}1 \cdot 10^8$ лет и $4{,}5 \cdot 10^9$ лет. Вычислить процентную долю радиоактивности, вносимую каждым из изотопов в общую радиоактивность природного урана.

21.12. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, равна 4,78 *Мэв*. Найти: 1) скорость α-частицы, 2) полную энергию, выделяющуюся при вылете α-частицы.

21.13. Какое количество тепла выделяет 1 *кюри* радона: 1) в час и 2) за среднее время жизни? Кинетическая энергия вылетающей из радона α-частицы равна 5,5 *Мэв*.

21.14. 1 *г* урана $_{92}U^{238}$ в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность $1{,}07 \cdot 10^{-7}$ *вт*. Найти полное количество тепла, выделяемое одним грамм-атомом урана за среднюю продолжительность жизни атомов урана.

21.15. Чему равна активность радона, образовавшегося из одного грамма радия за один час?

21.16. В результате распада 1 *г* радия за год образовалось некоторое количество гелия, занимающего при нормальных условиях объем в 0,043 *см*^{3}. Найти из этих данных число Авогадро.

21.17. В закрытый сосуд (в ампулу) помещен препарат, содержащий 1,5 *г* радия. Какое количество радона накопится в этой ампуле по истечении времени $t = \frac{T}{2}$, где T — период полураспада радона.

Указание. Так как период полураспада радия гораздо больше периода полураспада радона, то формула (4) введения примет вид: $N_B = N_{1A}\frac{\lambda_A}{\lambda_B}(1 - e^{-\lambda_B t})$.

21.18. Некоторое количество радия помещено в замкнутый сосуд. 1) Через сколько времени количество атомов радона N в этом сосуде будет отличаться на 10% от того количества атомов радона N', которое соответствует радиоактивному равновесию радия с радоном в этом сосуде? 2) Построить кривую, дающую зависимость $\frac{N}{N'}$ от времени в интервале $0 \leqslant t \leqslant 6T$. На оси абсцисс за единицу времени принять период полураспада радона T.

21.19. Некоторое количество радона помещено в пустой сосуд. 1) Построить кривую зивисимости $\frac{N}{N'}$ от времени в интервале $0 \leqslant t \leqslant 20$ суток через 2 суток. Для радона $\lambda = 0,181$ суток$^{-1}$. 2) Из этой кривой $\frac{N}{N'} = f(t)$ найти период полураспада.

21.20. В нижеследующей таблице приведены результаты измерения зависимости активности a некоторого радиоактивного элемента от времени t:

t, *ч*	0	3	6	9	12	15
a, *мкюри*	21,6	12,6	7,6	4,2	2,4	1,8

Найти период полураспада этого элемента.

21.21. В ампулу помещен радон, активность которого равна 400 *мкюри*. Через сколько времени после наполнения ампулы, радон будет давать $2,22 \cdot 10^9$ распадов в секунду?

21.22. Так как свинец, содержащийся в урановой руде, является конечным продуктом распада уранового ряда, то из отношения количества урана в руде к количеству свинца в ней, можно определить возраст руды. Определить возраст урановой руды, если известно, что на 1 *кг* урана $_{92}U^{238}$ в этой руде приходится 320 *г* свинца $_{82}Pb^{206}$.

21.23. Зная периоды полураспада радия и урана, найти, сколько атомов урана приходится на один атом радия в природной урановой руде.

Указание. Учесть, что радиоактивность природного урана обусловлена в основном изотопом $_{92}U^{238}$.

21.24. Из какого наименьшего количества руды, содержащей 42% чистого урана, можно получить 1 *г* радия?

21.25. Концентрация радона в воздухе равна $2 \cdot 10^{-3}$ *мккюри/м*^{3}. Какую долю массы воздуха составляет радон? Воздух и радон находятся при нормальных условиях.

21.26. Концентрация радона в воздухе равна 10^{-3} *мккюри/м*^{3}. Какую долю объема воздуха составляет радон? Воздух и радон находятся при нормальных условиях.

21.27. α-частицы из препарата радия вылетают со скоростью $1{,}5 \cdot 10^4$ *км/сек* и ударяются о флуоресцирующий экран. Считая, что экран потребляет 0,25 *вт* на 1 *св*, найти силу света экрана, если на него падают все α-частицы, испускаемые 1 *мкг* радия.

21.28. Найти удельную активность искусственно полученного радиоактивного изотопа стронция $_{38}Sr^{90}$.

21.29. К 10 *мг* радиоактивного изотопа $_{20}Ca^{45}$ примешано 30 *мг* нерадиоактивного изотопа $_{20}Ca^{40}$. Насколько уменьшилась удельная активность препарата?

21.30. Какое количество радиоактивного изотопа $_{83}Bi^{210}$ надо добавить к 5 *мг* нерадиоактивного изотопа $_{83}Bi^{209}$, чтобы через 10 суток после этого отношение числа распавшихся атомов к числу нераспавшихся было равно 50%. Постоянная распада $_{83}Bi^{210}$ равна $\lambda = 0{,}14$ суток$^{-1}$.

21.31. Какой изотоп образуется из $_{90}Th^{232}$ после четырех α-распадов и двух β-распадов?

21.32. В какой элемент превращается $_{92}U^{238}$ после трех α- и двух β-распадов?

21.33. В какой элемент превращается $_{92}U^{239}$ после двух β-распадов и одного α-распада?

21.34. В какой элемент превращается радиоактивный изотоп $_3Li^8$ после одного β- и одного α-распада?

21.35. В какой элемент превращается радиоактивный изотоп сурьмы $_{51}Sb^{133}$ после четырех β-распадов?

21.36. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома полония $_{84}Po^{214}$ при радиоактивном распаде, равна 7,68 *Мэв*. Найти: 1) скорость α-частицы; 2) полную энергию, выделяющуюся при вылете α-частицы; 3) число пар ионов, образуемых α-частицей, принимая, что на образование одной пары ионов в воздухе требуется энергия $W_0=34$ *эв*; 4) ток насыщения в ионизационной камере ото всех α-частиц, испускаемых 1 *мккюри* полония.

§ 22. Ядерные реакции и искусственная радиоактивность

Энергия связи ядра любого изотопа определяется соотношением

$$\Delta W=c^2\cdot\Delta M,$$

где ΔM — разность между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра. Очевидно,

$$\Delta M=ZM_p+(M-Z)M_n-M_я, \tag{1}$$

где Z — порядковый номер изотопа, M — массовое число (целое число, ближайшее к атомному весу изотопа), M_p — масса протона, M_n — масса нейтрона и $M_я$ — масса ядра изотопа. Так как $M_я=M_A-Zm$, где M_A — масса изотопа и m — масса электрона, то уравнение (1) можно заменить следующим:

$$\Delta M=ZM_{_1H^1}+(M-Z)M_n-M_A, \tag{2}$$

где $M_{_1H^1}$ — масса изотопа водорода $_1H^1$ и M_A — масса данного изотопа.

Энергия, освобождающаяся или поглощенная при ядерной реакции, определяется соотношением

$$\Delta W=c^2\left(\sum M_1-\sum M_2\right), \tag{3}$$

где $\sum M_1$ — сумма масс частиц до реакции и $\sum M_2$ — сумма масс частиц после реакции.

Если $\sum M_1>\sum M_2$, то реакция идет с выделением энергии, если же $\sum M_1<\sum M_2$, то реакция идет с поглощением энергии. Отметим, что в формулу (3) так же, как и при вычислении энергии связи ядра, мы можем подставлять массу изотопов, а не ядер, так как поправка на массу электронов оболочки входит с разными знаками и поэтому исключается.

22.1. Найти число протонов и нейтронов, входящих в состав ядер трех изотопов магния: 1) $_{12}Mg^{24}$, 2) $_{12}Mg^{25}$ и 3) $_{12}Mg^{26}$.

22.2. Найти энергию связи ядра изотопа лития $_3Li^7$.

22.3. Найти энергию связи ядра атома гелия $_2He^4$.

22.4. Найти энергию связи ядра атома алюминия $_{13}Al^{27}$.

22.5. Найти энергию связи ядер: 1) $_1H^3$ и 2) $_2He^3$. Какое из этих ядер наиболее устойчиво?

22.6. Найти энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода $_8O^{16}$.

22.7. Найти энергию связи ядра дейтерия $_1H^2$.

22.8. Найти энергию W_0 связи, приходящуюся на один нуклон в ядрах: 1) $_3Li^7$, 2) $_7N^{14}$, 3) $_{13}Al^{27}$, 4) $_{20}Ca^{40}$, 5) $_{29}Cu^{63}$, 6) $_{48}Cd^{113}$, 7) $_{80}Hg^{200}$ и 8) $_{92}U^{238}$. Начертить зависимость $W_0 = f(M)$, где M — массовое число.

22.9. Найти энергию, освобождающуюся при ядерной реакции

$$_3Li^7 + {}_1H^1 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4.$$

22.10. Найти энергию, поглощенную при реакции

$$_7N^{14} + {}_2He^4 \rightarrow {}_1H^1 + {}_8O^{17}.$$

22.11. Найти энергию, выделяющуюся при ядерных реакциях:

1) $_1H^2 + {}_1H^2 \rightarrow {}_1H^1 + {}_1H^3$,
2) $_1H^2 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^3 + {}_0n^1$.

22.12. Найти энергию, выделяющуюся при следующих термоядерных реакциях:

1) $_1H^2 + {}_2He^3 \rightarrow {}_1H^1 + {}_2He^4$,
2) $_3Li^6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$,
3) $_3Li^6 + {}_1H^1 \rightarrow {}_2He^3 + {}_2He^4$.

22.13. Какое количество воды можно нагреть от 0° C до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при реакции $_3Li^7(p, \alpha)$, при полном разложении одного грамма лития?

22.14. Написать недостающие обозначения в следующих ядерных реакциях:

1) ${}_{13}Al^{27}(n,\ \alpha)\,x$; 4) ${}_{13}Al^{27}(\alpha,\ p)\,x$;
2) ${}_{9}F^{19}(p,\ x)\,{}_{8}O^{16}$; 5) ${}_{7}N^{14}(n,\ x)\,{}_{6}C^{14}$;
3) ${}_{25}Mn^{55}(x,\ n)\,{}_{26}Fe^{55}$; 6) $x\,(p,\ \alpha)\,{}_{11}Na^{22}$.

22.15. Найти энергию, выделяющуюся при реакции

$${}_{3}Li^{7}+{}_{1}H^{2}\rightarrow{}_{4}Be^{8}+{}_{0}n^{1}.$$

22.16. Найти энергию, выделяющуюся при реакции

$${}_{4}Be^{9}+{}_{1}H^{2}\rightarrow{}_{5}B^{10}+{}_{0}n^{1}.$$

22.17. При бомбардировке изотопа азота ${}_{7}N^{14}$ нейтронами получается изотоп углерода ${}_{6}C^{14}$, который оказывается β-радиоактивным. Написать уравнения обеих реакций.

22.18. При бомбардировке изотопа алюминия ${}_{13}Al^{27}$ α-частицами получается радиоактивный изотоп фосфора ${}_{15}P^{30}$, который затем распадается с выделением позитрона. 1) Написать уравнения обеих реакций. 2) Найти удельную активность полученного изотопа, если известно, что период его полураспада равен 130 *сек.*

22.19. При бомбардировке изотопа ${}_{11}Na^{23}$ дейтонами образуется β-радиоактивный изотоп ${}_{11}Na^{24}$. Счетчик β-частиц установлен вблизи препарата, содержащего радиоактивный ${}_{11}Na^{24}$. При первом измерении счетчик дал 170 отбросов за 1 *мин*, а через сутки — 56 отбросов в 1 *мин.* 1) Написать уравнения обеих реакций. 2) Найти период полураспада изотопа ${}_{11}Na^{24}$.

22.20. 1) Какая энергия выделится, если при реакции

$${}_{13}Al^{27}+{}_{2}He^{4}\rightarrow{}_{14}Si^{30}+{}_{1}H^{1}$$

подвергнуть превращению все ядра, находящиеся в 1 *г* алюминия? 2) Какую энергию надо затратить, чтобы осуществить это превращение, если известно, что при бомбардировке ядра алюминия α-частицами с энергией в 8 *Мэв* только одна α-частица из $2\cdot10^{6}$ частиц вызывает превращение.

22.21. При бомбардировке изотопа лития ${}_{3}Li^{6}$ дейтонами, образуются две α-частицы. При этом выделяется энергия, равная 22,3 *Мэв.* Зная массы дейтона и α-частицы, найти массу изотопа лития ${}_{3}Li^{6}$.

22.22. Принимая, что источником энергии солнечного излучения является энергия образования гелия из водорода по следующей циклической реакции:

$$
\begin{aligned}
&{}_6C^{12} + {}_1H^1 \rightarrow {}_7N^{13} \rightarrow {}_6C^{13} + {}_{+1}e^0,\\
&{}_6C^{13} + {}_1H^1 \rightarrow {}_7N^{14},\\
&{}_7N^{14} + {}_1H^1 \rightarrow {}_8O^{15} \rightarrow {}_7N^{15} + {}_{+1}e^0,\\
&{}_7N^{15} + {}_1H^1 \rightarrow {}_6C^{12} + {}_2He^4,
\end{aligned}
$$

подсчитать, сколько тонн водорода ежесекундно должно превращаться в гелий. Солнечная постоянная равна 1,96 *кал/см²·мин.* Расстояние от Земли до Солнца $1{,}5 \cdot 10^8$ *км.* Принимая, что, водород составляет 35% массы Солнца, подсчитать, на сколько лет хватит запаса водорода, если излучение Солнца считать неизменным.

22.23. Реакция разложения дейтона γ-лучами:

$$
{}_1H^2 + h\nu \rightarrow {}_1H^1 + {}_0n^1.
$$

Найти массу нейтрона по следующим данным: энергия γ-квантов равна 2,66 *Мэв*, а энергия вылетающих протонов, измеренная по производимой ими ионизации, оказалась равной 0,22 *Мэв.* Энергию нейтрона считать равной энергии протона. Массы дейтона и протона считать известными.

22.24. Написать недостающие обозначения в следующих ядерных реакциях, вызванных фотонами:

1) ${}_{13}Al^{27}(\gamma,\ x)\,{}_{12}Mg^{26}$; 3) ${}_{29}Cu^{63}(\gamma,\ x)\,{}_{29}Cu^{62}$;
2) ${}_{13}Al^{27}(\gamma,\ n)\,x$; 4) $x\,(\gamma,\ n)\,{}_{74}W^{181}$.

22.25. Выход реакции образования радиоактивных изотопов можно охарактеризовать двояко: либо числом k_1 — отношением числа происшедших актов ядерного превращения к числу бомбардирующих частиц, либо числом k_2 — отношением активности полученного продукта к числу частиц, бомбардирующих мишень. Найти, как связаны между собой величины k_1 и k_2.

22.6. Для реакции ${}_3Li^7\,(p,\ n)$ выход реакции соответствует 176 *мккюри/мка·ч.* Найти для этой реакции величину k_1 (см. условие предыдущей задачи), если известно, что период полураспада изотопа ${}_4Be^7$ равен $4{,}67 \cdot 10^6$ *сек.*

22.27. В результате ядерной реакции ${}_{26}Fe^{56}\,(p,\ n)$ образуется радиоактивный изотоп кобальта, период полураспада которого равен 80 суткам. Найти выход этой реакции k_1

(см. условие задачи 22.25), если известно, что после облучения мишени из $_{26}Fe^{56}$ при токе протонов в 10 *мка* в течение двух часов, активность изотопа $_{27}Co^{56}$ составляет 1,4 *мкюри.*

22.28. В качестве источника нейтронов употребляется трубка, содержащая порошок и газообразный радон. При реакции α-частиц радона с бериллием возникают нейтроны. 1) Написать реакцию получения нейтронов. 2) Найти количество радона, введенного в источник при его изготовлении, если известно, что этот источник дает через 5 суток после его изготовления $1{,}2\cdot 10^6$ нейтронов в 1 *сек.* Выход такой реакции равен $\frac{1}{4000}$, т. е. только одна α-частица из 4000 вызывает реакцию.

22.29. Источником нейтронов является трубка, описанная в предыдущей задаче. Найти, сколько нейтронов в 1 *сек* создают α-частицы от 1 *кюри* радона, попадая на порошок бериллия. Считать, что только одна α-частица из 4000 вызывает реакцию.

22.30. Реакция образования радиоактивного изотопа углерода $_6C^{11}$ имеет вид $_5B^{10}\,(d, n)$, где d — обозначение дейтона — ядра дейтерия $_1H^2$. Период полураспада изотопа $_6C^{11}$ равен 20 *мин.* 1) Какое количество энергии выделяется при этой реакции? 2) Найти выход реакции, выраженный в *мккюри/мка·ч*, если $k_1 = 10^{-8}$ (см. условие задачи 22.25).

22.31. В реакции $_7N^{14}\,(\alpha, p)$ кинетическая энергия α-частицы равна $W_\alpha = 7{,}7$ *Мэв.* Найти, под каким углом к направлению движения α-частицы вылетает протон, если известно, что его кинетическая энергия $W_p = 8{,}5$ *Мэв.*

22.32. При бомбардировке изотопа лития $_3Li^6$ дейтонами образуются две α-частицы, разлетающиеся симметрично под углом φ к направлению скорости бомбардирующих дейтонов. 1) Найти кинетическую энергию образующихся α-частиц, если известно, что энергия бомбардирующих дейтонов равна 0,2 *Мэв.* 2) Найти угол φ.

22.33. Изотоп гелия $_2He^3$ получается бомбардировкой ядер трития $_1H^3$ протонами. 1) Написать уравнение ядерной реакции. 2) Найти энергию, выделяющуюся при этой реакции. 3) Найти „порог“ ядерной реакции, т. е. найти минимальное значение кинетической энергии бомбардирующей частицы, при которой происходит эта реакция.

Указание. Учесть, что при пороговом значении кинетической энергии бомбардирующей частицы относительная скорость частиц, возникающих в результате реакции, равна нулю.

22.34. Найти порог ядерной реакции ${}_7N^{14}(\alpha, p)$.

22.35. Найти порог ядерной реакции ${}_3Li^7(p, n)$.

22.36. Искусственный изотоп азота ${}_7N^{13}$ получается бомбардировкой ядер углерода ${}_6C^{12}$ дейтонами. 1) Написать уравнение ядерной реакции. 2) Найти количество тепла, поглощенное при этой реакции. 3) Найти порог этой реакции. 4) Найти суммарную кинетическую энергию продуктов этой реакции при пороговом значении кинетической энергии дейтонов. Ядра углерода считать неподвижными.

22.37. Реакция ${}_5B^{10}(n, \alpha)$ идет при бомбардировке бора нейтронами, скорость которых очень мала („тепловые“ нейтроны). 1) Найти энергию, выделяющуюся при этой реакции. 2) Считая ядро бора неподвижным и пренебрегая скоростями нейтронов, найти скорость и кинетическую энергию α-частицы.

22.38. При бомбардировке изотопа лития ${}_3Li^7$ протонами образуются две α-частицы. Энергия каждой α-частицы в момент их образования равна 9,15 *Мэв*. Чему равна энергия бомбардирующих протонов?

22.39. Найти наименьшее значение энергии γ-кванта для осуществления реакции разложения дейтона γ-лучами

$${}_1H^2 + h\nu \to {}_1H^1 + {}_0n^1.$$

22.40. Найти наименьшее значение энергии γ-кванта для осуществления реакции ${}_{12}Mg^{24}(\gamma, n)$.

22.41. Какое количество энергии в киловатт-часах можно получить от деления 1 *г* урана ${}_{92}U^{235}$, если при каждом делении выделяется энергия, равная приблизительно 200 *Мэв*.

22.42. Какое количество урана ${}_{92}U^{235}$ расходуется в сутки на атомной электростанции мощностью 5000 *квт*? К. п. д. принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия 200 *Мэв*.

22.43. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования гелия из дейтерия и трития. 1) Написать ядерную реакцию. 2) Найти энергию, выделяющуюся при этой реакции. 3) Какое количество энергии можно получить при образовании 1 *г* гелия?

§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц

Решение задач этого параграфа основано на закономерностях, уже рассмотренных в предыдущих разделах „Сборника задач", а именно: столкновение частиц, движение частиц в электрическом и магнитном полях и т. д. При решении ряда задач необходимо использовать формулы теории относительности.

23.1. В ядерной физике принято число заряженных частиц, бомбардирующих мишень, выражать в микроампер-часах (*мка·ч*). Найти, какому числу заряженных частиц соответствует 1 *мка·ч*. Задачу решить для: 1) электронов и 2) α-частиц.

23.2. На каждый квадратный сантиметр верхних слоев атмосферы Земли падает в средних широтах ежеминутно около 12 космических частиц в единице телесного угла. Эти частицы несут с собой поток энергии мощностью около $3{,}2 \cdot 10^{-6}$ *вт* на 1 $м^2$ в одном стерадиане. Какая энергия (в *Мэв*) приходится в среднем на одну частицу?

23.3. Какую часть своей первоначальной скорости будет составлять скорость нейтрона после упругого центрального столкновения его с неподвижным ядром изотопа ${}_{11}Na^{23}$?

23.4. Найти, какую часть своей кинетической энергии нейтрон передает неподвижной частице при упругом центральном столкновении. Задачу решить для столкновения нейтрона: 1) с протоном и 2) с ядром атома свинца.

23.5. Найти в предыдущей задаче распределение энергии между нейтроном и протоном, если удар не центральный, а нейтрон при каждом столкновении отклоняется в среднем на 45°.

23.6. Нейтрон, обладающий энергией в 4,6 *Мэв*, в результате столкновений с протонами замедляется. Считая, что нейтрон отклоняется при каждом столкновении в среднем на 45°, найти, сколько столкновений он должен испытать, чтобы его энергия уменьшилась до 0,23 *эв*.

23.7. Поток заряженных частиц влетает в однородное магнитное поле, индукция которого равна 3 *вб/м*^{2}. Скорость частиц равна $1{,}52 \cdot 10^7$ *м/сек* и направлена перпендикулярно к направлению силовых линий поля. Найти заряд каждой частицы, если известно, что сила, действующая на нее, равна $1{,}46 \cdot 10^{-11}$ *н*.

23.8. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле, индукция которого равна 0,5 *тл* и движется по окружности радиусом 10 *см*. Скорость частицы равна $2{,}4 \cdot 10^6$ *м/сек*. Найти для этой частицы отношение ее заряда к массе.

23.9. Электрон ускорен разностью потенциалов 180 *кв*. 1) Учитывая поправки теории относительности, найти для этого электрона: а) массу, б) скорость, в) кинетическую энергию и г) отношение e/m. 2) Найти для этого электрона скорость без учета релятивистской поправки.

23.10. Энергия быстрых мезонов в космических лучах равна приблизительно 3000 *Мэв*; энергия покоя этого мезона равна 100 *Мэв*. Какое расстояние в атмосфере сможет пройти этот мезон за время его жизни по лабораторным часам? Собственное время жизни мезона $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ *сек*.

23.11. Мезон космических лучей имеет кинетическую энергию, равную $W = 7\,M_0c^2$, где M_0 — масса покоя мезона. Во сколько раз собственное время жизни этого мезона меньше времени его жизни, отсчитанного в системе координат, связанной с лабораторией?

23.12. Позитрон и электрон соединяются, образуя два фотона. 1) Найти энергию каждого из возникших фотонов, если считать, что кинетическая энергия электрона и позитрона до их столкновения была ничтожна мала. 2) Найти длину волны этих фотонов.

23.13. При образовании электрона и позитрона из фотона энергия фотона была равна 2,62 *Мэв*. Чему была равна в момент возникновения полная кинетическая энергия позитрона и электрона?

23.14. Электрон и позитрон, образованные квантом с энергией 5,7 *Мэв*, дают в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле, траектории радиусом кривизны в 3 *см*. Найти индукцию магнитного поля.

23.15. Неподвижный нейтральный π-мезон распадаясь превращается в два одинаковых фотона. Найти энергию каждого фотона. Масса покоя π-мезона $M = 264{,}2m_0$, где m_0 — масса покоя электрона.

23.16. Нейтрон и антинейтрон соединяются, образуя два фотона. Найти энергию каждого из возникщих фотонов, считая, что начальная энергия частиц ничтожно мала.

23.17. K^0-мезон распадается на два заряженных π-мезона. Масса каждого образовавшегося π-мезона в 1,77 раза больше его массы покоя. Считая, что первоначально K^0-мезон покоился и его масса покоя равна 965 m_0, где m_0 — масса покоя электрона, найти: 1) массу покоя образовавшихся π-мезонов, 2) скорость π-мезонов в момент их образования.

23.18. 1) Вывести формулу, связывающую индукцию магнитного поля циклотрона и частоту приложенной к дуантам разности потенциалов. 2) Найти частоту приложенной к дуантам разности потенциалов для: а) дейтонов, б) протонов и в) α-частиц. Индукция магнитного поля равна 12,6 *кгс*.

23.19. 1) Вывести формулу, связывающую энергию вылетающих из циклотрона частиц и максимальный радиус кривизны траектории частиц. 2) Найти энергию вылетающих из циклотрона: а) дейтонов, б) протонов и в) α-частиц, если максимальный радиус кривизны $R = 48{,}3$ *см*. Частота приложенной к дуантам разности потенциалов равна 12 *Мгц*.

23.20. В циклотроне с максимальным радиусом кривизны траектории частиц $R = 0{,}35$ *м* частота приложенной к дуантам разности потенциалов $\nu = 1{,}38 \cdot 10^7$ *гц*. Для работы с протонами найти: 1) индукцию магнитного поля, необходимого для синхронной работы циклотрона, 2) максимальную энергию вылетающих протонов.

23.21. Решить предыдущую задачу при условии работы: 1) с дейтонами и 2) с α-частицами.

23.22. Величина ионного тока, получающегося в циклотроне при работе с α-частицами, была равна 15 *мка*. Во сколько раз такой циклотрон продуктивнее 1 *г* радия?

23.23. Максимальный радиус кривизны траектории частиц в циклотроне равен $R = 0{,}5$ *м*; индукция магнитного поля $B = 10^4$ *гс*. Какую постоянную разность потенциалов должны были бы пройти протоны, чтобы получить такое же ускорение, как в данном циклотроне?

23.24. Циклотрон дает дейтоны с энергией, равной 7 *Мэв*. Индукция приложенного магнитного поля равна 15 000 *гс*. Найти наибольший радиус кривизны траектории дейтона.

23.25. Между дуантами циклотрона радиусом 50 *см* приложена переменная разность потенциалов $U = 75$ *кв* с частотой $\nu = 10$ *Мгц*. Найти: 1) индукцию магнитного поля циклотрона, 2) скорость и энергию вылетающих из циклотрона частиц, 3) какое число оборотов делает заряженная частица до своего вылета из циклотрона. Задачу решить для дейтонов, протонов и α-частиц.

23.26. До какой энергии можно ускорить α-частицы в циклотроне, если относительное увеличение массы частицы $k = \frac{m - m_0}{m_0}$, не должно превышать 5%?

23.27. Энергия дейтонов, ускоренных синхротроном, равна 200 *Мэв*. Найти для этих дейтонов: 1) отношение $\frac{M}{M_0}$, где M — масса движущегося дейтона и M_0 — его масса покоя; 2) скорость.

23.28. В фазотроне увеличение массы частицы при возрастании ее скорости компенсируется увеличением периода ускоряющего поля. В фазотроне, ускоряющем протоны, частота напряжения, подаваемого на дуанты, менялась для каждого ускоряющего цикла от 25 *Мгц* до 18,9 *Мгц*. Найти для этого фазотрона: 1) индукцию магнитного поля и 2) кинетическую энергию вылетающих протонов.

23.29. При помощи фазотрона были проведены исследования с протонами, ускоренными до энергии в 660 *Мэв*, и с α-частицами, ускоренными до 840 *Мэв*. Во сколько раз необходимо было изменить в фазотроне период ускоряющего поля (для каждого ускоряющего цикла) при работе: 1) с протонами, 2) с α-частицами?

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

ГЛАВА I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

§ 1. Кинематика

1.1. Средняя скорость движения автомобиля определяется формулой $\bar{v}=\frac{l}{t}$, где $l=l_1+l_2=v_1t_1+v_2t_2$. По условию $t_1=t_2=\frac{t}{2}$. Таким образом, $\bar{v}=\frac{v_1\frac{t}{2}+v_2\frac{t}{2}}{t}=\frac{v_1+v_2}{2}=60$ *км/ч*.

1.2. $\bar{v}=\frac{l}{t}$, где $t=t_1+t_2=\frac{l_1}{v_1}+\frac{l_2}{v_2}$. По условию $l_1=l_2=\frac{l}{2}$. Таким образом, $\bar{v}=\frac{l}{\frac{l}{2v_1}+\frac{l}{2v_2}}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}=53{,}3$ *км/ч*.

1.3. 1) 12,3 *км/ч*; 2) 0,83 *м/сек*.

1.4. 1) 3 *м/сек*; 2) 1 *м/сек*; 3) 2,24 *м/сек*.

1.5. 1) Самолет должен держать курс на юго-запад под углом $\varphi=3°52'$ к меридиану, скорость $v=798$ *км/ч*; 2) курс на северо-запад, $\varphi=3°52'$, $v=798$ *км/ч*; 3) курс на запад, $v=746$ *км/ч*; 4) курс на восток, $v=854$ *км/ч*.

1.6. 1) 30 *мин*; 2) 30,2 *мин*; 3) 26,8 *мин*.

1.7. 1) $v=0{,}60$ *м/сек*; 2) $t=250$ *сек*.

1.8. 1) $v_0=14{,}7$ *м/сек*; 2) $h=11$ *м*.

1.9. 1) $t=2{,}9$ *сек*; 2) $h_1=4h=40$ *м*.

1.10. 1) 8,4 *сек*; 2) 7,3 *сек*; 3) 7,8 *сек*.

1.11. Характер зависимости высоты h и скорости v брошенного вертикально вверх тела от времени t изображен на рис. 68.

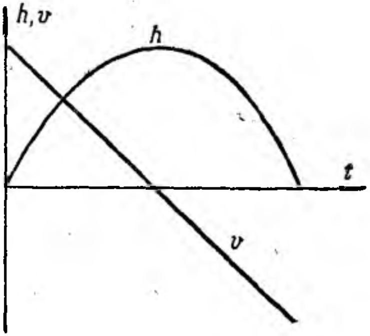


Рис. 68.

1.12. 1) Путь пройденный телом за первую 0,1 *сек* своего движения, равен $h_1 = \frac{gt_1^2}{2} = 0{,}049$ *м*. 2) Весь путь тело пройдет за время $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2$ *сек*. За последнюю 0,1 *сек* своего движения тело пройдет путь $h_3 = h - h_2$, где h_2 — путь, пройденный телом за $t_2 = (2 - 0{,}1)$ *сек* $= 1{,}9$ *сек*. Так как $h_2 = \frac{gt_2^2}{2} = 17{,}7$ *м*, то искомое расстояние $h_3 = 19{,}6$ *м* $- 17{,}7$ *м* $= 1{,}9$ *м*.

1.13. 1) Первый метр своего пути тело пройдет за время $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0{,}45$ *сек*; 2) общее время падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2$ *сек*. Последний метр своего пути тело пройдет за время $t_3 = t - t_2$, где t_2 — время прохождения расстояния $h_2 = (19{,}6 - 1)$ *м* $= 18{,}6$ *м*. Так как $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = 1{,}95$ *сек*, то искомое время $t_3 = (2 - 1{,}95)$ *сек* $=$ $= 0{,}05$ *сек*.

1.14. 1) $h = 57$ *м*; 2) $t = 3{,}4$ *сек*.

1.15. Путь, пройденный телом A, равен $h_1 = v_1 t - \frac{gt^2}{2}$, путь, пройденный телом B, равен $h_2 = \frac{gt^2}{2}$. Расстояние между телами $x = h - (h_1 + h_2)$. Так как $h_1 + h_2 = v_1 t$, то искомая зависимость $x = h - v_1 t$. Тела встретятся при $x = 0$, т. е. в момент времени $t = \frac{h}{v_1}$.

1.16. 1) $a = 0{,}13$ *м/сек*^{2}; 2) $t = 3{,}6$ *мин*.

1.17. При равнопеременном движении имеют место следующие два уравнения движения:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2} \tag{1}$$

и

$$v = v_0 + at. \tag{2}$$

По условию $v = 0$. Тогда из (2) имеем

$$a = -\frac{v_0}{t}. \tag{3}$$

Подставляя (3) и (1), найдем

$$s = \frac{v_0 t}{2}. \tag{4}$$

Подставляя численные данные задачи в (3) и (4), получим

$$a = -0{,}5 \text{ м/сек}^2 \quad \text{и} \quad s = 100 \text{ м}.$$

1.18. 1) $a = -0{,}055$ *м/сек*^{2}; 2) $s = 566$ *м*.

1.19. $t = 30$ *сек*; $s = 225$ *м*.

1.20. $t = \frac{v_0'' - v_0'}{a_1 + a_2}$. Так как время t должно быть всегда больше 0, то для того, чтобы задача имела решение, необходимо, чтобы $v_0'' > v_0'$.

1.21. $a < \frac{v_0'' - v_0'}{\Delta t}$. Для нашего случая $a < 1$ *м/сек*^{2}.

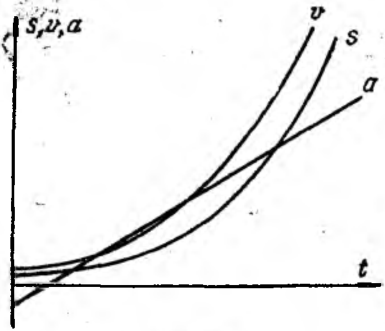


Рис. 69.

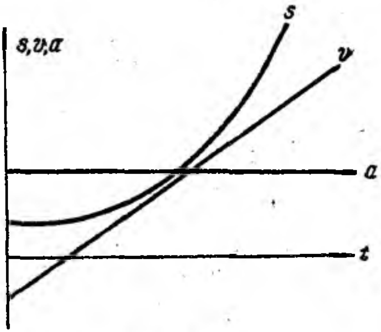


Рис. 70.

1.22. 1) $v = (2 - 6t + 12t^2)$ *м/сек*, $a = (-6 + 24t)$ *м/сек*^{2};
2) $s = 24$ *м*, $v = 38$ *м/сек* и $a = 42$ *м/сек*^{2}.

Характер зависимости пути S, скорости v и ускорения a тела от времени t изображен на рис. 69.

1.23. $\bar{v} = 7$ *м/сек*; $\bar{a} = 4$ *м/сек*^{2}. Характер зависимости пути, скорости и ускорения тела от времени изображен на рис. 70.

1.24. $\bar{v}_1 = 3$ *м/сек*, $\bar{v}_2 = 5$ *м/сек*, $\bar{v}_3 = 7$ *м/сек*, $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}_3 = 2$ *м/сек*^{2}.

1.25. 1) Через 12 *сек*; 2) $\bar{a} = 0{,}64$ *м/сек*^{2}.

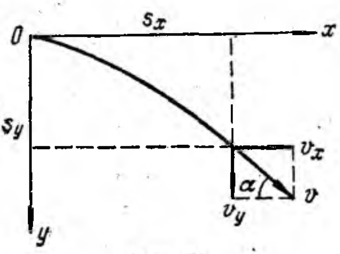


Рис. 71.

1.26. Перемещение брошенного горизонтально камня можно разложить на два: горизонтальное s_x и вертикальное s_y (см. рис. 71). Применяя закон независимости движения имеем $s_y = \frac{gt^2}{2}$, $s_x = v_0 t$, где t — время движения. Отсюда:

1) $t = \sqrt{\frac{2s_y}{g}} = 2{,}26$ *сек*; 2) $s_x = v_0 t = 33{,}9$ *м*; 3) $v_y = gt = 22{,}1$ *м/сек* и $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 26{,}7$ *м/сек*; 4) $\sin\varphi = \frac{v_y}{v} = 0{,}827$; $\varphi = 55°48'$.

1.27. 1) $h = 1{,}22$ *м*; 2) $v_0 = 10$ *м/сек*; 3) $v = 11{,}1$ *м/сек*; 4) $\varphi = 26°12'$.
1.28. 1) $v_0 = 11{,}1$ *м/сек*; 2) $\varphi = 68°12'$.
1.29. $v_0 = 4{,}4$ *м/сек*.
1.30. Так как горизонтальная составляющая скорости камня постоянна, то горизонтальная составляющая ускорения равна нулю. Поэтому полное ускорение камня все время направлено вертикально вниз и равно ускорению силы тяжести. Таким образом, $a = g = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$; из рис. 72 видно, что $\cos\varphi = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{a} = \frac{a_n}{g}$, $\sin\varphi = \frac{v_y}{v} = \frac{a_t}{a} = \frac{a_t}{g}$. Отсюда $a_t = g\frac{v_y}{v} = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_x^2 + g^2 t^2}}$ и $a_n = g\frac{v_x}{v} = \frac{g v_x}{\sqrt{v_x^2 + g^2 t^2}}$. Подставляя в эти формулы численные данные задачи, получим $a_t = 5{,}4$ *м/сек*^{2} и $a_n = 8{,}2$ *м/сек*^{2}.

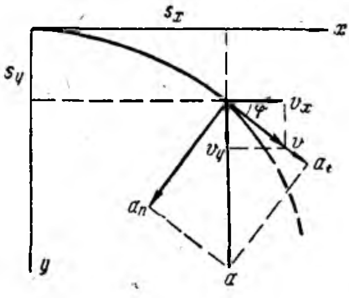


Рис. 72.

1.31. $R = 305$ *м*.
1.32. 1) Найдем наибольшую высоту $s_{y\,max}$, на которую поднимается тело, брошенное со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Имеем (см. рис. 73):

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt, \tag{1}$$

и

$$s_y = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}. \tag{2}$$

В верхней точке $v_y = 0$ и из (1) получим $v_0 \sin\alpha = gt_1$, отсюда время подъема мяча $t_1 = \frac{v \sin\alpha}{g}$. Подставляя t_1 в (2), получим $s_{y\,max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 2{,}1$ *м*.

Рис. 73.

2) Найдем дальность полета $s_{x\,max}$ тела, брошенного под углом α к горизонту. Имеем (см. рис. 73):

$$v_x = v_0 \cos\alpha, \tag{3}$$
$$s_x = v_x t = v_0 t \cos\alpha. \tag{4}$$

Тело упадет на горизонтальную плоскость через время $t_2 = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. Подставляя t_2 в (4), получим

$$s_{x\,\max} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha = 10{,}0 \text{ м}.$$

3) $t_2 = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = 1{,}3$ *сек.*

1.33. Так как $s_x = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$, то $\frac{s_1}{s_2} = \frac{g_2}{g_1}$, откуда $s_2 = s_1 \frac{g_1}{g_2}$, где g_1 и g_2 — ускорения силы тяжести соответственно в Ленинграде и в Ташкенте. Подставляя численные данные задачи, получим $s_2 = 16{,}23$ *м.*

1.34. 5,9 *м.* **1.35.** $h = 7{,}4$ *м.*

136. Найдем время, за которое тело поднимется до верхней точки траектории $t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = 0{,}75$ *сек.* Отсюда видно, что к моменту $t = 1{,}25$ *сек* тело будет находиться уже на спуске. Задачу теперь можно сформулировать так: „Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0' = v_0 \cos\alpha = 12{,}7$ *м/сек.* Найти тангенциальное и нормальное ускорения через $t' = (1{,}25 - 0{,}75)$ *сек* $= 0{,}5$ *сек* после начала движения“. Таким образом, мы получили задачу, аналогичную задаче 1.30. Решая ее так же, как задачу 1.30, получим:

$$a_t = g\frac{v_y}{v} = \frac{g^2 t'}{\sqrt{(v_0')^2 + g^2 (t')^2}} = 3{,}52 \text{ м/сек}^2,$$

$$a_n = \frac{g v_0'}{v} = 9{,}15 \text{ м/сек}^2.$$

Предлагается проверить, что полное ускорение тела, направленное всегда вниз, равно ускорению силы тяжести g (см. решение задачи 1.30).

1.37. $R = 6{,}3$ *м.* **1.38.** $v_0 = 9{,}4$ *м/сек,* $\alpha = 54°44'$.

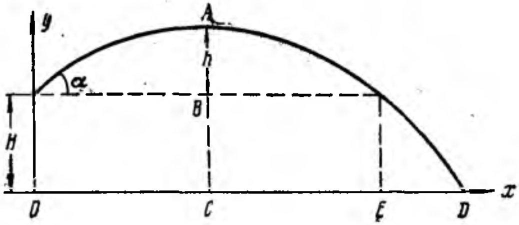


Рис. 74.

1.39. Движение тела, брошенного с высоты H под углом α к горизонту, можно разложить на два этапа: движение тела до наивысшей точки A (см. рис. 74) и движение тела, брошенного из точки A горизонтально со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$. Высота AC подъема тела равна $AC = s_y = H + h = H + \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$.

1) Общее время движения камня $t = t_1 + t_2$, где $t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$ — время подъема камня на высоту h и $t_2 = \sqrt{\frac{2s_y}{g}}$ — время падения камня. Подставляя численные данные задачи, получим $s_y = 27{,}9$ *м*, $t_1 = 0{,}77$ *сек*, $t_2 = 2{,}39$ *сек*. Отсюда $t = 3{,}16$ *сек*.

2) Искомое расстояние от основания башни до места падения камня на землю $OD = OC + CD$, где $OC = \frac{OE}{2} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} = 9{,}96$ *м* $\cong 10$ *м*, $CD = v_x t_2 = v_0 t_2 \cos\alpha = 31{,}1$ *м*, откуда $OD = 41{,}1$ *м*.

3) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_x = v_0 \cos\alpha = 13{,}0$ *м/сек*, $v_y = gt_2 = 23{,}4$ *м/сек*, отсюда $v = 26{,}7$ *м/сек*.

4) Угол, составленный траекторией камня с горизонтом в точке падения камня на землю, найдется из формулы $v_y = v_x \operatorname{tg}\varphi$, откуда $\operatorname{tg}\varphi = \frac{v_y}{v_x} = 1{,}8$ и $\varphi = 61°$.

1.40. 1) Удар мяча о стенку происходит при подъеме мяча.

2) $y = 2{,}1$ *м*.

3) Мяч придет к стенке со скоростью, составляющие которой равны соответственно $v_x = v_0 \cos\alpha = 7{,}07$ *м/сек* и $v_y = v_0 \sin\alpha - gt = 2{,}91$ *м/сек*. Тогда $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 7{,}6$ *м/сек*.

1.41. 1) $7{,}26 \cdot 10^{-5}$ *рад/сек*, 2) $14{,}5 \cdot 10^{-5}$ *рад/сек*, 3) $1{,}74 \cdot 10^{-3}$ *рад/сек*, 4) $0{,}071$ *рад/сек*, 5) 467 *км/сек*.

1.42. $v = 231$ *м/сек*.

1.43. $v = 1660$ *км/ч*.

1.44. $v = 400$ *м/сек*.

1.45. $R = 8{,}33$ *см*.

1.46. При равнопеременном вращательном движении имеют место следующие два уравнения движения:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} \tag{1}$$

и

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t. \tag{2}$$

По условию $\omega_0 = 0$. Тогда уравнения (1) и (2) примут вид

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2} \tag{3}$$

и

$$\omega = \varepsilon t. \tag{4}$$

Решая (3) и (4) совместно и учитывая, что $\varphi = 2\pi N$, получим окончательно $\varepsilon = \frac{\omega^2}{4\pi N} = 3{,}2$ *рад/сек*^{2}.

1.47. $\varepsilon = 1{,}26$ *рад/сек*^{2}, $N = 360$ *об.*

1.48. $\varepsilon = -0{,}21$ *рад/сек*^{2}, $N = 240$ *об.*

1.49. 10 *сек.*

1.50. 1) Через 6,3 *сек*, 2) 9,4 *об.*

1.51. По условию $a_t = \text{const}$. Если t отсчитывать от начала движения, то

$$a_t = \frac{v}{t}. \qquad (1)$$

Далее

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) имеем

$$t = \frac{1}{a_t}\sqrt{a_n R}. \qquad (3)$$

1) Если $a_n = a_t$, то из (3) имеем $t = \sqrt{\frac{R}{a_t}} = 2$ *сек.*

2) Если $a_n = 2a_t$, то $t = \sqrt{\frac{2R}{a_t}} = 2{,}8$ *сек.*

1.52. $a_t = \frac{v^2}{4\pi N R} = 0{,}1$ *м/сек*^{2}.

1.53. $a_n = \frac{v^4 t^2}{16\pi^2 N^2 R^3} = 0{,}01$ *м/сек*^{2}.

1.54. $\omega = 4{,}4 \cdot 10^{16}$ *рад/сек*, $a_n = 9{,}7 \cdot 10^{22}$ *м/сек*^{2}

1.55. 1) При равнопеременном вращательном движении угловая скорость ω связана со временем t уравнением $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$. По условию $\omega_0 = 0$ и тогда $\omega = \varepsilon t$, т. е. ω растет пропорционально времени. К концу первой секунды $\omega = 3{,}14$ *рад/сек.*

2) Так как $v = \omega R$, то линейная скорость также пропорциональна времени. К концу первой секунды $v = 0{,}314$ *м/сек.*

3) *Тангенциальное ускорение* $a_t = \varepsilon R$ *не зависит от* t, т. е. постоянно во все время движения. В нашем случае $a_t = 0{,}314$ *м/сек*^{2}.

4) Нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R = \varepsilon^2 t^2 R$, т. е. нормальное ускорение растет пропорционально квадрату времени: при $t = 1$ *сек* $a_n = 0{,}986$ *м/сек*^{2}.

5) Полное ускорение растет со временем по закону $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_t\sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$. При $t = 1$ *сек* $a = 1{,}03$ *м/сек*^{2}.

6) Имеем $\sin\alpha = \frac{a_t}{a} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}}$, где α — угол, составляемый направлением полного ускорения с радиусом колеса. В начальный момент времени, т. е. при $t = 0$, $a = a_t$ — полное ускорение направлено по касательной. При $t = \infty$ имеем $a = a_n$ (так как $a_t = \text{const}$ и a_n пропорционально квадрату времени), т. е. при $t = \infty$ полное ускорение направлено по нормали. К концу первой секунды $\sin\alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{0{,}314}{1{,}03} = 0{,}305$, т. е. $\alpha = 17°46'$.

1.56. $a_n = 4{,}50$ *м/сек*^{2}, $a_t = 0{,}06$ *м/сек*^{2}.

1.57. $v = 4$ *м/сек*, $a_t = 2$ *м/сек*^{2}, $a_n = 2$ *м/сек*^{2}, $a = 2{,}83$ *м/сек*^{2}.

1.58. $\varepsilon = 0{,}87$ *рад/сек*^{2}.

1.59. $R = \dfrac{a^2}{\varepsilon^3(1+\varepsilon^2 t^4)} = 6{,}1$ *м*.

1.60. 1) $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} = (2 - 3t^2)$ *рад/сек*: 2) $v = \omega R = (0{,}2 - 0{,}3t^2)$ *м/сек*; 3) $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = -6t$ *рад/сек*^{2}; 4) $a_t = \varepsilon R = -0{,}6t$ *м/сек*^{2}: 5) $a_n = \omega^2 R = 0{,}1\,(2 - 3t^2)^2$ *м/сек*^{2}.

1.61. $\Delta a_t = 0{,}3$ *м/сек*^{2}.

1.62. Искомый угол определится равенством $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a_t}{a_n}$, где a_t — тангенциальное и a_n — нормальное ускорения. Но $a_t = \dfrac{dv}{dt}$, $a_n = \dfrac{v^2}{R}$, следовательно, в условиях нашей задачи $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{(3+2t)R}{(3t+t^2)^2}$. Подставляя в эту формулу значения $t = 0$, 1, 2, 3, 4 и 5 *сек* получим: 1) $t = 0$, $\operatorname{tg}\alpha = \infty$, т. е. $\alpha = 90°$, — полное ускорение направлено по касательной; 2) $t = 1$ *сек*., $\operatorname{tg}\alpha = 3{,}13$ и $\alpha = 72°17'$: 3) $t = 2$ *сек*, $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}7$ и $\alpha = 35°0'$; 4) $t = 3$ *сек*, $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}278$ и $\alpha = 15°32'$; 5) $t = 4$ *сек*, $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}14$ и $\alpha = 7°58'$, 6) $t = 5$ *сек*, $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}081$ и $\alpha = 4°38'$. При $t = \infty$ $\operatorname{tg}\alpha = 0$, т. е. $\alpha = 0$, — полное ускорение направлено по нормали.

1.63. $R = 1{,}2$ *м*.

1.64. $\dfrac{a_n}{a_t} = 0{,}58$.

§ 2. Динамика

2.1. На опускающийся аэростат действуют силы: подъемная сила F_1 (вверх), сила сопротивления воздуха F_2 (вверх) и вес аэростата F_3 (вниз). Так как аэростат движется равномерно, то, по первому закону Ньютона, равнодействующая сила равна нулю, т. е.

$$F_1 + F_2 = F_3. \qquad (1)$$

Когда балласт сброшен и аэростат начнет опускаться, вместо уравнения (1) будем иметь

$$F_1 = F_2 + (F_3 - F_x). \qquad (2)$$

Решая (1) и (2) совместно, получим $F_x = 2\,(F_3 - F_1)$. У нас $F_3 = 1600$ *кГ* $= 1600 \cdot 9{,}81$ *н*, $F_2 = 1200$ *кГ* $= 1200 \cdot 9{,}81$ *н*. Тогда $F_x = 7{,}85 \cdot 10^3$ *н* $= 800$ *кГ*.

2.2. 1) На груз, поднимающийся вверх, действуют две силы: вес груза P, направленный вниз, и сила натяжения нити T, направленная вверх. Применяя второй закон Ньютона к движению поднимающегося груза, найдем $ma = T - P$, отсюда искомое натяжение нити

$$T = ma + P = m(a+g). \qquad (1)$$

У нас $m = 1$ *кг*, $a = 5$ *м/сек*^{2} и $g = 9{,}81$ *м/сек*^{2}. Подставляя эти данные в (1), получим $T = 14{,}8$ *н* $= 1{,}51$ *кГ*.

2) На груз, опускающийся вниз, действует сила тяжести P (вниз) и сила натяжения нити T (вверх). Поэтому $ma = P - T$, отсюда

$$T = m(g-a). \qquad (2)$$

Если груз опускается с ускорением g (свободное падение груза), т. е. если $a = g$, то, как и следовало ожидать, натяжение нити будет равно нулю. Подставляя числовые данные в (2), получим $T = 4{,}8$ *н* $= 0{,}49$ *кГ*.

2.3. $a = 1{,}25$ *м/сек*^{2}.

2.4. 1) $a = 4{,}9$ *м/сек*^{2} (лифт поднимается); 2) $a = 2{,}45$ *м/сек*^{2} (лифт опускается).

2.5. $a_2 = 13{,}8$ *м/сек*^{2}.

2.6. Задачу можно решить двумя способами: применяя либо второй закон Ньютона, либо закон сохранения энергии.

1) По второму закону Ньютона

$$F = ma, \qquad (1)$$

где F — сила торможения, m — масса автомобиля и a — его ускорение (в нашем случае отрицательное). Так как автомобиль движется равнозамедленно, из уравнений кинематики равнопеременного движения нетрудно получить:

$$a = \frac{2s}{t^2}, \qquad (2)$$

и

$$v_0 = \frac{2s}{t}. \qquad (3)$$

(См. решение 1.17). Подставляя (2) в (1), имеем

$$F = \frac{2sm}{t^2}. \qquad (4)$$

У нас $S = 25$ *м*, $m = 1020$ *кг* и $t = 5$ *сек*. Подставляя эти данные в (3) и (4), получим $v_0 = 10$ *м/сек* $= 36$ *км/ч* и $F = 2040$ *н* $= 208$ *кГ*.

2) При торможении автомобиля его кинетическая энергия переходит в работу против сил торможения, т. е.

$$\frac{mv_0^2}{2} = Fs. \qquad (5)$$

Но из уравнений кинематики имеем

$$v_0 = \frac{2s}{t}. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (5), получим, как и раньше,

$$F=\frac{2sm}{t^2}. \tag{4}$$

2.7. $F=2{,}77\cdot 10^4$ *н*.

2.8. 1) $\bar{F}=3000$ *н*; 2) $\bar{F}=3{,}0\cdot 10^4$ *н*; 3) $\bar{F}=3{,}0\cdot 10^5$ *н*.

2.9. Сила, которую надо приложить к вагону, идет, во-первых, на преодоление трения и, во-вторых, на сообщение вагону ускорения, т. е. $F=F_{\text{тр}}+F_{\text{уск}}$. Но $F_{\text{тр}}=kP$, где P — вес вагона и k — коэффициент трения, $F_{\text{уск}}=ma=\frac{P}{g}a$. Таким образом, $F=kP+\frac{P}{g}a$. Так как вагон движется равноускоренно, то $s=\frac{at^2}{2}$. Отсюда $a=\frac{2s}{t^2}$ и тогда окончательно $F=kP+\frac{2Ps}{gt^2}$. У нас $k=0{,}05$, $P=16$ *Т* $=16\cdot 9{,}81\cdot 10^3$ *н*, $s=11$ *м*, $g=9{,}81$ *м/сек*^{2} и $t=30$ *сек*. Подставляя эти данные, получим $F=8200$ *н*.

2.10. $v_0=11{,}75$ *м/сек*.

2.11. 1) $F=6000$ *н*; 2) через 50 *сек*; 3) $s=375$ *м*.

2.12. По второму закону Ньютона $F=ma$, но $a=\frac{dv}{dt}$. У нас $v=\frac{ds}{dt}=-B+2Ct-3Dt^2$, следовательно, $a=\frac{dv}{dt}=2C-6Dt$. Тогда

$$F=ma=m(2C-6Dt)=0{,}5\,(10-6t)\text{ н}. \tag{1}$$

Уравнение (1) дает зависимость силы F от времени t. В конце первой секунды $F=2$ *н*.

2.13. $m=4{,}9$ *кг*.

2.14. $F=-Am\,\omega^2\sin\omega t$.

2.15. $F\,\Delta t=5{,}6\cdot 10^{-23}$ *н · сек*.

2.16. По второму закону Ньютона имеем $F\Delta t=m\,\Delta v$, где Δv — векторная разность. Считая положительным направление нормали,

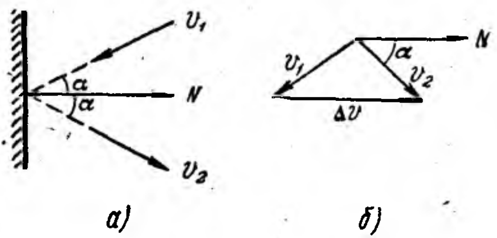


Рис. 75.

внешней к стенке (см. рис. 75), получим $\Delta v=v_2\cos\alpha-(-v_1\cos\alpha)=v_2\cos\alpha+v_1\cos\alpha$. Но по условию $v_1=v_2=v$ и тогда $\Delta v=2v\cos\alpha$. Таким образом, $F\Delta t=2mv\cos\alpha=2{,}8\cdot 10^{-23}$ *н·сек*.

2.17. 0,51 *сек.* **2.18.** $F = 86$ *н.*

2.19. 1) $v_{max} = 21{,}6$ *км/ч*; 2) $t = 73$ *сек*; 3) $a = -0{,}098$ *м/сек²*; 4) $s = 218$ *м.*

2.20. 1) $F_1 = 980$ *н*; 2) $F_2 = 3000$ *н.*

2.21. $\alpha = 14°$. **2.22.** $\alpha = 6°30'$. **2.23.** $k \leqslant 0{,}15$.

2.24. Обозначим вес единицы длины каната через P_0. Тогда вес свешивающейся части каната равен $P_1 = P_0 \cdot 0{,}25\, l$. Этот вес уравновешивается силой трения, действующей на ту часть каната, которая лежит на столе, $F_{тр} = kP_0\, 0{,}75\, l$. Таким образом, $P_0\, 0{,}25\, l = kP_0\, 0{,}75\, l$, откуда $k = \frac{0{,}25}{0{,}75} = 0{,}33$.

2.25. 1) Сила, развиваемая мотором автомобиля, поднимающегося в гору, идет на преодоление силы трения и на преодоление составляющей силы тяжести, параллельной пути (см. рис. 76): $F = F_{тр} + F_1$, причем $F_{тр} = kF_2 = kP \cos \alpha$, $F_1 = P \sin \alpha$. Таким образом, сила тяги

$$F = P\,(k \cos \alpha + \sin \alpha). \qquad (1)$$

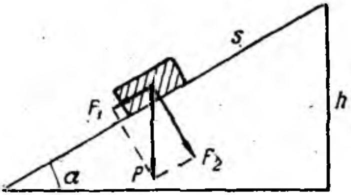


Рис. 76.

Подставляя числовые данные задачи и учитывая, что $\sin \alpha \cong 0{,}04$ и $\cos \alpha \cong 1$, получим $F = 1370$ *н.*

2) В случае автомобиля, движущегося под гору, $F = P(k \cos \alpha - \sin \alpha) = 590$ *н*. Если сила трения меньше составляющей силы тяжести, параллельной пути, т. е. если $Pk \cos \alpha < P \sin \alpha$, то $F < 0$. В этом случае, чтобы осуществить равномерное движение автомобиля под гору, необходимо приложить задерживающую силу. При отсутствии этой силы автомобиль будет двигаться под гору с ускорением $a = g\,(\sin \alpha - k \cos \alpha)$.

2.26. $F = 2370$ *н.*

2.27. 1) $k \leqslant 0{,}07$; 2) $a = 0{,}39$ *м/сек²*, 3) $t = 22{,}7$ *сек*, 4) $v = 8{,}85$ *м/сек.*

2.28. $k = \operatorname{tg} \alpha - \dfrac{v^2}{2gs \cos \alpha} = 0{,}2$.

2.29. $k = 0{,}5$.

2.30. 1) Сила $P_1 - P_2$ сообщает обеим гирям ускорение

$$a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{g\,(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \qquad (1)$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $a = 3{,}27$ *м/сек²*.

2) Уравнения движения гирь P_1 и P_2 напишутся соответственно так:

$$m_1 a = m_1 g - T_1, \qquad (2)$$

$$m_2 a = T_2 - m_2 g \qquad (3)$$

(см. решение задачи 2.2). Из уравнений (1), (2) и (3) нетрудно получить

$$T_1 = T_2 = \frac{2\, m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 13{,}0 \text{ н}.$$

2.31. 1) $a=\dfrac{g(m_1-km_2)}{m_1+m_2}=4{,}4$ *м/сек*^{2};

2) $T_1=T_2=\dfrac{m_1m_2g(1+k)}{m_1+m_2}=5{,}4$ *н*.

2.32. 1) $a=\dfrac{(m_1-m_2\sin\alpha)\,g}{m_1+m_2}=2{,}45$ *м/сек*^{2};

2) $T_1=T_2=\dfrac{m_1m_2\,g(1+\sin\alpha)}{m_1+m_2}=7{,}35$ *н*.

2.33. 1) $a=\dfrac{[m_1-m_2(\sin\alpha+k\cos\alpha)]\,g}{m_1+m_2}=2{,}02$ *м/сек*^{2};

2) $T_1=T_2=\dfrac{m_1m_2\,g[1+(\sin\alpha+k\cos\alpha)]}{m_1+m_2}=7{,}77$ *н*.

2.34. 1) $a=\dfrac{(m_1\sin\beta-m_2\sin\alpha)\,g}{m_1+m_2}=1{,}02$ *м/сек*^{2};

2) $T_1=T_2=\dfrac{m_1m_2g(\sin\alpha+\sin\beta)}{m_1+m_2}=5{,}9$ *н*.

2.35. 1) $a=\dfrac{[m_1(\sin\beta-k\cos\beta)-m_2(\sin\alpha+k\cos\alpha)]\,g}{m_1+m_2}=$
$=0{,}244$ *м/сек*^{2};

2) $T_1=T_2=\dfrac{m_1m_2g[\sin\alpha+\sin\beta+k(\cos\alpha-\cos\beta)]}{m_1+m_2}=$
$=6{,}0$ *н*.

2.36. Работа A идет на увеличение потенциальной энергии груза и на сообщение ему ускорения, т. е. $A=mgh+mah=mh(g+a)$, откуда $a=\dfrac{A-mgh}{mh}$. У нас $A=8$ *кГм* $=8\cdot 9{,}81$ *дж*, $m=2$ *кг*, $h=1$ *м*. Подставляя эти данные, получим $a=29{,}4$ *м/сек*^{2}.

2.37. В 10 раз.

2.38. 1) $A_1=21{,}0$ *дж*; 2) $A_2=64{,}0$ *дж*.

2.39. $\Delta L=3{,}5$ *кг · м/сек*.

2.40. $k=0{,}01$.

2.41. 1) $A=2{,}25\cdot 10^6$ *дж*; 2) $s=375$ *м*.

2.42. $v\leqslant 50$ *км/ч*.

2.43. $k=0{,}05$.

2.44. $A=35{,}6$ *дж*.

2.45. $m=0{,}06$ *кг*.

2.46. При средней мощности двигателя N и средней скорости движения v работа двигателя, совершенная при перемещении автомобиля на расстояние s, равна $A=\dfrac{Nt}{\eta}=\dfrac{Ns}{\eta v}$, где η — к. п. д. двигателя. Количество бензина, необходимое для совершения этой работы, равно $m=\dfrac{A}{q}=\dfrac{Ns}{q\eta v}$, где q — теплотворная способность бензина. У нас $N=15$ *л. с.* $=15\cdot 736$ *вт*, $s=10^5$ *м*, $q=$ $=4{,}6\cdot 10^7$ *дж/кг*, $\eta=0{,}22$ и $v=30$ *км/ч* $=8{,}35$ *м/сек*. Подставляя эти данные, получим $m=13$ *кг*.

2.47. $\eta = 0{,}22$.

2.48. На рис. 77 дан характер зависимости от времени кинетической, потенциальной и полной энергии камня, брошенного вертикально вверх.

2.49. На рис. 78 дан характер зависимости от расстояния кинетической, потенциальной и полной энергии камня, брошенного вертикально вверх.

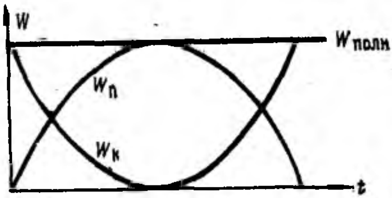


Рис. 77.

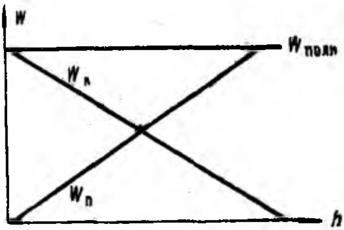


Рис. 78.

2.50. $W_к = W_п = 98{,}1$ *дж.*

2.51. $W_к = 32{,}2$ *дж*, $W_п = 39{,}4$ *дж.*

2.52. 1) $W'_к = 6{,}6$ *дж*, $W'_п = 15{,}9$ *дж*, $W'_{полн} = 22{,}5$ *дж*;

2) $W''_к = 5{,}7$ *дж*, $W''_п = 16{,}8$ *дж*, $W''_{полн} = 22{,}5$ *дж.*

Отметим, что, согласно закону сохранения энергии, $W'_{полн} = W''_{полн} = 22{,}5$ *дж.*

2.53. $t = 1{,}5$ *сек*, $s_x = 19{,}1$ *м.*

2.54. $a_t = 0{,}1$ *м/сек*^{2}.

2.55. Потенциальная энергия тела при скольжении его с наклонной плоскости переходит в кинетическую энергию и в работу против силы трения, т. е. $mgh = \frac{mv^2}{2} + F_{тр}l$. Но $h = l\sin\alpha$, $F_{тр} = kmg\cos\alpha$, где k — коэффициент трения и α — угол наклона плоскости.

1) $W_к = \frac{mv^2}{2} = mgh - F_{тр}l = mgl(\sin\alpha - k\cos\alpha)$. У нас $\sin\alpha = \frac{h}{l} = 0{,}1$, т. е. $\alpha = 5°44'$, следовательно, $\cos\alpha = 0{,}995$. Подставляя числовые данные задачи, получим $W_к = 4{,}9$ *дж.*

2) $v = \sqrt{\frac{2W_к}{m}} = 3{,}1$ *м/сек.*

3) Кинетическая энергия, которую тело имеет у основания наклонной плоскости, переходит в работу против сил трения на горизонтальной части пути, т. е. $W_к = F_{тр}s = kmgs$, откуда $s = \frac{W_к}{kmg} = 10$ *м.*

2.56. $k = 0{,}07$.

2.57. 1) $k = 0{,}22$; 2) $Q = 5{,}7$ *дж.*

2.58. 1) $A = 7 \cdot 10^6$ *дж*; 2) $N = 29{,}4$ *квт*.

2.59. Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, определяется формулой

$$N = Fv = kPv.$$

1) При движении автомобиля по горизонтальной дороге

$$N = kPv = 6{,}9 \text{ квт}.$$

2) При движении в гору автомобилю приходится преодолевать силу трения и составляющую силы тяжести, параллельную пути (см. решение задачи 2.25). $F = P(k\cos\alpha + \sin\alpha)$. Следовательно, $N = Pv(k\cos\alpha + \sin\alpha)$. У нас $\sin\alpha = 0{,}05$. Вследствие малости α можем положить $\cos\alpha \cong 1$, тогда $N = 11{,}8$ *квт*.

3) При движении автомобиля под гору мощность, развиваемая двигателем, будет равна $N = Pv(k\cos\alpha - \sin\alpha) = 1{,}98$ *квт*.

2.60. Чтобы автомобиль двигался под гору с выключенным мотором с постоянной скоростью, необходимо, чтобы сила трения была равна составляющей силы тяжести, параллельной пути, т. е. $kmg\cos\alpha = mg\sin\alpha$, отсюда $k = \operatorname{tg}\alpha$. Мощность, развиваемая двигателем при движении автомобиля в гору, определяется формулой $N = Fv = Pv(k\cos\alpha + \sin\alpha)$. Подставляя в эту формулу $k = \operatorname{tg}\alpha$, получим $N = Pv\,2\sin\alpha = 11{,}8$ *квт*.

2.61. 1) При неподвижной платформе начальная скорость снаряда относительно земли, очевидно, равна его скорости относительно орудия. На основании закона сохранения количества движения имеем

$$(m_1 + m_2 + m_3)\,v_1 = m_3 v_0 + (m_1 + m_2)\,v_x, \qquad (1)$$

где m_1 — масса платформы, m_2 — масса орудия и m_3 — масса снаряда. В рассматриваемом случае $v_1 = 0$. Тогда уравнение (1) дает

$$v_x = -\frac{m_3 v_0}{m_1 + m_2} = -3{,}33 \text{ м/сек} = -12 \text{ км/ч}.$$

Знак „минус“ указывает, что, если принять направление движения снаряда положительным, т. е. если принять $v_0 > 0$, то $v_x < 0$, платформа стала двигаться в направлении, противоположном направлению движения снаряда.

2) Если выстрел был произведен в направлении движения платформы, то начальная скорость снаряда относительно земли равна $v_2 = v_0 + v_1$, и тогда закон сохранения количества движения дает

$$(m_1 + m_2 + m_3)\,v_1 = m_3(v_0 + v_1) + (m_1 + m_2)\,v_x, \qquad (2)$$

откуда

$$v_x = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)\,v_1 - m_3(v_0 + v_1)}{m_1 + m_2} = 6 \text{ км/ч}.$$

Отметим, что $v_x > 0$, т. е. платформа продолжает двигаться в том же направлении, но с уменьшенной скоростью.

3) Если выстрел производится в направлении, противоположном направлению движения платформы, то при $v_0 > 0$ имеем $v_1 < 0$. Тогда уравнение (2) примет вид:

$$-(m_1 + m_2 + m_3) v_1 = m_3 (v_0 - v_1) + (m_1 + m_2) v_x,$$

или

$$v_x = \frac{-(m_1 + m_2 + m_3) v_1 - m_3 (v_0 - v_1)}{m_1 + m_2} = -30 \text{ км/ч}.$$

Отметим, что v_x и v_1 направлены одинаково ($v_x < 0$ и $v_1 < 0$), следовательно, платформа продолжает двигаться в том же направлении, но с увеличенной скоростью.

2.62. $v = 0{,}6$ *м/сек*.

2.63. 1) $v = 5{,}14$ *км/ч*; 2) $v = 1{,}71$ *км/ч*.

2.64. 1) $v = 17{,}8$ *км/ч*; 2) $v = 53{,}5$ *км/ч*, 3) $v = -17{,}8$ *км/ч*. Знак „минус" указывает, что вагон продолжает двигаться навстречу снаряду, но с меньшей скоростью.

2.65. $v = -12{,}5$ *м/сек*.

2.66. 1) 0,67 *м/сек*; 2) 0,83 *м/сек*; 3) 0,5 *м/сек*.

2.67. $s = 0{,}3$ *м*.

2.68. $W_к = 49$ *дж*.

2.69. $\Delta t = 2{,}9$ *сек*.

2.70. $\overline{F} = 19{,}6$ *н*.

2.71. 1) 284 *м*; 2) 71 *м*; 3) 1770 *м*.

2.72. $W_к = 1{,}5 \cdot 10^5$ *дж*.

2.73. 1) $v_1 = v_2 = 1{,}8$ *м/сек*; 2) $v_1 = 0{,}6$ *м/сек* и $v_2 = 2{,}6$ *м/сек*.

2.74. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$.

2.75. Первое тело до удара обладало кинетической энергией $W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}$. После неупругого удара оба тела начали двигаться с общей скоростью $v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}$. Кинетическая энергия обоих тел после удара стала $W_2 = \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2} = \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$. Разность $W_1 - W_2$ равна количеству тепла, выделившегося при ударе: $Q = \Delta W = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_1^2 v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$. Подставляя числовые данные задачи, получим: $Q = 12$ *дж*.

2.76. $W_1 = 5{,}62$ *дж*; $W_2 = 0{,}62$ *дж*.

2.77. $W = 7{,}5$ *дж*.

2.78. В 1,25 раза.

2.79. 1) $h_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ *м*, $h_2 = 0{,}08$ *м*; 2) $h = 2 \cdot 10^{-2}$ *м*.

2.80. $v = 550$ *м/сек*.

* **2.81.** $l = 0{,}64$ *м*.

2.82. $Q = 0{,}19$ *дж* $= 0{,}045$ *кал*.

2.83. $L = 2{,}55 \cdot 10^{-4}$ *н · сек*.

2.84. 1) $h = 0{,}5$ *м*; 2) $Q = 1{,}48$ *дж*.

2.85. Падая с высоты h_1, шарик подлетает к полу со скоростью v_1, а отскакивает от него со скоростью $v_2 = kv_1$, где k — коэффициент восстановления. Так как $mgh_1 = \frac{mv_1^2}{2}$ и $mgh_2 = \frac{mv_2^2}{2}$, то $\frac{h_2}{h_1} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{k^2v_1^2}{v_1^2} = k^2$, т. е. $h_2 = k^2h_1$. Промежуток времени с момента падения шарика до второго удара о пол равен $t = t_1 + 2t_2$, где t_1 — время падения шарика с высоты h_1 и t_2 — время падения шарика с высоты h_2. Так как $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ и $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} = k\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$, то $t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}(1 + 2k)$, отсюда $k = \frac{t - \sqrt{\frac{2h_1}{g}}}{2\sqrt{\frac{2h_1}{g}}}$. У нас $\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0{,}45$ *сек*, $t = 1{,}3$ *сек*. Подставляя эти числовые данные, найдем $k = 0{,}94$.

2.86. 1) $h = 0{,}84$ *м*; 2) $t = 1{,}4$ *сек*.

2.87. $k = 0{,}9$.

2.88. 1) $L = 0{,}17$ *н · сек*; 2) $Q = 37{,}2 \cdot 10^{-3}$ *дж*.

2.89. Кинетическая энергия первого тела до удара $W_1 = \frac{m_1v_1^2}{2}$, кинетическая энергия второго тела до удара $W_2 = 0$. После удара кинетическая энергия обоих тел $W = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}$, где u — общая скорость тел, равная $u = \frac{m_1v_1}{m_1 + m_2}$. Следовательно, $W = \frac{m_1^2v_1^2}{2(m_1 + m_2)}$. Тогда кинетическая энергия, перешедшая при ударе в тепло, $W_1 - W = \frac{m_1v_1^2}{2} - \frac{m_1^2v_1^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1v_1^2}{2}\left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right)$. Искомое отношение равно $\frac{W_1 - W}{W_1} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$.

1) Если $m_1 = m_2$, то $\frac{W_1 - W}{W_1} = 0{,}5$; 2) если $m_1 = 9m_2$, то $\frac{W_1 - W}{W_1} = 0{,}1$.

2.90. Кинетическая энергия первого тела до удара $W_1 = \frac{m_1v_1^2}{2}$. Кинетическая энергия второго тела до удара $W_2 = 0$. После удара второе тело приобрело кинетическую энергию $W_2' = \frac{m_2u_2^2}{2}$, где $u_2 = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$. Таким образом, первое тело сообщило второму телу кинетическую энергию $W_2' = \frac{m_2}{2}\left(\frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}\right)^2$. Искомое отношение равно $\frac{W_2'}{W_1} = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}$.

1) При $m_1 = m_2$ отношение $\frac{W'_2}{W_1} = 1$;

2) при $m_1 = 9m_2$ имеем $\frac{W'_2}{W_1} = 0{,}36$.

2.91. 1) 100%; 2) 1,9% т. е. в слое свинца нейтроны тормозятся значительно слабее, чем в соответствующем слое парафина или воды.

2.92. В 1,4 раза.

2.93. 1) $\frac{\Delta v}{v} = \frac{2}{13}$; 2) $\frac{\Delta v}{v} = \frac{2}{236}$.

2.94. $$x = \frac{\frac{mv^2}{R}}{mg} = \frac{v^2}{Rg} = \frac{\omega^2 R}{g} = 0{,}35\%.$$

2.95. 1 *ч* 25 *мин.*

2.96. $F = 245$ *н.*

2.97. 1) $v = 2{,}43$ *м/сек*; 2) В высшей точке $T = 0$; в низшей точке $T = 39{,}2$ *н.*

2.98. $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9g}{l}} = 2{,}1$ *об/сек.*

2.99. $m = 0{,}5$ *кг.*

2.100. $\nu = 59$ *об/мин.*

2.101. $T = 1{,}96$ *н.*

2.102. $k = 0{,}2$.

2.103. 1) $R_1 = 1600$ *м.* 2) $R_2 = 711$ *м.*

2.104. $\alpha = 22°$.

2.105. $\alpha = 1°$.

2.106. 1) $\nu_1 = 2$ *об/сек*; 2) $\nu_2 = 1{,}5$ *об/сек.*

2.107. $v = 47$ *км/ч.*

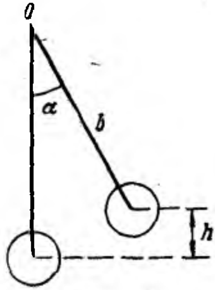


Рис. 79.

2.108. Натяжение нити в момент прохождения маятником положения равновесия $F = mg + \frac{mv^2}{l}$. Кроме того, $mgh = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{2gh}$. Но (рис. 79) $h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$. Тогда $\frac{mv^2}{l} = \frac{m}{l}2gh = \frac{m}{l}2gl(1 - \cos\alpha) = 2mg(1 - \cos\alpha)$ и $F = mg[1 + 2(1 - \cos\alpha)] = 12{,}4$ *н.*

2.109. 1) $\alpha = 45°34'$; 2) $T = 632$ *н*, 3) $v = 6$ *м/сек.*

2.110. 1) $\alpha = 60°$; 2) $n = \frac{2W_к}{mgl\sin\alpha} = 1{,}15$.

2.112. $\alpha = 60°$.

2.113. $h = 2$ *м.*

2.114. Боковое давление воды

$$p = \frac{F}{ld}, \tag{1}$$

где F — центробежная сила, d — диаметр трубы и l — длина той части трубы, на которую производится давление. Далее,

$$F = \frac{mv^2}{R}, \tag{2}$$

где

$$m = \rho l S \qquad (3)$$

— масса воды в объеме Sl (S — площадь поперечного сечения трубы, ρ — плотность воды). Скорость течения воды v определится формулой $v = \frac{M}{\rho S t}$, где M — масса воды, протекающей через поперечное сечение S трубы за время t. Подставляя (2), (3) и (4) в (1), получим $p = \frac{M^2}{R\rho d S t^2}$, или, после подстановки числовых данных задачи, $p = 560$ *н/м*^{2}.

2.115. $p = 1250$ *н/м*^{2}.

2.116. Работа, совершаемая при сжатии пружины, определяется формулой

$$A = -\int_0^s F dS, \qquad (1)$$

где s — сжатие. По условию сила пропорциональна сжатию, т. е.

$$F = -ks, \qquad (2)$$

где k — коэффициент деформации, определяемый степенью жесткости пружины и численно равный силе, вызывающей единичное сжатие. Подставляя (2) в (1), получим $A = \int_0^s ksds = \frac{ks^2}{2}$. У нас $k = \frac{29{,}4}{0{,}01}$ *н/м* $= 2940$ *н/м*, $s = 0{,}2$ *м*. Подставляя эти данные, получим $A = 58{,}8$ *дж*.

2.117. При статическом прогибе $P = kx_0$, где P — вес груза. Отсюда $k = \frac{P}{x_0}$. При падении этого груза с высоты h имеем $P(h + x) = \frac{kx^2}{2} = \frac{Px^2}{2x_0}$ или $x^2 - 2x_0x - 2x_0h = 0$. Решая это уравнение, находим $x = x_0 \pm \sqrt{x_0^2 + 2x_0h}$. 1) Если $h = 0$, то $x = 2x_0 = 4$ *см*; 2) если $h = 100$ *см*, то $x = 22{,}1$ *см*.

2.118. $h_1 = 1{,}23$ *м*.

2.119. 10 делений.

2.120. 7,4 *кГ*.

2.121. $v = 3{,}6$ *км/ч*.

2.122. $v = 22{,}1$ *м/сек*.

2.123. $\frac{W_1}{W_2} = \frac{k_2}{k_1}$.

2.124. $l = \frac{k_2 L}{k_1 + k_2} = 6 \cdot 10^{-2}$ *м*, т. е. груз надо повесить на расстоянии 6 *см* от первой пружины.

2.125. $F = \frac{m\Delta x}{(\Delta t)^2} = 13{,}7$ *н*.

2.126. Натяжение шнура (см. рис. 80) равно $T=\frac{P}{\cos\alpha}=5{,}7$ *н*. Это натяжение T вызывает растяжение шнура на Δl, причем $T=k\Delta l$. Отсюда $\Delta l=\frac{T}{k}=\frac{Tx_1}{F_1}=9{,}5\cdot 10^{-3}$ *м*. Из рис. 80 видно, что

$$\frac{l}{R}=\frac{T}{F}. \qquad (1)$$

Но

$$F=T\sin\alpha=\frac{mv^2}{R}=4\pi^2\nu^2 mR. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) имеем $l=\frac{T}{4\pi^2\nu^2 m}=7{,}25\cdot 10^{-2}$ *м*. Таким образом, длина резинового шнура после растяжения равна $l=72{,}5\cdot 10^{-3}$ *м* и его длина до растяжения $l_0=l-\Delta l=$ $=63\cdot 10^{-3}$ *м* $=6{,}3$ *см*.

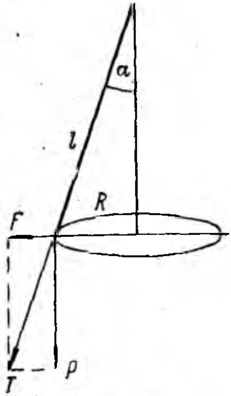


Рис. 80.

2.127. $l=10{,}8$ *см*.

2.128. Мяч плавает в равновесии, если его вес уравновешивается силой Архимеда, т. е. если $P=f_{\text{Арх}}$ или

$$mg=\rho_0 v_0 g, \qquad (1)$$

где v_0 — объем шарового сегмента высотой h, находящегося в воде при равновесии; ρ_0 — плотность воды; m — масса мяча. Очевидно, $H+h=R$, т. е. радиусу мяча. Если теперь погрузить мяч в воду на расстояние x, то сила Архимеда превысит вес мяча, и результирующая сила, выталкивающая мяч из воды, будет равна

$$f_x=f'_{\text{Арх}}-mg. \qquad (2)$$

Против этой силы f_x и должна быть совершена работа. Очевидно,

$$f'_{\text{Арх}}=\rho_0 v_1 g, \qquad (3)$$

где v_1 — объем шарового сегмента высотой $(h+x)$. Из (1), (2) и (3) имеем $f_x=\rho_0 v_1 g-\rho_0 v_0 g=\rho_0 g(v_1-v_0)=\rho_0 g v_x$, где v_x — объем шарового слоя высотой x. Объем шарового сегмента высотой l, как известно, равен $v=\frac{1}{3}\pi l^2(3R-l)$, где R — радиус шара. Отсюда объем шарового слоя $v_x=v_1-v_0=\frac{1}{3}\pi(x+h)^2[3R-(x+h)]-$ $-\frac{1}{3}\pi h^2(3R-h)$. Тогда

$$f_x=\rho_0 g v_x=\frac{\rho_0 g\pi}{3}[3R(x+h)^2-(x+h)^3-h^2(3R-h)]. \qquad (4)$$

Работа, которую надо совершить против этой силы при погружении мяча до диаметральной плоскости, будет равна

$$A=\int_0^H f_x dx. \qquad (5)$$

Подставляя (4) в (5), интегрируя и замечая, что $H+h=R$, получим после подстановки числовых данных задачи $A=0,74$ *дж.*

2.129. $A=0,17$ *дж* (см. решение задачи 2.128).

2.130. $A=4,6$ *дж* (см. решение задачи 2.128).

2.131. $A=\frac{SgH^2(\rho_0-\rho_1)^2}{2\rho_0}=7,84$ *дж.* Здесь ρ_0 — плотность воды и ρ_1 — плотность льда.

2.132. $F=1,86\cdot10^{-44}$ *н.*

2.133. $W=-3,8\cdot10^{-10}$ *дж.*

2.134. $\gamma=\frac{3g}{4\pi\rho R}=6,7\cdot10^{-11}$ $м^3/кг\cdot сек^2$.

2.135.

Планеты	ρ, $кг/м^3$
Меркурий	5500
Венера	4800
Земля	5500
Марс	3900
Юпитер	1320
Сатурн	710
Уран	1260
Нептун	1600

2.136. Ракета будет притягиваться Землей и Луной с одинаковой силой на расстоянии 6 земных радиусов от центра Луны.

2.137. $g_Л=\frac{1}{5,9}g_З$.

2.138. Период колебаний математического маятника увеличится в 2,43 раза.

2.139. Сила притяжения между телом и Землей равна $F=\gamma\frac{mM}{R^2}$, где m — масса тела, M — масса Земли и R — расстояние между ними. Вблизи поверхности Земли R равно радиусу Земли и $F=mg$. Тогда

$$F=mg=\gamma\frac{mM}{R^2}. \qquad (1)$$

При движении тела вокруг Земли по круговой орбите эта сила тяготения является центростремительной силой. Таким образом,

$$F=\frac{mv^2}{R}. \tag{2}$$

Отсюда искомая скорость

$$v=\sqrt{\frac{\gamma M}{R}}=\sqrt{gR}=7{,}9\cdot 10^3\ м/сек=7{,}9\ км/сек.$$

2.140. Для того чтобы тело удалилось от Земли, необходимо, чтобы кинетическая энергия тела была достаточна для преодоления потенциальной энергии сил тяготения, т. е.

$$\frac{mv^2}{2}\geqslant\gamma\frac{mM}{R}. \tag{1}$$

Но вблизи поверхности Земли $\frac{\gamma M}{R^2}=g$ (см. уравнение (1) решения предыдущей задачи); поэтому $\frac{mv^2}{2}\geqslant mgR$, откуда искомая скорость $v\geqslant\sqrt{2gR}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $v\geqslant 11{,}2$ *км/сек.*

2.141.

Планета	v_1, *км/сек*	v_2, *км/сек*
Меркурий	3,0	4,25
Венера	7,2	10,2
Земля	7,9	11,2
Марс	3,57	5,05
Юпитер	42,6	60,4
Сатурн	25,7	36,4
Уран	15,2	21,5
Нептун	16,6	23,5

2.142. $v=30$ *км/сек.*

2.143.

h, *км*	v, *км/сек*	T
0	7,91	1 *ч* 25 *м*
200	7,79	1 *ч* 28 *м*
7000	5,46	4 *ч* 16 *м*

2.144. 1) $T=\sqrt{\frac{3\pi}{\gamma\rho}}$, где ρ — плотность центрального тела; γ — гравитационная постоянная.

2)

Планета	T, *ч*
Меркурий	1,41
Венера	1,50
Земля	1,41
Марс	1,66
Юпитер	2,86
Сатурн	3,90
Уран	2,94
Нептун	2,61

2.145. $a_n=9{,}20$ *м/сек*^{2}.

2.146. $T_1=7{,}8$ *ч*, $T_2=31{,}2$ *ч*.

2.147. На расстоянии 35 800 *км* от поверхности Земли.

2.148. $v=1{,}7$ *км/сек*, $T=1$ *ч* 50 *м*.

2.149. $v_1=1{,}7$ *км/сек*, $v_2=2{,}4$ *км/сек*.

2.150. Имеем на поверхности Земли

$$F=mg=\gamma\frac{mM}{R^2}, \tag{1}$$

где R — радиус Земли. На высоте h над поверхностью

$$mg_1=\gamma\frac{mM}{(R+h)^2}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) получим

$$\frac{g_1}{g}=\frac{R^2}{(R+h)^2}. \tag{3}$$

Уравнение (3) дает зависимость $\frac{g_1}{g}$ от высоты h. Обозначим $\frac{g_1}{g}=n$. Тогда из (3) $h^2+2Rh+\left(R^2-\frac{R^2}{n}\right)=0$. Решая это квадратное уравнение, находим $h=-R\pm\frac{R}{\sqrt{n}}$. Так как h должно быть больше нуля, то надо взять решение со знаком плюс, т. е. $h=-R+\frac{R}{\sqrt{n}}$. В этом случае h будет всегда положительным, так как всегда $n<1$. Подставляя $n=0{,}25$, находим $h=R$, т. е. $g_1=0{,}25g$ на высоте, равной радиусу Земли. Заметим, что если $h\ll R$, то уравнение (3) можно написать так: $\frac{g_1}{g}=\frac{R^2}{(R+h)^2}\cong 1-\frac{2h}{R}$.

2.151. На расстоянии 13 600 *км* от поверхности Земли.

2.152. В 2 раза.

2.153. Пусть m — масса тела, находящегося на расстоянии h от поверхности Земли и на расстоянии r от ее центра. Учитывая указание, данное в условии задачи, можем написать $F_1 = mg_1 = \gamma \frac{mM_1}{r^2}$, где M_1 — масса Земли в объеме шара радиусом r. Так как $M_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$, где ρ — плотность Земли, то $mg_1 = \gamma m \frac{4}{3}\pi r \rho$. На поверхности Земли $F = mg = \gamma \frac{mM}{R^2} = \gamma m \frac{4}{3}\pi R \rho$. Отсюда искомая зависимость $\frac{g_1}{g}$ от глубины h будет $\frac{g_1}{g} = \frac{r}{R} = \frac{R-h}{R}$. Обозначим $\frac{g_1}{g} = n$, тогда $h = R(1-n)$. Если $n = 0{,}25$, то $h = 0{,}75\ R$.

2.154. $h = 2H$.

2.155. По третьему закону Кеплера

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}. \qquad (1)$$

Так как нас интересует период обращения планеты Солнечной системы, то целесообразно в качестве планеты с известными значениями T_2 и R_2 взять Землю (отметим, что при применении закона Кеплера к искусственным спутникам Земли естественно взять Луну в качестве спутника с известными значениями T_2 и R_2). Для нашего случая $T_2 = 12$ *мес*, $R_2 = 1{,}5 \cdot 10^8$ *км*. По условию $R_1 = 1{,}5 \cdot 10^8$ *км* $+ 24 \cdot 10^6$ *км* $= 1{,}74 \cdot 10^8$ *км*. Тогда из (1) имеем $T_1 = T_2 \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3} = 15$ *мес* $= 450$ дней.

2.156. $v = 27{,}6$ *км/сек*, $T = 450$ *дней*.

2.157. 1) $R_2 = 1{,}46 \cdot 10^4$ *км*, 2) $T = 104$ *мин*.

2.158. $T = 88$ *мин*.

2.159. Возьмем элемент кольца dl (рис. 81). Притяжение между этим элементом кольца и массой m, помещенной в точке A, будет

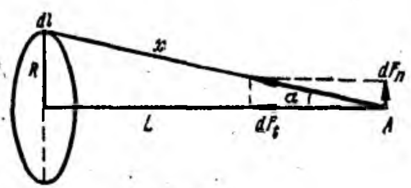


Рис. 81.

$dF = \gamma \frac{m\rho\pi r^2 dl}{x^2}$. Сила dF направлена по линии x, соединяющей элемент кольца dl с массой m. Очевидно, для нахождения силы притяжения всем кольцом надо геометрически сложить все силы dF. Силу dF можно разложить на две составляющие dF_n и dF_t.

Составляющие dF_n от каждых двух диаметрально расположенных элементов взаимно уничтожаются, тогда $F=\int dF_t$. Но $dF_t = dF\cos\alpha = dF\frac{L}{x}$ и

$$F=\int \frac{L}{x}\,dF=\frac{\gamma m\rho\pi r^2 L}{x^3}\int\limits_0^{2\pi R} dl=\frac{\gamma m\rho\pi r^2 L 2\pi R}{x^3}. \tag{1}$$

Но $x=\sqrt{R^2+L^2}$ и окончательно

$$F=\frac{2\pi^2\gamma m\rho r^2 RL}{(R^2+L^2)^{3/2}}. \tag{2}$$

Из формулы (2) видно, что если $L=0$, то $F=0$. Нетрудно убедиться, что функция F с увеличением L сначала растет, а затем начинает уменьшаться. Найдем максимум функции F. Выразим переменные величины x и L через угол α. Имеем $x=\frac{R}{\sin\alpha}$, $L=x\cos\alpha=\frac{R}{\sin\alpha}\cos\alpha$. Тогда формула (1) примет вид:

$$F=\frac{2\pi^2\gamma m\rho r^2\cos\alpha\sin^2\alpha}{R}=A\cos\alpha\sin^2\alpha.$$

Для нахождения максимума функции F возьмем производную $\frac{dF}{d\alpha}$ и приравняем ее нулю. Имеем $\frac{dF}{d\alpha}=A(2\cos^2\alpha\sin\alpha-\sin^3\alpha)$ или $\mathrm{tg}^2\alpha=2$. Тогда расстояние L, на котором сила F максимальна, равно $L=\frac{R}{\sin\alpha}\cos\alpha=\frac{R}{\mathrm{tg}\,\alpha}=\frac{R}{\sqrt{2}}$.

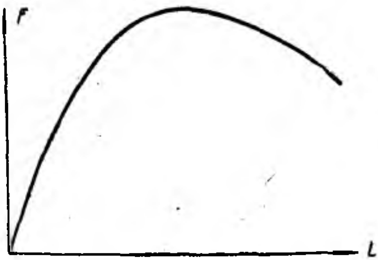


Рис. 82.

2.160. 1) На рис. 82 изображен характер зависимости $F=f(L)$; 2) $L_{max}=14{,}1$ *см*; 3) $F_{max}=4{,}33\cdot10^{-11}$ *н*.

2.161. В 1,3 раза.

§ 3. Вращательное движение твердых тел

3.1. 1) $9{,}7 \cdot 10^{-37}$ *кг* · *м*²; 2) $7 \cdot 10^{33}$ *кг* · *м*²/*сек*.

3.2. 1) $J_1 = 63{,}5 \cdot 10^{-8}$ *кг* · *м*²; 2) $J_2 = 62{,}5 \cdot 10^{-8}$ *кг* · *м*²; 3) $\delta = 1{,}6\%$.

3.3. Результирующий момент сил, под действием которого вращается диск, равен

$$M = FR - M_{\text{тр}}. \qquad (1)$$

По основному закону динамики этот момент сил связан с угловым ускорением тела уравнением

$$M = J\varepsilon, \qquad (2)$$

где

$$J = \frac{mR^2}{2} \qquad (3)$$

— момент инерции диска. Из (1), (2) и (3) нетрудно найти массу диска $m = \frac{2(FR - M_{\text{тр}})}{\varepsilon R^2}$. У нас $F = 98{,}1$ *н*, $R = 0{,}2$ *м*, $\varepsilon = 100$ *рад/сек*², $M_{\text{тр}} = 0{,}5$ *кГм* $= 0{,}5 \cdot 9{,}81$ *н* · *м*. Подставляя эти данные, получим $m = 7{,}36$ *кг*. Таким образом, вес диска равен $P = 7{,}36$ *кГ* $= 72$ *н*.

3.4. $\varepsilon = 2{,}35$ *рад/сек*².

3.5. $F = 4{,}0$ *н*.

3.6. $M = 100$ *н* · *м*.

3.7. 1) $\varepsilon = 7{,}8$ *рад/сек*²; 2) через 1 *мин* 20 *сек*.

3.8. $\nu = 23{,}4$ *об/сек*.

3.9. 1) $M = 513$ *н* · *м*; 2) $N = 600$ *об*.

3.10. Движение гири P_1 вниз происходит под действием двух сил: веса гири P_1 (направленного вниз) и натяжения нити T_1 (направленного вверх). Поэтому для гири P_1 будем иметь

$$m_1 a = m_1 g - T_1. \qquad (1)$$

Гиря P_2 движется вверх с тем же ускорением a под действием следующих сил: веса P_2 (вниз) и натяжения нити T_2 (вверх). Поэтому для гири P_2

$$m_2 a = T_2 - m_2 g. \qquad (2)$$

Нить будет натянута по обе стороны блока по-разному, и разность ее натяжений $T_1 - T_2$ будет создавать момент, вращающий блок. Применяя основной закон динамики, получим

$$(T_1 - T_2)R = J\varepsilon = J\frac{a}{R}, \qquad (3)$$

где

$$J = \frac{MR^2}{2}. \qquad (4)$$

В формуле (4) M — масса блока.

1) Решая (1), (2), (3) и (4) совместно, найдем

$$a=\frac{P_1-P_2}{m_1+m_2+\frac{J}{R^2}}=\frac{P_1-P_2}{m_1+m_2+\frac{M}{2}}. \qquad (5)$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $a=2{,}8$ *м/сек*^{2}. Если в уравнении (5) положить $M=0$, т. е. пренебречь массой блока, то мы получим решение задачи 2.30.

2) Подставляя (5) в (1) и (2), получим соответственно

$$T_1=\frac{P_1\left(2m_2+\frac{J}{R^2}\right)}{m_1+m_2+\frac{J}{R^2}} \qquad (6)$$

и

$$T_2=\frac{P_2\left(2m_1+\frac{J}{R^2}\right)}{m_1+m_2+\frac{J}{R^2}}. \qquad (7)$$

Если в (6) и (7) положить $J=0$ ($M=0$), то мы снова получим решение задачи 2.30. Подставляя числовые данные задачи, будем иметь $T_1=14{,}0$ *н* и $T_2=12{,}6$ *н*.

3.11. Задачу можно решить двумя способами: 1) применяя основной закон динамики вращательного движения (см. решение задачи 3.10) и 2) применяя закон сохранения энергии. Решение задачи первым способом учащимся предлагается сделать самостоятельно; ответ $a=\frac{2mg}{M+2m}=3$ *м/сек*^{2}. При решении задачи вторым способом рассуждаем так: при опускании груза его потенциальная энергия уменьшается, переходя в кинетическую энергию груза и в кинетическую энергию вращения барабана. Таким образом,

$$mgh=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}, \qquad (1)$$

где J — момент инерции барабана. Но так как $J=\frac{MR^2}{2}$ и $\omega=\frac{v}{R}$, где R — радиус барабана, то уравнение (1) можно написать так:

$$mgh=\frac{mv^2}{2}+\frac{Mv^2}{2\cdot 2}=\frac{v^2}{2}\left(m+\frac{M}{2}\right). \qquad (2)$$

Так как опускание груза происходит под действием постоянной силы, то движение груза равноускоренное, поэтому

$$h=\frac{at^2}{2} \qquad (3)$$

и

$$v=at, \qquad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), нетрудно получить

$$a=\frac{2mg}{M+2m}=3\ м/сек^2.$$

3.12. $J=9{,}5\ кг\cdot м^2$.

3.13. 1) Через 1,1 сек; 2) $W_к=0{,}81\ дж$; 3) $T=4{,}1\ н$.

3.14. $T_1-T_2=\frac{1}{R}(J\varepsilon-M_{тр})=98{,}1\ н$.

3.15. 1) $a=3{,}53\ м/сек^2$; 2) $T_1=6{,}3\ н$, $T_2=4{,}5\ н$.

Учащимся предлагается проверить, что из формул, дающих решение этой задачи, можно получить решение задачи 2.31.

3.16. Кинетическая энергия диска складывается из кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения, т. е.

$$W_к=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}, \tag{1}$$

но так как $J=\frac{mR^2}{2}$ и $\omega=\frac{v}{R}$, где m — масса диска, R — его радиус, то уравнение (1) примет вид: $W_к=\frac{3mv^2}{4}$. Подставляя численные данные задачи, получим $W_к=24{,}0\ дж$.

3.17. $W_к=0{,}1\ дж$.

3.18. $W_2=29{,}4\ дж$.

3.19. 1) $Q=2{,}51\cdot10^{-3}\ дж$.

3.20. $\delta=\frac{W_1-W_2}{W_2}=40\%$. Здесь $W_1=W_{пост}+W_{вр}$; $W_2=W_{пост}$.

3.21. $A=710\ дж$.

3.22. $3{,}8\ кг\cdot м^2/сек$.

3.23. $W=253\ дж$.

3.24. $4{,}1\ м$.

3.25. $H=2R+\frac{R}{2}\left(1+\frac{m_1}{m}\right)=7{,}56\ м$.

3.26. $A=3{,}2\pi^3R^5\delta\nu^2=34{,}1\ дж$. Здесь δ — плотность меди.

3.27. При скатывании тела с наклонной плоскости его потенциальная энергия переходит в кинетическую. Таким образом,

$$mgh=\frac{mv^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}, \tag{1}$$

где J — момент инерции тела и m — его масса. Но

$$h=l\sin\alpha, \tag{2}$$

$$\omega=\frac{v}{R}. \tag{3}$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$mgl\sin\alpha=\frac{v^2}{2}\left(m+\frac{J}{R^2}\right). \tag{4}$$

Так как движение тел происходит под действием постоянной силы, то движение тел равноускоренное, поэтому

$$l = \frac{at^2}{2} \tag{5}$$

и

$$v = at. \tag{6}$$

Решая (4), (5) и (6) совместно, получим

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + \frac{J}{R^2}}. \tag{7}$$

Подставляя в (7) выражения для момента инерции различных тел, найдем:

1) для шара $a = \frac{5}{7} g \sin \alpha = 3{,}50$ *м/сек*^{2};

2) для диска $a = \frac{2}{3} g \sin \alpha = 3{,}27$ *м/сек*^{2};

3) для обруча $a = \frac{1}{2} g \sin \alpha = 2{,}44$ *м/сек*^{2};

4) для тела, соскальзывающего с наклонной плоскости без трения, имеем

$$a = g \sin \alpha = 4{,}9 \text{ м/сек}^2.$$

3.28. $v = \sqrt{\dfrac{2mgh}{m + \frac{J}{R^2}}}$. 1) 2,65 *м/сек*; 2) 2,56 *м/сек*; 3) 2,21 *м/сек*; 4) 3,13 *м/сек*.

3.29. 1) Поступательная скорость цилиндров у подножия наклонной плоскости определяется формулой

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{J}{R^2}}} \tag{1}$$

(см. предыдущую задачу). Алюминиевый цилиндр, у которого момент инерции меньше, чем у свинцового, достигнет у подножия наклонной плоскости бо́льшей скорости и, следовательно, быстрее скатится с нее.

2) Момент инерции алюминиевого (сплошного) цилиндра равен

$$J_1 = \frac{mR^2}{2}. \tag{2}$$

Момент инерции свинцового цилиндра (полого) равен $J_2 = m\,\dfrac{R^2 + R_1^2}{2}$.

Найдем внутренний радиус R_1 свинцового цилиндра. По условию массы обоих цилиндров равны, т. е. $\rho_1 L\pi R^2 = \rho_2 L\pi\,(R^2 - R_1^2)$, где

L — длина цилиндров, ρ_1 — плотность алюминия и ρ_2 — плотность свинца. Отсюда $R_1^2 = R^2 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$. Тогда момент инерции свинцового цилиндра

$$J_2 = \frac{mR^2}{2} \frac{2\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}. \tag{3}$$

Подставляя числовые данные (см. таблицы), получим $J_1 = 9 \cdot 10^{-4}$ *кг* · *м*², $J_2 = 15{,}9 \cdot 10^{-4}$ *кг* · *м*².

3) Так как скатывание цилиндров происходит под действием постоянной силы, то $v = at$ и $l = \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{at^2}{2}$. Отсюда $\frac{h}{\sin\alpha} = \frac{vt}{2}$ и

$$t = \frac{2h}{v \sin\alpha}. \tag{4}$$

Подставляя в (4) формулу (1), получим окончательно

$$t = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h\left(m + \frac{J}{R^2}\right)}{mg}}. \tag{5}$$

Подставляя в (5) формулы (2) и (3), получим соответственно: для алюминиевого цилиндра $t = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{3h}{g}} = 0{,}78$ *сек*, для свинцового цилиндра $t = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h\left(1 + \frac{2\rho_2 - \rho_1}{2\rho_2}\right)}{g}} = 0{,}88$ *сек*.

3.30. 1) $\varepsilon = -0{,}21$ *рад/сек*²; 2) $M_т = 0{,}42$ *н* · *м*; 3) $A = 630$ *дж*; 4) $N = 240$ *об*.

3.31. 1) $J = 0{,}01$ *кг* · *м*²; 2) $M_{тр} = 9{,}4 \cdot 10^{-2}$ *н* · *м*.

3.32. 1) $M_{тр} = 308$ *н* · *м*; 2) $t = 100$ *сек*.

3.33. $h = 0{,}865$ *м*.

3.34. $W_к = \frac{\varepsilon L t_2^2}{2t_1} = 490$ *дж*.

3.35. $\Delta t = \frac{W}{\pi\nu M} = 5$ *сек*.

3.36. $W_к = \frac{F^2 \Delta t^2}{m} = 1{,}92 \cdot 10^3$ *дж* $= 1{,}92$ *кдж*.

3.37. На угол $\alpha = 81°22'$.

3.38. $v = 7{,}1$ *м/сек*.

3.39. $\omega_1 = \omega_2 = 14$ *рад/сек*; $v_1 = 105$ *см/сек*, $v_2 = 210$ *см/сек*.

3.40. На основании закона сохранения момента количества движения имеем:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2, \tag{1}$$

где J_1 — момент инерции платформы с человеком, стоящим на ее краю; J_2 — момент инерции платформы с человеком, стоящим в центре платформы; ω_1 и ω_2 — угловые скорости платформы соответственно в первом и во втором положениях человека. При этом

$$J_1 = \frac{m_1R^2}{2} + m_2R^2 \tag{2}$$

и

$$J_2 = \frac{m_1R^2}{2}, \tag{3}$$

где R — радиус платформы, m_1 — масса платформы и m_2 — масса человека. Подставляя (2) и (3) в (1) и учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$, где ν — число оборотов платформы в секунду, получим

$$\left(\frac{m_1R^2}{2} + m_2R^2\right)2\pi\nu_1 = 2\pi\nu_2\frac{m_1R^2}{2},$$

откуда

$$\nu_2 = \nu_1\frac{m_1R^2 + 2m_2R^2}{m_1R^2} = \nu_1\frac{m_1 + 2m_2}{m_1} = 22 \text{ об/мин.}$$

3.41. $A = 162$ *дж.*
3.42. $\nu = 21$ *об/мин.*
3.43. В 1,05 раза.
3.44. $\nu = 0{,}64$ *об/мин.*
3.45. $T = 1{,}16$ *сек.*
3.46. $T = 1{,}07$ *сек.*
3.47. $l = \frac{T\sqrt{gd}}{\pi} = 0{,}446$ *м.*
3.48. $T = 1{,}5$ *сек.*
3.49. Период математического маятника

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

и период физического маятника $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$, где J — момент инерции шарика относительно оси вращения, m — масса шарика и l — расстояние от центра шарика до точки подвеса. В нашем случае $J = \frac{2}{5}mR^2 + ml^2 = ml^2\left[1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2\right] = ml^2x$. Тогда

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{lx}{g}}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) имеем $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{x}$. Ошибка, которую мы делаем, принимая подвешенный шарик за математический маятник, будет равна $\delta = \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} - 1 = \sqrt{x} - 1.$

Отсюда $x=\left[1+\frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2\right]=(1+\delta)^2$ или

$$\frac{R}{l}=\sqrt{\frac{5}{2}\left[(1+\delta)^2-1\right]}. \tag{3}$$

У нас $\delta\leqslant 0{,}01$. Подставляя в (3), получим $\frac{R}{l}\leqslant 0{,}0224$. Так как $R=\frac{D}{2}=0{,}02$ *м*, то предельное расстояние от центра шарика до точки подвеса $l\geqslant 0{,}089$ *м*, а предельная длина нити $L=l-R=$ $=0{,}069$ *м* $=6{,}9$ *см*.

3.50. В 1,05 раза.

§ 4. Механика газов и жидкостей

4.1. $v=0{,}12$ *м/сек*.

4.2. Обозначим S_1 — площадь поперечного сечения сосуда и v_1 — скорость течения воды в нем (скорость понижения уровня воды в сосуде), S_2 — площадь поперечного сечения отверстия и v_2 — скорость вытекания воды из отверстия. По теореме Бернулли,

$$\frac{\rho v_1^2}{2}+\rho gh=\frac{\rho v_2^2}{2},$$

или

$$v_1^2+2gh=v_2^2. \tag{1}$$

В силу неразрывности струи $v_1S_1=S_2v_2$, или

$$v_2=\frac{v_1S_1}{S_2}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1) и решая относительно v_1, получим $v_1=$ $=\frac{S_2\sqrt{2gh}}{\sqrt{S_1^2-S_2^2}}$. Так как $S_1=\frac{\pi D^2}{4}$ и $S_2=\frac{\pi d^2}{4}$, то $v_1=\frac{d^2\sqrt{2gh}}{\sqrt{D^2-d^2}}$. Так как $d^2\ll D^2$, то приближенно

$$v_1=\frac{d^2}{D^2}\sqrt{2gh}. \tag{3}$$

Отметим, что если $d=D$, то $v_1=\sqrt{2gh}$. При $h=0{,}2$ *м* $v_1=8\cdot 10^{-4}$ *м/сек*.

4.3. В обоих случаях струя воды падает на стол на расстоянии 0,4 *м* от сосуда.

4.4. 1) $v=1{,}25$ *м/сек*; 2) $v=0{,}7$ *м/сек*; 3) $v=0$.

4.5. Скорость понижения уровня воды в баке $v=\frac{S_2\sqrt{2gy}}{\sqrt{S_1^2-S_2^2}}$ (см. решение задачи 4.2). Здесь y — уровень воды в баке (переменный). За время dt уровень воды в баке понизится на

$$dy=v\,dt=A\sqrt{y}\,dt, \tag{1}$$

где $A=\frac{S_2\sqrt{2g}}{\sqrt{S_1^2-S_2^2}}$. Из (1) $dt=\frac{dy}{A\sqrt{y}}$, отсюда $t=\frac{1}{A}\int\limits_0^h\frac{dy}{\sqrt{y}}$. Учащимся предлагается довести интегрирование до конца и получить ответ $t=\frac{2\sqrt{h}\sqrt{S_1^2-S_2^2}}{S_2\sqrt{2g}}=\sqrt{\frac{2h\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2-1\right]}{g}}=180$ *сек* $=3$ *мин*. Нетрудно убедиться, что если бы уровень воды в баке поддерживался постоянным на высоте $h=1$ *м* от отверстия, то время вытекания такого же количества воды было бы в два раза меньше.

4.6. $d=1{,}4\cdot10^{-2}$ *м*.

4.7. $p=2{,}5\cdot10^5$ *н/м²* $\cong 2{,}5$ *ат*.

4.8. $v=1{,}4$ *м/сек*.

4.9. $\Delta h=1{,}4\cdot10^{-2}$ *м*.

4.10. В три раза.

4.11. $v=4{,}1$ *м/сек*.

4.12. $\eta=2$ *н · сек/м²*.

4.13. На 4 *мин*.

4.14. $\eta=1{,}09$ *н · сек/м²*, $\nu=11{,}2\cdot10^{-4}$ *м²/сек*.

4.15. Скорость понижения уровня касторового масла в сосуде зависит от скорости протекания масла через капилляр. Объем масла, протекающего за время t через капилляр, определяется формулой Пуазейля

$$V=\frac{\pi r^4 t\Delta p}{8l\eta}. \tag{1}$$

В нашем случае разность давлений на концах капилляра обусловлена гидростатическим давлением слоя жидкости, т. е.

$$\Delta p=\rho gh. \tag{2}$$

С другой стороны,

$$V=S_1v_1t=\pi r^2v_1t, \tag{3}$$

где v_1 — скорость протекания масла через капилляр. Из (1), (2) и (3) имеем

$$v_1=\frac{r^2\rho gh}{8l\eta}. \tag{4}$$

Но так как $v_1S_1=vS$, где v — скорость понижения уровня масла в сосуде и S — площадь поперечного сечения сосуда, то окончательно $v=\frac{r^4\rho gh}{8l\eta R^2}$. При $h=26$ *см* $=0{,}26$ *м* $v=3\cdot10^{-5}$ *м/сек*.

4.16. $t=120$ *сек*.

4.17. На расстоянии 1,1 *см*.

4.18. $d\leqslant4{,}6$ *мм*.

4.19. Число Рейнольдса в условиях задачи равно $\mathrm{Re}=1800$, т. е. $\mathrm{Re}<3000$ — движение ламинарное.

4.20. $D\leqslant0{,}085$ *м*.

ГЛАВА II

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

§ 5. Физические основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики

5.1. $T = 280°K = 7°$ C.
5.2. $V = 7{,}6 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3}.
5.3. $M = 1{,}13$ *кг*.
5.4. $T = 364°K = 91°$ C.
5.5. $V = 3{,}1 \cdot 10^{-2}$ *м*^{3}.
5.6. $\Delta M = \frac{M_1 \Delta p}{p_1} = 7{,}5$ *кг*.
5.7. $M = 0{,}065$ *кг*.
5.8. $M = 1200$ *кг*.
5.9. В 1,1 раза.
5.10. 1) $pV = \frac{M}{\mu} RT_1 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{2} 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 273$ *дж* $= 567$ *дж*. (1)

2) $pV = \frac{M}{\mu} RT_2 = 775$ *дж*. (2)

Задавая различные значения V по уравнениям (1) и (2), будем получать соответствующие значения p.

5.11. См. решение предыдущей задачи.

5.12. $\frac{M}{\mu} = 0{,}4$ *кмоля*.

5.13. $p_1 = 1{,}08 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}; $p_2 = 1{,}16 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}.

5.14. При горизонтальном положении капилляра в каждой половине его находится воздух объемом $V_0 = Sh$ и давлением p_0, где S — площадь поперечного сечения капилляра. После того как капилляр поставлен вертикально, в верхней половине его объём воздуха $V_1 = S(h + \Delta l)$ и давление равно p_1. По закону Бойля — Мариотта $V_0 p_0 = V_1 p_1$, или

$$hp_0 = (h + \Delta l) p_1. \quad (1)$$

Аналогично для нижней половины капилляра

$$hp_0 = (h - \Delta l) p_2. \quad (2)$$

При этом давление p_2 в нижней половине капилляра складывается из давления p_1 и давления ртутного столбика p_3, т. е.

$$p_2 = p_1 + p_3. \qquad (3)$$

Решая уравнения (1), (2) и (3) совместно, получим

$$p_0 = \frac{p_3 (h - \Delta l)(h + \Delta l)}{2h\Delta l}. \qquad (4)$$

В уравнении (4) p_0 будет выражено в тех единицах, в которых измерено давление p_3. Будем выражать давление p_3 в миллиметрах ртутного столба. У нас $p_3 = 200$ *мм* рт. ст., $h = \frac{L-l}{2} = 0{,}4$ *м* и $\Delta l = 0{,}1$ *м*. Подставляя эти данные в (4), получим $p_0 = 375$ *мм* рт. ст.

5.15. По закону Архимеда потеря в весе тела, погруженного в газ, равна весу этого газа в объеме тела. Объем массы M свинца $V_1 = \frac{M}{\rho_1}$, где ρ_1 — плотность свинца. Воздух в этом объеме весит $m_1 g = \frac{\mu p V_1 g}{RT} = \frac{\mu p M g}{\rho_1 RT}$. Объем пробки массы M равен $V_2 = \frac{M}{\rho_2}$, где ρ_2 — плотность пробки. Воздух в этом объеме весит $m_2 g = \frac{\mu p M g}{\rho_2 RT}$. Истинный вес свинца $P_1 = g(M + m_1)$ и истинный вес пробки $P_2 = g(M + m_2)$ и $\Delta P = P_2 - P_1 = g(m_2 - m_1) = \frac{\mu p M g}{RT} \times \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right) = 58{,}6$ *н* $\cong 6{,}0$ *кГ*.

5.16. Результирующая подъемная сила воздушного шарика равна разности между весом воздуха в объеме шарика и весом самого шарика (весом его оболочки и находящегося в нем водорода). Таким образом, $F = M_2 g - (M_1 g + x)$, где F — результирующая подъемная сила, M_2 — масса воздуха в объеме шарика, M_1 — масса водорода в объеме шарика и x — вес оболочки. По условию $F = 0$, следовательно, $x = g(M_2 - M_1) = g\frac{pV}{RT}(\mu_2 - \mu_1) = \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{pg}{RT}(\mu_2 - \mu_1) = 0{,}096$ *н* $= 9{,}8 \cdot 10^{-3}$ *кГ*.

5.17. $\rho = \frac{M}{V} = \frac{p\mu}{RT} = 0{,}083$ *кг/м*^{3}.

5.18. $\rho = 0{,}081$ *кг/м*^{3}.

5.19. $\mu = 4$ *кг/кмоль*.

5.20. $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-14}$ *кг/м*^{3}.

5.21. До температуры 1400° К.

5.22. Состояние газа определяется уравнениями: до нагревания

$$p_1 V_1 = \frac{M}{\mu} RT_1 \qquad (1)$$

и после нагревания

$$p_2 V_2 = \frac{M}{\mu} RT_2. \qquad (2)$$

По условию $p_1 = p_2 = p$. Из уравнений (1) и (2) можно найти искомые величины:

1) $V_1 = \frac{MRT_1}{\mu p} = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ *м³*;

2) $T_2 = \frac{\mu p V_2}{MR} = 1170°$ K;

3) $\rho_1 = \frac{\mu p}{RT_1} = 4{,}14$ *кг/м³*;

4) $\rho_2 = \frac{\mu p}{RT_2} = 1$ *кг/м³*.

5.23. $p = 1{,}55 \cdot 10^8$ *н/м²*; $\rho = 500$ *кг/м³*.

5.24. $\rho = \frac{p\mu}{RT}$. При $T = \mathrm{const}$ величина $\rho = Ap$, т. е. ρ пропорционально p, и при $p = \mathrm{const}$ величина $\rho = \frac{B}{T}$, т. е. ρ обратно пропорционально T.

5.25. По закону Дальтона после испарения воды в сосуде установится давление $p = p_1 + p_2$, где p_1 — давление кислорода и p_2 — давление паров воды. По уравнению Менделеева — Клапейрона

$$p_1 = \frac{M_1RT}{V\mu_1} = \frac{1{,}6 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 773}{1 \cdot 32} \text{ н/м}^2 = 3{,}2 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2,$$

$$p_2 = \frac{M_2RT}{V\mu_2} = \frac{0{,}9 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 773}{1 \cdot 18} \text{ н/м}^2 = 3{,}2 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2,$$

общее давление $p = 6{,}4 \cdot 10^5$ *н/м²*.

5.26. По закону Дальтона,

$$p = p_1 + p_2, \tag{1}$$

где p_1 и p_2 — парциальные давления, причем, если температура постоянна, $p_1(V_1 + V_2) = p_0'V_1$ и $p_2(V_1 + V_2) = p_0''V_2$. Откуда

$$p_1 = \frac{p_0'V_1}{V_1 + V_2} \tag{2}$$

и

$$p_2 = \frac{p_0''V_2}{V_1 + V_2}. \tag{3}$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$p = \frac{p_0'V_1 + p_0''V_2}{V_1 + V_2} = 1{,}4 \cdot 10^5 \text{ н/м}^2.$$

5.27. $p = 4{,}15 \cdot 10^5$ *н/м²*.

5.28. 1) $\mu = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = 4{,}6$ *кг/кмоль*;

2) $V = 11{,}7 \cdot 10^{-3}$ *м³*.

5.29. $m=2{,}5\cdot 10^{-3}$ *кг.*

5.30. Если бы молекулы иода не были диссоциированы, то давление в сосуде было бы

$$p=\frac{MRT}{\mu V}=\frac{10^{-3}8{,}31\cdot 10^{3}\cdot 1273}{254\cdot 0{,}5\cdot 10^{-3}}\ н/м^2=625\ мм\ рт.\ ст.$$

Если степень диссоциации равна α, то в сосуде находится $2\alpha\frac{M}{\mu}$ киломолей атомного иода J и $(1-\alpha)\frac{M}{\mu}$ киломолей молекулярного иода J_2. Давления, создаваемые ими, равны соответственно:

$$p_1=\frac{2\alpha MRT}{\mu V} \quad и \quad p_2=\frac{(1-\alpha)MRT}{\mu V}$$

и давление смеси

$$p_c=p_1+p_2=\frac{MRT}{\mu V}(2\alpha+1-\alpha)=(1+\alpha)\frac{MRT}{\mu V}=p(1+\alpha),$$

т. е.

$$1+\alpha=\frac{p_c}{p}=\frac{700}{625}=1{,}12 \quad и \quad \alpha=0{,}12.$$

5.31. $\frac{p_1}{p}=1{,}25;$

5.32. $\rho=1{,}2$ *кг/м*^{3}, $p_1=0{,}236\cdot 10^5$ *н/м*^{2}, $p_2=0{,}764\cdot 10^5$ *н/м*^{2}.

5.33. $\rho=1{,}98$ *кг/м*^{3}

5.34. 1) $m=\frac{\mu}{N_0}=1{,}67\cdot 10^{-27}$ *кг*; 2) $m=6{,}65\cdot 10^{-27}$ *кг.*

5.35. $5{,}6\cdot 10^{-23}$ *н·сек.*

5.36. $3{,}3\cdot 10^{-23}$ *н·сек.*

5.37. $2\cdot 10^{-23}$ *кг·м/сек.*

5.38. $3.3\cdot 10^{22}$.

5.39. $7{,}5\cdot 10^{19}$ *см*$^{-3}$.

5.40. $2\cdot 10^{27}$.

5.41. $3{,}4\cdot 10^{5}$ *см*$^{-3}$.

5.42. Давление p газа в сосуде связано с числом молекул n в единице объема этого сосуда соотношением

$$p=nkT=\frac{NkT}{V}, \tag{1}$$

где N — общее число молекул в объеме V. Так как эти N молекул образуют на стенке сосуда мономолекулярный слой, то

$$N=\frac{S_1}{S}, \tag{2}$$

где

$$S_1=4\pi r^2 \tag{3}$$

— поверхность сосуда и S — площадь одной молекулы. Объем сосуда

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3. \tag{4}$$

Подставляя (2), (3) (4) в (1), получим

$$p=\frac{3kT}{Sr}, \tag{5}$$

или после подстановки числовых данных задачи в (5)

$$p=2{,}4\ н/м^2=1{,}8\cdot10^{-2}\ мм\ рт.\ ст.$$

5.43. Если степень диссоциации равна α, то в сосуде находится $2\alpha\frac{M}{\mu}$ киломолей атомного иода J и $(1-\alpha)\frac{M}{\mu}$ киломолей молекулярного иода J_2. Общее число киломолей в сосуде равно $2\alpha\frac{M}{\mu}+(1-\alpha)\frac{M}{\mu}$, и тогда искомое число частиц будет равно

$$N=N_0\left[2\alpha\frac{M}{\mu}+(1-\alpha)\frac{M}{\mu}\right].$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $N=3{,}56\cdot10^{21}$.

5.44. $N=4{,}5\cdot10^{23}$.

5.45. 1) $V=3{,}2\cdot10^{-3}$ $м^3$; 2) $p_1=7{,}37\cdot10^{-4}$ мм рт. ст., $p_2=2{,}63\cdot10^{-4}$ мм рт. ст.; 3) $n=2{,}6\cdot10^{13}$ $см^{-3}$.

5.46. $\sqrt{\overline{v^2}}=500$ м/сек.

5.47. $\dfrac{\sqrt{\overline{v_1^2}}}{\sqrt{\overline{v_2^2}}}=2{,}65$.

5.48. $\sqrt{\overline{v^2}}=5\cdot10^5$ м/сек.

5.49. $n=4{,}2\cdot10^{18}$ $см^{-3}$.

5.50. $p=\frac{1}{3}\rho\overline{v^2}=5\cdot10^3$ $н/м^2$.

5.51. В $1{,}44\cdot10^7$ раза.

5.52. $m\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{3kTm}=6{,}3\cdot10^{-24}$ кг·м/сек.

5.53. 1) $\sqrt{\overline{v^2}}=230$ м/сек; 2) $N=1{,}9\cdot10^{23}$; 3) $\rho=5{,}0$ $кг/м^3$.

5.54. $\sqrt{\overline{v^2}}=4{,}6\cdot10^{-3}$ м/сек.

5.55. $\rho=0{,}74$ $кг/м^3$.

5.56. 1) $\sqrt{\overline{v^2}}=1900$ м/сек; 2) $\mu=2$ кг/кмоль.

5.57. $N=1{,}88\cdot10^{22}$.

5.58. Энергия теплового движения молекул газа определяется формулой

$$W=\frac{M}{\mu}\frac{i}{2}RT. \tag{1}$$

Для двухатомного газа $i=5$, причем $i=3$ приходится на долю поступательного движения молекул и $i=2$ — на долю вращательного движения. Подставляя числовые данные задачи в (1), получим $W=3{,}7\cdot10^3$ дж; причем $W_{пост}=2{,}2\cdot10^3$ дж и $W_{вр}=1{,}5\cdot10^3$ дж.

5.59. $W_к=210$ дж.

5.60. $W_{вр}=8{,}3\cdot10^4$ дж.

5.61. $W=750$ дж.

5.62. 1) $M=\frac{2W}{\sqrt{\overline{v^2}}}=2{,}5\cdot 10^{-3}$ *кг*;

2) $p=\frac{2W}{3V}=1{,}67\cdot 10^5$ *н/м²*.

5.63. 1) $T=20\,000°$ K; 2) $T=900°$ K.

5.64. $W=\frac{iMp}{2\rho}=5\cdot 10^4$ *дж*.

5.65. $N=1{,}3\cdot 10^{20}$; $W=1{,}33$ *дж*.

5.56. 1) $c_V=650$ *дж/кг·град*; 2) $c_p=910$ *дж/кг·град*.

5.67. 1) 800 *дж/кг·град* = 0,19 *кал/г·град*;
2) 1025 *дж/кг·град* = 0,245 *кал/г·град*;
3) 970 *дж/кг·град* = 0,23 *кал/г·град*;
4) 1040 *дж/кг·град* = 0,248 *кал/г·град*;
5) 103 *дж/кг·град* = 0,025 *кал/г·град*.

5.68. 1,4.

5.69. $\mu=2$ *кг/кмоль*.

5.70. $c_V=650$ *дж/кг·град*; $c_p=910$ *дж/кг·град*.

5.71. $c_V=693$ *дж/кг·град*; $c_p=970$ *дж/кг·град*.

5.72. Из уравнения $2H_2+O_2=2H_2O$ видно, что из трех киломолей двухатомных газов после реакции получаются два киломоля трехатомного газа. Поэтому до сгорания $C'_V=3\,\frac{5}{2}R$ и $C'_p=3\,\frac{7}{2}R$. После сгорания $C''_V=2\,\frac{6}{2}R$ и $C''_p=2\,\frac{8}{2}R$. Поэтому

1) $C'_V-C''_V=\frac{3}{2}R=12{,}4\cdot 10^3$ *дж/град*;

2) $C'_p-C''_p=\frac{5}{2}R=20{,}8\cdot 10^3$ *дж/град*.

5.73. Количество тепла, необходимое для нагревания $2\alpha\,\frac{M}{\mu}$ киломолей атомного кислорода и $(1-\alpha)\,\frac{M}{\mu}$ киломолей молекулярного кислорода при постоянном давлении, равно

$$Q=2\alpha\,\frac{M}{\mu}\,C'_p\Delta t+(1-\alpha)\,\frac{M}{\mu}\,C''_p\Delta t=\frac{M}{\mu}\,C_p\Delta t,$$

где C'_p и C''_p — молекулярные теплоемкости одноатомного и двухатомного газа соответственно; C_p — молекулярная теплоемкость смеси (при $p=\text{const}$). Отсюда

$$2\alpha C'_p+(1-\alpha)\,C''_p=C_p,$$

или

$$\alpha=\frac{C_p-C''_p}{2C'_p-C''_p}. \qquad (1)$$

Здесь $C_p = c_p\mu = 1050 \cdot 32$ *дж/кмоль·град*$= 33{,}6 \cdot 10^3$ *дж/кмоль·град*, $C'_p = 20{,}78 \cdot 10^3$ *дж/кмоль·град*, $C''_p = 29{,}08 \cdot 10^3$ *дж/кмоль·град*. Подставляя эти данные в (1), получим $\alpha = 0{,}36$.

5.74. $c_V = 90$ *дж/кг·град*, $c_p = 139$ *дж/кг·град*.

5.75. $\alpha = 21\%$.

5.76. $c_p = 685$ *дж/кг·град*.

5.77. $\dfrac{c_p}{c_V} = 1{,}59$.

5.78. $M = 60$ *кг*.

5.79. 1) Количество тепла, полученного газом, найдется по формуле $\Delta Q = \dfrac{M}{\mu} C_p (T_2 - T_1)$. Чтобы найти T_2, пишем уравнение состояния газа до нагревания и после нагревания $pV_1 = \dfrac{M}{\mu} RT_1$ и $pV_2 = \dfrac{M}{\mu} RT_2$. Отсюда $T_2 = T_1 \dfrac{V_2}{V_1}$, но $V_1 = \dfrac{MRT_1}{\mu p}$ и, следовательно,

$$T_2 = \frac{\mu V_2 p}{MR} = \frac{32 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^5}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 10^3} \, {}^\circ\text{K} = 1155 \, {}^\circ\text{K}.$$

Таким образом,

$$T_2 - T_1 = 1155 \, {}^\circ\text{K} - 283 \, {}^\circ\text{K} = 873 \, {}^\circ\text{K}$$

и

$$\Delta Q = \frac{M}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{10^{-2} \cdot 29{,}08 \cdot 10^3 \cdot 873}{32} \textit{ дж} = 7{,}9 \cdot 10^3 \textit{ дж}.$$

2) Энергия газа до нагревания может быть найдена по формуле

$$W_1 = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT_1. \qquad (1)$$

Так как кислород — газ двухатомный, то $i = 5$. Подставляя числовые данные задачи в формулу (1), получим энергию газа до нагревания $W_1 = 1{,}8 \cdot 10^3$ *дж*. Энергия газа после нагревания

$$W_2 = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT_2 = 7{,}6 \cdot 10^3 \textit{ дж}.$$

5.80. $Q = 4{,}15 \cdot 10^3$ *дж*.

5.81. 1) При постоянном давлении имеем $Q = \dfrac{M}{\mu} C_p \Delta T$. Но $pV_1 = \dfrac{M}{\mu} RT_1$ и $pV_2 = \dfrac{M}{\mu} RT_2$, откуда $p\Delta V = \dfrac{M}{\mu} R\Delta T$, или $\dfrac{M}{\mu} \Delta T = \dfrac{p\Delta V}{R}$. Следовательно, $Q = C_p \dfrac{p\Delta V}{R} = 700$ *дж*.

2) При постоянном объеме имеем $Q = \dfrac{M}{\mu} C_V \Delta T$. Но $p_1 V = \dfrac{M}{\mu} RT_1$ и $p_2 V = \dfrac{M}{\mu} RT_2$, откуда $V\Delta p = \dfrac{M}{\mu} R\Delta T$, или $\dfrac{M}{\mu} \Delta T = \dfrac{V\Delta p}{R}$. Следовательно, $Q = C_V \dfrac{V\Delta p}{R} = 500$ *дж*.

5.82. 1) $T = 1500\,°\text{K}$; 2) $V = 12{,}4 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3}; 3) $Q = 12{,}4$ *кдж.*
5.83. $Q = 545$ *дж.*

5.84. $Q = \frac{M}{\mu} C_x \Delta T$, отсюда $C_x = \frac{\mu Q}{M \Delta T} = 20{,}8 \cdot 10^3$ *дж/кмоль* $\times$ $\times$ *град* $\cong 5$ *кал/моль · град.* Так как кислород — газ двухатомный, то полученное значение C_x говорит о том, что нагревание происходит при постоянном объеме.

5.85. Количество тепла, которое надо сообщить воздуху, найдется из формулы

$$\Delta Q = \frac{M}{\mu} C_V \Delta T. \qquad (1)$$

Чтобы найти ΔT, напишем уравнения состояния газа до и после нагревания. Так как $V_1 = V_2 = V$, то $p_1 V = \frac{M}{\mu} R T_1$ и $p_2 V = \frac{M}{\mu} R T_2$, откуда $V \Delta p = \frac{M}{\mu} R \Delta T$, или

$$\Delta T = \frac{V \Delta p \mu}{MR}. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), найдем

$$Q = C_V \frac{V \Delta p}{R} = \frac{i}{2} V \Delta p. \qquad (3)$$

Подставляя числовые данные задачи в (3), получим $Q = 10^4$ *дж.*
5.86. 1) $M = 3{,}7 \cdot 10^{-3}$ *кг*; 2) $\Delta W = 3{,}3 \cdot 10^{-21}$ *дж.*

5.87. $Q = \frac{\rho V C_V \Delta t}{\mu} = 208$ *дж.*

5.88. 1) $T_2 = 2500°\,\text{K}$; 2) $Q = C_V \frac{V \Delta p}{R} = 16{,}3$ *кдж.*

5.89. $i = 6$.
5.90. 1) $Q = 6{,}25$ *кдж*; 2) $t_2 = 4t_1$; 3) $p_2 = 4p_1$.
5.91. 1) $Q = 102$ *дж*; 2) $\sqrt{\overline{v^2}} = 1{,}57 \cdot 10^3$ *м/сек*; 3) $p_2 = 1{,}33 \cdot 10^5$ *н/м*^{2}; 4) $\rho_1 = \rho_2 = 0{,}164$ *кг/м*^{3}; 5) $W = 4 \cdot 10^2$ *дж.*
5.92. $Q = 155$ *дж.*
5.93. 1) $\bar{v} = 579$ *м/сек*; 2) $\sqrt{\overline{v^2}} = 628$ *м/сек*; 3) $v_в = 513$ *м/сек.*
5.94. $T = 83°\,\text{K} = -190°\,\text{C}$.
5.95. Распределение молекул по скоростям дается формулой

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2 \Delta u, \qquad (1)$$

где u — относительная скорость. В нашем случае $v = 100$ *м/сек* и $\Delta v = 10$ *м/сек.* Наиболее вероятная скорость $v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = 376$ *м/сек.* Следовательно, $u = \frac{v}{v_в} = \frac{100}{376}$ и $u^2 = 0{,}071$, $e^{-u^2} = 0{,}93$

и $\Delta u = \frac{10}{376}$. Тогда формула (1) дает $\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} 0{,}93 \cdot 0{,}071 \frac{10}{376} = 0{,}004 = 0{,}4\%$. Таким образом, число молекул, скорости которых лежат в указанном интервале, равно 0,4% от общего числа молекул. Для решения этой задачи можно также воспользоваться графиком $\frac{\Delta N}{N \Delta u} = f(u)$ (см. рис. 83), построенным по данным табл. 10 на стр. 71. У нас $u = 0{,}27$. Из графика видно, что этому значению u

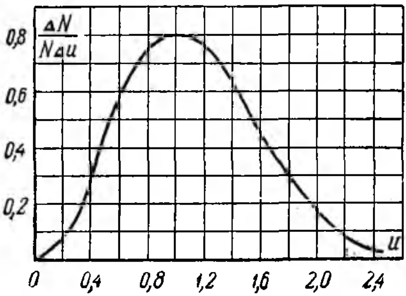


Рис. 83.

соответствует $\frac{\Delta N}{N \Delta u} \cong 0{,}16$. Так как у нас $\Delta u = 0{,}027$, то $\frac{\Delta N}{N} = 0{,}16 \cdot 0{,}027 = 0{,}004 = 0{,}4\%$.

5.96. $\frac{\Delta N}{N} = 2{,}8\%$.

5.97. $\frac{\Delta N}{N} = 4{,}5\%$.

5.98. $\frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = 1{,}1$ для любого газа при любой температуре.

5.99. 1) $v_в = 487$ *м/сек* и $\frac{\Delta N}{N} = 3{,}4\%$; 2) $v_в = 731$ *м/сек* и $\frac{\Delta N}{N} = 2{,}2\%$.

Таким образом, при повышении температуры максимум кривой распределения сдвигается вправо и величина максимума уменьшается.

5.100. Так как в данной задаче интервал скоростей велик, то нельзя пользоваться формулой Максвелла. Для решения этой задачи поступаем так: находим числа молекул N_1 и N_2, скорости которых соответственно больше v_1 и v_2. Тогда, очевидно, искомое число молекул $N_x = N_1 - N_2$. Для нахождения чисел N_1 и N_2 пользуемся графиком $\frac{N_x}{N} = F(u)$, построенным по данным табл. 11, приведенной на стр. 72 (см. рис. 84). В нашей задаче $v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = 500$ *м/сек*. Следовательно, $u_1 = \frac{300}{500} = 0{,}6$ и $u_2 = \frac{800}{500} = 1{,}6$. По графику рис. 84 для этих значений u находим соответственно $\frac{N_1}{N} = 0{,}87 = 87\%$ и $\frac{N_2}{N} = 0{,}17 = 17\%$. Полученные данные означают,

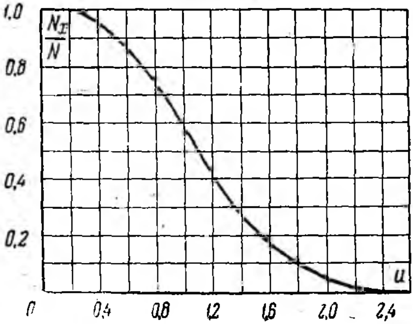


Рис. 84.

что 87% всех молекул движется со скоростями, превышающими скорость 300 *м/сек*, и только 17% молекул имеют скорости больше 800 *м/сек*. Тогда относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от 300 *м/сек* до 800 *м/сек*, равно $\frac{N_x}{N} = 87\% - 17\% = 70\%$.

5.101. 1) $\frac{N_1}{N} = 57\%$; 2) $\frac{N_2}{N} = 43\%$. Как видно из результатов решения этой задачи, кривая распределения молекул по скоростям несимметрична.

5.102. $N_x = 1{,}9 \cdot 10^{22}$.

5.103. Чтобы молекула имела кинетическую энергию поступательного движения, равную W_0, она должна обладать скоростью v_0, удовлетворяющей уравнению $\frac{mv_0^2}{2} = W_0$. Отсюда $v_0 = \sqrt{\frac{2W_0}{m}}$. Так как наиболее вероятная скорость $v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$, то относительная скорость этой молекулы будет равна $u = \frac{v_0}{v_н} = \sqrt{\frac{W_0}{kT}} = 1{,}73$. Пользуясь графиком рис. 84, находим относительное число молекул $\frac{N_x}{N}$, относительная скорость которых больше, чем скорость $u=1{,}73$. График дает $\frac{N_x}{N}=0{,}12$. Таким образом, 12% молекул кислорода при данной температуре имеют кинетическую энергию, превышающую заданное значение энергии W_0. Общее число молекул кислорода в сосуде равно $N=\frac{M}{\mu}N_0=1{,}5\cdot10^{23}$. Следовательно, искомое число молекул $N_x=0{,}12N=1{,}8\cdot10^{22}$.

5.104. 1) $T=7730^\circ$ K. 2) По условию $\frac{N_x}{N}=0{,}5$. График рис. 84 дает, что $\frac{N_x}{N}=0{,}5$ соответствует относительной скорости $u=1{,}1$. Но $u=\sqrt{\frac{W_0}{kT}}$ (см. решение предыдущей задачи), отсюда $T=\frac{W_0}{ku^2}=9600^\circ$ K.

5.105. $T=15\,700^\circ$ K.

5.106. Давление газа p уменьшается с высотой h по закону $p=p_0e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$, где p_0 — давление газа на высоте $h=0$. У нас $\mu=29$ *кг/кмоль*, $h=3{,}25\cdot10^3$ *м*, $R=8{,}31\cdot10^3$ *дж/кмоль·град*, $T=278^\circ$ K, следовательно, $\frac{\mu gh}{RT}=0{,}4$. Так как $e^{-0{,}4}=0{,}67$, то окончательно $p=760\cdot0{,}67$ *мм* рт. ст. $=510$ *мм* рт. ст.

5.107. $h=2{,}3$ *км*.

5.108. $p_1=0{,}354$ *атм*, $p_2=0{,}713$ *атм*, $\Delta p=0{,}36$ *атм*.

5.109. В 1,7 раза.

5.110. 1) 1,28 *кГ*; 2) 0,78 *кГ*.

5.111. 1) $h=5{,}5$ *км*; 2) $h=80$ *км*.

5.112. Имеем барометрическую формулу

$$p=p_0e^{-\frac{\mu gh}{RT}}. \tag{1}$$

Концентрация (число частиц в единице объема) равна $n=\frac{p}{kT}$, откуда

$$p=nkT. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим соответственно для высот h_1 и h_2: $n_1=n_0e^{-\frac{\mu gh_1}{RT}}$ и $n_2=n_0e^{-\frac{\mu gh_2}{RT}}$, отсюда $\frac{n_1}{n_2}=e^{-\frac{\mu g(h_1-h_2)}{RT}}=e^{\frac{\mu g(h_2-h_1)}{RT}}$, или

$$\ln\frac{n_1}{n_2}=\frac{\mu g(h_2-h_1)}{RT}. \tag{3}$$

Так как масса частицы равна $m=\frac{\mu}{N_0}$, то формулу (3) можно написать так $\ln\frac{n_1}{n_2}=\frac{N_0 mg(h_2-h_1)}{RT}$, откуда окончательно

$$N_0=\frac{RT\ln\frac{n_1}{n_2}}{gm(h_2-h_1)}.$$

5.113. $N_0=6{,}1\cdot 10^{26}$ *кмоль*$^{-1}$.
5.114. $\lambda=8{,}5\cdot 10^{-4}$ *м*.
5.115. $\lambda=5{,}6$ *км*.
5.116. $\lambda=9{,}3\cdot 10^{-8}$ *м*.
5.117. $z=4{,}9\cdot 10^{5}$ *сек*$^{-1}$.
5.118. $z=2{,}47\cdot 10^{9}$ *сек*$^{-1}$.
5.119. В 2,3 раза.
5.120. $\lambda=10^{-6}$ *м*.
5.121. $\lambda=\frac{\mu}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 N_0\rho}=1{,}8\cdot 10^{-9}$ *м*.
5.122. $\lambda=14{,}2$ *см*.
5.123. Число столкновений в секунду молекул кислорода находится по формуле $z=\frac{\bar{v}}{\lambda_2}$, где $\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ и $\lambda_2=\lambda_1\frac{p_1}{p_2}$. Таким образом,

$$z=\frac{\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}}{\lambda_1\frac{p_1}{p_2}}. \qquad (1)$$

По условию $\frac{p_1}{p_2}=100$, $\lambda_1=9{,}5\cdot 10^{-8}$ *м*, $T=273^\circ$ K. Подставляя эти данные в (1), получим $z=4{,}5\cdot 10^{7}$ *сек*$^{-1}$.
5.124. $z=9{,}6\cdot 10^{9}$ *сек*$^{-1}$.
5.125. $\lambda=2{,}3\cdot 10^{-8}$ *м*.
5.126. $\sigma=\sqrt{\frac{\mu}{\sqrt{2}\,N_0\pi\lambda\rho}}=3{,}5\cdot 10^{-10}$ *м*.
5.127. $\tau=1{,}6\cdot 10^{-7}$ *сек*.
5.128. $\rho=1{,}6\cdot 10^{-9}$ *кг/м*^{3}, $n=3{,}3\cdot 10^{10}$ *см*$^{-3}$; $\lambda=7{,}6$ *м*.
5.129. Чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, длина свободного пробега должна быть не меньше диаметра сосуда, т. е. $\lambda\geqslant D\geqslant\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n}$. Отсюда $n\leqslant\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 D}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $n\leqslant 1{,}7\cdot 10^{13}$ *см*$^{-3}$.
5.130. 1) $7\cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст., 2) $7\cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст.,
3) $7\cdot 10^{-5}$ *мм* рт. ст.
5.131. $p\leqslant 3\cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст.
5.132. $\rho\leqslant 9{,}4\cdot 10^{-7}$ *кг/м*^{3}.

5.133. $z=\frac{\bar{u}}{\lambda}\sqrt{\frac{8}{3\pi}}=9{,}2\cdot 10^7$ *сек*$^{-1}$.

5.134. $D=0{,}91\cdot 10^{-4}$ *м*^{2}/*сек*.

5.135. $D=8{,}4\cdot 10^{-5}$ *м*^{2}/*сек*.

5.136. $D=\frac{1}{3}\bar{v}\lambda=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 p}$. При постоянном давлении $D=AT^{3/2}$. На рис. 85 дан характер зависимости коэффициента диффузии от температуры T при $p=\text{const}$.

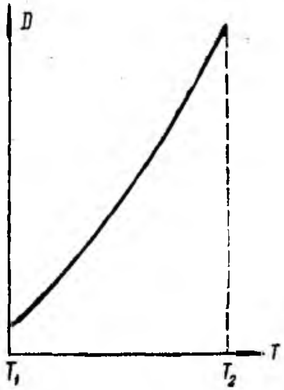


Рис. 85.

5.137. $M=2\cdot 10^{-6}$ *кг*.

5.138. $M=1{,}45\cdot 10^{-7}$ *кг*.

5.139. $\lambda=1{,}84\cdot 10^{-7}$ *м*.

5.140. $\eta=1{,}78\cdot 10^{-5}$ *н·сек/м*^{2}.

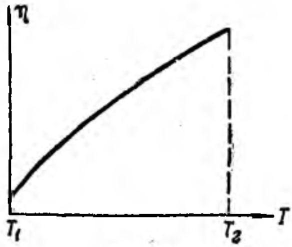


Рис. 86.

5.141. Имеем

$$\eta=\frac{1}{3}\bar{v}\lambda\rho, \tag{1}$$

где $\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ — средняя арифметическая скорость молекул, $\lambda=\frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 p}$ — средняя длина свободного пробега и $\rho=\frac{p\mu}{RT}$ — плотность газа. Подставляя эти величины в (1), получим $\eta=\frac{2k}{3\pi\sigma^2}\sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}}$, откуда $\sigma^2=\frac{2k}{3\pi\eta}\sqrt{\frac{\mu T}{R\pi}}=9\cdot 10^{-20}$ *м*^{2} и $\sigma=3\cdot 10^{-10}$ *м* $=3$ Å.

5.142. $\eta=\frac{1}{3}\bar{v}\lambda\rho$. Подставляя сюда выражения для $\bar{v}$, λ и ρ, найдем $\eta=A\sqrt{T}$, где A — некоторая постоянная. На рис. 86 дан характер зависимости коэффициента внутреннего трения η от температуры T.

5.143. $D=1{,}48\cdot 10^{-5}$ *м*^{2}/*сек*; $\eta=1{,}85\cdot 10^{-5}$ *кг/м·сек*.

5.144. В 1,07 раза.

5.145. $n=\frac{N_0\eta}{\mu D}=1{,}8\cdot 10^{25}$ *м*$^{-3}$.

5.146. Скорость падения дробинки будет постоянной, когда сила сопротивления газа станет равной весу дробинки, т. е. когда $mg=6\pi\eta r v$. Но $m=\rho_0\frac{4}{3}\pi r^3$, где ρ_0 — плотность свинца. Следовательно, $\rho_0\frac{4}{3}\pi r^3 g=6\pi r\eta v$, или $v=\frac{\rho_0 d^2 g}{18\eta}$. Таким образом, дело сводится к нахождению коэффициентов внутреннего трения азота и водорода:

$$\eta=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}\rho, \qquad (1)$$

причем

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}, \qquad (2)$$

$$\rho=\frac{\mu p}{RT}, \qquad (3)$$

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n}, \qquad (4)$$

где

$$n=\frac{p}{kT}. \qquad (5)$$

Подставляя (2), (3), (4) и (5) в (1), получим для азота

$$\eta_1=\frac{2k\sqrt{\mu_1 T}}{3\pi\sigma_1^2\sqrt{R\pi}}=1{,}76\cdot 10^{-5}\ \text{н}\cdot\text{сек/м}^2;$$

для водорода

$$\eta_2=\frac{2k\sqrt{\mu_2 T}}{3\pi\sigma_2^2\sqrt{R\pi}}=8{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{н}\cdot\text{сек/м}^2.$$

Тогда скорость падения дробинки:

1) для азота $v=\frac{\rho_0 d^2 g}{18\eta_1}=350$ *м/сек*;

2) для водорода $v=\frac{\rho_0 d^2 g}{18\eta_2}=770$ *м/сек*.

5.147. $v=4{,}1$ *м/сек*.

5.148. $F=0{,}045$ *н*.

5.149. $\eta=\frac{F(R-r)}{4\pi^2\nu hRr}=1{,}8\cdot 10^{-5}$ *н·сек/м*^{2}.

5.150. $K=0{,}090$ *вт/м·град*.

5.151. $K=13{,}2\cdot 10^{-3}$ *вт/м·град* $=11{,}3\cdot 10^{-3}$ *ккал/м·ч·град*.

5.152. $K=\frac{1}{3}\bar{v}\lambda c_V\rho$. Подставляя выражения для $\bar{v}$, λ и ρ, найдем $K=A\sqrt{T}$. На рис. 87 дан характер зависимости K от T.

5.153. $D=\frac{KVN_0}{c_V N}=2\cdot 10^{-5}$ *м²/сек.*

5.154. 1) $\frac{D_1}{D_2}=0{,}8$; 2) $\frac{\eta_1}{\eta_2}=1{,}25$; 3) $\frac{K_1}{K_2}=0{,}96$.

5.155. Коэффициент теплопроводности воздуха начнет уменьшаться при откачке, когда длина свободного пробега λ будет равна расстоянию l между стенками сосуда. Так как $\lambda=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$, то искомое давление $p=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 l}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $p=1{,}26$ *н/м²* $=0{,}0096$ *мм* рт. ст.

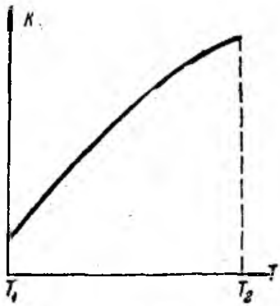


Рис. 87.

5.156. 1) Коэффициент теплопроводности воздуха начнет зависеть от давления при $\lambda=d$, где d — расстояние между стенками термоса. Имеем $\lambda=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$, откуда при $\lambda=d$ получим $p=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 d}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $p=7{,}6\cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст.

2) а) $K=13{,}1\cdot 10^{-3}$ *вт/м·град.*

б) Если $p=10^{-4}$ *мм* рт. ст., то длина свободного пробега λ равна расстоянию между стенками термоса. Тогда $K=\frac{1}{3}\lambda\bar{v}\rho c_V=$
$$=\frac{1}{3}d\bar{v}\rho c_V=\frac{d\sqrt{8RT}p\mu i}{3\sqrt{\pi\mu}\,RT\mu}=\frac{d\sqrt{8}\,ip}{3\sqrt{\pi\mu RT}}=17{,}8\cdot 10^{-5}\ \textit{вт/м·град.}$$

3) Имеем $Q=K\frac{\Delta T}{\Delta x}\Delta S\Delta t$. Но $\Delta S=2\pi rl$, где $r=\frac{r_1+r_2}{2}$. Тогда $Q=K\frac{\Delta T}{\Delta x}2\pi rl\Delta t$. Подставляя числовые данные задачи, получим: а) $Q=188$ *дж* $=45$ *кал* и б) $Q=25{,}5$ *дж* $=0{,}61$ *кал.* Действительные потери будут больше из-за конвекции.

5.157. $Q=5{,}7$ *ккал.*

5.158. $Q=78$ *дж.*

5.159. 1) $Q=\frac{M}{\mu}C_p\Delta T=7{,}92\cdot 10^3$ *дж* $=1890$ *кал;*

2) $\Delta W=\frac{i}{2}p\Delta V=5660$ *дж* $=1350$ *кал;*

3) $A=p\Delta V=2{,}26\cdot 10^3$ *дж* $=540$ *кал.*

Таким образом, как и следовало ожидать, на основании первого закона термодинамики $Q = \Delta W + A$.

5.160. 1) $A = 8{,}1 \cdot 10^3$ *дж*; 2) $\Delta W = 20{,}2 \cdot 10^3$ *дж*; 3) $Q = 28{,}3 \cdot 10^3$ *дж*. $(Q = \Delta W + A)$.

5.161. $\Delta W = 1000$ *дж*.

5.162. 1) $\Delta W = 2500$ *кдж*; 2) $A = 830$ *кдж*; 3) $Q = 3330$ *кдж*.

5.163. $A = 600$ *дж*.

5.164. $Q = A\left(\frac{i}{2} + 1\right) = 550$ *дж*.

5.165. $\Delta t = 57°$.

5.166. $A = 13{,}2$ *дж*; $\Delta W = 39{,}6$ *дж*.

5.167. 1) $Q = 3{,}32 \cdot 10^6$ *дж*; 3) $\Delta W = 2{,}49 \cdot 10^6$ *дж*; 3) $A = 8{,}31 \cdot 10^5$ *дж*.

5.168. 1) $Q = 10{,}4$ *дж*; 2) $\Delta h = 2{,}8$ *см*.

5.169. $Q = 360$ *дж*.

5.170. Работа изотермического изменения объема определяется формулой $A = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}$. Подставляя числовые данные задачи, получим

$$A = \frac{10{,}5 \cdot 10^{-3}}{28} 8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 253 \cdot \ln 2{,}5 \text{ дж} = 720 \text{ дж}.$$

5.171. В 2,72 раза.

5.172. $\sqrt{\overline{v^2}} = 500$ *м/сек*.

5.173. 1) $A = 70$ *дж*; 2) $Q = A = 70$ *дж* $= 16{,}8$ *кал*.

5.174. $A = 2{,}2 \cdot 10^5$ *дж*.

5.175. $T = 207°К = -66°С$.

5.176. $p_1 = 0{,}95$ *бар*.

5.177. $T = 865°К = 592°С$.

5.178. $i = 5$.

5.179. $t = 123°С$, $p = 52{,}8 \cdot 10^5$ *н/м²*.

5.180. $T = 683°К$.

5.181. $\frac{c_p}{c_V} = 1{,}4$.

5.182. 1) На рис. 88 изображен график процесса.

2) $V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_0} = 0{,}25$ *л*.

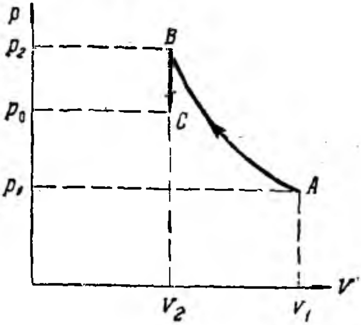


Рис. 88.

5.183. $\frac{c_p}{c_V} = 1{,}4$.

5.184. 1) Работа адиабатического изменения объема определяется формулой

$$A = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{(\varkappa - 1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa - 1}\right]. \qquad (1)$$

Подставляя числовые данные задачи в (1), получим $A = 2{,}69 \cdot 10^6$ *дж*.

2) Изменение внутренней энергии газа можно найти по формуле

$$\Delta W = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R\Delta T. \tag{2}$$

В уравнении (2) нам не дана разность температур ΔT. Эту величину мы можем найти двумя способами.

А. Уравнение (1) можно написать так: $A = \frac{p_1 V_1 (T_1 - T_2)}{(\varkappa - 1) T_1}$, отсюда

$$T_1 - T_2 = \frac{(\varkappa - 1) T_1 A}{p_1 V_1} = \frac{0{,}4 \cdot 273 \cdot 2{,}69 \cdot 10^6}{1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 22{,}4} \,{}^\circ\text{K} = 130^\circ\text{K};$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = -130^\circ\text{K}.$$

Знак минус означает, что температура газа при адиабатическом расширении понижается.

Б. Найдем температуру T_2, пользуясь уравнением Пуассона:

$$T_2 = \frac{T_1}{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}} = \frac{273}{(5)^{0,4}} = 143^\circ\text{ K}.$$

Таким образом,

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 143^\circ\text{ K} - 273^\circ\text{ K} = -130^\circ\text{ K}.$$

Подставляя $\Delta T = -130^\circ$ K, $\frac{M}{\mu} = 1$ *кмоль*, $i = 5$ в (2), находим $\Delta W = -2{,}69 \cdot 10^6$ *дж*. Мы получили, как и следовало ожидать, $\Delta W = -A$, т. е. при адиабатическом расширении газа работа совершается за счет изменения внутренней энергии.

5.185. Работа при адиабатическом сжатии

$$A_{\text{ад}} = \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{(\varkappa - 1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right]$$

и работа при изотермическом сжатии

$$A_{\text{из}} = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Отсюда

$$\frac{A_{\text{ад}}}{A_{\text{из}}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right]}{(\varkappa - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}}. \tag{1}$$

У нас $V_1 = 10^{-2}$ *м*^{3}, $V_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3}; $\varkappa - 1 = 0{,}4$. Подставляя эти данные в (1), получим $\frac{A_{\text{ад}}}{A_{\text{из}}} = 1{,}4$ — изотермически сжимать выгоднее.

5.186. На 7°.

5.187. В 1,15 раза.

5.188. 1) $p_2 = 5$ *атм*, $T_2 = 273°$ K, $A = -1140$ *дж*;
2) $p_2 = 9{,}5$ *атм*, $T_2 = 520°$ K, $A = -1590$ *дж*.

5.189. 1) $T_2 - T_1 = 313°\text{ K} = 40°$ C, $p_2 = 2{,}0 \cdot 10^5$ *н/м²*, $A = -1800$ *дж*;
2) $T_2 = 413°\text{ K} = 140°$ C, $p_2 = 2{,}6 \cdot 10^5$ *н/м²*, $A = -2080$ *дж*.

5.190. 1) В 2 раза; 2) в 1,64 раза.

5.191. Одноатомный газ нагреется больше в 1,2 раза.

5.192. 1) $\frac{V_2}{V_1} = 1{,}33$; 2) $T_2 = 270°\text{ K} = -3°$ C; 3) $A = 2{,}3 \cdot 10^4$ *дж*.

5.193. 1) $p = \frac{A}{V}$; 2) $p = \frac{B}{V^\varkappa}$, где $\varkappa = \frac{c_p}{c_V}$.

На рис. 89 изображен характер зависимости давления p газа от объема V при изотермическом (кривая *1*) и адиабатическом (кривая *2*) расширении газа.

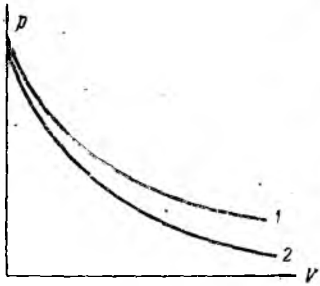


Рис. 89.

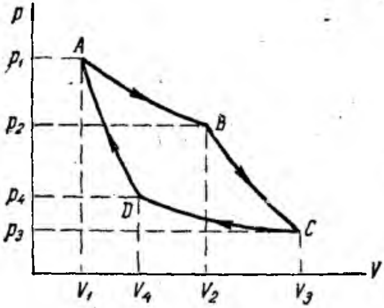


Рис. 90.

5.194. 1) $Q = 1{,}55$ *кдж*, $A = 0{,}92$ *кдж*, $\Delta W = 0{,}63$ *кдж*;
2) $Q = 1{,}88$ *кдж*, $A = 1{,}25$ *кдж*, $\Delta W = 0{,}63$ *кдж*.

5.195. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает работу A, равную $A = Q_1 - Q_2 = \eta Q_1$, где Q_1 — количество тепла, получаемого машиной от нагревателя, Q_2 — количество тепла, отданного холодильнику, η — к. п. д. машины. Имеем $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 0{,}25$. Тогда $A = \eta Q_1 = 150$ *кал* $= 630$ *дж*. Далее $Q_2 = Q_1 - A = 450$ *кал* $= 1880$ *дж*.

5.196. $\eta = 18\%$.

5.197. 1) $\eta = 26{,}8\%$; 2) $Q_1 = 27{,}4 \cdot 10^4$ *дж*; 3) $Q_2 = 20{,}0 \cdot 10^4$ *дж*.

5.198. 1) $\eta = 20\%$; 2) $A = 1{,}26 \cdot 10^3$ *дж*.

5.199. Уравнение изотермы AB (рис. 90) имеет вид:

$$pV = \frac{M}{\mu} RT_1. \tag{1}$$

Координаты точки A удовлетворяют этому уравнению, т. е.

$$p_1V_1=\frac{M}{\mu}RT_1,$$

откуда

$$\frac{M}{\mu}=\frac{p_1V_1}{RT_1}=\frac{7\cdot 1{,}013\cdot 10^5\cdot 2\cdot 10^{-3}}{8{,}31\cdot 10^3\cdot 400}\ \textit{кмолей}=0{,}427\cdot 10^{-3}\ \textit{кмолей}$$

и тогда (1) принимает вид:

$$pV=0{,}427\cdot 10^{-3}\cdot 8{,}31\cdot 10^3\cdot 400\ \textit{дж}=1420\ \textit{дж}. \qquad (2)$$

Для точки B

$$p_2=\frac{pV}{V_2}=\frac{1420}{5\cdot 10^{-3}}\ \textit{н/м}^2=2{,}8\ \textit{атм}.$$

Так как координаты точек B и C удовлетворяют адиабате BC, то $p_2V_2^{\varkappa}=p_3V_3^{\varkappa}$, откуда $p_3=p_2\left(\frac{V_2}{V_3}\right)=1{,}44$ *атм*. Уравнение изотермы DC $pV=\frac{M}{\mu}RT=p_3V_3=1{,}44\cdot 1{,}013\cdot 10^5\cdot 8\cdot 10^{-3}$ *дж* $=1170$ *дж*. Отсюда $T_2=330°$ К. Так как координаты точек D и A должны удовлетворять уравнению адиабаты DA, то $\left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\varkappa-1}=\frac{T_1}{T_2}$, отсюда $V_4=$ $=3{,}22\cdot 10^{-3}$ *м*^{3}, и $p_4=\frac{1170}{3{,}22\cdot 10^{-3}\cdot 1{,}013\cdot 10^5}$ *атм* $=3{,}6$ *атм*.

1) Таким образом, $V_1=2$ *л*, $p_1=7$ *атм*, $V_2=5$ *л*, $p_2=2{,}8$ *атм*; $V_3=8$ *л*, $p_3=1{,}44$ *атм*; $V_4=32{,}2$ *л*, $p_4=3{,}6$ *атм*.

2) Работа при изотермическом процессе AB

$$A_1=\frac{M}{\mu}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=0{,}427\cdot 10^{-3}\cdot 8{,}31\cdot 10^3\cdot 400\cdot 0{,}916\ \textit{дж}=1300\ \textit{дж};$$

работа при адиабатическом процессе BC

$$A_2=\frac{M}{\mu}\,\frac{RT_1}{(\varkappa-1)}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right]=\frac{M}{\mu}\,\frac{RT_1}{\varkappa-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)=620\ \textit{дж};$$

работа при изотермическом процессе CD

$$A_3=\frac{M}{\mu}RT_2\ln\frac{V_4}{V_3}=-1070\ \textit{дж};$$

работа при адиабатическом процессе DA

$$A_4=\frac{M}{\mu}\,\frac{RT_2}{\varkappa-1}\left(1-\frac{T_1}{T_2}\right)=-620\ \textit{дж}.$$

3) Работа за весь цикл $A=\sum A_i=230$ *дж*.

4) К. п. д. цикла $\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}=0{,}175=17{,}5\%$.

5) Количество тепла, взятого от нагревателя за один цикл, равно

$$Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{230}{0{,}175} = 1300 \text{ дж} = 312 \text{ кал}.$$

6) Количество тепла, отданного холодильнику за один цикл, равно

$$Q_2 = Q_1 - A = 1070 \text{ дж} = 256 \text{ кал}.$$

5.200. В 2,1 раза.

5.201. При обратном цикле внешние силы совершают над газом работу A. При этом количество тепла Q_2, отнятого у холодного тела, вместе с затраченной работой A равно количеству тепла Q, переданного более нагретому телу.

1) $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 0{,}093$;

2) $Q_2 = Q_1 - A = \dfrac{A}{\eta} - A = \dfrac{1-\eta}{\eta} A$. Здесь $A = 37\,000$ *дж* $=$ $= 37$ *кдж*. Следовательно, $Q_2 = \dfrac{1-\eta}{\eta} A = 360$ *кдж*.

3) $Q_1 = Q_2 + A = 397$ *кдж*. Таким образом, холодильная машина будет за каждый цикл передавать более горячему телу 397 *кдж* тепла, из которых 37 *кдж* берется за счет превращения работы в тепло, а остальные 360 *кдж* переносятся от холодного тела.

5.202. Коэффициенты η_1, η_2 и η_3 связаны между собой соотношениями $\eta_1 = \dfrac{1}{1-\eta_3}$, $\eta_2 = \dfrac{1-\eta_3}{\eta_3}$. В условиях нашей задачи $\eta_1 = 1{,}09$, $\eta_2 = 11{,}0$, $\eta_3 = 0{,}083$.

5.203. 4,94 *кг*.

5.204. За счет тепла Q_0 можно совершить работу $A = \eta_2 Q_0$, где η_2 — к. п. д. тепловой машины, причем $\eta_2 = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$. Тогда помещению будет передано холодильной машиной количество тепла $Q_1 = \dfrac{A}{\eta_3}$, где η_3 — к. п. д. холодильной машины, причем $\eta_3 = \dfrac{T_1' - T_2'}{T_1'}$. Тогда $\dfrac{Q_1}{Q_0} = \dfrac{\eta_2 Q_0}{\eta_3 Q_0} = \dfrac{\eta_2}{\eta_3} = \dfrac{(T_1 - T_2)\,T_1'}{(T_1' - T_2')\,T_1}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\dfrac{Q_1}{Q_0} = 3$, т. е. помещение получает в три раза меньше тепла от сгорания дров в печке, чем при отоплении его холодильной машиной, потребляющей такое же количество дров.

5.205. Из рис. 9 видно, что:

а) $A_{BC} = p_1 (V_1 - V_0)$, б) $A_{CD} = \dfrac{p_1 V_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa - 1}\right]$,

в) $A_{DE} = 0$, г) $A_{EA} = -p_0 (V_2 - V_0)$, д) $A_{AB} = 0$.

5.206. $\eta_1 = 20\%$ и $\eta_2 = 30\%$.

5.207. Мощность машины равна 20 *л. с.*, следовательно, в 1 *сек* совершается работа $A = Nt = 20\cdot 75$ *кГм* $= 1{,}47\cdot 10^4$ *дж*. Но, с другой стороны, за время одного цикла

$$A_1 = p_1(V_1 - V_0) + \frac{p_1V_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right] - p_0(V_2 - V_0),$$

или, так как $V_0 = 0$,

$$A_1 = p_1V_1 - p_0V_2 + \frac{p_1V_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right].$$

Следовательно, в 1 *мин* машина совершает

$$n = \frac{1{,}47\cdot 10^4\cdot 60}{8{,}5\cdot 10^3} = 104 \text{ цикла}.$$

5.208. 1) Из рис. 10 видно, что $A_{AB} = A_{BA}$, $A_{CD} = A_{EB} = 0$,

$$A_{BC} = \frac{M}{\mu}\,\frac{RT_0}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right], \quad A_{DE} = \frac{M}{\mu}\,\frac{RT_3}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right].$$

2) Имеем $\eta = \frac{A}{Q_1}$, где A — полная работа за весь цикл и Q_1 — количество тепла, выделяющегося при сгорании горючего (ветвь CD). Очевидно,

$$A = A_{BC} - A_{DE} = \frac{M}{\mu}\cdot\frac{R(T_0 - T_3)}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right],$$

$$Q_1 = \frac{M}{\mu}C_V(T_2 - T_1)$$

и тогда

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{R}{\varkappa - 1}\cdot\frac{\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right](T_0 - T_3)}{C_V(T_2 - T_1)}. \qquad (1)$$

Уравнение (1) можно представить в другом виде. Так как

$$\frac{R}{\varkappa - 1} = C_V,$$

то

$$\eta = \frac{\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1}\right](T_0 - T_3)}{T_2 - T_1}. \qquad (2)$$

Далее имеем

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1} = \frac{T_1}{T_0} = \frac{T_2}{T_3}. \qquad (3)$$

На основании (3) уравнение (2) можно переписать так:

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)(T_0 - T_3)}{T_2 - T_1} = \frac{T_2 - T_3}{T_2}. \qquad (4)$$

Уравнение (4) можно представить в другом виде. Из (4) следует:

$$\eta = 1 - \frac{T_3}{T_2}. \text{ Но так как } \frac{T_2}{T_3} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa - 1}, \text{ то } \eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa - 1}}.$$

5.209. $p = 9{,}3 \cdot 10^5$ *н/м²* и $T = 686°\text{ K} = 413°\text{ C}$.

5.210. $n = 1{,}3$.

5.211. 1) Очевидно, $V_1 - V_2 = Sh$ (см. рис. 10). С другой стороны, $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa} = \frac{p_2}{p_1}$. Решая эти два уравнения относительно V_2 и подставляя числовые данные, найдем $V_2 = 1{,}76 \cdot 10^{-4}$ *м³*;

2) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}$, откуда $T_2 = 680°\text{ K} = 407°\text{ C}$;

3) $A = \frac{p_1 V_1}{\varkappa - 1} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, но $V_1 = Sh + V_2 = 1{,}04 \cdot 10^{-3}$ *м³* и $A = 243$ *дж*.

5.212. 1) 36,7%; 2) 44,6%; 3) 49,6%.

5.213. Зная потребление бензина и его теплотворную способность, найдем фактический к. п. д. $\eta_ф = 0{,}216 \approx 22\%$. Теоретический к. п. д.

$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}} = 0{,}3 = 30\%.$$

Таким образом, потеря на трение в движущихся частях механизма и прочее составляют $30\% - 22\% = 8\%$.

5.214. Работа, совершаемая при полном цикле,

$$A = Q_1 - Q_2, \qquad (1)$$

где Q_1 — количество тепла, выделившегося при сгорании топлива (на участке CD рис. 11) и Q_2 — количество тепла, отданного среде (на участке EB). Но так как участок CD — изобара, то

$$Q_1 = \frac{M}{\mu} C_p (T_2 - T_1), \qquad (2)$$

где T_1 — температура в начале изобарического расширения и T_2 — температура в конце его. Далее, так как участок EB — изохора, то

$$Q_2 = \frac{M}{\mu} C_V (T_3 - T_0), \qquad (3)$$

где T_3 — температура в начале изохорического процесса и T_0 — температура в его конце. Следовательно, по (1)

$$A=\frac{M}{\mu}C_V[\varkappa(T_2-T_1)-(T_3-T_0)] \tag{4}$$

и тогда к. п. д.

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=1-\frac{1}{\varkappa}\cdot\frac{T_3-T_0}{T_2-T_1}. \tag{5}$$

Уравнение (5) можно представить в другом виде. Температуры T_0, T_1 и T_3-можно выразить через T_2. Для изобары CD $\frac{T_2}{T_1}=\frac{V_3}{V_1}=\beta$ — степень изобарического расширения, и, следовательно, $T_1=\frac{T_2}{\beta}$. Далее, для адиабаты DE $\frac{T_2}{T_3}=\left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\varkappa-1}=\delta^{\varkappa-1}$, где δ — степень адиабатического расширения и, следовательно, $T_3=\frac{T_2}{\delta^{\varkappa-1}}$. Для адиабаты BC $\frac{T_1}{T_0}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}=\varepsilon^{\varkappa-1}$, где ε — степень адиабатического сжатия и, следовательно, $T_0=\frac{T_1}{\delta^{\varkappa-1}}=\frac{T_2}{\beta\varepsilon^{\varkappa-1}}$. Подставляя полученные значения T_0, T_1, T_3 в (5) и замечая, что $\beta=\frac{\varepsilon}{\delta}$, получим окончательно

$$\eta=1-\frac{\beta^\varkappa-1}{\varkappa\varepsilon^{\varkappa-1}(\beta-1)}.$$

5.215. Имеем

$$\eta=\frac{A}{Q}=\frac{Nt}{mq_0}, \tag{1}$$

где m — масса топлива и q_0 — его теплотворная способность. С другой стороны,

$$\eta=1-\frac{\beta^\varkappa-1}{\varkappa\varepsilon^{\varkappa-1}(\beta-1)}. \tag{2}$$

У нас $\beta=\frac{\varepsilon}{\delta}=\frac{16}{6,4}=2,5$, $\varkappa=1,3$, $\beta^\varkappa=3,29$, $\beta^\varkappa-1=2,29$, $\varepsilon^{\varkappa-1}=2,30$ и $\beta-1=1,5$.
Подставляя эти данные в формулу (2), получим $\eta=0,49=49\%$. Тогда $m=5,9$ *кг*.

5.216. Изменение энтропии определяется формулой

$$S_2-S_1=\int_1^2\frac{dQ}{T}, \tag{1}$$

где S_1 и S_2 — значения энтропии соответственно в первом и во втором состояниях. Общее изменение энтропии в данном случае складывается из изменений ее в отдельных процессах.

1) Нагревание массы m льда от температуры T_1 до температуры T_2. Так как при этом $dQ = mc_1 dT$, где c_1 — удельная теплоемкость льда, то по формуле (1) находим

$$\Delta S_1 = mc_1 \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

2) Плавление массы m льда при температуре T_2. Так как $\int dQ = m\lambda$, где λ — удельная теплота плавления, то, согласно формуле (1),

$$\Delta S_2 = \frac{m\lambda}{T_2}.$$

3) Нагревание массы m воды от T_2 до T_3:

$$\Delta S_3 = mc_2 \ln \frac{T_3}{T_2},$$

где c_2 — удельная теплоемкость воды.

4) Испарение массы m воды при температуре T_3:

$$\Delta S_4 = \frac{mr}{T_3},$$

где r — удельная теплота парообразования.

Общее изменение энтропии

$$\Delta S = m\left(c_1 \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda}{T_2} + c_2 \ln \frac{T_3}{T_2} + \frac{r}{T_3}\right). \qquad (2)$$

У нас $m = 0{,}01$ *кг*, $c_1 = 0{,}5$ *кал/г · град* $= 2{,}1 \cdot 10^3$ *дж/кг · град*, $T_1 = 253°$ К, $T_2 = 273°$ К, $T_3 = 373°$ К, $\lambda = 80$ *кал/г* $= 3{,}35 \cdot 10^5$ *дж/кг*, $c_2 = 1$ *кал/г · град* $= 4{,}19 \cdot 10^3$ *дж/кг · град* и $r = 539$ *кал/г* $= 2{,}26 \cdot 10^6$ *дж/кг*. Подставляя эти данные в (2), получим $\Delta S = 88$ *дж/град* $= 21$ *кал/град*.

5.217. $\Delta S = 7{,}4$ *дж/град*.

5.218. $\Delta S = 1230$ *дж/град*.

5.219. В результате этого процесса расплавилась масса m льда, причем, как нетрудно найти из уравнения теплового баланса, $m = 0{,}121$ *кг*. Таким образом, $S_2 - S_1 = m\,\frac{\lambda}{T} = 148$ *дж/град*.

5.220. Имеем $S_2 - S_1 = \int\limits_1^2 \frac{dQ}{T}$. Но $dQ = \frac{M}{\mu} C_V dT + p dV$ и, кроме того, $pV = \frac{M}{\mu} RT$, тогда $S_2 - S_1 = \int\limits_1^2 \frac{M}{\mu} \frac{C_V\,dT}{T} + \int\limits_1^2 \frac{\frac{M}{\mu} R dV}{V}$, или $S_2 - S_1 = \frac{M}{\mu} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} = 5{,}4$ *дж/град*.

5.221. В предыдущей задаче мы нашли энтропию как функцию параметров T и V. В этой задаче нам требуется выразить энтропию через параметры V и p. Имеем

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{M}{\mu} R \ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{1}$$

Но из уравнения Менделеева — Клапейрона имеем

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_V \ln\frac{p_2}{p_1} + \frac{M}{\mu} C_V \ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{M}{\mu} R \ln\frac{V_2}{V_1} = \\ = \frac{M}{\mu} C_V \ln\frac{p_2}{p_1} + \frac{M}{\mu} C_p \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta S = 71{,}0$ *дж/град*. Учащимся предлагается выразить энтропию через параметры p и T и получить следующую формулу:

$$\Delta S = \frac{M}{\mu} C_p \ln\frac{T_2}{T_1} - \frac{M}{\mu} R \ln\frac{p_2}{p_1}.$$

5.222. Имеем (см. решение предыдущей задачи) $\Delta S = \frac{M}{\mu} C_V \ln\frac{p_2}{p_1} + \frac{M}{\mu} C_p \ln\frac{V_2}{V_1}$; при изобарическом процессе $p_1 = p_2$ и $\Delta S = \frac{M}{\mu} C_p \ln\frac{V_2}{V_1}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta S = 66{,}3$ *дж/град* $= 15{,}8$ *кал/град*.

5.223. $\Delta S = 38{,}1$ *дж/град*.

5.224. Имеем (см. решение задачи 5.221) $\Delta S = \frac{M}{\mu} C_p \ln\frac{T_2}{T_1} - \frac{M}{\mu} R \ln\frac{p_2}{p_1}$; при изотермическом процессе $T_1 = T_2$ и $\Delta S = -\frac{M}{\mu} R \ln\frac{p_2}{p_1} = \frac{M}{\mu} R \ln\frac{p_1}{p_2}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta S = 17{,}3$ *дж/град*.

5.225. $\Delta S = 2{,}9$ *дж/град*.

5.226. 1) $\Delta S = 1{,}76$ *дж/град*; 2) $\Delta S = 2{,}46$ *дж/град*.

5.227. 1) $\Delta S = 8{,}5 \cdot 10^3$ *дж/град*; 2) $\Delta S = 11{,}8 \cdot 10^3$ *дж/град*.

5.228. Нагревание производилось при постоянном давлении.

5.229. Учащимся предлагается убедиться, что изменение энтропии не зависит от того, каким путем совершается переход газа из одного состояния в другое. В обоих случаях, изменение энтропии будет равно 5,45 *дж/град*.

5.230. $\Delta S \cong 500$ *дж/град*.

5.231. $Q = 4{,}2 \cdot 10^5$ *дж*.

§ 6. Реальные газы

6.1. Величина b имеет наименование *м³/кмоль*, а величина a — наименование *н · м⁴/кмоль²*.

6.2.

Вещество	$a \cdot 10^{-5}$, $н \cdot м^4/кмоль^2$	$b \cdot 10^2$, $м^3/кмоль$
Водяной пар	5,56	3,06
Углекислый газ	3,64	4,26
Кислород	1,36	3,16
Аргон	1,36	3,22
Азот	1,36	3,85
Водород	$2{,}44 \cdot 10^{-1}$	2,63
Гелий	$3{,}43 \cdot 10^{-2}$	2,34

6.3. 1) Решая уравнение Менделеева — Клапейрона относительно температуры, находим

$$T = \frac{\mu p V}{MR}. \tag{1}$$

У нас $\mu = 28$ *кг/кмоль*, $p = 2$ *атм* $= 2 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5$ *н/м²*, $V = 8{,}2 \cdot 10^{-4}$ *м³*; $M = 2 \cdot 10^{-3}$ *кг*. Подставляя эти данные в (1), получим $T = 280°$ K.

2) Решая уравнение Ван-дер-Ваальса относительно температуры, находим

$$T = \frac{\mu}{MR}\left(p + \frac{aM^2}{\mu^2 V^2}\right)\left(V - \frac{M}{\mu} b\right). \tag{2}$$

Подставляя числовые данные в (2), получим с точностью до трех значащих цифр $T = 280°$ K. Таким образом, при малых давлениях газ ведет себя как идеальный. При больших давлениях параметры газа уже не подчиняются уравнению Менделеева — Клапейрона (см. условие и ответ следующей задачи).

6.4. 1) $T = 281°$ K; 2) $T = 289°$ K.

6.5. 1) $T = 482°$ K; 2) $T = 204°$ K.

6.6. 1) Для реального газа: а) $p = 28{,}7$ *бар* и б) $p = 2730$ *бар*; 2) для идеального газа: а) $p = 30{,}9$ *бар* и б) $p = 618$ *бар*.

Из сравнения полученных результатов можно заметить, что при не очень больших давлениях реальные газы более сжимаемы, чем идеальные (влияние сил притяжения между молекулами); при больших давлениях реальные газы менее сжимаемы, чем идеальные (влияние собственного объема молекул).

6.7. $\frac{T_2}{T_1} = \frac{2p + p_i}{p + p_i} = 1{,}85.$

Здесь $p_i = \frac{a\nu^2}{V^2}$, где ν — число киломолей. Если бы газ подчинялся уравнению Менделеева — Клапейрона, то было бы $\frac{T_2}{T_1} = 2$.

6.8. Нахождение объема по формуле Ван-дер-Ваальса требует решения уравнения третьей степени. Один из трех корней этого уравнения, соответствующий газообразному состоянию вещества, может быть найден способом последовательных приближений. Из уравнения Ван-дер-Ваальса имеем

$$V = \frac{RT}{p + \frac{a}{V^2}} + b = \frac{RT}{p + p_i} + b. \qquad (1)$$

В качестве первого приближения берем $V = V_1$ — объем, получаемый из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$V_1 = \frac{MRT}{\mu p}. \qquad (2)$$

У нас $\frac{M}{\mu} = 1$ *кмоль*, $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кмоль·град*, $T = 300°$ К и $p = 10^7$ *н/м²*. Подставляя эти данные в (2), получим $V_1 = 0{,}24$ *м³*. Тогда $p_i = \frac{a}{(V_1)^2} = \frac{1{,}36 \cdot 10^5}{(0{,}24)^2}$ *н/м²* $= 0{,}24 \cdot 10^7$ *н/м²*. Подставляя p_i в (1), получим второе приближение $V_2 = \frac{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 300}{1{,}24 \cdot 10^7}$ *м³* $+ 3{,}16 \cdot 10^{-2}$ *м³* $= 0{,}232$ *м³*. Тогда

$$p_i = \frac{a}{(V_2)^2} = \frac{1{,}36 \cdot 10^5}{(0{,}232)^2} = 0{,}253 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$$

и

$$V_3 = \left(\frac{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 300}{1{,}253 \cdot 10^7} + 3{,}16 \cdot 10^{-2}\right) \text{м}^3 = 0{,}231 \text{ м}^3.$$

Поступая таким же образом, можно получить четвертое и т. д. приближение. Нетрудно убедиться, что уже четвертое приближение практически совпадает с третьим. Таким образом, искомый объем $V = 0{,}231$ *м³* $= 231$ *л*.

6.9. $V = 0{,}49$ *м³* (см. решение предыдущей задачи).

6.10. Постоянная b, входящая в уравнение Ван-дер-Ваальса, приближенно равна учетверенному собственному объему молекул. С другой стороны, $b = \frac{T_к R}{8 p_к}$. Отсюда объем одной молекулы $V' = \frac{RT_к}{32 N_0 p_к} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi\sigma^3$, где σ — эффективный диаметр молекул. Замечая, что $\frac{R}{N_0} = k$ — постоянная Больцмана, получим окончательно $\sigma = \sqrt{\frac{3kT_к}{16\pi p_к}}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\sigma = 2{,}94 \cdot 10^{-10}$ *м* $= 2{,}94$ Å. Это значение хорошо совпадает со значением σ, полученным другими способами (см. решение задачи 5.141).

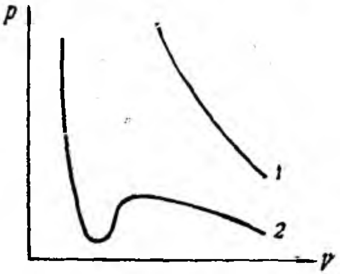


Рис. 91.

6.11. 1) $\sigma = 2{,}97 \cdot 10^{-10}$ *м* $= 3{,}0$ Å;

2) $\sigma = 3{,}13 \cdot 10^{-10}$ *м* $= 3{,}1$ Å. Таким образом, результаты, полученные двумя разными способами, дают достаточно хорошее совпадение.

6.12. $\bar{\lambda} = 7{,}9 \cdot 10^{-8}$ *м*.

6.13. $D = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ *м²/сек*.

6.14. На рис. 91 дан график зависимости $p = f(V)$, построенный для 1 *кмоля* углекислого газа при 0° С. Кривая *1* соответствует уравнению идеального газа, кривая *2* — уравнению реального газа.

6.15. $p_i = \frac{27 T_к^2 p^2}{64 p_к T^2} = 1{,}31 \cdot 10^3$ *н/м²*.

6.16. 1) $p\left(V - \frac{M}{\mu} b\right) = \frac{M}{\mu} RT$; 2) $x = \frac{\nu - \nu'}{\nu'} = \frac{pb}{RT} = 0{,}33 = 33\%$.
Здесь ν и ν' — числа киломолей соответственно без учета и с учетом собственного объема молекул.

6.17. 1) $\frac{p_i}{p} = 4{,}95\%$; 2) $\frac{V_i}{V} = 0{,}86\%$.

6.18. Работа, совершенная против сил взаимодействия молекул,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p_i dV, \text{ где } p_i = \frac{M^2 a}{\mu^2 V^2}.$$

Таким образом,

$$A = \frac{M^2 a}{\mu^2} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2} = \frac{M^2 a}{\mu^2}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = \frac{M^2 a (V_2 - V_1)}{\mu^2 V_1 V_2}, \qquad (1)$$

откуда

$$a = \frac{A \mu^2 V_1 V_2}{M^2 (V_2 - V_1)} = \frac{A V_1 V_2}{\nu^2 (V_2 - V_1)}, \qquad (2)$$

где ν — число киломолей. Подставляя числовые данные задачи в (2), получим $a = 1{,}36 \cdot 10^5$ *н · м⁴/кмоль²*.

6.19. $\Delta T = \frac{a\nu (V_2 - V_1) 2}{V_1 V_2 i R}$, где i — число степеней свободы молекул газа и ν — число киломолей газа. Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta T = 2{,}33°$.

6.20. $a = 3{,}64 \cdot 10^5$ *н·м⁴/кмоль²*.

6.21. 1) а) Так как температура $t = 31°$ С — критическая температура углекислого газа, то необходимое давление $p = p_к = 73$ *атм*. б) Так как температура $t = 50°$ С больше критической температуры, то ни при каком давлении при 50° С ожижить CO_2 нельзя;

2) $V_x = \frac{3b}{\mu} = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ *м³*;

3) $p = p_к = 73$ *атм*.

6.22. $\rho_к = \frac{\mu}{3b} = 196$ *кг/м³*.

6.23. $\rho_к = \frac{8\mu p_к}{3T_к R} = 57$ *кг/м³*.

6.24. Из уравнения Ван-дер-Ваальса в приведенных величинах имеем

$$\tau = \frac{\left(\pi + \frac{3}{\omega^2}\right)(3\omega - 1)}{8}. \qquad (1)$$

У нас $\pi = \frac{p}{p_к} = \frac{920}{50} = 18{,}4$. Для кислорода $V_{0к} = 3b = \frac{3T_к R}{8p_к} = 9{,}5 \cdot 10^{-2}$ *м³/кмоль*;
$\omega = \frac{V_0}{V_{0к}} = \frac{0{,}056}{0{,}095} = 0{,}59$. Подставляя эти значения в (1), получим $\tau = 2{,}6$ и, следовательно, $T = \tau T_к = 2{,}6 \cdot 154$ °К$=400°$ К, или $t = 127°$ С.

6.25. $p = 2{,}7 \cdot 10^6$ *н/м²*.

6.26. $\pi = \frac{p}{p_к} = 2{,}45$.

§ 7. Насыщенные пары и жидкости

7.1. Количество водяных паров M можно найти по формуле Менделеева—Клапейрона

$$M = \frac{pV\mu}{RT}, \qquad (1)$$

где p — упругость паров воды, насыщающих пространство при температуре T. При $T = 50°$ С $= 323°$ К, упругость $p = 92{,}5$ *мм* рт. ст. $= 92{,}5 \cdot 133{,}3$ *н/м²*. Так как $\mu = 18$ *кг/кмоль* и $V = 1$ *м³*, то, подставляя эти данные в (1), получим $M = 8{,}2 \cdot 10^{-2}$ *кг* $= 82$ *г*.

7.2. $\rho = 8{,}2 \cdot 10^{-2}$ *кг/м³*.

7.3. В 74 000 раз.

7.4. В 12 раз.

7.5. Относительная влажность определяется формулой $w = \frac{p}{p_н}$, где p — давление водяных паров, находящихся в воздухе, и $p_н$ — давление водяных паров, насыщающих пространство при данной температуре. Масса водяных паров в объеме V воздуха при температуре T равна

$$M=\frac{pV\mu}{RT}=\frac{wp_{н}V\mu}{RT}. \qquad (1)$$

У нас $w=0{,}75$, $\mu=18$ *кг/кмоль*, $V=1$ *м*^{3}, $T=30°\,С=303°\,К$. При температуре $t=30°\,С$ давление насыщенных паров равно $p_н=31{,}8$ *мм* рт. ст. $=31{,}8\cdot133{,}3$ *н/м*^{2}. Подставляя эти данные в формулу (1), найдем $M=22{,}5\cdot10^{-3}$ *кг*. Таким образом, вес водяных паров в условиях задачи равен $22{,}5\cdot10^{-3}$ *кГ*.

7.6. $M=6{,}9\cdot10^{-3}$ *кг*.

7.7. $t=7°\,С$.

7.8. $n=10^{18}$ *см*$^{-3}$.

7.9. 1) $w=60{,}4\%$; 2) $M=86\cdot10^{-6}$ *кг*.

7.10. 1) До расширения насыщенные водяные пары находятся при температуре 20° С, а следовательно (см. таблицы), давление этих паров $p_1=17{,}5$ *мм* рт. ст. $=17{,}5\cdot133{,}3$ *н/м*^{2}.

2) Количество водяных паров в камере до расширения

$$M_1=\frac{p_1\mu V_1}{RT_1}. \qquad (1)$$

Подставляя числовые данные задачи в формулу (1), получим $M_1=17{,}2\cdot10^{-6}$ *кг* $=17{,}2$ *мг*.

3) $\rho_1=\dfrac{p_1\mu}{RT_1}=1{,}72\cdot10^{-2}$ *кг/м*^{3}.

4) $T_2=\dfrac{T_1}{\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^{\varkappa-1}}=268°\,К=-5°\,С.$

5) При температуре $-5°\,С$ упругость насыщенных водяных паров $p_2=3$ *мм* рт. ст. Количество паров в камере, соответствующее этому давлению, $M_2=\dfrac{p_2\mu V_2}{RT_2}$, где $V_2=1{,}25\,V_1$. Подставляя числовые данные задачи, найдем $M_2=4$ *мг*. Следовательно, количество сконденсированных паров $\Delta M=M_1-M_2=(17{,}2-4{,}0)$ *мг* $=13{,}2$ *мг*.

6) $\rho_2=\dfrac{p_2\mu}{RT_2}=3{,}2\cdot10^{-3}$ *кг/м*^{3}.

7) Так как плотность водяных паров после расширения (но до конденсации) равна

$$\rho_3=\frac{M_1}{V_2}=\frac{17{,}2\cdot10^{-6}}{1{,}25\cdot10^{-3}}\ кг/м^3=13{,}7\cdot10^{-3}\ кг/м^3,$$

то степень пересыщения $s=\dfrac{\rho_3}{\rho_2}=\dfrac{13{,}7\cdot10^{-3}}{3{,}2\cdot10^{-3}}=4{,}3.$

7.11. $V_ж=10^{-3}$ *м*^{3}/*кг* $=1$ *см*^{3}/*г*; $V_п=1{,}25$ *м*^{3}/*кг* $=1{,}25\cdot10^3$ *см*^{3}/*г*.

7.12. В процессе испарения тепло тратится не только на преодоление сил взаимодействия молекул, но и на работу расширения против внешнего давления. Таким образом, согласно первому закону термодинамики, имеем

$$r_0=\Delta W+A, \qquad (1)$$

где r_0 — молекулярная теплота испарения, ΔW — изменение внутренней энергии сил взаимодействия при испарении и A — работа, совершаемая против внешнего давления. При этом

$$A = p_{\text{н}}(V_2 - V_1), \tag{2}$$

где $p_{\text{н}}$ — давление насыщенного пара при температуре испарения, V_1 — объем одного киломоля жидкости и V_2 — объем одного киломоля пара. Очевидно, $V_1 = \frac{\mu}{\rho}$, где μ — масса 1 *кмоля* воды и ρ — плотность воды; имеем $V_1 = \frac{18\ кг/кмоль}{1000\ кг/м^3} = 18 \cdot 10^{-3}$ *м³/кмоль*.

Так как по условию $\frac{M}{\mu} = 1$ *кмоль*, то по уравнению Менделеева—Клапейрона $V_2 = \frac{RT}{p_{\text{н}}}$. При $T = 200°\ C = 473\ °K$ имеем (см. табл. V) $p_{\text{н}} = 15{,}3$ *атм* $= 15{,}3 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5$ *н/м²* и $V_2 = \frac{RT}{p_{\text{н}}} = 2{,}5$ *м³/кмоль*.

Считая, что изменение внутренней энергии сил взаимодействия при испарении соответствует уравнению Ван-дер-Ваальса (см. задачу 6.18), имеем

$$\Delta W = \frac{a(V_2 - V_1)}{V_1 V_2}, \tag{3}$$

где $a = \frac{27 T_{\text{к}}^2 R^2}{64 p_{\text{к}}} = 5{,}56 \cdot 10^5$ *н · м⁴/кмоль²*. Замечая, что $V_1 \ll V_2$, получим из (1), (2) и (3)

$$r_0 = \frac{a}{V_1} + p_{\text{н}} V_2 = \frac{a\rho}{\mu} + RT = (3{,}1 + 0{,}4) \cdot 10^7\ дж/кмоль =$$
$$= 3{,}5 \cdot 10^7\ дж/кмоль.$$

Тогда удельная теплота испарения $r = \frac{r_0}{\mu} = 1{,}94 \cdot 10^6$ *дж/кг* $= 465$ *кал/г*.

Табл. VI дает для температуры $t = 200°\ C$ значение $r = 464$ *кал/г*. Таким образом, несмотря на то, что уравнение Ван-дер-Ваальса, а следовательно, и формула (3) являются приближенными, совпадение результатов хорошее.

7.13. $x = \frac{\Delta W}{r_0} = \frac{r_0 - A}{r_0} = 1 - \frac{RT}{r_0} = 92{,}4\ \%$.

7.14. $\Delta W = 7{,}22 \cdot 10^3$ *дж*.

7.15. Имеем уравнение Клаузиуса—Клапейрона

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r_0}{T(V_{\text{п}} - V_{\text{ж}})}. \tag{1}$$

Считая, что насыщенные пары подчиняются уравнению Менделеева—Клапейрона, имеем (для 1 *кмоля*) $V_{\text{п}} = \frac{RT}{p}$. Так как (см. табл. V) при температуре 5° С $p = 6{,}54$ *мм* рт. ст., то нетрудно найти, что $V_п = 2{,}65 \cdot 10^3$ *м³/кмоль*. Кроме того, $V_ж = \frac{\mu}{\rho} = 18 \cdot 10^{-3}$ *м³/кмоль*. Таким образом, мы видим, что $V_ж \ll V_п$, и тогда уравнение (1) можно написать так:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{r_0 p}{RT^2},$$

или

$$\frac{dp}{p} = \frac{r_0}{R} \cdot \frac{dT}{T^2}. \qquad (2)$$

Для небольшого интервала температур $T_2 - T_1$ теплоту испарения r_0 можно считать постоянной и тогда, интегрируя уравнение (2), получим

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{r_0 (T_2 - T_1)}{R T_1 T_2}, \qquad (3)$$

откуда

$$r_0 = \frac{RT_1T_2 \ln \frac{p_2}{p_1}}{T_2 - T_1}. \qquad (4)$$

В формуле (4) p_1 и p_2 — давление насыщенных паров при температурах T_1 и T_2 соответственно. В задаче требуется найти значение r_0 при температуре $t = 5°$ С. Поэтому для величин T_1 и T_2 можно взять значения $t_1 = 4°$ С и $t_2 = 6°$ С. Тогда, на основании данных табл. V, имеем $p_1 = 6{,}10$ *мм* рт. ст., $p_2 = 7{,}01$ *мм* рт. ст. и $\frac{p_2}{p_1} = 1{,}15$. Подставляя в (4) числовые данные, получим

$$r_0 = \frac{8{,}31 \cdot 10^3 \cdot 277 \cdot 279 \ln 1{,}15}{2} \text{ дж/кмоль} = 45 \cdot 10^6 \text{ дж/кмоль} =$$

$= 10{,}7 \cdot 10^3$ *ккал/кмоль*. Отсюда удельная теплота испарения $r = \frac{r_0}{\mu} = 595$ *кал/г*. Построив по данным табл. VI график $r = f(t)$, нетрудно убедиться, что при $t = 5°$ С значение r будет равно 592 *кал/г*, что дает хорошее совпадение с найденным значением.

7.16. $r = 72{,}2$ *кал/г*.

7.17. $p = 650$ *мм* рт. ст.

7.18. $\Delta S = 2{,}86$ *дж/град* $= 0{,}683$ *кал/град*.

7.19. На 4,5 *мм* рт. ст.

7.20. До давления $p = 7 \cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст.

7.21. Имеем $\rho_0 = \frac{M}{V_0}$ и $\rho = \frac{M}{V}$. Но так как $V = V_0 (1 + \beta t)$, то окончательно $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta t}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\rho = 1{,}29 \cdot 10^4$ *кг/м³* $= 12{,}9$ *г/см³*.

7.22. $t = 222°$ С.

7.23. $\rho_2 = \dfrac{\rho_1}{1 - kp} = \dfrac{\rho_1}{1 - k\rho_1 gh} = 1055$ *кг/м³*.

7.24. $\Delta p = \dfrac{\beta \Delta t}{k} = 1{,}4 \cdot 10^6$ *н/м²* $= 13{,}8$ *атм.*

7.25. $k = 3{,}9 \cdot 10^{-6}$ *атм*$^{-1}$.

7.26. $\Delta h = 16{,}4$ *мм.*

7.27. $\Delta t = \dfrac{h(1 + \beta t)}{(L - h)\beta} = 56°$.

7.28. $M = 0{,}884$ *кг.*

7.29. Обозначим β_1 и β_2 — коэффициенты объемного расширения ртути и стекла соответственно. При нагревании объем сосуда увеличился и стал равным $V = V_0(1 + \beta_2 t)$. Плотность ртути при нагревании стала равной

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{V_0(1 + \beta_2 t)}. \qquad (1)$$

С другой стороны (см. решение задачи 7.21),

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_1 t} = \frac{M_0}{V_0(1 + \beta_1 t)}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), находим

$$M = \frac{M_0(1 + \beta_2 t)}{(1 + \beta_1 t)} = 0{,}887 \text{ кг}.$$

7.30. $\beta_x = 7 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$.

7.31. $x = \dfrac{\beta - \beta'}{\beta} = 5\%$, где β и β' — коэффициенты объемного расширения масла, найденные соответственно с учетом и без учета расширения стекла.

7.32. 765 *мм* рт. ст.

7.33. 1) Сила, необходимая для отрыва кольца от поверхности воды, складывается из веса кольца и на силы поверхностного натяжения, т. е. $F = F_1 + F_2$. Вес кольца $F_1 = \rho h \dfrac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2)\, g = 43{,}2 \cdot 10^{-3}$ *н.* При отрыве кольца поверхностная пленка разрывается по внешней и внутренней окружностям кольца, поэтому сила поверхностного натяжения $F_2 = \pi\alpha\,(d_1 + d_2) = 23{,}5 \cdot 10^{-3}$ *н*. Таким образом, $F = 66{,}7 \cdot 10^{-3}$ *н.*

2) $x = \dfrac{F_2}{F} = 35\%$.

7.34. $\alpha = 30{,}6 \cdot 10^{-3}$ *н/м* $= 30{,}6$ *дин/см.*

7.35. 1) $d = 1{,}2$ *мм*; 2) $l = 5$ *см.*

7.36. Вес капли в момент ее отрыва должен разорвать поверхностную пленку на длине $l = 2\pi r$, где r — радиус шейки капли. Отсюда вес капли $P = 2\pi r\alpha = \pi d\alpha$. В M граммах спирта содержится N капель, причем $N = \dfrac{Mg}{P} = \dfrac{Mg}{\pi d\alpha}$. Подставляя числовые данные задачи, найдем $N = 780$ капель. Так как по условию капли отрываются через 1 *сек* одна после другой, то весь спирт вытечет через $t = 7{,}8 \cdot 10^3$ *сек* $= 13$ *мин.*

7.37. $\alpha = 59 \cdot 10^{-3}$ *н/м.*

7.38. На 34 *см.*

7.39. $R = \sqrt[3]{\dfrac{3r\alpha}{2\rho g}} = 2{,}2 \cdot 10^{-3}$ *м* $= 2{,}2$ *мм.*

7.40. Выделение энергии при слиянии двух капель ртути $\Delta W = \alpha \Delta S$, где ΔS — изменение площади поверхности; $\Delta S = 4\pi r^2 \cdot 2 - 4\pi R^2$, где r — радиус маленьких капель, R — радиус большой капли. Радиус R находим, приравнивая объем большой капли сумме объемов слившихся капель: $2\dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi R^3$, откуда $R = r\sqrt[3]{2}$. Тогда $\Delta S = 4\pi r^2 (2 - \sqrt[3]{4})$ и

$$\Delta W = \alpha \Delta S = \alpha \cdot 4\pi r^2 (2 - \sqrt[3]{4}). \tag{1}$$

Выделенная энергия пойдет на нагревание ртутной капли, следовательно,

$$\Delta W = cm\Delta t = c\rho \frac{4}{3}\pi R^3 \Delta t = c\rho \frac{8}{3}\pi r^3 \Delta t. \tag{2}$$

Сравнивая (1) и (2), находим окончательно

$$\Delta t = \frac{3\alpha (2 - \sqrt[3]{4})}{c\rho 2r}, \tag{3}$$

или после подстановки числовых данных, $\Delta t = 1{,}65 \cdot 10^{-4}$ *град.*

7.41. $A = 1{,}47 \cdot 10^{-5}$ *дж.*

7.42. $A = 6{,}4 \cdot 10^{-5}$ *дж.*

7.43. $A = 2{,}25 \cdot 10^{-4}$ *дж.*

7.44. Давление воздуха в пузырьке сложится из атмосферного давления p_1, гидростатического давления воды $p_2 = \rho g h$ и добавочного давления $p_3 = \dfrac{2\alpha}{r} = \dfrac{4\alpha}{d}$, вызванного кривизной поверхности. Таким образом, $p = p_1 + \rho g h + \dfrac{2\alpha}{r}$. У нас $p_1 = 765$ *мм* рт. ст., $p_2 = 1970$ *н/м²* $= 14{,}7$ *мм* рт. ст. и $p_3 = 2{,}92 \cdot 10^4$ *н/м²* $= 219$ *мм* рт. ст. Таким образом, давление воздуха в пузырьке $p = 999$ *мм* рт. ст.

7.45. $D = \dfrac{8\alpha}{\Delta p} = 2{,}6 \cdot 10^{-3}$ *м* $= 2{,}6$ *мм.*

7.46. $h = 4{,}9$ *м.*

7.47. В 4,4 раза.

7.48. Радиус мениска R связан с радиусом трубки r следующим образом (см. рис. 92): $r = R\cos\varphi = R\cos(180° - \theta) = -R\cos\theta$, где θ — краевой угол. Добавочное давление, вызванное кривизной мениска, $\Delta p = -\frac{2\alpha\cos\theta}{r}$. Так как для ртути $\theta > \frac{\pi}{2}$, т. е. $\cos\theta < 0$, то это добавочное давление положительно, и уровень ртути в капилляре будет ниже, чем в сосуде. Разность уровней $\Delta h = -\frac{4\alpha\cos\theta}{\rho g d}$. Отсюда $-\cos\theta = \frac{\Delta h \rho g d}{4\alpha}$. Подставляя числовые данные, получим $-\cos\theta = 0{,}740$. Следовательно, радиус кривизны мениска ртути

$R = -\frac{r}{\cos\theta} = 2\cdot 10^{-3}$ *м* $= 2$ *мм*.

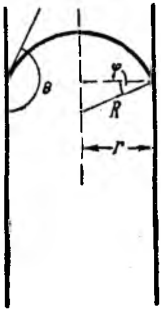


Рис. 92.

7.49. 1) $R = 0{,}53$ *мм*; 2) $\Delta h = 2{,}98$ *см*.
7.50. $h = 13{,}6$ *мм*.
7.51. 1) $d = 1{,}5$ *мм*; 2) $d = 8{,}8$ *мм*.
7.52. $\Delta h = 7{,}5$ *мм*.
7.53. $d = 0{,}15$ *мм*.
7.54. $\alpha = 0{,}07$ *н/м*.
7.55. $p = p_0 + \frac{2\alpha}{r} = 102{,}2\cdot 10^3$ *н/м*^{2} $= 767$ *мм* рт. ст.

7.56. Обозначим p_0 — давление воздуха в капилляре до погружения капилляра в воду, p_1 — давление воздуха в капилляре после погружения его в воду, V_0 и V_1 — объем воздуха в капилляре соответственно до и после погружения. По закону Бойля — Мариотта

$$p_0 V_0 = p_1 V_1. \qquad (1)$$

В уравнении (1) $p_1 = p_0 + \frac{2\alpha}{r}$; $V_0 = Sh_0$, где S — сечение капилляра и h_0 — его длина; $V_1 = Sh_1$, где h_1 — длина трубки, выступающей над жидкостью после погружения. Подставляя эти величины в (1), получим $p_0 h_0 = \left(p_0 + \frac{2\alpha}{r}\right) h_1$, откуда

$$r = \frac{2\alpha h_1}{p_0 (h_0 - h_1)}. \qquad (2)$$

По условию $\frac{h_0 - h_1}{h_0} = 0{,}015$, или $\frac{h_1}{h_0 - h_1} = 67{,}5$. Подставляя числовые данные задачи в (2), получим $r = 10^{-4}$ *м* $= 0{,}1$ *мм*.

7.57. Атмосферное давление p_0 уравновешивает давление столба высотой h и добавочное давление Δp, вызванное кривизной, т. е.

$$p_0 = \rho g h + \frac{4\alpha}{d}. \qquad (1)$$

Если мы будем выражать давление p_0 высотой ртутного столба H, то уравнение (1) можно написать так:

$$H = h + \frac{4\alpha}{d\rho g},$$

отсюда $h = H - \frac{4\alpha}{d\rho g}$. Подставляя числовые данные задачи, будем иметь: а) $h = 755$ *мм* и б) $h = 757$ *мм*. Таким образом, если трубка узкая, то атмосферное давление не может быть непосредственно определено по высоте ртутного столба h, так как к давлению столба прибавляется еще давление выпуклого мениска ртути в трубке.

7.58. К высоте ртутного столба надо добавить 2 *мм*.

7.59. 1) $x = \frac{H - h}{h} = 0{,}4\%$, 2) $x = \frac{H - h}{h} = 0{,}2\%$.

7.60. Чтобы иголка могла держаться на воде, необходимо, чтобы давление, оказываемое весом иголки на площадь ее сечения, не превышало давления, вызванного кривизной поверхности жидкости в углублении под иголкой и направленного вверх (потерей веса по закону Архимеда пренебрегаем). Давление иголки на воду $p_1 = \frac{mg}{ld} = \frac{\rho Vg}{ld} = \frac{\rho\pi dg}{4}$, где d — диаметр иголки, l — ее длина и V — ее объем. Давление, вызванное кривизной поверхности жидкости, определяется формулой Лапласа $p_2 = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$. В нашем случае поверхность жидкости цилиндрическая, т. е. $R_1 = \infty$ и $R_2 = r$ — радиусу иголки. Тогда $p_2 = \frac{\alpha}{r} = \frac{2\alpha}{d}$. Так как необходимо, чтобы $p_1 \leqslant p_2$, то $\frac{\rho\pi gd}{4} \leqslant \frac{2\alpha}{d}$, откуда $d \leqslant \sqrt{\frac{8\alpha}{\rho\pi g}}$. Подставляя числовые данные задачи, найдем $d \leqslant 1{,}6$ *мм*.

7.61. Нет.

7.62. $d \leqslant 0{,}5$ *мм*.

7.63. $M = 1{,}22$ *кг*.

7.64. $27{,}5 \cdot 10^{-6}$ *кГ*.

7.65. Поверхность смачивающей жидкости между пластинками имеет цилиндрическую форму с радиусом кривизны $R = \frac{d}{2}$, где d — расстояние между пластинками (см. рис. 93). Тогда добавочное отрицательное давление под цилиндрической вогнутой поверхностью $p = \frac{\alpha}{R} = \frac{2\alpha}{d}$. Величина p — избыток внешнего давления, действующего на площадь пластинок S. Следовательно, сила, которую надо приложить, чтобы оторвать пластинки друг от друга,

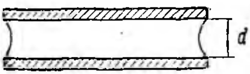


Рис. 93.

$$F = pS = \frac{2\alpha}{d}S = \frac{2 \cdot 0{,}073 \cdot 1{,}08 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-5}}\ н = 31{,}5\ н = 3{,}2\ кГ.$$

7.66. $\rho = 790$ *кг/м*^{3}.

7.67. $\alpha = 0{,}5$ *н/м*.

7.68. При вертикальном положении капилляра верхний мениск вогнутый и давление, вызванное кривизной этого мениска, всегда направлено вверх и равно $p_1=\frac{2\alpha}{R_1}$, где R_1 — радиус кривизны верхнего мениска. При полном смачивании $p_1=\frac{2\alpha}{r}$, где r — радиус капилляра. Гидростатическое давление столба жидкости всегда направлено вниз и равно $p_2=\rho gh$. Если $p_1>p_2$, то результирующее давление, направленное вверх, заставляет нижний мениск быть вогнутым. При этом давление p_3, вызванное кривизной нижнего мениска, направлено вниз и равно $p_3=\frac{2\alpha}{R_2}$, где R_2 — радиус кривизны нижнего мениска. В равновесии

$$p_1=p_2+p_3. \qquad (1)$$

Если же $p_1<p_2$, то результирующее давление направлено вниз, и нижний мениск будет выпуклым. При этом давление $p_3=\frac{2\alpha}{R_2}$ будет направлено уже вверх. В этом случае

$$p_1+p_3=p_2. \qquad (2)$$

Если, наконец,

$$p_1=p_2, \qquad (3)$$

то нижний мениск плоский и $p_3=0$. Пользуясь числовыми данными задачи, нетрудно получить:

1) $R_1=0,5$ *мм* и $R_2=-1,52$ *мм*;
2) $R_1=0,5$ *мм* и $R_2=1,46$ *мм*;
3) $R_1=0,5$ *мм* и $R_2=\infty$.

7.69. $M=2,2\cdot 10^{-4}$ *кг*.

7.70. 1) $h=11,5$ *мм*; 2) $h=12,9$ *мм*; 3) $h=17,2$ *мм*. (См. решение задачи 7.68.)

7.71. 1) $\Delta h=6,8$ *мм*; 2) $\Delta h=8,5$ *мм*; 3) $\Delta h=17$ *мм*; 4) $\Delta h=$ $=23,8$ *мм*. При $\Delta h>23,8$ *мм* жидкость начнет вытекать из трубки a.

7.72. Если бы капилляр был достаточно длинный, то, как нетрудно убедиться, вода в нем поднялась бы на высоту $h=2,98$ *см*. Но высота капилляра $h_1<h$. Теперь к мениску приложены давление p_1, вызванное кривизной мениска, направленное вверх и равное $p_1=\frac{2\alpha}{R}$, и гидростатическое давление $p_2=\rho gh_1$. Для любой высоты h_1 будем иметь

$$\rho gh_1=\frac{2\alpha}{R}.$$

Подставляя сюда числовые данные задачи, получим $R=0,75\cdot 10^{-3}$ *м*.

7.73. На ареометр, плавающий в жидкости, действуют следующие силы: вес ареометра P, направленный вниз, сила поверхностного натяжения

$$f_1=2\pi r\alpha=\pi d\alpha, \qquad (1)$$

направленная в случае полного смачивания вниз (при полном несмачивании f_1 направлена вверх), и сила Архимеда f_2, направленная вверх и равная

$$f_2 = \rho g (V + Sh), \qquad (2)$$

где ρ — плотность жидкости, V — объем нецилиндрической части ареометра, S — площадь поперечного сечения трубки ареометра и h — длина цилиндрической трубки, находящейся в жидкости. В равновесии

$$P + f_1 = f_2. \qquad (3)$$

Считая, что от нескольких капель спирта плотность воды не изменилась, мы на основании (1), (2) и (3) можем написать для воды

$$P + d\pi\alpha_1 = \rho g (V + Sh_1) \qquad (4)$$

и для спирта

$$P + d\,\pi\alpha_2 = \rho g (V + Sh_2). \qquad (5)$$

Из (4) и (5) нетрудно получить

$$\Delta h = \frac{4\Delta\alpha}{\rho g d} = \frac{4\cdot(73-20)\cdot 10^{-3}}{1000\cdot 9{,}81\cdot 9\cdot 10^{-3}}\ \textit{м} = 2{,}4\cdot 10^{-3}\ \textit{м} = 2{,}4\ \textit{мм}.$$

7.74. Ареометр поднимется на $\Delta h = 3{,}4$ *мм*.
7.75. $T = 313\,°\text{K} = 40\,°\text{C}$.
7.76. 1000 молекул.
7.77. $p = 2{,}9\cdot 10^5$ *н/м²*.
7.78. $M = 2\cdot 10^{-3}$ *кг*.
7.79. 1) $\alpha = 55\%$; 2) $4\cdot 10^{10}$ *см*$^{-3}$.
7.80. $p = 92{,}1$ *мм* рт. ст.
7.81. $p = 147{,}6$ *мм* рт. ст.
7.82. 50 молекул.

7.83. Закон Рауля можно применить для определения массы 1 *кмоля* вещества. Действительно, закон Рауля можно написать так:

$$\frac{p_0}{p_0 - p} = \frac{z}{z'} + 1,$$

или

$$\frac{p_0}{p_0 - p} - 1 = \frac{p}{p_0 - p} = \frac{z}{z'}. \qquad (1)$$

Замечая, что $z = \frac{M}{\mu}$ и $z' = \frac{M'}{\mu'}$, нетрудно из (1) получить

$$\mu' = \mu\frac{M'}{M}\cdot\frac{p}{p_0 - p}. \qquad (2)$$

Здесь M — масса растворителя, μ — масса одного киломоля растворителя, M' — масса растворенного вещества и μ' — масса одного киломоля растворенного вещества. Подставляя числовые данные задачи, получим $\mu' = 92$ *кг/кмоль*.

7.84. $p = 9{,}25\cdot 10^5$ *н/м²*.

§ 8. Твердые тела

8.1. Из уравнения Клаузиуса — Клапейрона находим

$$\Delta T = \frac{\Delta p T (V_ж - V_т)}{q_0}. \qquad (1)$$

С другой стороны, изменение энтропии

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T} = \frac{\nu q_0}{T}, \qquad (2)$$

где λ_0 — удельная теплота плавления и q_0 — молекулярная теплота плавления; m — масса и ν — число киломолей. Из (1) и (2) имеем

$$\Delta T = \frac{\Delta p (V_ж - V_т) \nu}{\Delta S}. \qquad (3)$$

У нас $V_ж = \frac{\mu}{\rho_1} = \frac{18}{1000}\,м^3 = 18 \cdot 10^{-3}\,м^3$, $V_т = \frac{\mu}{\rho_2} = \frac{18}{900}\,м^3 = 2 \cdot 10^{-2}\,м^3$, $\nu = 1$ *кмоль*, $\Delta S = 22{,}2 \cdot 10^3$ *дж/град* и $\Delta p = 1$ *бар* $= 10^5$ *н/м*^{2}. Подставляя эти числовые данные в (3), получим $\Delta T = 0{,}009°$.

8.2. $\Delta S = 15{,}8 \cdot 10^3$ *дж/град.*

8.3. На $1{,}03 \cdot 10^{-3}$ *м*^{3}.

8.4. 1) 390 *дж/кг · град*; 2) 450 *дж/кг · град*; 3) 930 *дж/кг · град.*

8.5. Масса одного кг-атома материала шарика получится равной 107 *кг/кг-атом*; следовательно, шарик сделан из серебра.

8.6. В 7,2 раза.

8.7. На 66°.

8.8. Количество тепла, прошедшего через сложенные вместе медную и железную пластинки, определяется формулой

$$Q = \lambda_1 \frac{t_1 - t_x}{d_1} St = \lambda_2 \frac{t_x - t_2}{d_2} St,$$

откуда

$$t_x = \frac{\lambda_1 t_1 d_2 + \lambda_2 t_2 d_1}{\lambda_1 d_2 + \lambda_2 d_1}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $t_x = 34{,}3$ °C.

8.9. $\lambda = 1{,}28$ *вт/м · град* $= 1{,}1$ *ккал/м · ч · град.*

8.10. $Q = 1{,}9 \cdot 10^5$ *дж.*

8.11. 1) 2 *кал/сек*; 2) 60 *г.*

8.12. $Q = 11{,}3$ *дж.*

8.13. 106 °C.

8.14. Через 28,4 часа.

8.15. При нагревании от 0 °C до t °C стержень удлинится на величину

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 \alpha t. \qquad (1)$$

Чтобы не дать стержню удлиниться, к нему надо приложить силу $F = \frac{\Delta l\, ES}{l_0}$, откуда

$$\Delta l = \frac{l_0 F}{ES}, \qquad (2)$$

где E — модуль Юнга материала стержня и S — площадь его поперечного сечения. Из (1) и (2) находим $F=ESat$. Подставляя числовые данные задачи, получим $F=6{,}86\cdot10^4$ *н* $=7\cdot10^3$ *кГ*.

8.16. $P=14{,}6$ *кГ*.

8.17. При 50 °С.

8.18. $\rho=8700$ *кг/м³*.

8.19. Имеем для стального стержня

$$l_1=l_{01}(1+a_1t)=l_{01}+l_{01}a_1t \tag{1}$$

и для медного стержня

$$l_2=l_{02}(1+a_2t)=l_{02}+l_{02}a_2t. \tag{2}$$

По условию

$$l_1-l_2=L \tag{3}$$

и

$$l_{01}-l_{02}=L, \tag{4}$$

где $L=5$ *см*. Вычитая (2) из (1) и учитывая условия (3) и (4), получим

$$a_1l_{01}=a_2l_{02}. \tag{5}$$

Из уравнений (4) и (5) нетрудно найти длину стержней при 0 °С:

$$l_{02}=\frac{La_1}{a_2-a_1}=11\ \text{см},\quad l_{01}=l_{02}+L=16\ \text{см}.$$

8.20. В 1,02 раза.

8.21. $2{,}94\cdot10^7$ *н/м²*.

8.22. $d=4{,}3\cdot10^{-3}$ *м* $=4{,}3$ *мм*.

8.23. $l=2900$ *м*.

8.24. $l\leqslant4300$ *м*.

8.25. $l\leqslant10\,400$ *м*.

8.26. 1) 250 *кГ*; 2) на 4 *см*; 3) нет, так как удельная нагрузка меньше предела упругости.

8.27. $\alpha=75°\,30'$.

8.28. 3,4 *об/сек*.

8.29. Центробежная сила, действующая на стержень, в данном случае

$$F=\int_0^l r\omega^2\,dm,$$

где l — длина стержня, ω — угловая скорость вращения, r — расстояние от элемента массы dm до оси вращения. Для однородного стержня $dm=\rho S\,dr$, где ρ — плотность материала стержня и S — его сечение. Произведя интегрирование, получим

$$F=\frac{\rho S\omega^2l^2}{2},$$

откуда предельное число оборотов в секунду

$$\nu = \frac{1}{\pi l}\sqrt{\frac{F}{2\rho S}} = 38 \text{ об/сек}.$$

8.30. $p = 5{,}7 \cdot 10^8$ *н/м*^{2}.

8.31. По закону Гука $\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} p_н = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$, откуда

$$F = \frac{SE}{l}\Delta l. \quad (1)$$

Но для упругих сил

$$F = k\Delta l. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), видим, что

$$k = \frac{SE}{l}. \quad (3)$$

Тогда

$$A = \frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{SE\Delta l^2}{2l}. \quad (4)$$

Вычисляя величину Δl по формуле (1) и подставляя остальные числовые данные в уравнение (4), получим окончательно $A = 0{,}706$ *дж.*

8.32. $E = 2{,}94 \cdot 10^6$ *н/м*^{2}.

8.33. Для растяжения шланга на Δl требуется приложить силу

$$F = \frac{1}{\alpha} S \frac{\Delta l}{l}. \quad (1)$$

При этом внутренний диаметр шланга уменьшится на величину $\Delta d = \beta d_0 \frac{F}{S}$. Но из (1) $\frac{F}{S} = \frac{\Delta l}{\alpha l}$. Следовательно, $\Delta d = \beta d_0 \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma d_0 \Delta l}{l}$, где $\sigma = \frac{\beta}{\alpha}$ — коэффициент Пуассона. Подставляя числовые данные задачи, найдем $\Delta d = 1$ *мм* и, следовательно, $d_2 = d_0 - \Delta d = 9$ *мм.*

8.34. $x = 0{,}3$ *м.*

8.35. $M = 2{,}26 \cdot 10^{-7}$ *н · м.*

8.36. Закручивающий момент нити $M = \frac{\pi N d^4 \varphi}{2L16}$, причем $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{l}{D}$. При малых φ можно положить $\operatorname{tg}\varphi = \varphi$ и тогда $\varphi = \frac{l}{2D} = \frac{32LM}{\pi N d^4}$. Отсюда $M = \frac{l\pi N d^4}{64DL} = 1{,}96 \cdot 10^{-13}$ *н · м.*

8.37. Для поворота проволоки на угол $d\varphi$ надо совершить работу

$$dA = Md\varphi,$$

где M — закручивающий момент. Так как $M=\dfrac{\pi N r^4 \varphi}{2L}$, то

$$A=\int_0^\varphi \frac{\pi N r^4 \varphi}{2L}\,d\varphi=\frac{\pi N r^4 \varphi^2}{4L}.$$

Подставляя числовые данные задачи, найдем $A=1{,}25\cdot 10^{-12}$ *дж*. Эта работа перейдет в потенциальную энергию закрученной проволоки.

8.38. На $1{,}74\cdot 10^{-2}$ *м*.

8.39. Коэффициент Пуассона $\sigma=\dfrac{\beta}{\alpha}=\dfrac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta l}{l}}$, где r — радиус проволоки и l — ее длина. Объем проволоки до растяжения $V_1=\pi r^2 l$ и объем ее V_2 после растяжения

$$V_2=\pi(r-\Delta r)^2(l+\Delta l).$$

Если объем при растяжении не изменился, то $\pi r^2 l=\pi(r-\Delta r)^2\times\times(l+\Delta l)$. Открывая скобки и пренебрегая квадратами величин Δr и Δl, найдем $\pi r^2\Delta l=2\pi r\Delta r l$, откуда $\sigma=0{,}5$.

8.40. Плотность несжатого стержня $\rho_1=$ [illegible] $=\pi r^2 l$. Плотность сжатого стержня $\rho_2=\dfrac{m}{V_2}$, где $V_2=\pi(r+\Delta r)^2(l-\Delta l)$. Следовательно, изменение плотности

$$\Delta\rho=\rho_2-\rho_1=m\left(\frac{1}{V_2}-\frac{1}{V_1}\right)=\frac{m\Delta V}{V_2V_1}.$$

Так как сжатие невелико, то приближенно можно принять $V_2V_1==V_1^2$, т. е. положить $\Delta\rho=\dfrac{m\Delta V}{V_1^2}$. Тогда относительное изменение плотности $\dfrac{\Delta\rho}{\rho_1}=\dfrac{\Delta V}{V_1}$. Найдем изменение объема $\Delta V=\pi r^2 l--\pi(r+\Delta r)^2(l-\Delta l)$. Раскрывая скобки и пренебрегая квадратами величин Δr и Δl, получим $\Delta V=V_1\dfrac{\Delta l}{l}(1-2\sigma)$, где σ — коэффициент Пуассона. Тогда $\dfrac{\Delta\rho}{\rho_1}=\dfrac{\Delta V}{V_1}=\dfrac{\Delta l}{l}(1-2\sigma)$. По закону Гука $\dfrac{\Delta l}{l}=\dfrac{p_н}{E}$. Тогда окончательно $\dfrac{\Delta\rho}{\rho_1}=\dfrac{p_н}{E}(1-2\sigma)$. У нас $p_н=10^3$ *кГ/см*$^2=$ $=9{,}81\cdot 10^7$ *н/м*^{2}, $E=1{,}2\cdot 10^4$ *кГ/мм*$^2=11{,}75\cdot 10^{10}$ *н/м*^{2} и $\sigma=0{,}34$. Подставляя эти данные, получим $\dfrac{\Delta\rho}{\rho_1}=0{,}027\%$.

8.41. На 1 *мм*^{3}.

ГЛАВА III

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

§ 9. Электростатика

9.1. По закону Кулона сила притяжения равна

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}. \tag{1}$$

У нас $q_1 = q_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ *м*, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *ф/м* и $\varepsilon = 1$. Подставляя эти данные в (1), получим $F = 9{,}23 \cdot 10^{-8}$ *н*.

9.2. $r = 8{,}94 \cdot 10^{-2}$ *м*.

9.4. В $1{,}25 \cdot 10^{36}$ раза.

9.5. $F = 0{,}7$ *н*.

9.6. Электростатическая энергия шариков $W_1 = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$, их взаимная гравитационная энергия $W_2 = \gamma\dfrac{m_1 m_2}{r}$. По условию $\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = n\dfrac{\gamma m_1 m_2}{r}$, где $n = 10^6$. Отсюда $q = \sqrt{n\varepsilon_0\varepsilon 4\pi\gamma m_1 m_2}$. Подставляя числовые данные задачи, получим

$$q = \sqrt{10^6 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}4 \cdot \pi \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (0{,}2)^2} = 1{,}7 \cdot 10^{-8} \text{ к}.$$

9.7. 1) $\dfrac{W_{\text{эл}}}{W_{\text{гр}}} = 4{,}17 \cdot 10^{42}$; 2) $\dfrac{W_{\text{эл}}}{W_{\text{гр}}} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$.

9.8. На рис. 94 дан характер зависимости энергии W двух точечных зарядов от расстояния r между ними.

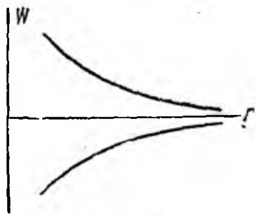


Рис. 94.

9.9. $E = 5{,}04 \cdot 10^4$ *в/м*.

9.10. $q = -2{,}23 \cdot 10^{-9}$ *к*.

9.11. В зависимости от расположения зарядов: 1) $E = 0$; 2) $E = 6 \cdot 10^4$ *в/м*; 3) $E = 3 \cdot 10^4$ *в/м*.

9.12. $E = 0$.

9.13. $E = 1{,}12 \cdot 10^5$ *в/м.*

9.14. Обозначим угол между нитями 2α (рис. 95). На каждый шарик действуют две силы: вес шарика P и сила кулоновского отталкивания F_1. Равнодействующая этих сил F. Но $F_1 = P \operatorname{tg} \alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$ и $\frac{r}{2} = l \sin \alpha$, тогда окончательно

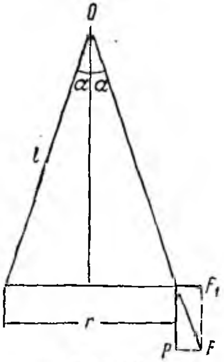


Рис. 95.

$$P = \frac{F_1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon 4l^2 \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha}.$$

Каждый шарик несет заряд $q = \frac{q_0}{2}$. Подставляя числовые данные задачи, найдем $P = 0{,}157$ *н* $= 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ *кГ.*

9.15. $q = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ *к.*

9.16. Для шарика, находящегося в воздухе, имеет место уравнение (см. решение задачи 9.14):

$$P = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 4l^2 \sin^2\alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (1)$$

При погружении шариков в керосин на каждый шарик стала действовать архимедова сила P_1. Для шарика, находящегося в керосине, имеем

$$P - P_1 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 4l^2 \sin^2\alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (2)$$

В уравнении (2)

$$P - P_1 = (\rho_1 - \rho_2) Vg, \quad (3)$$

где ρ_1 — плотность материала шарика, ρ_2 — плотность керосина, V — объем шарика, g — ускорение силы тяжести. Из (1), (2) и (3) имеем

$$\frac{P - P_1}{P} = \frac{\sin^2 \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_1 \varepsilon_1}{\sin^2 \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_2 \varepsilon_2} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1},$$

откуда

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{\sin^2\alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_2 \varepsilon_2}{\sin^2 \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_2 \varepsilon_2 - \sin^2 \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_1 \varepsilon_1}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $\rho_1 = 2550$ *кг/м*^{3}.

9.17. $\rho = \frac{\varepsilon \rho_1}{\varepsilon - 1}$.

9.18. $\alpha = 13°$.

9.19. $\sigma = \frac{2\varepsilon_0\varepsilon \sqrt{F^2 - P^2}}{q} = 7{,}8 \cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2}.

9.20. 1) $2 \cdot 10^{-5}$ *н*; 2) $12{,}6 \cdot 10^{-5}$ *н*; 3) $6{,}28 \cdot 10^{-5}$ *н*.

9.22. $E=3{,}6\cdot 10^{10}$ *в/м*. **9.23.** $F=3{,}4$ *н*.

9.24. 1) $\frac{F}{l}=8{,}1$ *н/м*;

2) $A=-\int\limits_{r_2}^{r_1}F\,dr=-\int\limits_{r_2}^{r_1}\frac{2l\tau^2}{\varepsilon r}\,dr=\frac{2l\tau^2}{\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}$, знак „минус" означает, что работа производится против действующей силы. Подставляя числовые данные задачи, получим $\frac{A}{l}=0{,}112$ *дж/м*.

9.25. $E=3{,}12\cdot 10^6$ *в/м*. Поле направлено перпендикулярно плоскости, проходящей через обе нити.

9.26. $\frac{F}{S}=5{,}1\cdot 10^3$ *н/м*^{2}

9.27. На шар действуют три силы: сила электрического поля F_1, направленная вверх, сила тяжести P, направленная вниз, и сила Архимеда F_2, направленная вверх. В равновесии

$$P=F_1+F_2; \qquad (1)$$

причем

$$P=mg=\rho_1\frac{4}{3}\pi r^3 g, \qquad (2)$$

где ρ_1 — плотность меди,

$$F_1=Eq \qquad (3)$$

и

$$F_2=\rho_2\frac{4}{3}\pi r^3 g, \qquad (4)$$

где ρ_2 — плотность масла. Из (1), (2), (3) и (4) имеем

$$q=\frac{4\pi r^3 g(\rho_1-\rho_2)}{3E}=1{,}1\cdot 10^{-8}\ \text{к}.$$

9.28. $r=4{,}4\cdot 10^{-7}$ *м*.

9.29. Имеем

$$E=\frac{\tau\sin\theta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}. \qquad (1)$$

Сделав чертеж, нетрудно установить, что

$$\sin\theta=\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}}, \qquad (2)$$

где L — длина нити и a — расстояние рассматриваемой точки от нити. Подставляя (2) в (1), получим

$$E=\frac{\tau L}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a\sqrt{a^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}}. \qquad (3)$$

1) Если $a \ll L$, то $\sqrt{a^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}\cong\frac{L}{2}$. В этом случае формула (3) дает $E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}$ — напряженность поля бесконечно протяженной нити.

2) Если $a \gg L$, то $\sqrt{a^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2}\cong a$. Кроме того, так как $\tau L=q$, формула (3) дает $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}$ — напряженность поля точечного заряда.

9.30. $\frac{a}{L}\leqslant\frac{\sqrt{1-(1-\delta)^2}}{2(1-\delta)}\cong\frac{1}{1-\delta}\sqrt{\frac{\delta}{2}}$. При $\delta=0{,}05$ и при $L=0{,}25$ *м* предельное расстояние $a\leqslant 4{,}18\cdot 10^{-2}$ *м*.

9.31. 1) $L\geqslant 0{,}49$ *м*; 2) $E=1350$ *в/см*; 3) $\tau=4{,}1\cdot 10^{-7}$ *к/м*.

9.32. Настоящая задача аналогична задаче 2.159. 1) Возьмем элемент кольца dl (рис. 81). Этот элемент несет заряд dq. Напряженность электрического поля в точке A, созданная этим элементом, $dE=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2}$. Она направлена по линии x, соединяющей элемент кольца dl с точкой A. Очевидно, для нахождения напряженности от всего кольца надо геометрически сложить $d\mathbf{E}$ от всех элементов. Вектор $d\mathbf{E}$ можно разложить на две составляющие dE_t и dE_n. Составляющие dE_n от каждых двух диаметрально противоположных элементов взаимно уничтожатся, и тогда

$$E=\int dE_t; \qquad \text{но } dE_t=dE\cos\alpha=dE\frac{L}{x}=\frac{L\,dq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2}.$$

Тогда $E=\frac{L}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^3}\int dq=\frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^3}$. Но $x=\sqrt{R^2+L^2}$ и окончательно

$$E=\frac{Lq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon\,(R^2+L^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad (1)$$

— напряженность электрического поля на оси кольца.

Если $L\gg R$, то $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon L^2}$, т. е. на больших расстояниях заряженное кольцо можно рассматривать как точечный заряд. Подставляя в (1) числовые данные задачи, получим соответственно $E=0$; 1600; 1710; 1600; 1150 *в/м*.

2) Выразим величины x и L через угол α. Имеем $R = x \sin\alpha$, $L = x\cos\alpha$; теперь формула (1) примет вид

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\cos\alpha\sin^2\alpha.$$

Для нахождения максимума величины E возьмем производную $\frac{dE}{dx}$ и приравняем ее нулю

$$\frac{dE}{dx} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}(\cos^2\alpha\, 2\sin\alpha - \sin^3\alpha) = 0,$$

или $\mathrm{tg}^2\alpha = 2$. Тогда расстояние L точки A от центра кольца, на котором напряженность электрического поля максимальна, равно $L = \frac{R}{\mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{R}{\sqrt{2}}$. В нашем случае $R = 0{,}1$ *м* и, следовательно, $L = 7{,}1\cdot 10^{-2}$ *м*.

9.33. В 1,3 раза. Сравнить эту задачу с задачей 2.161.

9.34. 1) При $a \ll R$ величина $\frac{R}{a}$ очень велика и

$$\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{a}\right)^2}}\right] \cong 1.$$

Тогда формула (8) введения дает $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$, т. е. для точек, находящихся на близком расстоянии от диска, диск можно уподобить бесконечно протяженной плоскости.

2) При $a \gg R$ величина $\frac{R}{a}$ мала и

$$\sqrt{1+\left(\frac{R}{a}\right)^2} \cong 1 - \frac{R^2}{2a^2}.$$

Тогда из (8) имеем $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}\frac{R^2}{2a^2}$. Но так как $\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$, то $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2}$, т. е. для точек, находящихся на большом расстоянии от диска, диск можно уподобить точечному заряду.

9.35. $\frac{a}{R} \leqslant \frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}} \cong \delta$. При $\delta = 0{,}05$ и $R = 0{,}25$ *м*, $a \leqslant 1{,}2\cdot 10^{-2}$ *м*.

9.36. 1) $R \geqslant 2{,}5$ *м*; 2) $E = 11{,}3\cdot 10^4$ *в/м*; 3) В 1,1 раза.

9.37. 1) $R \geqslant 0{,}2$ *м*; 2) $\delta = 10\%$.

9.38. $\frac{mv^2}{2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$, где m — масса шарика, движущегося со скоростью v, q_1 — заряд этого шарика, q_2 — точечный заряд, образующий поле, r — расстояние между этими зарядами. Подставляя числовые данные задачи, найдем $r = 6\cdot 10^{-2}$ *м*.

9.39. $r = 5{,}1 \cdot 10^{-10}$ *м*.

9.40. $r = 6{,}1 \cdot 10^{-14}$ *м*.

9.41. 1) $r \cong 6 \cdot 10^{-15}$ *м*; 2) $v = 1{,}6 \cdot 10^{7}$ *м/сек*.
Такую скорость имеет α-частица, вылетающая из ядра атома радия при радиоактивном распаде.

9.42. $A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2} = \frac{q_1 q_2 (r_2 - r_1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1 r_2} = 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ *дж*.

9.44. 1) $U = 11{,}3$ *в*; 2) $U = 30$ *в*.

9.45. $A = 1{,}13 \cdot 10^{-4}$ *дж*.

9.46. Работа сил электрического поля переходит в кинетическую энергию электрона, т. е. $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = qU$, откуда

$$v_1 = \sqrt{v_2^2 - \frac{2qU}{m}} = 16{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ м/сек}.$$

9.47. Ответ удобно представить в виде следующей таблицы:

U, *в*	1	5	10	100	1000
v, *м/сек*	$5{,}93 \cdot 10^{5}$	$1{,}33 \cdot 10^{6}$	$1{,}87 \cdot 10^{6}$	$5{,}93 \cdot 10^{6}$	$1{,}87 \cdot 10^{7}$

9.48. 1) $U = 2{,}66 \cdot 10^{6}$ *в*; 2) $W = 8{,}5 \cdot 10^{-13}$ *дж* $= 5{,}32$ *Мэв*.

9.49. Имеем $dA = qdU$, но $dU = -Edr = \frac{\tau dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$ и

$$A = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{q\tau dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln\frac{r_1}{r_2},$$

откуда

$$\tau = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon A}{q \ln\frac{r_1}{r_2}}. \qquad (1)$$

у нас $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*, $\varepsilon = 1$, $A = 50 \cdot 10^{-7}$ *дж*, $q = \frac{2}{3 \cdot 10^{9}}$ *к* и $\frac{r_1}{r_2} = 2$. Подставляя эти данные в (1), получим $\tau = 6 \cdot 10^{-7}$ *к/м*.

9.50. $\tau = 3{,}7 \cdot 10^{-6}$ *к/м*.

9.51. $v = 2{,}97 \cdot 10^{7}$ *м/сек*.

9.52. $\sigma = \frac{2A\varepsilon_0\varepsilon}{q\Delta r} = 6{,}6 \cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2}.
Отметим, что вследствие однородности поля начальное и конечное положения заряда не играют роли, существенно только расстояние Δr, на которое перемещается заряд по силовой линии под действием поля.

9.53. $d = 4{,}3 \cdot 10^{-3}$ *м.*

9.54. $m = 5{,}1 \cdot 10^{-16}$ *кг.*

9.55. В отсутствии поля

$$mg = 6\pi\eta r v_1. \tag{1}$$

При наличии поля

$$mg - Eq = 6\pi\eta r v_2. \tag{2}$$

Из (1) и (2) находим $mg - Eq = \frac{v_2}{v_1}\, mg$, или

$$q = \frac{mg}{E}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{mgd}{U}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = 4{,}1 \cdot 10^{-18} \text{ к.}$$

9.56. В отсутствии электрического поля

$$mg = 6\pi\eta r v_1. \tag{1}$$

При наличии поля на пылинку действует горизонтальная сила $F = qE$. Под действием этой силы пылинка получит ускорение, но вследствие трения и в горизонтальном направлении также установится движение с некоторой постоянной скоростью v_2, причем

$$qE = 6\pi\eta r v_2. \tag{2}$$

Равнодействующая скоростей v_1 и v_2 направлена под углом α, причем $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{qE}{mg}$. Очевидно, $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}5\,\frac{d}{l}$, откуда искомое расстояние l найдется по формуле

$$l = \frac{0{,}5\, v_1 d}{v_2} = \frac{0{,}5\, mgd}{qE} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Далее, $v_2 = \frac{v_1 d}{2l} = 10^{-2}$ *м/сек.* Искомое время находится по одной из формул: $t = \frac{d}{2v_2}$ либо $t = \frac{l}{v_1}$. Подставляя в любую из этих формул числовые данные задачи, получим $t = 1$ *сек.*

9.57. В отсутствии поля на пылинку действует постоянная сила тяжести $P = mg$. При включении электрического поля на пылинку действует постоянная горизонтальная сила $F = qE$. Равнодействующая этих сил направлена под углом α, причем $\operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{P} = \frac{qE}{mg}$. Таким образом, расстояние l будет таким же, как и в условиях предыдущей задачи, т. е. $l = 2 \cdot 10^{-2}$ *м.* Но время t будет уже другим и может быть найдено либо из уравнения $l = \frac{gt^2}{2}$, либо из уравнения

$$0{,}5\, d = \frac{at^2}{2} = \frac{Ft^2}{2m} = \frac{qUt^2}{2md}.$$

Подставляя в любую из этих формул числовые данные задачи, получим $t = 6{,}4 \cdot 10^{-2}$ *сек.*

9.58. $r = 10^{-6}$ *м*; $q = 7{,}3 \cdot 10^{-18}$ *к*.

9.59. $q = 1{,}73 \cdot 10^{-9}$ *к*.

9.60. 22 *кв*.

9.61. $2{,}2 \cdot 10^{-5}$ *м* $= 0{,}022$ *мм*.

9.62. $5 \cdot 10^{-3}$ *м* $= 0{,}5$ *см*.

9.63. 1) $U = 2{,}8$ *в*; 2) $E = 530$ *в/м*; 3) $\sigma = 4{,}7 \cdot 10^{-9}$ *к/м²*.

9.64. $v = \sqrt{\dfrac{2qU(r_1 - r_2)}{md}} = 2{,}53 \cdot 10^6$ *м/сек*.

9.65. 1) $E = 5{,}7$ *в/м*; 2) $v = 10^6$ *м/сек*; 3) $A = 4{,}5 \cdot 10^{-19}$ *дж*; $U = 2{,}8$ *в*.

9.66. 1) $F = 9{,}6 \cdot 10^{-14}$ *н*; 2) $a = 1{,}05 \cdot 10^{17}$ *м/сек²*; 3) $v = 3{,}24 \cdot 10^7$ *м/сек*; 4) $\sigma = 5{,}3 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*.

9.67. Электрон в плоском конденсаторе будет двигаться по параболе подобно горизонтально брошенному телу в поле силы тяжести. Действительно, на электрон в конденсаторе действует постоянная сила $F = eE$, под действием которой он получит ускорение $a = \dfrac{eE}{m}$ и, пролетая длину l конденсатора за время $t = \dfrac{l}{v}$, отклонится на расстояние

$$y = \frac{at^2}{2} = \frac{eEl^2}{2mv^2}. \qquad (1)$$

Чтобы электрон не вылетел из конденсатора, надо, чтобы $y \geqslant \dfrac{d}{2}$, где d — расстояние между пластинами конденсатора. Отсюда $v_0 \leqslant l\sqrt{\dfrac{eE}{md}}$. Подставляя числовые данные задачи, получим для электрона $v_0 \leqslant 3{,}64 \cdot 10^7$ *м/сек* и для α-частицы $v_0 \leqslant 6 \cdot 10^5$ *м/сек*.

9.68. 1) Через $4{,}8 \cdot 10^{-7}$ *сек*; 2) $s_x = 0{,}22$ *м* $= 22$ *см*.

9.69. $a_t = 15{,}7 \cdot 10^{14}$ *м/сек²*; $a_n = 8 \cdot 10^{14}$ *м/сек²*; $a_{\text{полн}} = 17{,}6 \cdot 10^{14}$ *м/сек²*.

9.70. Отклонение частицы электрическим полем $y = \dfrac{qEl^2}{2mv^2}$. По условию, $v_1 = v_2$, $E_1 = E_2$ и $l_1 = l_2$. Тогда $\dfrac{y_1}{y_2} = \dfrac{q_1/m_1}{q_2/m_2}$. Так как $q_2 = 2q_1$ и $m_2 = 4m_1$, то $\dfrac{y_1}{y_2} = 2$.

9.71. Отклонение протона и α-частицы будет одинаковым.

9.72. Скорость электрона в момент вылета его из конденсатора найдем по формуле $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, где $v_y = at$. Так как $a = \dfrac{eE}{m}$ и $t = \dfrac{l}{v_x}$, то $v_y = \dfrac{eEl}{mv_x}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $v_y = 8{,}8 \cdot 10^6$ *м/сек* и $v = 1{,}33 \cdot 10^7$ *м/сек*. При вылете электрона из конденсатора его скорость составляет угол α с горизонталью, причем $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{v_y}{v_x} = 0{,}88$. Таким образом, $\alpha = 41°20'$.

9.73. $U_1 = \dfrac{2Uyd}{l\left(l_1 + \dfrac{l}{2}\right)} = 28$ *в*.

9.74. На 0,01 *м*.

9.75. В 2,24 раза.

9.76. Имеем $\varepsilon_0\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0\varepsilon_2 E_2$, или $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$, откуда

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}. \qquad (1)$$

Далее $U = U_1 + U_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2 = E_1 d_1 + d_2 \dfrac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}$, или

$$E_1 = \frac{U\varepsilon_2}{d_1\varepsilon_2 + d_2\varepsilon_1} = \frac{150 \cdot 4{,}5}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}5 + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 1}\ в/м = 56{,}3\ кв/м;$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2} = \frac{1 \cdot 56{,}3}{4{,}5}\ кв/м = 12{,}5\ кв/м.$$

9.77. $C = 7{,}1 \cdot 10^{-4}$ *ф*; $\Delta U = 1400$ *в*.

9.78. $2{,}5 \cdot 10^{-20}$ *кг*.

9.79. Заряд n капель $q_0 = nq$. Этот заряд будет находиться на большой капле. Радиус большой капли найдется из условия $n\frac{4}{3}\pi r^3\rho = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$, откуда $R = r\sqrt[3]{n}$. Тогда потенциал этой капли $U = \dfrac{q_0}{C} = \dfrac{nq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \dfrac{nq}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r\sqrt[3]{n}}$. У нас $n = 8$, $q = 10^{-10}$ *к*, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *ф/м*, $\varepsilon = 1$, $r = 10^{-3}$ *м*. Подставляя эти данные, получим $U = 3600$ *в*.

9.80. $U = 19\,500$ *в* $= 19{,}5$ *кв*.

9.81. $r = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$ *м* $= 2{,}1$ *см*.

9.82. 1) $U = E_0 R$ — линейная зависимость. 2) $U = 1{,}5 \cdot 10^6$ *в*. Фактически этот максимальный потенциал не достигается, во-первых, потому, что размеры свободного пространства, окружающего шар, недостаточно велики по сравнению с радиусом шара и, во-вторых, потому, что вследствие неровностей поверхности шара нарушается равномерное распределение поля.

9.83. $W = 26{,}6 \cdot 10^{-7}$ *дж*.

9.84. $C = 5{,}9 \cdot 10^{-9}$ *ф*.

9.85. $\sigma = 1{,}77 \cdot 10^{-6}$ *к/м²*.

9.86. $D = 0{,}03$ *м* $= 3$ *см*.

9.87. В данном случае $q_1 = q_2$, где q_1 и q_2 — заряды на пластинах конденсатора до и после заполнения соответственно. Таким образом, $q = \mathrm{const}$. Следовательно, и поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = \dfrac{q}{S} = \mathrm{const}$.

1) Так как $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \dfrac{U}{d}$, то до заполнения $\sigma d = U_1\varepsilon_0\varepsilon_1$ и после заполнения $\sigma d = U_2\varepsilon_0\varepsilon_2$. Так как $\sigma = \mathrm{const}$ и $d = \mathrm{const}$, то $U_1\varepsilon_1 = U_2\varepsilon_2$ и $U_2 = \dfrac{U_1\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 100$ *в*.

2) $C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d}=1{,}77\cdot 10^{-11}$ *ф*, $C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d}=5{,}3\cdot 10^{-11}$ *ф*.

3) $\sigma_1=\sigma_2=\frac{q}{S}=\frac{CU}{S}=5{,}31\cdot 10^{-7}$ *к/м²*.

9.88. В данном случае $U_1=U_2=U$. 1) $U_1=U_2=300$ *в*;
2) $C_1=1{,}77\cdot 10^{-11}$ *ф*, $C_2=5{,}31\cdot 10^{-11}$ *ф*;
3) $\sigma_1=5{,}31\cdot 10^{-7}$ *к/м²*, $\sigma_2=1{,}59\cdot 10^{-6}$ *к/м²*.

9.89. 1) Обозначим E_1 и E_2 напряженность электрического поля в каждом слое, U_1 и U_2 — падение потенциала в каждом слое, тогда:

$$\varepsilon_1 E_1=\varepsilon_2 E_2, \qquad (1)$$
$$U_1+U_2=U. \qquad (2)$$

Уравнение (2) можно написать так:

$$E_1 d_1+E_2 d_2=U. \qquad (3)$$

Из (1) и (3) имеем

$$E_1=\frac{U\varepsilon_2}{\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1}=1{,}5\cdot 10^4\ в/м, \qquad E_2=\frac{\varepsilon_1 E_1}{\varepsilon_2}=4{,}5\cdot 10^4\ в/м.$$

2) $U_1=75$ *в*, $U_2=225$ *в*.

3) $$\frac{1}{C_1}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}, \qquad (4)$$
где

$$C_1=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 S}{d_1}\ \text{и}\ C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_2 S}{d_2}. \qquad (5)$$

Решая совместно (4) и (5), получим $C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{d_1\varepsilon_2+\varepsilon_1 d_2}=2{,}66\cdot 10^{-11}$ *ф*.

4) Заряд на одной из пластин $q=\sigma S=C_1U_1=C_2U_2=CU$, отсюда $\sigma=\frac{CU}{S}=8\cdot 10^{-7}$ *к/м²*.

9.90. $U=1800$ *в*.

9.91. $2{,}14\cdot 10^{-4}$ *мкф/м*.

9.92. Имеем $E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon x}$, где τ — заряд, приходящийся на единицу длины кабеля, и x — расстояние от оси кабеля. Величина τ найдется из следующего соотношения:

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon L}{\ln\frac{R}{r}}=\frac{q}{U_0}=\frac{\tau L}{U_0}, \quad \text{откуда} \quad \tau=\frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon U_0}{\ln\frac{R}{r}},$$

где U_0 — разность потенциалов между центральной жилой и оболочкой. Тогда напряженность поля $E=\frac{U_0}{x\ln\frac{R}{r}}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $E=136$ *кв/м*.

9.93. Работа сил электрического поля переходит в кинетическую энергию электрона $A=\frac{mv^2}{2}$. Имеем $dA=qdU=-qEdx$. Так как $E=\frac{U_0}{x\ln\frac{R}{r}}$, то $A=-\int\limits_{l_1}^{l_2}\frac{qU_0dx}{x\ln\frac{R}{r}}=\frac{qU_0\ln\frac{l_1}{l_2}}{\ln\frac{R}{r}}=\frac{mv^2}{2}$, откуда $v=\sqrt{\frac{2qU_0\ln\frac{l_1}{l_2}}{m\ln\frac{R}{r}}}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $v=1{,}46\cdot10^7$ *м/сек.*

9.94. 1) Внутри цилиндрического конденсатора напряженность поля $E=\frac{U_0}{x\ln\frac{R}{r}}$. Тогда падение потенциала в первом слое

$$U_1=-\int\limits_{r+d_1}^{r}Edx=-\int\limits_{r+d_1}^{r}\frac{U_0}{x\ln\frac{R}{r}}dx=\frac{U_0\ln\frac{r+d_1}{r}}{\ln\frac{R}{r}}.$$

Падение потенциала во втором слое $U_2=\frac{U_0\ln\frac{R}{r+d_1}}{\ln\frac{R}{r}}$. Отсюда

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{\ln\frac{r+d_1}{r}}{\ln\frac{R}{r+d_1}}=1{,}35.$$

2) При повышении разности потенциалов между внутренним и внешним цилиндрами в первую очередь будет пробит тот слой, где напряженность поля больше. Имеем $\varepsilon_1E_1=\varepsilon_2E_2$ или $\frac{E_1}{E_2}=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}=$ $=\frac{5}{7}$, т. е. в первую очередь будет пробит внешний слой.

9.95. $C=9{,}6\cdot10^{-7}$ *мкф.*

9.96. 1) $U=300$ *в*; 2) $U=75$ *в.*

9.97. $C=1{,}05\cdot10^{-9}$ *ф,* $R=9{,}45$ *м.*

9.98. Имеем $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon x^2}$, где q — заряд, находящийся на шаре. Далее, $C=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1R_2}{R_2-R_1}=\frac{q}{U}$, откуда $q=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1R_2U}{R_2-R_1}$. Тогда окончательно находим $E=\dfrac{UR_1R_2}{(R_2-R_1)x^2}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $E=44,5$ *кв/м*.

9.99. $v=\sqrt{\dfrac{2qR_1R_2U(r_1-r_2)}{m(R_2-R_1)r_1r_2}}=1,54\cdot10^7$ *м/сек.*

9.100. $C=0,33$ *мкф.*

9.101. $\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{U-U_2}{U_1-U}=3.$

9.102. $q_1=q_2=8\cdot10^{-6}$ *к*; $U_1=4$ *в*; $U_2=2$ *в.*

9.103. От $1\cdot10^{-8}$ *к* до $1,7\cdot10^{-7}$ *к* при параллельном соединении и от $2,23\cdot10^{-9}$ *к* до $3,27\cdot10^{-9}$ *к* при последовательном.

9.104. От 20 *пф* до 900 *пф* при параллельном соединении и от 5 *пф* до 225 *пф* при последовательном.

9.105. $W=0,1$ *дж.*

9.106. $W=0,05$ *дж.*

9.107. 1) $R=1,4\cdot10^{-2}$ *м*; 2) $q=2,8\cdot10^{-8}$ *к*; 3) $C=6,2\cdot10^{-6}$ *мкф*; 4) $W=6,3\cdot10^{-5}$ *дж.*

9.108. 1) $5\cdot10^{-5}$ *дж*;

2) энергия каждого шара равна $1,25\cdot10^{-5}$ *дж* и работа разряда при соединении $2,5\cdot10^{-5}$ *дж*;

3) энергия каждого шара $31,25\cdot10^{-7}$ *дж* и работа разряда $62,5\cdot10^{-7}$ *дж.*

9.109. 1) $U_1'=3$ *кв*; 2) $q_2'=2\cdot10^{-8}$ *к*; 3) $W_1'=1,5\cdot10^{-5}$ *дж* и $W_2'=9\cdot10^{-5}$ *дж*; 4) $q_1''=1,8\cdot10^{-8}$ *к* и $U_1''=5,4$ *кв*; 5) $q_2''=1,2\cdot10^{-8}$ *к*; $U_2''=5,4$ *кв*; 6) $W=8,1\cdot10^{-5}$ *дж*; 7) $A=2,4\cdot10^{-5}$ *дж.*

9.110. $q=2,7\cdot10^{-6}$ *к.*

9.111. 1) $q=1,77\cdot10^{-7}$ *к*; 2) $E=3330$ *в/см*; 3) $W=2,94$ *дж/м³*.

9.112. $p=26,5$ *н/м²*.

9.113. $U=15$ *кв.*

9.114. 1) $E=560$ *в/см*; 2) $d=5\cdot10^{-3}$ *м* $=5$ *мм*; 3) $v=10^7$ *м/сек*; 4) $W=6,95\cdot10^{-7}$ *дж*; 5) $C=1,77\cdot10^{-11}$ *ф*; 6) $13,9\cdot10^{-5}$ *н.*

9.115. $U=21,7$ *кв.*

9.116. $E=6\cdot10^4$ *в/м*; $W_1=2\cdot10^{-5}$ *дж*; $W_2=0,8\cdot10^{-5}$ *дж.*

9.117. $E_2=E_1=150$ *кв/м*; $W_1=2\cdot10^{-5}$ *дж*; $W_2=5\cdot10^{-5}$ *дж.*

9.118. 1) $W_1=4,43\cdot10^{-7}$ *дж*, $W_2=1,78\cdot10^{-8}$ *дж*; 2) $W_1=4,43\cdot10^{-7}$ *дж*, $W_2=1,11\cdot10^{-5}$ *дж.*

9.119. $\varepsilon=4,5.$

9.120. 1) а) Емкость уменьшилась на 1,1 *пф*; б) поток напряженности уменьшился на 750 *в/м*; в) объемная плотность энергии уменьшилась на $4,8\cdot10^{-2}$ *дж/м³*.

2) а) Емкость, как и в первом случае, уменьшилась на 1,1 *пф*, б) поток напряженности не изменился ($\Delta N=0$); в) объемная плотность энергии также не изменилась ($\Delta W_0=0$).

9.121. 1) $W_0=\dfrac{\sigma^2R^4}{2\varepsilon_0\varepsilon(R+x)^4}$, где R — радиус шара и x — расстояние рассматриваемой точки от поверхности шара; подставляя числовые данные задачи, получим $W_0=9,7\cdot10^{-2}$ *дж/м³*;

2) $W_0 = \frac{\sigma^2}{8\varepsilon_0\varepsilon} = 1,97$ *дж/м*^{3};

3) $W_0 = \frac{\tau^2}{8\pi^2\varepsilon_0\varepsilon x^2} = 0,05$ *дж/м*^{3}.

9.122. Обозначим σ_0 — поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора в отсутствие диэлектрика, $\sigma_д$ — поверхностную плотность заряда на пластинах в присутствии диэлектрика и $\sigma_{св}$ — поверхностную плотность связанных (поляризационных) зарядов. Совместное действие зарядов $\sigma_д$ и $\sigma_{св}$ таково, как будто бы на границе раздела проводника и диэлектрика имеется заряд, распределенный с плотностью

$$\sigma' = \sigma_д - \sigma_{св}. \qquad (1)$$

Таким образом, σ' — поверхностная плотность „эффективных" зарядов, т. е. зарядов, определяющих суммарное, результирующее поле в диэлектрике. Очевидно, величины σ связаны с соответствующими полями следующими соотношениями:
поле в отсутствии диэлектрика

$$E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} = \frac{U_1}{d}, \qquad (2)$$

результирующее поле в диэлектрике

$$E = \frac{\sigma_д}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{U_2}{d}. \qquad (3)$$

Из (1) имеем $\sigma_{св} = \sigma_д - \sigma'$, или на основании (3)

$$\sigma_{св} = \varepsilon_0\varepsilon E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U_2}{d}.$$

1) В данном случае $U_1 = U_2 = U$ и тогда:

а) $\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U}{d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^{-3}}$ *к/м*^{2} $= 1,77 \cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2};

б) $\sigma_д - \sigma_0 = \varepsilon_0\varepsilon E - \varepsilon_0 E_0$, и так как при включенном источнике напряжения $E = E_0 = \frac{U}{d}$, то

$$\sigma_д - \sigma_0 = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U}{d} = \sigma_{св} = 1,77 \cdot 10^{-5}\ к/м^2.$$

Таким образом, благодаря источнику напряжения на пластинах конденсатора появятся добавочные заряды, компенсирующие уменьшение заряда, вызванное поляризацией диэлектрика.

2) В данном случае $q = \text{const}$ и $U = \frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2}$ (см. решение задачи 9.87) и тогда:

а) $\sigma_{св} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{U_2}{d} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{\varepsilon_1 U_1}{\varepsilon_2 d} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 1 \cdot 10^3}{7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}$ *к/м*^{2} $=$
$= 2,53 \cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2};

б) так как $q = \text{const}$, то $\sigma_{\text{св}} = \sigma_0$, т. е. поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора не изменяется.

9.123. Вектор поляризации P, численно равный поверхностной плотности связанных зарядов $\sigma_{\text{св}}$, пропорционален напряженности поля в диэлектрике, т. е. $P = \sigma_{\text{св}} = \varkappa' E$. В системе МКСА коэффициент $\varkappa'$ не безразмерная величина; как нетрудно проверить, она имеет наименование *ф/м*. Можно показать, что $\varkappa' = 4\pi\varepsilon_0\varkappa$, где $\varkappa$ — безразмерная величина (табличное значение коэффициента электризации). Тогда $\sigma_{\text{св}} = 4\pi\varepsilon_0\varkappa E = 4\pi\varepsilon_0\varkappa \frac{U}{d} = \frac{4\cdot 3,14\cdot 8,85\cdot 10^{-12}\cdot 0,08\cdot 4\cdot 10^3}{5\cdot 10^{-3}}$ *к/м*$^2 =$ $= 7,1\cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2}. Найдем диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Так как $\sigma_{\text{св}} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$ (см. решение предыдущей задачи), то $\sigma_{\text{св}} = 4\pi\varepsilon_0\varkappa E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$, откуда $\varepsilon - 1 = 4\pi\varkappa$, или $\varepsilon = 1 + 4\pi\varkappa = 1 + \frac{\varkappa'}{\varepsilon_0}$, откуда $\varepsilon = 1 + 4\pi\cdot 0,08 = 2$. Тогда $E = \frac{U}{d} = \frac{\sigma_{\text{д}}}{\varepsilon_0\varepsilon}$. Отсюда поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора $\sigma_{\text{д}} = \frac{U\varepsilon_0\varepsilon}{d} = \frac{4\cdot 10^3\cdot 8,85\cdot 10^{-12}\cdot 2}{5\cdot 10^{-3}}$ *к/м*$^2 = 1,4\cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2}.

9.124. 1) $E = 3$ *кв/см*; 2) $\sigma_{\text{д}} = 1,59\cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2}; 3) $\sigma_{\text{св}} = 1,33\cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2}; 4) $\varkappa' = \frac{\sigma_{\text{св}}}{E} = 4,44\cdot 10^{-11}$ *ф/м*, $\varkappa = \frac{\varkappa'}{4\pi\varepsilon_0} = 0,4$.

9.125. $U = 2000$ *в*.

9.126. $\sigma_{\text{св}} = 6\cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2}.

9.127. 1) $E = 7,52\cdot 10^5$ *в/м*; $D = \varepsilon_0\varepsilon E = 1,33\cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2};
2) $\sigma_{\text{св}} = 6,7\cdot 10^{-6}$ *к/м*^{2};
3) $\sigma_{\text{д}} = 1,33\cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2};
4) $W_0 = 5$ *дж/м*^{3};
5) $\varkappa' = 8,9\cdot 10^{-12}$ *ф/м*, $\varkappa = 0,08$.

9.128. 1) $\sigma_{\text{св}} = 1,06\cdot 10^{-5}$ *к/м*^{2}; 2) $\varkappa' = 1,77\cdot 10^{-11}$ *ф/м*, $\varkappa = 0,159$.

9.129. 1) $A = 1,97\cdot 10^{-5}$ *дж*; 2) $A = 9,8\cdot 10^{-5}$ *дж*.

§ 10. Электрический ток

10.1. 1) $q = \int_{t_1}^{t_2} I\,dt = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t)\,dt = 48$ *к*; 2) $I = 12$ *а*.

10.2. 1) $R = 70$ *ом*; 2) а) 87,5 *ом*; б) 116,7 *ом*; в) 175 *ом*; г) 350 *ом*.

10.3. $N = 200$ витков.

10.4. Сопротивление проволоки

$$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}, \tag{1}$$

вес проволоки

$$P = mg = \delta V g = \delta\frac{\pi d^2}{4} lg. \tag{2}$$

Из двух уравнений (1) и (2) определяем два неизвестных d и l. Решая эти уравнения и подставляя числовые данные задачи, получим $l = 500$ *м* и $d = 10^{-3}$ *м* $= 1$ *мм*.

10.5. $R = 0{,}0018$ *ом.*

10.6. В 2,24 раза.

10.7. Имеем $R_1 = R_0(1 + \alpha t_1)$, где R_0 — сопротивление при 0° С (а не при первоначальной температуре). Отсюда $R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha t_1} = 32{,}8$ *ом.* Далее, $R = \frac{U}{I} = 364$ *ом*, и так как $R_2 = R_0(1 + \alpha t_2)$, то $t_2 = \frac{R_2 - R_0}{R_0 \alpha} = 2200°$ С.

10.8. 17,5 *ма.*

10.9. До температуры $t = 70°$ С.

10.10. $U = 5{,}4$ *в.*

10.11. $U_1 = 12$ *в*; $U_2 = U_3 = 4$ *в*; $I_2 = 2a$; $I_3 = 1a$.

10.12. 1) $I = 0{,}11a$; 2) $U = 0{,}99$ *в*; 3) $U = 0{,}11$ *в*; 4) $\eta = 0{,}9$.

10.13. $U = \frac{\mathcal{E}}{R + r} R = \frac{1{,}1}{1 + R} R$. Кривая на рис. 96 дает характер зависимости падения потенциала U во внешней цепи от внешнего сопротивления R. Кривая асимптотически приближается к прямой $U = \mathcal{E} = 1{,}1$ *в.*

10.14. $U = 0{,}125$ *в*; $R = 7{,}5$ *ом.*

10.15. $\eta = 25\%$.

10.16. $U = 2{,}7$ *в*; $R = 0{,}9$ *ом.*

10.17. $x = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{n}{1 + n}$; 1) $x = 9{,}1\%$; 2) $x = 50\%$; 3) $x = 91\%$.

10.18. $\eta = 80\%$.

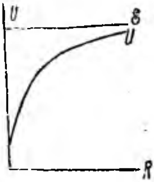


Рис. 96.

10.19. При последовательном соединении элементов $I' = \frac{2\mathcal{E}}{2r + R}$, при параллельном соединении $I'' = \frac{\mathcal{E}}{0{,}5r + R}$.

$$1)\quad I' = \frac{2{,}2}{0{,}6 + 0{,}2}\,a = 5\ a, \quad I'' = \frac{2}{0{,}15 + 0{,}2}\,a = 5{,}7\ a;$$

$$2)\quad I' = \frac{4}{0{,}6 + 16}\,a = 0{,}24\ a, \quad I'' = \frac{2}{0{,}15 + 16}\,a = 0{,}124\ a.$$

Таким образом, при малом внешнем сопротивлении элементы выгодней соединять параллельно, а при большом внешнем сопротивлении — последовательно.

10.20. 1) $\frac{\Delta R}{R} = 1\%$; 2) $\frac{\Delta R}{R} = 10\%$; 3) $\frac{\Delta R}{R} = 100\%$.

10.21. 1) $\frac{\Delta R}{R} = 20\%$; 2) $\frac{\Delta R}{R} = 2\%$; 3) $\frac{\Delta R}{R} = 0{,}2\%$.

10.22. $I_1 = 0{,}6$ *a*; $I_2 = 0{,}4$ *a*; $I = I_1 + I_2 = 1a$.

10.23. Сила тока в цепи $I = \frac{2\mathcal{E}}{R + r_1 + r_2} = \frac{4}{3}$ *a*. Разность потенциалов на зажимах первого элемента $U_1 = \mathcal{E} - Ir_1 = \frac{2}{3}$ *в.*

Разность потенциалов на зажимах второго элемента $U_2 = \mathscr{E} - Ir_2 = 0$. Учащимся предлагается исследовать в общем виде, при каком соотношении между R, r_1 и r_2 разность потенциалов на зажимах одного из элементов будет равна нулю.

10.24. $R_1 = 1{,}5$ *ом*; $R_2 = 2{,}5$ *ом*; $U_1 = 7{,}5$ *в* и $U_2 = 12{,}5$ *в*.

10.25. $\mathscr{E} = 2$ *в*; $r = 0{,}5$ *ом*.

10.26. $I = 0{,}2$ *а*.

10.27. $R_1 = 60$ *ом*.

10.28. 1) $I = 0{,}4$ *а*; 2) $U = 32$ *в*.

10.29. $R_2 = 60$ *ом*.

10.30. 1) $I = 2$*а*; 2) $U = 2$ *в*.

10.31. 80 *в*.

10.32. $\mathscr{E} = 170$ *в*.

10.33. 1) 0,22 *а* и 110 *в*; 2) 0,142 *а* и 53,2 *в*; 3) 0,57 *а* и 110 *в*; 4) 0,089 *а* и 35,6 *в*.

10.34. $I = 40$ *а*.

10.35. 1) Параллельно амперметру надо включить сопротивление $R = 0{,}02$ *ом*; 2) цена деления амперметра изменится с 0,1 *а/дел* на 1 *а/дел*.

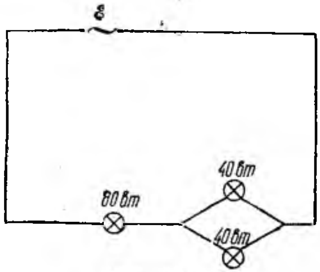


Рис. 97.

10.36. 1) Последовательно с вольтметром надо включить сопротивление $R = 3000$ *ом*; 2) цена деления вольтметра изменится с 0,2 *в/дел* на 0,5 *в/дел*.

10.37. 1) Параллельно прибору включено сопротивление $R = 0{,}555$ *ом*; 2) последовательно с прибором включено сопротивление $R = 9950$ *ом*.

10.38. $R = 300$ *ом*; $l = 21{,}2$ *м*.

10.39. См. схему на рис. 97; $I_1 = I_2 = 0{,}365$ *а* и $I_3 = 0{,}73$ *а*.

10.40. На 6,8 *в*.

10.41. 35 *квт*.

10.42. $S = 850$ *мм*^{2}

10.43. 1) $\frac{Q_м}{Q_с} = 0{,}17$; 2) $\frac{U_м}{U_с} = 0{,}17$.

10.44. 1) $\frac{Q_м}{Q_с} = 5{,}9$; 2) $\frac{U_м}{U_с} = 1$.

10.45. $Q = 1{,}08$ *кдж*.

10.46. 1) 2,4 *квт*; 2) 2,3 *квт*; 3) 96%.

10.47. $r = 1$ *ом*; $\eta_1 = 16{,}7\%$; $\eta_2 = 83{,}5\%$.

10.48. По данным кривой рис. 34 составляем таблицу:

I, *а*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P, *вт*	0	1,8	3,2	4,2	4,8	5	4,8	4,2	3,2	1,8	0

Мощность, выделяемая во внешней цепи (полезная мощность), достигает максимума при внешнем сопротивлении, равном внутреннему сопротивлению генератора. При этом падение потенциала во внешней цепи $U=\frac{\mathscr{E}}{2}$, где $\mathscr{E}$ — э. д. с. генератора. При этом к. п. д. генератора $\eta=0{,}5$. В нашем случае $P_{max}=IU=5$ *вт*. Следовательно, $U=\frac{P_{max}}{I}=\frac{5}{5}$ *в* $=1$ *в*; отсюда искомая э. д. с. элемента $\mathscr{E}=2U=2$ *в*. Так как при этом $I=\frac{\mathscr{E}}{2r}$, то искомое внутреннее сопротивление элемента $r=\frac{\mathscr{E}}{2I}=0{,}2$ *ом*. Падение потенциала во внешней цепи $U=\frac{P}{I}$; к. п. д. элемента $\eta=\frac{U}{\mathscr{E}}=\frac{P}{\mathscr{E}I}$.

10.49. По данным кривой, изображенной на рис. 34, находим (см. решение предыдущей задачи) $\mathscr{E}=2$ *в* и $r=0{,}2$ *ом*. Зная $\mathscr{E}$ и r, нетрудно найти и требуемые величины η, P_1 и P_2.

10.50. $\mathscr{E}=4$ *в*; $r=1$ *ом*.

10.51. О зависимости U, P_1 и P_2 от R см. в решениях задач 10.48 и 10.49.

10.52. $\mathscr{E}=5$ *в*; $r=1$ *ом*.

10.53. 60 *вт*.

10.54. 1 *а*.

10.55. 16 *вт*.

10.56. $\mathscr{E}=100$ *в*.

10.57. Разность потенциалов на концах лампочки меняется от 30 до 54,5 *в*. Мощность, потребляемая лампочкой, меняется при этом от 30 до 9,9 *вт*.

10.58. 1) $Q_1=6{,}37$ *дж*, $Q_2=3{,}82$ *дж*; 2) $Q_1=16{,}2$ *дж*, $Q_2=27{,}2$ *дж*.

10.59. Бо́льшую (в 1,5 раза) мощность поглощает лампочка с меньшим сопротивлением.

10.60. На 36°.

10.61. 2,9 *ом*.

10.62. 1) 1,2 *квт*; 2) 12 *ом*.

10.63. $Q=2{,}5\cdot10^5$ *дж* $=60$ *ккал*.

10.64. 1) 25 *мин*; 2) 50 *мин*; 3) 12,5 *мин*.

10.65. 1) 45 *мин*; 2) 10 *мин*.

10.66. Через 22 *мин*.

10.67. 1) 5,4 *ом*; 2) 2100 *дж/кг·град*; 3) 49,6 *ом*.

10.68. $\eta=80\%$.

10.69. 1) 14,4 *ом*; 2) 11,3 *м*; 3) 1 *квт*.

10.70. На 0,45°.

10.71. 1 р. 33 к.

10.72. Через 49 *мин*.

10.73. $R=33$ *ом*.

10.74. Количество тепла, выделившегося в медном проводе,

$$Q_1=m_1c_1\Delta t=\delta_1 l_1 S_1 c_1\Delta t, \tag{1}$$

где δ — плотность меди, l_1 — длина провода, S_1 — площадь его поперечного сечения, c_1 — удельная теплоемкость меди и Δt — повышение температуры провода.

Количество тепла, выделившегося в свинцовом проводе,

$$Q_2 = \delta_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t_1 + r), \tag{2}$$

где r — удельная теплота плавления свинца, $\Delta t_1 = t_{пл} - t_0$, δ_2 — плотность свинца, l_2 — длина предохранителя, S_2 — площадь его поперечного сечения и c_2 — удельная теплоемкость свинца.

Так как оба провода включены в цепь последовательно, то

$$I_1 = I_2 \text{ и } \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1 S_2 \rho_1}{l_2 S_1 \rho_2}, \tag{3}$$

где ρ_1 и ρ_2 — удельное сопротивление меди и свинца соответственно. Из (1), (2) и (3) имеем

$$\frac{\delta_1 l_1 S_1 c_1 \Delta t}{\delta_2 l_2 S_2 (c_2 \Delta t_1 + r)} = \frac{\rho_1 l_1 S_2}{\rho_2 l_2 S_1},$$

откуда искомая разность температур

$$\Delta t = \frac{\rho_1 \delta_2 S_2^2 (c_2 \Delta t_1 + r)}{\rho_2 \delta_1 S_1^2 c_1}.$$

У нас (см. таблицы) $\rho_1 = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ *ом·м*, $\rho_2 = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ *ом·м*, $D_1 = 8600$ *кг/м³*, $D_2 = 11\,300$ *кг/м³*, $c_1 = 394$ *дж/кг·град*, $c_2 = 125{,}7$ *дж/кг·град*, $t_{пл} = 327°$ C, $r = 2{,}26 \cdot 10^4$ *дж/кг*, $t_{пл} - t_0 = 327° - 17° = 310°$. Подставляя эти данные, получим $\Delta t = 1{,}8°$.

10.75. $1{,}55 \cdot 10^8$ *дж/м³·сек.*

10.76. $I_1 = I_2 = 26{,}7$ *ма*; $I_3 = I_4 = 4$ *ма*.

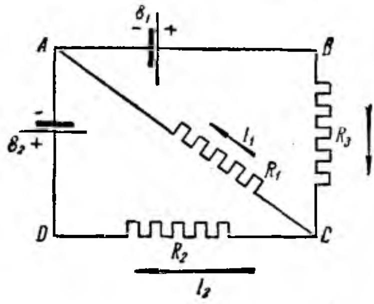


Рис. 98.

10.77. Применим закон Кирхгофа для данной разветвленной цепи. Прежде всего наметим направление токов стрелками на схеме (рис. 98). Так как $\mathscr{E}_1 > \mathscr{E}_2$, то направление токов I_1 и I_3 не вызывает сомнения. Направление тока I_2 в сопротивлении R_2 установить нельзя. Предположим, что ток будет идти в направлении поставленной нами стрелки. По первому закону Кирхгофа, для узла C

$$I_3 = I_1 + I_2. \tag{1}$$

(Для узла A мы получим тождественное уравнение.) По второму закону Кирхгофа, для контура ABC

$$I_3 R_3 + I_1 R_1 = \mathscr{E}_1, \tag{2}$$

для контура ACD

$$I_1R_1 - I_2R_2 = \mathscr{E}_2. \qquad (3)$$

(Вместо контура ACD или контура ABC можно было бы взять контур $ABCD$).

Имеем три уравнения для нахождения трех неизвестных I_1, I_2 и I_3. При решении задач на применение законов Кирхгофа удобнее уравнения (1), (2) и (3) представить в численном виде. В условиях нашей задачи эти уравнения примут вид:

$$I_3 = I_1 + I_2, \qquad (1а)$$

$$10I_3 + 45I_1 = 2{,}1, \qquad (2а)$$

$$45I_1 - 10I_2 = 1{,}9. \qquad (3а)$$

Решая эти уравнения, получим $I_1 = 0{,}04$ *а*, $I_2 = -0{,}01$ *а* и $I_3 = 0{,}03$ *а*. Отрицательный знак у тока I_2 указывает на то, что направление тока нами было взято неверно. Направление тока I_2 в действительности будет от D к C, а не наоборот, как это было принято перед составлением уравнений.

10.78. $U = 1{,}28$ *в*.

10.79. $R = \frac{2}{3}$ *ом*; $I_2 = 0{,}5$ *а*; $I_R = 1{,}5$ *а*.

10.80. $R = 0{,}75$ *ом*; $I_2 = 2$ *а*; $I_R = 4$ *а*.

10.81. $I = 0{,}4$ *а*.

10.82. 2 *а*.

10.83. $R_1 = 20$ *ом*.

10.84. $I = 0{,}45$ *ма*.

10.85. $I = 0{,}001$ *а* $= 1$ *ма*.

10.86. $I_1 = 0{,}385$ *а*; $I_2 = 0{,}077$ *а*; $I_3 = 0{,}308$ *а*.

10.87. $I_1 = 0{,}3$ *а*; $I_2 = 0{,}5$ *а*; $I_3 = 0{,}8$ *а*; $R_3 = 7{,}5$ *ом*.

10.88. $\mathscr{E}_2 = 35$ *в*; $\mathscr{E}_3 = 55$ *в*.

10.89. $I = 1$ *а*;

10.90. $\mathscr{E}_1 = 60$ *в*; $\mathscr{E}_2 = 30$ *в*; $I_2 = 0{,}6$ *а*; $I_3 = 2{,}1$ *а*.

10.91. 1) 2,22 *а*; 2) 0,44 *а*; 3) 1,78 *а*.

10.92. $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = 4$ *в*; $r_1 = r_2 = 1$ *ом*.

10.93. 100 *в*.

10.94. $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2 = 200$ *в*.

10.95. 75 *ма*.

10.96. 1) $U_1 = 120$ *в*; $U_2 = 80$ *в*; 2) $U_1 = U_2 = 100$ *в*.

10.97. За 2 *ч*.

10.98. 1) 10 *мин*; 2) 4,5 *мк*.

10.99. $j = 56$ *а/м²* $= 5{,}6$ *ма/см²*.

10.100. Масса M вещества, выделившегося при электролизе, связана с числом N перенесенных одновалентных ионов следующим соотношением: $M = Nm = KNe$, где m — масса иона, K — электрохимический эквивалент и e — заряд иона. Отсюда $m = Ke$. Подставляя числовые данные задачи, получим $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг*.

10.101. Амперметр показывает меньше на 0,04 *а*.

10.102. 53 *мг*.

10.103. 1) 149 *ч*; 2) $1{,}49 \cdot 10^4$ *квт·ч*.

10.104. $W = 1800$ *дж*.

10.105. Энергия, необходимая для выделения массы M вещества при электролизе,

$$W = IUt = \frac{MUZF}{A}, \qquad (1)$$

где F — число Фарадея, A — масса кг-атома, Z — валентность и U — приложенная разность потенциалов. Чтобы разложить 2 *кмоля* воды, т. е. чтобы выделить 4 *кг* водорода, требуется $5{,}75 \cdot 10^8$ *дж* энергии. Таким образом, у нас $M = 4$ *кг*, $W = 5{,}75 \cdot 10^8$ *дж*. Подставляя числовые данные задачи в (1), получим $U = 1{,}5$ *в*.

10.106. В слабых растворах $\alpha \approx 1$, т. е. все молекулы диссоциированы. Следовательно, эквивалентная электропроводность $\Lambda_\infty = F(v'_+ + v'_-)$. У нас $F = 96{,}5 \cdot 10^6$ *к/кг-экв*; $v'_+ = 3{,}26 \cdot 10^{-7}$ *м²/в·сек* и $v'_- = 6{,}4 \cdot 10^{-8}$ *м²/в·сек*. Подставляя эти данные, получим $\Lambda_\infty = 37{,}6$ *м²/ом·кг-экв*.

10.107. $q_+ = 100$ *к*; $q_- = 19{,}8$ *к*.

10.108. 1) $\alpha = 94\%$; 2) $\eta = 10^{-2}$ *кг-экв/м³* $= 10^{-5}$ *г-экв/см³* $= 10^{-2}$ *г-экв/л* $= 0{,}01\ N$; 3) $v'_+ + v'_- = 1{,}35 \cdot 10^{-7}$ *м²/в·сек*.

10.109. $R = 1{,}8 \cdot 10^5$ *ом*.

10.110. $R = 5{,}2 \cdot 10^5$ *ом*.

10.111. 3,9 *м²/ом·кг-экв* = 39 *см²/ом·г-экв*.

10.112. 92%.

10.113. $n_+ = n_- = 5{,}5 \cdot 10^{25}$ *м⁻³*.

10.114. 10^{-6}.

10.115. 1) $j = 2{,}4 \cdot 10^3$ *а/м²*; 2) $\frac{I_+}{I} = 0{,}01\%$, т. е. ток переносится главным образом электронами.

10.116. $I_н = 10^{-7}$ *а*.

10.117. Наибольшее возможное число пар ионов в 1 *см³* камеры получится при условии, что убывание ионов происходит только за счет их рекомбинации. В этом случае $N = \alpha n^2$ и $n = \sqrt{\frac{N}{\alpha}} = 3{,}2 \cdot 10^7$.

10.118. $R = 3{,}4 \cdot 10^{14}$ *ом*.

10.119. $I = 3{,}3 \cdot 10^{-9}$ *а*; $\frac{I}{I_н} = 3{,}3\%$.

10.120. Потенциалом ионизации атома называется та разность потенциалов, которую должен пройти электрон, чтобы при ударе об атом его ионизовать. Поэтому скорость, которую должен иметь электрон, найдется из равенства $\frac{mv^2}{2} = eU$, или $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $v = 2{,}2 \cdot 10^6$ *м/сек*.

10.121. При 80 000° К.

10.122. $39{,}2 \cdot 10^{-19}$ *дж*.

10.123. 1) $8{,}3 \cdot 10^5$ *м/сек*; 2) $1{,}4 \cdot 10^6$ *м/сек*.

10.124. Удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама при температуре T_1

$$j_{н1} = BT_1^2 e^{-\frac{A}{kT_1}} \qquad (1)$$

и при температуре T_2

$$j_{н2}=BT_2^2 e^{-\frac{A}{kT_2}}. \tag{2}$$

Деля (2) на (1), получим

$$\frac{j_{н2}}{j_{н1}}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 e^{-\frac{A}{k}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)}. \tag{3}$$

У нас $T_1=2400°$ K, $T_2=2500°$ K, $A=4{,}54$ *эв* $=4{,}54\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}$ *дж*, $k=1{,}38\cdot 10^{-23}$ *дж/град*. Подставляя эти данные в (3), получим $\frac{j_{н2}}{j_{н1}}=2{,}6$.

10.125. В 11 000 раз.

10.126. Удельная эмиссия чистого вольфрама при температуре $T_1=2500°$ K равна $j_{н1}=B_1T_1^2 e^{-\frac{A_1}{kT_1}}=2{,}84\cdot 10^3$ *а/м²*. Удельная эмиссия торированного вольфрама при температуре T_x равна $j_{н2}=B_2T_x^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}}$. По условию $j_{н1}=j_{н2}$, т. е.

$$B_2T_x^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}}=2{,}84\cdot 10^3 \text{ а/м}^2. \tag{1}$$

Уравнение (1) можно решить двумя способами: 1) графически, 2) способом последовательных приближений. Рассмотрим оба эти способа.

1. Графический способ. По оси абсцисс откладываем величины T_x, по оси ординат — величины $y\cdot 10^{-3}=B_2T_x^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}}$ (рис. 99). Абсцисса точки пересечения этой кривой с горизонтальной прямой $y=2{,}84\cdot 10^3$ и даст искомое значение температуры. Вычисление удобно располагать в таблицу:

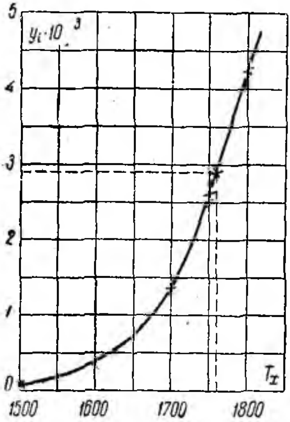


Рис. 99.

T_x°K	$z=\frac{A_2}{kT_x}$	e^{-z}	$y\cdot 10^{-3}$
1500	20,3	$1{,}6\cdot 10^{-9}$	0,11
1700	17,7	$1{,}6\cdot 10^{-8}$	1,38
1750	17,1	$3{,}7\cdot 10^{-8}$	2,54
1800	16,7	$5{,}6\cdot 10^{-8}$	4,25

Из графика рис. 99 видно, что решением уравнения (1) является значение $T_x \cong 1760°$ K.

2. Способ последовательных приближений. Так как в основном зависимость удельной эмиссии от температуры определяется экспоненциальным множителем $e^{-\frac{A}{kT}}$, а не множителем T^2, то в первом приближении можем положить

$$B_2 T_1^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}} = B_2 (2500)^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}} = 2{,}84 \cdot 10^3 \ a/м^2,$$

отсюда $e^{-\frac{A_2}{kT_x}} = \frac{2{,}84 \cdot 10^3}{B_2 T_1^2} = 1{,}86 \cdot 10^{-8}$ и $T_x = 1690°$ K — первое приближение.

Во втором приближении

$$B_2 (1690)^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}} = 2{,}84 \cdot 10^3 \ a/м^2,$$

отсюда $T_x = 1770°$ K — второе приближение.

Далее,

$$B_2 (1770)^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}} = 2{,}84 \cdot 10^3 \ a/м^2,$$

отсюда $T_x = 1750°$ K — третье приближение.

Аналогично

$$B_2 (1750)^2 e^{-\frac{A_2}{kT_x}} = 2{,}84 \cdot 10^3 \ a/м^2,$$

отсюда $T_x = 1760°$ K — четвертое приближение.

Легко убедиться, что пятое приближение с точностью до третьей значащей цифры совпадает с четвертым приближением. Таким образом, искомое решение $T_x = 1760°$ K.

§ 11. Электромагнетизм

11.1. Имеем $H = \frac{I}{2\pi a}$. У нас $I = 5$ *а*; $a = 2 \cdot 10^{-2}$ *м*. Подставляя эти данные, получим $H = 39{,}8$ *а/м*.

11.2. $H = 50$ *а/м*.

11.3. $H_1 = 120$ *а/м*, $H_2 = 159$ *а/м*, $H_3 = 135$ *а/м*.

11.4. $H_1 = 199$ *а/м*, $H_2 = 0$, $H_3 = 183$ *а/м*.

11.5. Точка, в которой напряженность магнитного поля равна нулю, находится между токами I_1 и I_2 на расстоянии 3,3 *см* от I_1.

11.6. Точки, в которых напряженность магнитного поля равна нулю, расположены правее точки A на расстояниях 1,8 *см* и 6,96 *см* от нее.

11.7. $H_1 = 8$ *а/м*; $H_2 = 55{,}8$ *а/м*.

11.8. $H_1 = 35{,}6$ *а/м*; $H_2 = 57{,}4$ *а/м*.

11.9. $H = 8$ *а/м*. Напряженность магнитного поля направлена перпендикулярно плоскости, проходящей через оба провода.

11.10. Результирующее поле будет направлено вертикально вверх, если поле от тока скомпенсирует горизонтальную составляющую магнитного поля Земли. Так как $H = H_\text{г} = \frac{I}{2\pi r}$, то $r = \frac{I}{2\pi H_\text{г}}$. По условию $I = 8$ *а*, $H_\text{г} = 0{,}2$ *э* $= 15{,}9$ *а/м*; следовательно, $r = \frac{8}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 15{,}9}$ *м* $= 0{,}08$ *м*.

11.11. Напряженность магнитного поля в точке C будет равна (см. рис. 100) $H = \int\limits_{\theta_2}^{\theta_1} \frac{I \sin\theta\, dl}{4\pi r^2}$. Но $l = a \operatorname{ctg}\theta$ и $dl = -\frac{a\, d\theta}{\sin^2\theta}$. Далее $r = \frac{a}{\sin\theta}$. Следовательно, $H = -\frac{I}{4\pi a}\int\limits_{\theta_2}^{\theta_1} \sin\theta d\theta = \frac{I}{4\pi a}\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right)$. По условию, $I = 20$ *а*, $a = 5 \cdot 10^{-2}$ *м*, $\theta_1 = 60°$, $\theta_2 = 180° - 60° = 120°$. Подставляя эти данные, получим $H = 31{,}8$ *а/м*.

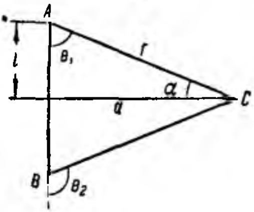


Рис. 100.

11.12. $H = 56{,}5$ *а/м*.

11.13. $a \leqslant 5$ *см*.

11.14. 1) $l \geqslant 0{,}245$ *м*; 2) $H = 358$ *а/м*.

11.15. $H = 77{,}3$ *а/м*.

11.16. Имеем

$$H = \frac{I}{2r}, \tag{1}$$

где r — радиус витка. Сила тока I связана с приложенным напряжением U уравнением $U = IR$, где R — сопротивление проволоки. Отсюда

$$U = I\frac{\rho l}{S} = I\frac{\rho 2\pi r}{S}. \tag{2}$$

Из (1) и (2), находим $U = \frac{\pi\rho I^2}{SH}$. У нас $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ *ом · м*., $I = 20$ *а*, $S = 1$ *мм*$^2 = 10^{-6}$ *м*^{2} и $H = 2{,}24$ *э* $= 178$ *а/м*. Подставляя эти данные, получим $U = 0{,}12$ *в*.

11.17. $H = 12{,}7$ *а/м*.

11.18. $H = 25{,}7$ *а/м*.

11.19. 1) $H = 12{,}2$ *а/м*; 2) $H = 0$.

11.20. 1) $H = 62{,}2$ *а/м*; 2) $H = 38{,}2$ *а/м*.

11.22. $H = 177$ *а/м*.

11.23. $H = 35{,}8$ *а/м*.

11.24. $U_2 = 4\, U_1$.

11.25. $M = 0{,}25$ *н · м*.

11.26. Вращающий момент, действующий на магнитную стрелку, равен $M = pB\sin\alpha$, где p — магнитный момент стрелки и $B = \mu_0\mu H = \frac{I\mu_0\mu}{2\pi a}$ — индукция магнитного поля тока. Этот вращающий момент M вызывает поворот нити на угол $\varphi = \frac{2lM}{\pi G r^4}$, где l — длина нити, r — радиус нити и G — модуль кручения материала нити. Так как $\sin\alpha = 1$, то $M = pB = p\frac{I\mu_0\mu}{2\pi a}$. Тогда $\varphi = \frac{\mu_0\mu I l p}{a\pi^2 G r^4}$. У нас $I = 30$ *а*, $l = 0{,}1$ *м*, $p = 10^{-2}$ МКСА$_\text{р}$, $a = 0{,}2$ *м*, $G = 600$ *кГ/мм*^{2} $= 5{,}9 \cdot 10^9$ *н/м*^{2} и $r = 0{,}05$ *мм* $= 5 \cdot 10^{-5}$ *м*. Подставляя эти данные, получим $\varphi = 0{,}52$ *рад*, или $\varphi = 30°$.

11.27. $H = 6670$ *а/м*.

11.28. $H = 125$ *а/м*.

11.29. Из 4 слоев.

11.30. 1) $NI = 200$ ампер-витков; 2) 2,7 *в*.

11.31. $\frac{L}{D} = \frac{1-\delta}{\sqrt{1-(1-\delta)^2}} \cong \frac{1-\delta}{\sqrt{2\delta}}$, при $\delta \leqslant 0{,}05$ $\frac{L}{D} \geqslant 3$.

11.32. $\delta = 3\%$.

11.33. На рис. 101 изображен характер искомой зависимости $H = f(x)$.

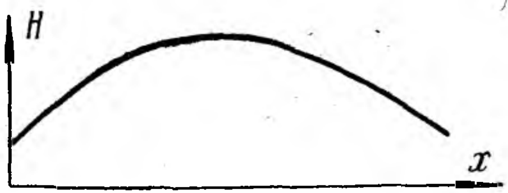


Рис. 101.

11.34. $H = 16$ *а/м*.

11.35. $n = 100$ *сек*$^{-1}$.

11.36. $\Phi = 1{,}13 \cdot 10^{-4}$ *вб*.

11.37. $\Phi = 0{,}157$ *вб*.

11.38. 1) $\Phi = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\cos(4\pi t + \theta)$ *вб*, где θ — угол между нормалью к рамке и направлением магнитного поля в начальный момент времени. 2) $\Phi_{max} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ *вб*.

11.39. Имеем

$$\mu = \frac{B}{H\mu_0}. \tag{1}$$

По условию, $H = 10$ *э* $= 796$ *а/м* $\cong 800$ *а/м*. По графику находим, что значению $H = 0{,}8 \cdot 10^3$ *а/м* соответствует $B = 1{,}4$ *тл*. Подставляя значения μ_0, H и B в (1), получим $\mu = 1400$.

11.40. 500 ампер-витков.

11.41. 955 ампер-витков.

11.42. $\mu = 440$.

11.43. $\Phi_1 = \Phi_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ *вб*.

11.44. $B = 1{,}8$ *тл*; $\mu = 200$.

11.45. Магнитная индукция одинакова в сердечнике и в воздушном зазоре, т. е.

$$B_2 = B_1 = \frac{\Phi}{S} = \frac{IN\mu_0}{\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2}}. \qquad (1)$$

Так как

$$B_2 = \mu_0\mu_2 H_2, \qquad (2)$$

то из (1)

$$B_1 \frac{l_1}{\mu_1} + \mu_0 H_2 l_2 = IN\mu_0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) — это уравнение прямой линии в координатных осях (H, B). Но величины H и B, кроме уравнения (3), связаны еще графиком $B = f(H)$. Ордината точки пересечения прямой (3) и кривой, соответствующей зависимости $B = f(H)$, дает значение магнитной индукции $B_2 = B_1$. Для построения прямой по уравнению (3) находим: при $H = 0$

$$B = \frac{IN\mu_0\mu_1}{l_1} = \frac{1 \cdot 2000 \cdot 12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{3 \cdot 10^{-3}} \text{ тл} = 0{,}84 \text{ тл};$$

при $B = 0$

$$H = \frac{IN}{l_2} = \frac{1 \cdot 2000}{1} \text{ а/м} = 2000 \text{ а/м}.$$

Искомая точка пересечения дает $B_2 = B_1 = 0{,}78$ *тл*. Тогда для воздушного зазора $H_1 = \frac{B_1}{\mu_0\mu_1} = \frac{0{,}78}{12{,}56 \cdot 10^{-7} \cdot 1}$ *а/м* $= 6{,}2 \cdot 10^5$ *а/м*.

11.46. В 1,9 раза (см. решение предыдущей задачи).

11.48. $p = 1$ *м*$^2 \cdot$ *а*.

11.49. 1) $B = 0{,}9$ *тл*; 2) $\Phi = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ *вб*.

11.50. Имеем $H = \frac{I}{2\pi x}$. Возьмем элемент dS площади поперечного сечения кольца, равный $dS = h\,dx$. Тогда поток магнитной индукции сквозь этот элемент будет $d\Phi = B\,dS = \mu_0\mu \frac{I}{2\pi x} h\,dx$. Поток через все поперечное сечение кольца

$$\Phi = \frac{\mu_0\mu I h}{2\pi} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0\mu I h}{2\pi} \ln \frac{l_2}{l_1}.$$

По условию, $I = 25$ *а*, $h = 5 \cdot 10^{-3}$ *м*, $B = 0{,}9$ *тл* (см. ответ предыдущей задачи). По кривой $B = f(H)$ находим для этого значения B

величину $H = 200$ *а/м*; $\mu = \frac{B}{H}$, $\ln\frac{l_2}{l_1} = \ln 1{,}22 \cong 0{,}2$. Подставляя эти данные, получим $\Phi = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ *вб*.

11.51. $I = 620$ *а*.

11.52. $I = 60$ *а*.

11.53. 1) $I = 11{,}3$ *а*; 2) $\mu = 457$.

11.54. 1) Имеем $B = \frac{IN\mu_0}{l_1/\mu_1 + l_2/\mu_2}$, отсюда необходимое число ампер-витков $IN = \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2}\right) = \frac{Bl_1}{\mu_0\mu_1} + Hl_2$. Из кривой $B = f(H)$ находим, что значению $B = 14\,000$ *гс* $= 1{,}4$ *тл* соответствует значение $H = 800$ *а/м*. Следовательно, $IN = 1{,}14 \cdot 10^4$ ампер-витков. Далее, $I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{\mathscr{E}S}{\rho\pi DN}$, откуда $\mathscr{E} = \frac{IN\rho\pi D}{S} = 31$ *в*.

2) Так как диаметр проволоки $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 1{,}13 \cdot 10^{-3}$ *м*, то на протяжении длины соленоида поместится $N = \frac{40 \cdot 10^{-2}}{1{,}13 \cdot 10^{-3}} = 354$ витка. Так как $I = jS = 3$ *а*, $N = 3830$ витков, то отсюда необходимое число слоев будет равно $\frac{3830}{354} \cong 11$ и так как диаметр проволоки равен $1{,}13 \cdot 10^{-3}$ *м*, то 11 слоев займут толщину $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ *м* $= 1{,}2$ *см*.

11.55. $F = 4{,}9$ *н*.

11.56. $A = \int\limits_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0\mu I_1 I_2 l}{2\pi x}\,dx = \frac{\mu_0\mu I_1 I_2 l}{2\pi}\ln\frac{x_2}{x_1}$ и работа на единицу длины проводников

$$\frac{A}{l} = \frac{\mu_0\mu I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{x_2}{x_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 0{,}69}{2\pi}\ \textit{дж/м} = 8{,}3 \cdot 10^{-5}\ \textit{дж/м}.$$

11.57. $I_1 = I_2 = 20$ *а*.

11.58. 1) $3{,}53 \cdot 10^{-4}$ *н·м*; 2) $4{,}5 \cdot 10^{-4}$ *н·м*.

11.59. 1) $0{,}12\%$; 2) на $3{,}3 \cdot 10^{-6}$ *кГ*.

11.60. 1) $M = 2{,}4 \cdot 10^{-9}$ *н·м*; 2) $M = 1{,}2 \cdot 10^{-9}$ *н·м*.

11.61. $I = 10^{-7}$ *а* (см. решение задачи 11.26).

11.62. $5 \cdot 10^{10}$ *н/м²*.

11.63. $A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$. У нас $\Phi_2 = 0$ и $\Phi_1 = BS$. Таким образом,

$$A = -IBS. \qquad (1)$$

Знак „минус“ означает, что работа совершается против сил магнитного поля. Подставляя числовые данные задачи в (1), получим $A = 5 \cdot 10^{-4}$ *дж*.

11.64. 1) $A = 0{,}2$ *дж*; 2) $P = 2 \cdot 10^{-2}$ *вт*.

11.65. 1) Сила, действующая на радиус ab (рис. 57), равна $F = BIr$. Работа при одном обороте диска $A = BIS$, где S — площадь, описываемая радиусом за один оборот, т. е. площадь диска. Мощность такого двигателя $P=\frac{A}{t}=nBI\pi r^2=2{,}36\cdot10^{-2}$ *вт*. 2) Диск вращается против часовой стрелки.

11.66. Сила, действующая на элемент радиуса dx, определяется формулой $dF=BIdx$. Вращающий момент, действующий на этот элемент, $dM=xdF=BIxdx$, где x — расстояние элемента dx от оси вращения. Вращающий момент, действующий на весь диск, $M=\int_0^r BIxdx=\frac{BIr^2}{2}$. У нас $B=0{,}2$ *тл*, $I=5$ *а*, $r=5\cdot10^{-2}$ *м*. Подставляя эти данные, получим $M=12{,}5\cdot10^{-4}$ *н·м*.

11.67. $I=15{,}3$ *а*.

11.68. $\Phi=1$ *вб*.

11.69. 1) $R=9\cdot10^{-2}$ *м*;

2) Имеем $T=\frac{2\pi R}{v}$, причем $R=\frac{mv}{eB}$. Следовательно, $T=\frac{2\pi m}{eB}$, т. е. период не зависит от скорости электрона. Подставляя числовые данные задачи, найдем $T=3\cdot10^{-8}$ *сек*.

3) $1{,}5\cdot10^{-24}$ *кг·м²/сек*.

11.70. $F=4\cdot10^{-16}$ *н*.

11.71. $F=4{,}7\cdot10^{-12}$ *н*.

11.72. $a_t=0$ во все время движения; $a_n=\text{const}=7\cdot10^{15}$ *м/сек²*.

11.73. $W=17{,}3$ *Мэв*.

11.74. $\frac{R_1}{R_2}=\frac{m_1}{m_2}=1840$.

11.75. $\frac{R_1}{R_2}=\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}=\sqrt{1840}=42{,}9$.

11.76. $W=88$ *кэв*.

11.77. $q=3{,}2\cdot10^{-19}$ $к=2\,e$, где e — заряд электрона.

11.78. В два раза.

11.79. 1) $F=5\cdot10^{-15}$ *н*; 2) $R=3{,}2\cdot10^{-2}$ *м* $=3{,}2$ *см*; 3) $T=1{,}3\cdot10^{-6}$ *сек*.

11.80. $W=500$ *эв*.

11.81. $R_1=0{,}195$ *м*, $R_2=0{,}200$ *м*.

11.82. 1) $\frac{q}{m}=1{,}76\cdot10^{11}$ *к/кг* — для электрона, $\frac{q}{m}=9{,}6\times10^7$ *к/кг* — для протона, $\frac{q}{m}=4{,}8\cdot10^7$ *к/кг* — для α-частицы. 2) $\frac{q}{m}=4{,}8\cdot10^7$ *к/кг*.

11.83. Общее смещение электрона $x=x_1+x_2$, где x_1 — смещение электрона в магнитном поле (см. рис. 102). Электрон в магнитном поле движется по окружности, радиус кривизны которой равен $R=\frac{mv}{qB}$. Величину смещения x_1 можно найти из соотношения $x_1=DC=OC-OD$. Но $OC=R$ и $OD=\sqrt{OM^2-DM^2}=\sqrt{R^2-l^2}$. Таким образом, $x_1=R-\sqrt{R^2-l^2}$. Смещение x_2

может быть найдено из пропорции $\frac{x_2}{l_1}=\frac{DM}{DO}$, откуда $x_2 = l_1\frac{l}{\sqrt{R^2-l^2}}$. Тогда общее смещение $x=R-\sqrt{R^2-l^2}+l_1\frac{l}{\sqrt{R^2-l^2}}$. Имеем $R=\frac{mv}{qB}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{q}}$, где U — приложенная

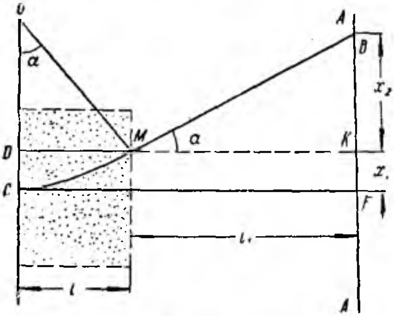


Рис. 102.

разность потенциалов. Подставляя числовые данные задачи, получим $R=4\cdot10^{-2}$ *м* $=4$ *см*, $x=4{,}9\cdot10^{-2}$ *м* $=4{,}9$ *см*.

11.84. 1) $a_n=0$, $a=a_t=\frac{qE}{m}=1{,}76\cdot10^{14}$ *м/сек*²;

2) $a_t=0$, $a=a_n=\sqrt{\left(\frac{qvB}{m}\right)^2+\left(\frac{qE}{m}\right)^2}=2{,}5\cdot10^{14}$ *м/сек*².

11.85. Пучок электронов не испытывает отклонения, если $eE=evB$, отсюда искомая скорость электрона $v=\frac{E}{B}$. У нас $E=10$ *в/см* $=10^3$ *в/м* и $B=5$ *гс* $=5\cdot10^{-4}$ *тл*. Следовательно, $v=2\cdot10^6$ *м/сек*. Если бы было включено только одно магнитное поле, то электроны двигались бы по окружности радиуса $R=\frac{mv}{eB}=2{,}3\cdot10^{-2}$ *м*.

11.86. Скорость электрона, влетающего в магнитное поле, $v=\sqrt{\frac{2eU}{m}}$. Разложим скорость v на две составляющие: v_t — составляющую скорости, направленную вдоль силовых линий поля, и v_n — составляющую, направленную перпендикулярно к силовым линиям. Проекция пути электрона на плоскость, перпендикулярную к B, представляет собой окружность, радиус которой, равный искомому радиусу витка спирали, определится формулой

$$R=\frac{mv_n}{qB}=\frac{mv\sin\alpha}{qB}, \tag{1}$$

где α — угол между направлением скорости электрона v и направлением поля. Так как период обращения электрона $T=\frac{2\pi R}{v \sin\alpha}=\frac{2\pi m}{qB}$, то отсюда шаг винтовой траектории электрона будет равен

$$l=v_t T=\frac{2\pi m v \cos\alpha}{qB}. \qquad (2)$$

Подставляя числовые данные задачи в (1) и (2), получим:
1) $R=10^{-2}$ *м* $=1$ *см*, 2) $l=11\cdot10^{-2}$ *м* $=11$ *см*.

11.87. $W=433$ *эв*.

11.88. 1) $R=5$ *мм*, 2) $l=3{,}6$ *см* (см. условие и решение задачи 9.72).

11.89. $l=3{,}94\cdot10^{-2}$ *м* $=3{,}94$ *см*.

11.90. $\mathcal{E}=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{1}{dt}(Bldx)=-Blv=-0{,}15$ *в*.

11.91. $\mathcal{E}_{ср}$ — $78{,}5$ *в*.

11.92. $\mathcal{E}=165$ *мв*.

11.93. При каждом обороте стержня магнитный поток, пересекаемый стержнем, равен $\Phi=BS=B\pi l^2$, где l — длина стержня. Если стержень делает N *об/сек*, то $\mathcal{E}=B\pi l^2 N=B\pi l^2\frac{\omega}{2\pi}=Bl^2\frac{\omega}{2}$, где ω — угловая скорость вращения. Подставляя числовые данные задачи, получим $\mathcal{E}=0{,}5$ *в*.

11.94. $v=0{,}5$ *м/сек*.

11.95. $\mathcal{E}_{ср}=1$ *в*.

11.96. $\mathcal{E}_{max}=\Phi_0\omega=BSN2\pi\nu$, где N — число витков катушки и ν — число оборотов в 1 *сек*. Подставляя числовые данные задачи, найдем $\mathcal{E}_{max}=3{,}14$ *в*.

11.97. $\mathcal{E}_{max}=0{,}09$ *в*.

11.98. При каждом обороте диска (рис. 60) радиус ab пересекает магнитный поток, равный $\Phi=BS=B\pi r^2$. При скорости вращения, соответствующей ν *об/сек*, э. д. с. индукции будет $\mathcal{E}=-\frac{d\Phi}{dt}=B\pi r^2\nu=4{,}7$ *мв*.

11.99. При $6{,}4$ *об/сек*.

11.100. $\mathcal{E}_{ср}=0{,}018$ *в*.

11.101. $\mathcal{E}_{ср}=5{,}1$ *в*.

11.102. $\mathcal{E}_{ср}=1{,}57$ *в*.

11.103. $\mathcal{E}_{max}=250$ *мв*.

11.104. 1) $L=0{,}9$ *мгн*; 2) $L=0{,}36$ *гн*.

11.105. $L=5{,}5\cdot10^{-5}$ *гн*.

11.106. 1) $L=7{,}1\cdot10^{-4}$ *гн*; 2) $\Phi=3{,}55\cdot10^{-6}$ *вб*.

11.107. $N=380$ витков.

11.108. $\mu=1400$.

11.109. При $I=1$ *а*.

11.110. $N=500$.

11.111. $\mu=1400$.

11.112. $\mu=640$.

11.113. 1) $L=9{,}0$ *гн*; 2) $L=5{,}8$ *гн*; 3) $L=0{,}83$ *гн*.

11.114. Имеем

$$L_1=\mu_0\mu\, n_1^2\, lS \tag{1}$$

и

$$L_2=\mu_0\mu\, n_2^2\, lS. \tag{2}$$

Взаимная индуктивность катушек, имеющих общий сердечник,

$$L_{12}=\mu_0\mu\, n_1 n_2\, lS. \tag{3}$$

Умножая (1) на (2), получим $L_1L_2=(\mu_0\mu lS)^2\, n_1^2 n_2^2$, откуда

$$n_1n_2=\frac{\sqrt{L_1L_2}}{\mu_0\mu\, lS}. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), найдем, что $L_{12}=\sqrt{L_1L_2}$. Тогда, так как $\mathcal{E}_2=-L_{12}\frac{dI_1}{dt}$, среднее значение силы тока во второй катушке $I_2=\frac{L_{12}}{R}\frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{\sqrt{L_1L_2}}{R}\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $I_2=0{,}2$ *а*.

11.115. Количество электричества, индуцируемое в рамке, равно

$$q=-\frac{1}{R}\int\limits_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi=-\frac{1}{R}(\Phi_2-\Phi_1), \tag{1}$$

где Φ_1 — поток магнитной индукции через рамку в ее первом положении и Φ_2 — поток магнитной индукции через рамку во втором положении. У нас $\Phi_2=0$, кроме того,

$$R=\frac{\rho l}{S_{пр}}=\frac{\rho\, 4a}{S_{пр}}=\frac{\rho\, 4\sqrt{S_р}}{S_{пр}}. \tag{2}$$

В (2) a — сторона рамки, $S_р$ — площадь рамки и $S_{пр}$ — площадь поперечного сечения проволоки. Так как $\Phi_1=BS_р$, то окончательно $q=\frac{BS_{пр}\sqrt{S_р}}{4\rho}=0{,}074$ *к*.

11.116. $q=1{,}5\cdot 10^{-4}$ *к*.

11.117. $q=2{,}5\cdot 10^{-4}$ *к*.

11.118. $C=10^{-8}$ *к/дел*.

11.119. $B=0{,}2$ *тл*.

11.120. Напряженность магнитного поля в тороиде

$$H=\frac{IN_1}{l}. \tag{1}$$

Если изменить направление тока в первичной катушке на противоположное, то количество электричества, которое пройдет при этом через гальванометр, будет $q = \frac{2\Phi N_2}{R}$, где Φ — поток магнитной индукции, пронизывающий площадь поперечного сечения тороида, R — сопротивление вторичной цепи. Но $\Phi = BS = \mu_0\mu HS = \mu_0\mu S \cdot \frac{IN_1}{l}$, следовательно, $q = \frac{2N_2\mu_0\mu\, SIN_1}{Rl}$, откуда $\mu = \frac{qRl}{2\mu_0\, N_1N_2SI}$. Но $q = C\alpha$, тогда окончательно

$$\mu = \frac{C\alpha Rl}{2\mu_0\, N_1N_2SI}. \qquad (2)$$

Подставляя в (1) и (2) различные значения I и соответствующие значения α из таблицы, данной в условии задачи, получим таблицу:

I, *а*	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
H, *а/м*	133	266	400	533	667
μ	1440	2190	2050	1790	1520

11.121. $\mu = 1200$.
11.122. Через 0,126 *сек.*
11.123. Через $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ *сек.*
11.124. В 1,5 раза.
11.125. Через 0,01 *сек.*
11.127. 1) $\Phi = B_0S \sin \omega t = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \sin 100\pi t$ *вб*, $\Phi_{max} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ *вб*;
2) $\mathcal{E} = -7{,}85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t$ *в*, $\mathcal{E}_{max} = 7{,}85 \cdot 10^{-3}$ *в*;
3) $I = -2{,}3 \cos 100\pi t$ *а*, $I_{max} = 2{,}3$ *а*.
11.128. 1) $\mathcal{E} = -33 \cos 10\pi t$ *в*;
2) $W = \frac{LI^2}{2} = 0{,}263 \sin^2 100\pi t$ *дж*.
11.129. 1) $\mathcal{E}_2 = -L_{12}\frac{dI}{dt} = -L_{12}I_0\omega \cos \omega t = -15{,}7 \cos 100\pi t$ *в*;
2) $\mathcal{E}_{max} = 15{,}7$ *в*.

ГЛАВА IV

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

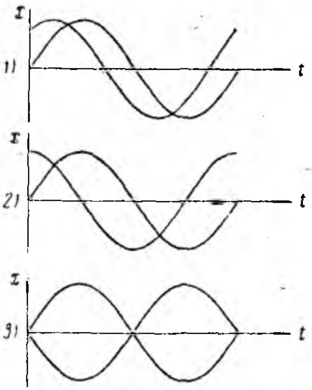
§ 12. Гармоническое колебательное движение и волны

12.1. $x=5\sin\left(5\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ *см.*

12.2. $x=0{,}1\sin 0{,}5\,\pi t$ *м.*

12.3. 1) $x=50\sin\left(\frac{\pi t}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$ *мм*; 2) $x_1=35{,}2$ *мм*; $x_2=0$.

12.4. 1) $x=5\sin\frac{\pi t}{4}$ *см*; 2) $x=5\sin\left(\frac{\pi t}{4}+\frac{\pi}{2}\right)$ *см*; 3) $x=5\sin\left(\frac{\pi t}{4}+\pi\right)$ *см*; 4) $x=5\sin\left(\frac{\pi t}{4}+\frac{3\pi}{2}\right)$ *см*; 5) $x=5\sin\frac{\pi t}{4}$ *см.*



4) Обе синусоиды совпадают

Рис. 103.

12.5. См. рис. 103.

12.6. Имеем $x=A\sin\left(\frac{2\pi t}{T}+\varphi\right)$. По условию $x=\frac{A}{2}$, кроме того, $T=24$ *сек* и $\varphi=0$. Следовательно, $0{,}5=\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$, т. е. $\left(\frac{\pi}{12}t\right)=30°=\frac{\pi}{6}$, отсюда $t=2$ *сек.*

12.7. $t=\frac{1}{6}T$.

12.8. Через 1 *сек.*

12.9. Скорость точки, совершающей колебание, $v=\frac{dx}{dt}=\frac{2\pi A}{T}\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\varphi\right)$. Скорость будет наибольшей при условии $\cos\left(2\pi\frac{t}{T}+\varphi\right)=1$, т. е. $v_{\max}=\frac{2\pi A}{T}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $v_{\max} = 7{,}85 \cdot 10^{-2}$ *м/сек*, аналогично $a_{\max} = \frac{4\pi^2 A}{T^2} = 12{,}3 \cdot 10^{-2}$ *м/сек*^{2}.

12.10. 1) 4 *сек*; 2) $3{,}14 \cdot 10^{-2}$ *м/сек*; 3) $4{,}93 \cdot 10^{-2}$ *м/сек*^{2}.

12.11. Имеем по условию $x = \sin\frac{\pi}{6} t$. Отсюда скорость $v = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{6}\cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$. Скорость будет максимальной при условии $\cos\left(\frac{\pi}{6} t\right) = 1$, т. е. при условии $\frac{\pi}{6} t = n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ Таким образом, максимальная скорость достигается в моменты времени $t = 0, 6, 12$ *сек*, ... Ускорение будет максимальным при условии $\sin\left(\frac{\pi}{6} t\right) = 1$, т. е. при условии $\frac{\pi}{6} t = (2n+1)\frac{\pi}{2}$. Таким образом, максимальное ускорение достигается в моменты времени $t = 3, 9, 15$ *сек*, ...

12.12. $v = 0{,}136$ *м/сек*.

12.13. $x = 5 \cdot 10^{-2} \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ *м*.

12.14. $A = 3{,}1 \cdot 10^{-2}$ *м*; $T = 4{,}1$ *сек*.

12.15. $F_{\max} = 24{,}6 \cdot 10^{-5}$ *н*.

12.16. $F_{\max} = 19{,}7 \cdot 10^{-5}$ *н*; $W_{\text{полн}} = 4{,}93 \cdot 10^{-6}$ *дж*.

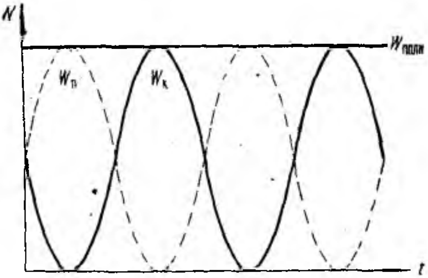


Рис. 104.

12.17. На рис. 104 изображена зависимость от времени кинетической, потенциальной и полной энергий точки, колеблющейся по уравнению, данному в условии задачи. График дан в пределах одного периода. Из графика (рис. 104) видно, что период колебаний энергии вдвое меньше периода самого колебательного движения.

12.18. 1) $\frac{W_к}{W_п} = 3$; 2) $\frac{W_к}{W_п} = 1$; 3) $\frac{W_к}{W_п} = \frac{1}{3}$.

12.19. 1) $\frac{W_к}{W_п} = 15$; 2) $\frac{W_к}{W_п} = 3$; 3) $\frac{W_к}{W_п} = 0$.

12.20. $x = 0{,}04 \cdot \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ *м.*

12.21. $x = \frac{FA^2}{2W} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ *м.*

12.22. Период колебаний шарика $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2{,}8$ *сек.* Амплитуда колебаний при малых отклонениях от положения равновесия может быть найдена следующим образом: $A = l \sin\alpha = 2 \cdot 0{,}0698$ *м* $\cong 0{,}14$ *м.* Тогда уравнение движения шарика напишется так: $x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = 0{,}14 \sin\frac{2\pi t}{2{,}8}$ *м,* если время отсчитывать от положения равновесия. При прохождении шариком положения равновесия его скорость будет достигать наибольшего значения. Так как $v = \frac{0{,}14 \cdot 2\pi}{2{,}8}\cos\frac{2\pi t}{2{,}8}$ *м/сек,* то $v_{max} = \frac{0{,}14 \cdot 2\pi}{2{,}8}$ *м/сек* $= 0{,}31$ *м/сек.*

Эту же скорость мы можем найти из соотношения $mgh = \frac{mv^2}{2}$, где h — высота поднятия шарика. Отсюда $v = \sqrt{2gh}$. Нетрудно видеть, что $h = l(1 - \cos\alpha)$, где l — длина нити. Тогда $v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)} = 0{,}31$ *м/сек.* При больших отклонениях маятника от положения равновесия колебания маятника уже не будут гармоническими.

12.23. 0,78 *сек.*

12.24. $k = 805$ *н/м.*

12.25. Период уменьшится в два раза.

12.26. Период уменьшится в 1,8 раза.

12.27. Имеем $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$,

или

$$T_1^2 = 4\pi^2\frac{m}{k}. \tag{1}$$

После добавления груза Δm будем иметь

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m + \Delta m}{k}}, \text{ или } T_2^2 = 4\pi^2\frac{m + \Delta m}{k}. \tag{2}$$

Вычитая (1) из (2), получим $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2\frac{\Delta m}{k}$. Но $K = \frac{F}{\Delta l} = \frac{\Delta mg}{\Delta l}$, где F — сила, вызывающая удлинение пружины Δl. Таким образом, $T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2\frac{\Delta l}{g}$, или $\Delta l = \frac{g}{4\pi^2}(T_2^2 - T_1^2)$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta l = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$ *м* $= 2{,}7$ *см.*

12.28. $T = 0{,}93$ *сек.*

12.29. На плавающий ареометр действуют сила тяжести (вниз) и сила Архимеда (вверх). Поэтому в равновесии $P = \rho g(V + Sh)$, где $(V + Sh)$ — часть объема ареометра, находящаяся в жидкости.

Если погрузить ареометр на глубину x, то результирующая выталкивающая сила будет равна $F = \rho g[V + S(h + x)] - P = \rho g[V + S(h + x)] - \rho g(V + Sh) = \rho gSx = kx$, где $k = \rho gS$. Тогда, так как $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, то $T = \frac{4}{d}\sqrt{\frac{m\pi}{\rho q}}$, откуда $\rho = \frac{16\pi m}{T^2 d^2 g} = 890$ *кг/м*^{3}.

12.30. $x = 3{,}7 \cdot 10^{-2} \sin\left(\frac{\pi t}{4} + \frac{\pi}{8}\right)$, где x выражено в метрах и t — в секундах.

12.31. $A = 4{,}6 \cdot 10^{-2}$ *м*, $\varphi = 62° 46'$.

12.32. $\varphi = \frac{2\pi}{3}$.

12.33. 1) $A = 5$ *см*, $\varphi = 36°52' \cong 0{,}2\pi$; 2) $x = 5 \sin(\pi t + 0{,}2\pi)$ *см*.

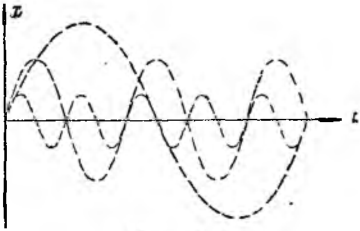


Рис. 105.

12.34. Из спектра сложного колебания (см. рис. 61) видно, что первое колебание имеет амплитуду $A_1 = 0{,}03$ *м* и частоту $\nu_1 = 0{,}2$ *сек*$^{-1}$, второе — $A_2 = 0{,}02$ *м* и $\nu_2 = 0{,}5$ *сек*$^{-1}$ и третье — $A_3 = 0{,}01$ *м* и частоту $\nu_3 = 1$ *сек*$^{-1}$. Таким образом, уравнения этих колебаний будут следующие:

$$x = 0{,}03 \sin 0{,}4\pi t \text{ м},$$
$$x = 0{,}02 \sin \pi t \text{ м},$$
$$x = 0{,}01 \sin 2\pi t \text{ м}.$$

2) На рис. 105 даны качественные графики этих колебаний.

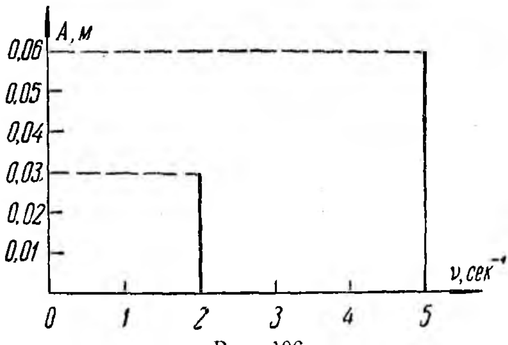


Рис. 106.

3) Учащимся предлагается составить таблицы $x = f(t)$ для всех этих колебаний и найти график сложного колебания, сложив ординаты синусоид для ряда точек на оси абсцисс.

12.35. На рис. 106 изображен спектр сложного колебания.

12.36. Имеем

$$x = A \sin 2\pi\nu_1 t \tag{1}$$

и

$$A = A_0 (1 + \cos 2\pi\nu_2 t). \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим

$$x = A_0 (1 + \cos 2\pi\nu_2 t) \sin 2\pi\nu_1 t = A_0 \sin 2\pi\nu_1 t + A_0 \cos 2\pi\nu_2 t \sin 2\pi\nu_1 t =$$
$$= A_0 \sin 2\pi\nu_1 t + \frac{A_0}{2} \sin [2\pi (\nu_1 - \nu_2) t] + \frac{A_0}{2} \sin [2\pi (\nu_1 + \nu_2) t].$$

Таким образом, рассматриваемое колебание может быть разложено на сумму трех гармонических колебательных движений с частотами ν_1, $(\nu_1 - \nu_2)$ и $(\nu_1 + \nu_2)$ и с амплитудами соответственно A_0, $\frac{A_0}{2}$ и $\frac{A_0}{2}$. Амплитуда сложного колебания будет меняться во времени. Такого рода колебание уже не представляет собою гармонического колебательного движения и называется модулированным колебанием.

12.37. При сложении двух взаимно-перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего колебания имеет вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos (\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2 (\varphi_2 - \varphi_1). \tag{1}$$

Так как у нас $(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$, то уравнение (1) примет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0, \text{ или } \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0,$$

откуда $y = \frac{A_2}{A_1} x$ — уравнение прямой линии. Таким образом, результирующее колебание будет происходить по прямой линии. Угол наклона прямой найдется из уравнения $\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_2}{A_1} = 0{,}5$, откуда $\alpha = 26°34'$. Период результирующего колебания равен периоду слагаемых колебаний, а амплитуда результирующего колебания $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 0{,}112$ *м*. Следовательно, уравнение результирующего колебания имеет вид $s = 0{,}112 \sin \left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ *м*.

12.38. 1) 7 *см*; 2) 5 *см*.

12.39. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$ — уравнение окружности радиусом в 2 *м*.

12.40. Имеем

$$x = \cos \pi t \tag{1}$$

и

$$y = \cos \frac{\pi t}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \pi t}{2}}, \text{ или}$$
$$2y^2 - 1 = \cos \pi t. \tag{2}$$

Деля (2) на (1), получим $\frac{2y^2-1}{x}=1$, или $2y^2-x=1$ — уравнение параболы.

12.41. $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{4}=1$ — уравнение эллипса.

12.42. $y=-0{,}75x$ — уравнение прямой.

12.43. 1) Уравнение затухающих колебаний имеет вид:

$$x=Ae^{-\delta\cdot t}\sin(\omega t+\varphi). \qquad (1)$$

В нашем случае $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{2}$, $\varphi=0$ и $\delta=\frac{\varkappa}{T}=\frac{1{,}6}{4}=0{,}4$. Амплитуда A найдется из условия $x=4{,}5$ *см* при $t=\frac{T}{4}=1$ *сек*. Нетрудно найти из (1) $A=6{,}7$ *см*. Таким образом, уравнение (1) примет вид

$$x=6{,}7e^{-0{,}4t}\sin\frac{\pi}{2}t. \qquad (2)$$

2) Для построения графика, найдем моменты времени t_1, t_2, t_3, ..., соответствующие максимальным значениям смещения x. Максимум x найдется из условия $v=\frac{dx}{dt}=0$. Из уравнения (1) находим (при $\varphi=0$) $v=A\omega e^{-\delta\cdot t}\cos\omega t-A\delta e^{-\delta\cdot t}\sin\omega t=0$, отсюда

$$\operatorname{tg}\omega t=\frac{\omega}{\delta}=\frac{2\pi}{\varkappa}. \qquad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что только при незатухающих колебаниях, когда $\varkappa=0$, величина $\operatorname{tg}\omega t=\infty$, или $\omega t=\frac{\pi}{2}$, т. е. $\frac{2\pi}{T}t=\frac{\pi}{2}$, или $t=\frac{T}{4}$. В нашем же случае $\operatorname{tg}\omega t=\frac{2\pi}{\varkappa}=3{,}925$, т. е. $\omega t=75°42'\cong$ $\cong 0{,}421\,\pi$, откуда $t=\frac{0{,}421\pi}{\omega}=0{,}842$ *сек*. Таким образом, $x=x_{\max}$ будут при $t_1=0{,}842$ *сек*, $t_2=t_1+\frac{T}{2}=2{,}842$ *сек*, $t_3=t_1+T=$ $=4{,}842$ *сек* и $t_4=t_1+\frac{3T}{2}=6{,}842$ *сек* и т. д. Подставляя найденные значения t в уравнение (2), нетрудно найти соответствующие значения x_1, x_2, x_3, ...

12.44. См. решение предыдущей задачи.

12.45. $v_1=7{,}85$ *м/сек*, $v_2=2{,}88$ *м/сек*, $v_3=1{,}06$ *м/сек*, $v_4=0{,}39$ *м/сек* и $v_5=0{,}14$ *м/сек*.

12.46. По формулам для затухающих колебаний имеем $A_1=$ $=A_0e^{-\varkappa\frac{t}{T}}$, $A_2=A_0e^{-\varkappa\frac{t+T}{T}}$, откуда $\frac{A_1}{A_2}=e^{\varkappa}$. По условию $\varkappa=$ $=0{,}2$, отсюда $\frac{A_1}{A_2}=1{,}22$.

12.47. $\varkappa = 0{,}023$.
12.48. 1) 120 *сек*; 2) 1,22 *сек*.
12.49. В 1,22 раза.
12.50. В 4 раза.
12.51. $t = 6{,}4$ *сек*.

12.52. 1) $\delta = 0{,}46$ *сек*$^{-1}$; 2) $\delta = 10$ *сек*$^{-1}$; 3) $\delta = \dfrac{\varkappa}{T} = \dfrac{\varkappa\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \varkappa^2}} = 6{,}9$ *сек*$^{-1}$.

12.53. Уравнение собственных колебаний имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\delta \cdot t} \sin \omega_0 t. \qquad (1)$$

Найдем ω_0. По условию, сдвиг фаз между собственными и вынужденными колебаниями равен $-0{,}75\,\pi$, следовательно,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \operatorname{tg}(-0{,}75\pi) = 1.$$

Отсюда

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + 2\delta\omega}. \qquad (2)$$

У нас $\omega = 10\pi$ и $\delta = 1{,}6$ *сек*$^{-1}$. Подставляя эти значения в (2), получим $\omega_0 = 33 = 10{,}5\,\pi$, и тогда уравнение собственных колебаний примет вид:

$$x = 7e^{-1{,}6t} \sin 10{,}5\,\pi t.$$

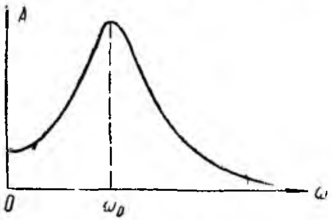


Рис. 107.

2) Уравнение внешней периодической силы имеет вид:

$$F = F_0 \sin \omega t.$$

Найдем максимальное значение внешней периодической силы F_0. Имеем

$$F_0 = Am\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}.$$

Подставляя числовые данные в эту формулу, получим $F_0 \cong 7{,}2 \cdot 10^{-2}$ *н*, и тогда уравнение внешней периодической силы будет иметь вид: $F = 7{,}2 \cdot 10^{-2} \sin 10\pi t$ *н*.

12.54. На рис 107 дан характер зависимости амплитуды A вынужденных колебаний от частоты ω внешней периодической силы.

12.55. Коляска начнет сильно раскачиваться, если промежуток времени между двумя последовательными толчками на углублениях будет равен периоду собственных колебаний коляски. Период собственных колебаний коляски находится из формулы $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$. У нас $m = \dfrac{10\ кг}{2} = 5$ *кг* — масса, приходящаяся на каждую рессору; $k = \dfrac{F_0}{x_0} = \dfrac{1\ кГ}{2\ см} = 490$ *н/м* и, следовательно, $T = 0{,}63$ *сек*. Время между двумя последовательными толчками $t = \dfrac{l}{v}$.

где v — скорость движения коляски и l — расстояние между углублениями. Имеем $t=\frac{l}{v}=T$, отсюда $v=\frac{l}{T}=\frac{0,3}{0,63}$ *м/сек*$=1,7$ *км/ч.*

12.56. $\lambda=3\cdot10^{-6}$ *м.*

12.57. 1) 350 *м/сек*; 2) 0,785 *м/сек.*

12.58. 1) Уравнение волны в нашем случае имеет вид

$$x=10\sin\left(0,5\pi t-\frac{\pi l}{6\cdot10^4}\right)\text{ см.}\qquad(1)$$

Таким образом, $x=f(t,\ l)$, т. е. смещение точек, лежащих на луче, зависит от времени t и расстояния l точки до источника колебаний.

2) Для точки, отстоящей от источника колебаний на 600 *м*, уравнение (1) примет вид $x=10\sin(0,5\pi t-\pi)$ *см*, т. е. при $l=\text{const}$ мы получим $x=f_1(t)$ — смещение фиксированной точки, лежащей на луче, меняется со временем.

3) При $t=4$ *сек* уравнение (1) примет вид $x=10\sin\left(2\pi-\frac{\pi l}{6\cdot10^4}\right)$ *см*. В этом случае $t=\text{const}$ и $x=f_2(l)$ — различные точки, лежащие на луче, имеют различное смещение в данный момент времени.

12.59. $x=0,04$ *м.*

12.60. $x=0$; $v=7,85\cdot10^{-2}$ *м/сек*; $a=0$.

12.61. $\Delta\varphi=\pi$ — точки колеблются в противоположных фазах.

12.62. $\Delta\varphi=4\pi$ — точки колеблются в одинаковых фазах.

12.63. $x=0,025$ *м.*

12.64. $\lambda=0,48$ *м.*

12.65. 1) Положение узлов определяется координатами $x=3,\ 9,\ 15,\ \ldots$ *см* и положение пучностей — координатами $x=0,\ 6,\ 12,\ 18,\ \ldots$ *см.*

2) Положение узлов $x=0,\ 6,\ 12,\ 18,\ \ldots$ *см*, положение пучностей $x=3,\ 9,\ 15,\ \ldots$ *см.*

12.66. $\lambda=0,1$ *м.*

§ 13. Акустика

13.1. $\lambda=0,78$ *м.*

13.2. От $\lambda_1=17$ *мм* до $\lambda_2=17$ *м.*

13.3. $c=5250$ *м/сек.*

13.4. $c=3660$ *м/сек.*

13.5. Так как модуль Юнга E связан с коэффициентом сжатия β соотношением $\beta=\frac{1}{E}$, то $\beta=\frac{1}{\rho c^2}$. Подставляя числовые данные, получим $\beta=7,1\cdot10^{-10}$ *м²/н.*

13.6. 1810 *м.*

13.7. 1) 318 *м/сек*; 2) 330 *м/сек*; 3) 343 *м/сек.*

13.8. В 1,12 раза.

13.9. $c=315$ *м/сек.*

13.10. $c = 330$ *м/сек.*
13.11. $c = 336$ *м/сек.*
13.12. $t = -54°$ C.
13.13. $n = \frac{c_1}{c_2} = 0{,}067.$
13.14. 3°51′.
13.15. $\frac{I_2}{I_1} = 1{,}26$ (см. задачу 2 во введении к этой главе).
13.16. $\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} = 1{,}12.$
13.17. $\frac{I_1}{I_2} = 1000.$
13.18. 1) $\Delta L = 30$ *дб*, 2) $\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} = 31{,}6.$
13.19. 1) $L = 100$ *фон*; 2) $\Delta p = 2$ *н/м²*.
13.20. 1) На 34,8 *фон*; 2) на 44,8 *фон.*

13.21. Расстояние между соседними зубцами звуковой бороздки на граммофонной пластинке найдется по формуле $l = \frac{\omega r}{\nu}$, где ω — угловая скорость вращения пластинки. Подставляя числовые данные задачи, получим:

1) $l = 2{,}25 \cdot 10^{-3}$ *м* $= 2{,}25$ *мм*;
2) $l = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$ *м* $= 0{,}75$ *мм.*

13.22. 1) $l = 8{,}15$ *мм*; 2) $l = 0{,}41$ *мм.*

13.23. При возбуждении колебаний в стальном стержне в нем установится стоячая волна с узлами в точках зажима и пучностями на концах. В стоячей волне воздушного столба расстояние между соседними пучностями равно половине длины возбужденной звуковой волны. Отмечая все величины, относящиеся к стальному стержню, индексом 1, а величины, относящиеся к воздушному столбу, индексом 2, будем иметь

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}. \qquad (1)$$

Искомая длина l_2 воздушного столба, на основании сказанного, найдется из условия

$$n\frac{\lambda_2}{2} = l_2, \qquad (2)$$

где n — число пучностей. Из (1) и (2) имеем $l_2 = \frac{n\lambda_1 c_2}{2c_1}$.

1) $\lambda_1 = 2\ l_1$ и $l_2 = 0{,}392$ *м*;
2) $\lambda_1 = 4\ l_1$ и $l_2 = 0{,}784$ *м.*

13.24. $l = 0{,}715$ *м.*
13.25. Приблизительно до 43 000 *гц* — ультразвуковая частота.
13.26. 1) $\nu' = 666$ *гц*, 2) $\nu' = 542$ *гц.*
13.27. 10%.
13.28. 1) 28,3 *км/ч*; 2) 14,7 *км/ч.*

13.29. В 4 раза.
13.30. $v = 35$ *км/ч*.
13.31. $\nu_1 = 4{,}50 \cdot 10^4$ *гц* и $\nu_2 = 4{,}66 \cdot 10^4$ *гц*.
13.32. 6,25 *м*.
13.33. $F = 7{,}45$ *н*.
13.34. $\nu = 158$ *гц*.
13.35. Имеем

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}}. \qquad (1)$$

При этом

$$\nu_2 - \nu_1 = 8 \ сек^{-1}. \qquad (2)$$

Решая (1) и (2) совместно, получим

$$\nu_2 = 252 \ гц.$$

13.36. $\nu_2 = 250 \ сек^{-1}$ или $\nu = 254 \ сек^{-1}$.

13.57. Скорость звуковой волны $c = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$. Но $\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\rho S}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{ml}}$, где m — масса проволоки. Длина волны λ связана с длиной проволоки, закрепленной на концах, соотношением $\lambda = 2l$. Следовательно, $c = l\sqrt{\frac{F}{ml}} = \sqrt{\frac{Fl}{m}}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $c = 148$ *м/сек*.

13.38. 1) В открытой трубе образуется стоячая звуковая волна с пучностями на обоих концах. Очевидно, в этом случае на длине трубы l может уместиться n полуволн, где $n = 1, 2, 3, \ldots$, т. е. $l = n\frac{\lambda}{2}$. Тогда частота звуковой волны $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{2l}$. При $n = 1$ получим частоту основного тона $\nu = \frac{c}{2l}$.

2) В закрытой трубе стоячая волна имеет узел на одном конце и пучность на другом. Очевидно, в этом случае $l = n\frac{\lambda}{4}$ и $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{4l}$. При $n = 1$ получим частоту основного тона $\nu = \frac{c}{4l}$.

13.39. $\nu = 261$ *гц*; $l = 0{,}65$ *м*.

§ 14. Электромагнитные колебания и волны

14.1. $\lambda = 2500$ *м*.
14.2. От $\lambda_1 = 700$ *м* до $\lambda_2 = 1950$ *м*.
14.3. $L = 12{,}7$ *мгн*.
14.4. $\varepsilon = 6$.

14.5. 1) $U=100\cos(2\pi\cdot 10^3 t)$ *в*, $I=-15{,}7\sin(2\pi\cdot 10^3 t)$ *ма*;

2) $U=70{,}7$ *в* и $I=-11{,}1$ *ма*, $U=0$ и $I=-15{,}7$ *ма*, $U=-100$ *в* и $I=0$.

14.6. 1) $W_{\text{эл}}=12{,}5\cdot 10^{-5}\cdot\cos^2(2\pi\cdot 10^3 t)$ *дж*, $W_{\text{м}}=12{,}5\cdot 10^{-5}\times\sin^2(2\pi\cdot 10^3 t)$ *дж*, $W_{\text{полн}}=\text{const}=12{,}5\cdot 10^{-5}$ *дж*.

2) $W'_{\text{эл}}=6{,}25\cdot 10^{-5}$ *дж*, $W'_{\text{м}}=6{,}25\cdot 10^{-5}$ *дж* и $W'_{\text{полн}}=12{,}5\cdot 10^{-5}$ *дж*; $W''_{\text{эл}}=0$, $W''_{\text{м}}=12{,}5\cdot 10^{-5}$ *дж*, $W''_{\text{полн}}=12{,}5\cdot 10^{-5}$ *дж*; $W'''_{\text{эл}}=12{,}5\cdot 10^{-5}$ *дж*, $W'''_{\text{м}}=0$ и $W'''_{\text{полн}}=12{,}5\cdot 10^{-5}$ *дж*.

14.7. 1) $2\cdot 10^{-4}$ *сек*; 2) 10,15 *мгн*; 3) $I=-157\sin 10^4\pi t$ *ма*; 4) $6\cdot 10^4$ *м*.

14.8. 1) $5\cdot 10^{-3}$ *сек*; 2) $6{,}3\cdot 10^{-7}$ *ф*; 3) 25,2 *в*; 4) $2\cdot 10^{-4}$ *дж*; 5) $2\cdot 10^{-4}$ *дж*.

14.9. Имеем $U=U_0\cos\omega t$ и $I=C\dfrac{dU}{dt}=-CU_0\omega\sin\omega t$. Следовательно,

$$W_{\text{м}}=\frac{LI^2}{2}=\frac{1}{2}LC^2U_0^2\omega^2\sin^2\omega t,\quad W_{\text{эл}}=\frac{CU^2}{2}=\frac{1}{2}CU_0^2\cos^2\omega t.$$

Отсюда $\dfrac{W_{\text{м}}}{W_{\text{эл}}}=\dfrac{LC\omega^2\sin^2\omega t}{\cos^2\omega t}=LC\omega^2\operatorname{tg}^2\omega t$.

При $t=\dfrac{T}{8}$ величины $\sin\omega t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ и $\cos\omega t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Кроме того, так как $LC=\dfrac{T^2}{4\pi^2}=\dfrac{1}{\omega^2}$, то окончательно $\dfrac{W_{\text{м}}}{W_{\text{эл}}}=\dfrac{\sin^2\omega t}{\cos^2\omega t}=1$.

14.10. 1) $T=8\cdot 10^{-3}$ *сек*; 2) $\varkappa=0{,}7$; 3) $U=80e^{-87t}\cos 250\pi t$ *в*; 4) $U_1=-56{,}5$ *в*, $U_2=40$ *в*, $U_3=-28$ *в*, $U_4=20$ *в*.

14.11. 1) Полагая активное сопротивление достаточно малым, находим период колебаний по формуле $T=2\pi\sqrt{LC}=2\cdot 10^{-4}$ *сек*. Далее имеем $U_1=U_0e^{-\frac{\varkappa t}{T}}$, откуда $\dfrac{\varkappa t}{T}=\ln\dfrac{U_0}{U_1}$. По условию, при $t=10^{-3}$ *сек* отношение $\dfrac{U_0}{U_1}=3$. Следовательно,

$$\varkappa=\frac{T\ln\dfrac{U_0}{U_1}}{t}=\frac{\ln 3\cdot 2\cdot 10^{-4}}{10^{-3}}=0{,}22.$$

2) $R=11{,}1$ *ом*. Нетрудно убедиться, что это значение R удовлетворяет условию применимости формулы (1а) введения для периода колебаний.

14.12. В 1,04 раза.

14.13. $\varkappa=\dfrac{8\rho\sqrt{\pi l C}}{d^2\sqrt{\mu_0\mu}}=0{,}018$.

14.14. $t=\dfrac{T\ln 100}{2\varkappa}=6{,}8\cdot 10^{-3}$ *сек*.

14.15. $C=0{,}7$ *мкф*.

14.16. $R = 4{,}1$ *ом.*
14.17. 300 *гц.*
14.18. 1) $I = 4{,}6$ *ма*; 2) $U_1 = 73{,}3$ *в*, $U_2 = 146{,}5$ *в.*
14.19. 1) 74 %; 2) 68%.
14.20. 1) 72,5%; 2) 68,5%.
14.21. $C = 3{,}74$ *мкф.*
14.22. $L = 0{,}055$ *гн.*
14.23.

№	Z	$\operatorname{tg}\varphi$
1	$\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$	$\frac{1}{R\omega C}$
2	$\frac{R}{\sqrt{R^2\omega^2C^2 + 1}}$	$-R\omega C$
3	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\frac{\omega L}{R}$
4	$\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$	$\frac{R}{\omega L}$
5	$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

14.24. 1) $Z = 4380$ *ом*; 2) $Z = 2180$ *ом.*
14.25. $I = 1{,}34$ *а*; $U_C = 121$ *в*; $U_R = 134$ *в*; $U_L = 295$ *в.*
14.26. $R = 12{,}3$ *ом.*
14.27. $R = 40$ *ом*; $L = 0{,}074$ *гн.*
14.28. $U_R = 156$ *в.*

ГЛАВА V

ОПТИКА

§ 15. Геометрическая оптика и фотометрия

15.1. На 2α.

15.2. $a_2 = -15$ *см* и $y' = 5$ *мм*. Изображение действительное, обратное и уменьшенное.

15.3. $a_2 = 0{,}12$ *м*, $y' = -8$ *мм*. Изображение мнимое, прямое и уменьшенное.

15.4. $a_2 = 7{,}5$ *см*, $y' = -1{,}5$ *см*. Изображение мнимое, прямое и уменьшенное.

15.5. $a_1 = -0{,}6$ *м*, $a_2 = -0{,}3$ *м*.

15.6. $F = -10$ *см*, $D = -10$ диоптрий.

15.7. Общее линейное увеличение системы равно 6.

15.8. $a_2 = \frac{R}{2}$ — изображение будет находиться в фокусе зеркала; $y = 7{,}5$ *см*.

15.9. Обозначим продольную аберрацию AF через x и поперечную аберрацию FH через y. Из равнобедренного $\triangle OAM$ (см. рис. 62) имеем $OA = \frac{R}{2\cos\alpha}$. Но $x = AF = OA - OF = OA - \frac{R}{2}$, т. е. окончательно

$$x = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right). \tag{1}$$

Если $\alpha = 0$, то $\cos\alpha = 1$ и $x = 0$.

Далее, $y = FH = x \operatorname{tg} \angle HAF$. Но $\angle HAF$ как внешний угол $\triangle AOM$ равен 2α, и тогда $y = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)\operatorname{tg} 2\alpha$. Если $\alpha = 0$, то $\cos\alpha = 1$, $\operatorname{tg} 2\alpha = 0$ и $y = 0$.

15.10. $x = 1{,}8$ *см*; $y = 1{,}5$ *см*.

15.11. $h \leqslant 8$ *см*.

15.12. $h = 0{,}1$ *м*.

15.13. $l = 5{,}8$ *мм*.

15.14. $\operatorname{tg} i = n$.

15.15. 1) 41°8′; 2) 48°45′; 3) 61°10′.

15.16. Заходящее Солнце видно из воды под предельным углом, т. е. под углом 41°15′ к поверхности воды.

15.17. $2{,}02 \cdot 10^8$ *м/сек.*

15.18. Имеем $\frac{\sin i}{\sin r} = n_1$, где n_1 — показатель преломления стекла. Полное внутреннее отражение от поверхности, отделяющей воду от стекла, произойдет, если выполнено условие: $\sin r = \frac{n_2}{n_1}$. Тогда $\sin i = n_1 \sin r = n_1 \frac{n_2}{n_1} = n_2 = 1{,}33$, т. е. $\sin i > 1$ — условие задачи не осуществимы.

15.19. $0{,}114$ *м.*

15.21. $\varphi_{\text{кр}} = 41°28'$ и $\varphi_{\text{ф}} = 40°49'$.

15.22. Фиолетовые лучи испытывают полное внутреннее отражение, красные лучи выйдут из стекла в воздух.

15.23. $34°37'$.

15.24. $28°$.

15.25. $6°2'$

15.26. $10°8'$.

15.27. $77°22'$.

15.28. $4°47'$.

15.29. $\sin \frac{\delta + \gamma}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2}$. В этом случае получается наименьшее отклонение луча от своего первоначального направления.

15.30. $\delta_{\text{кр}} = 30°37'$ и $\delta_{\text{ф}} = 33°27'$.

15.31. $F = 0{,}146$ *м.*

15.32. 1) $0{,}188$ *м*; 2) $0{,}30$ *м*; 3) $0{,}75$ *м*; 4) $-0{,}188$ *м*; 5) $-0{,}30$ *м*; 6) $-0{,}75$ *м.*

15.33. 1) $\frac{F_1}{F_2} = 1{,}4$; 2) в данной жидкости первая линза будет действовать как рассеивающая линза, а вторая — как собирающая.

15.34. $F = 0{,}33$ *м.*

15.35. $a_2 = 0{,}3$ *м*; $y = 4$ *см.*

15.37. 1 *м.*

15.38. 1) $0{,}48$ *м*; 2) $2{,}65$ *м*; 3) $0{,}864$ *м.*

15.39. $F = 0{,}47$ *м.*

15.40. $F = -0{,}75$ *м* — линза будет рассеивающей.

15.41. $F = 0{,}59$ *м.*

15.42. $a_1 = -90$ *см*, $a_2 = 180$ *см.*

15.43. $F_{\text{кр}} - F_{\text{ф}} = 3$ *см.*

15.44. 1) 10 *см*; 2) $5{,}7$ *см.*

15.46. 1) $12{,}5$; 2) $7{,}5$.

15.47. $|R_1| = |R_2| = 25$ *мм.*

15.48. В зрительной трубе изображение предмета, даваемое объективом, рассматривается в окуляр как в лупу. Передняя фокальная плоскость окуляра должна быть совмещена с изображением предмета. Когда предмет бесконечно удален, то $a_1 = -\infty$, и тогда из уравнения $-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F}$ находим $a_2 = F = 50$ *см* $= 0{,}5$ *м.* Когда же объект удален на 50 *м*, т. е. если $a_1' = -50$ *м*, то

$a_2' = 0{,}505$ *м*. Таким образом, окуляр надо было при наводке передвинуть на расстояние $d = a_2' - a_2 = 0{,}005$ *м* $= 5$ *мм*.

15.49. $k = 562$.

15.50. $F = 0{,}112$ *м*.

15.51. Под углом 7°45′.

15.52. 1) Диаметр изображения $d = 2F \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 4{,}6$ *мм*.

2) Поток лучей, попадающих на поверхность линзы площадью $\frac{\pi D^2}{4}$, концентрируется в изображении Солнца площадью $\frac{\pi d^2}{4}$. Тогда $\frac{E'}{E} = \frac{4\pi D^2}{4\pi d^2} = \frac{D^2}{d^2} = 383$.

15.53. 1) 1 *м*; 2) 0,71 *м*.

15.54. 2, 34 *лм*.

15.55. При фотографировании всего чертежа, размеры которого гораздо больше фотопластинки, изображение получается приблизительно в главном фокусе объектива. При фотографировании деталей изображение в натуральную величину получается при помещении предмета на двойном фокусном расстоянии от объектива (на таком же расстоянии получается и изображение на фотопластинке). Площадь изображения при этом увеличится в $\left(\frac{2F}{F}\right)^2 = 4$ раза. Во столько же раз уменьшится освещенность фотопластинки; следовательно, экспозицию надо увеличить в 4 раза.

15.56. В 5,7 раза. Таким образом, на Северной Земле загорать лучше стоя, чем лежа.

15.57. В 2 раза.

15.58. Освещенность в углах комнаты

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha. \tag{1}$$

Расстояние от лампы до угла комнаты r, величина a (половина диагонали квадратного пола комнаты), сторона квадратного пола b и высота лампы над полом h связаны очевидным равенством

$$a = r\sin\alpha = \frac{b}{\sqrt{2}} = h\operatorname{tg}\alpha. \tag{2}$$

На основании (2) выражение для освещенности может быть написано так: $E = \frac{I}{a^2}(\cos\alpha\sin^2\alpha)$. Для нахождения максимума E возьмем производную $\frac{dE}{d\alpha}$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{I}{a^2}(2\cos^2\alpha\sin\alpha - \sin^3\alpha) = 0,$$

отсюда $\operatorname{tg}^2\alpha = 2$. Тогда искомая высота h будет равна

$$h = \frac{a}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{b}{\sqrt{2}\operatorname{tg}\alpha} = \frac{b}{2} = 2{,}5 \text{ м}.$$

15.60. Когда горит настольная лампа, освещенность края стола получается больше в 1,2 раза.

15.61. В 2,25 раза.

15.62. Приблизительно $8 \cdot 10^4$ *лк*.

15.63. 1) $R_1 = 1{,}6 \cdot 10^5$ *лм/м²*; $R_2 = 4 \cdot 10^4$ *лм/м²*,
2) $B_1 = 5{,}1 \cdot 10^4$ *нт*; $B_2 = 1{,}27 \cdot 10^4$ *нт*.

15.64. 1) $1{,}2 \cdot 10^7$ *нт*; 2) $3 \cdot 10^4$ *нт*.

15.65. Освещенность будет одинаковая и в случае прозрачной колбы и в случае матовой колбы: $E_1 = E_2 = 3{,}4$ *лк*.

15.66. $E = 2 \cdot 10^3$ *лк*; $R = 1{,}5 \cdot 10^3$ *лм/м²*; $B = 480$ *нт*.

15.67. $4{,}2 \cdot 10^4$ *лк*.

15.68. 210 *лк*.

15.69. 1) $1{,}61 \cdot 10^{-3}$ *вт/лм*; 2) приблизительно 2%.

§ 16. Волновая оптика

16.1. При фотографировании одного края солнечного диска (источник света движется к нам)

$$\nu' = \frac{\nu c}{c - v}, \tag{1}$$

при фотографировании другого края солнечного диска (источник света движется от нас)

$$\nu'' = \frac{\nu c}{c + v}. \tag{2}$$

Замечая, что $\nu = \frac{c}{\lambda}$, из (1) и (2) находим $\Delta\lambda = \frac{2v\lambda}{c}$. Отсюда $v = \frac{c\Delta\lambda}{2\lambda} = 2 \cdot 10^3$ *м/сек*.

16.2. $U = \frac{mc^2 (\Delta\lambda)^2}{2\lambda^2 q} = 2500$ *в*.

16.3. Смещение спектральных линий в сторону коротких волн означает, что звезда приближается к нам. Радиальная скорость ее движения (т. е. скорость вдоль линии, соединяющей звезду и Землю) находится из соотношения $v = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda} = 103$ *км/сек*.

16.4. В 1,3 раза.

16.5. $y_1 = 1{,}8$ *мм*; $y_2 = 3{,}6$ *мм*; $y_3 = 5{,}4$ *мм*.

16.6. $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ *м*.

16.7. В результате внесения стеклянной пластинки разность хода между интерферирующими лучами изменится на величину $\Delta = nh - h = h(n-1)$, где h — толщина пластинки и n — показатель преломления материала пластинки. С другой стороны, в результате внесения пластинки произошло смещение на k полос. Следовательно, добавочная разность хода, введенная пластинкой, равна $k\lambda$. Таким образом, $h(n-1)=k\lambda$, откуда $h=\frac{k\lambda}{n-1}=$ $=6\cdot 10^{-6}$ *м* $=6$ *мк*.

16.8. $\Delta n \leqslant 5\cdot 10^{-5}$.

16.9. $h=0{,}13$ *мк*.

16.10. Обозначим h_1 и h_2 — толщины пленки, соответствующие соседним полосам. Тогда $2h_1n-\frac{\lambda}{2}=k\lambda$ (один из интерферирующих лучей отражается от более плотной среды); $2h_2n-\frac{\lambda}{2}=$ $=(k+1)\lambda$. Отсюда $\Delta h=h_2-h_1=\frac{\lambda}{2n}$. Обозначим расстояние между соседними полосами через l (рис. 108). Тогда можно считать, что $\Delta h = l\,\mathrm{tg}\,\alpha$, где α — угол клина. Отсюда $\mathrm{tg}\,\alpha=\frac{k\lambda}{2nl}=5{,}13\cdot 10^{-5}$ и $\alpha=11''$.

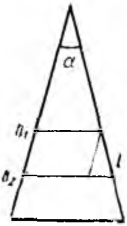


Рис. 108.

16.11. 1,9 *мм*.

16.12. 5 полос.

16.13. $k=5$, $k+1=6$, $\lambda=5\cdot 10^{-7}$ *м* $=0{,}5$ *мк*.

16.14. $\lambda=5890$ Å.

16.15. 1) $r_4=\sqrt{4R\lambda_1}=2{,}8\cdot 10^{-3}$ *м* $=2{,}8$ *мм*; 2) $r_3=\sqrt{3R\lambda_2}=3{,}1\cdot 10^{-3}$ *м* $=3{,}1$ *мм*. Таким образом, мы видим, что третье красное кольцо лежит дальше, чем четвертое синее. Это объясняет, почему наблюдать кольца Ньютона в белом свете можно только при небольших толщинах воздушного слоя. Для больших толщин происходит наложение различных цветов на одно и то же место.

16.16. $\lambda=6750$ Å.

16.17. 3,6 *мм*.

16.18. $k=275$.

16.19. При наблюдении колец Ньютона в проходящем свете условие максимума света определится формулой

$$2hn=k\lambda. \tag{1}$$

Толщина слоя h между линзой и пластинкой связана с соответствующим радиусом наблюдаемого кольца следующим образом

$$h=\frac{r_k^2}{2R}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), получим $\frac{nr_k^2}{R}=k\lambda$, откуда $n=\frac{k\lambda R}{r_k^2}$. Подставляя числовые данные задачи, найдем $n=1{,}33$.

16.20. 1,2 *мк*.

16.21. 417 *ммк*.

16.22. $n=1{,}56$.

16.23. Перемещение L зеркала на расстояние $\frac{\lambda}{2}$ соответствует изменению разности хода на λ, т. е. смещению интерференционной картины на одну полосу. Таким образом, $L = k\frac{\lambda}{2}$, где k — число прошедших в поле зрения полос, откуда $\lambda = \frac{2L}{k} = 6{,}44\cdot 10^{-7}$ *м* $= 6{,}44\cdot 10^{-4}$ *мм*.

16.24. $n = 1{,}00038$.

16.25. Разность хода двух лучей, прошедших интерферометр Жамена, $\Delta = 2hn(\cos r_1 - \cos r_2)$, где h — толщина пластинок, r_1 и r_2 — углы преломления соответственно в первой и второй пластинках, n — показатель преломления материала пластинок. Если обе пластинки параллельны друг другу, то $r_1 = r_2$ и $\Delta = 0$. Так как r_1 и r_2 мало отличаются друг от друга, то, обозначая $r_1 - r_2 = \varepsilon$, имеем приближенно $\cos r_1 - \cos r_2 \cong \varepsilon \sin r_1 = \varepsilon\frac{\sin i}{n}$, где i — угол падения света на первую пластинку. Таким образом, будем иметь $2hn(\cos r_1 - \cos r_2) = 2h\varepsilon \sin i = k\lambda$, откуда $\lambda = \frac{2h\varepsilon \sin i}{k}$. У нас $h = 1$ *см*, $\varepsilon = 10' = 0{,}0029$, $\sin i = 0{,}7071$ и $k = 68$. Подставляя эти данные, получим $\lambda = 6{,}03\cdot 10^{-7}$ *м* $= 0{,}603$ *мк*.

16.26. $n = 1{,}00077$.

16.27. $\lambda = 480$ *ммк*.

16.28. 1) С точностью до членов, содержащих λ^2, площади всех зон одинаковы и равны

$$S = \pi d\lambda, \tag{1}$$

где d — расстояние от точки наблюдения до волновой поверхности.

2) С точностью до членов, содержащих λ^2, площади всех зон одинаковы и равны

$$S = \frac{\pi a d}{a + d}\lambda, \tag{2}$$

где d — расстояние от точки наблюдения до волновой поверхности и a — расстояние от источника волн до волновой поверхности. Формулу (2) можно написать в таком виде: $S = \frac{\pi d}{1 + \frac{d}{a}}\lambda$. В случае плоской волны $a = \infty$. Подставляя $a = \infty$ в последнюю формулу, получим $S = \pi d\lambda$, т. е. формулу (1).

16.29. Радиус k-й зоны $r_k = \sqrt{k\frac{ad\lambda}{a + d}}$, где a — расстояние от источника волн до волновой поверхности и d — расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения. Подставляя числовые данные задачи, найдем $r_1 = 0{,}50$ *мм*, $r_2 = 0{,}71$ *мм*, $r_3 = 0{,}86$ *мм*, $r_4 = 1{,}0$ *мм* и $r_5 = 1{,}12$ *мм*.

16.30. $r_1 = 0{,}71$ *мм*; $r_2 = 1{,}0$ *мм*; $r_3 = 1{,}23$ *мм*; $r_4 = 1{,}42$ *мм*; $r_5 = 1{,}59$ *мм*.

16.31. 167 *м*.

16.32. Пусть отверстие в экране BB пропускает k зон Френеля. Тогда радиус k-й зоны есть одновременно радиус отверстия BB, равный $r_k = \sqrt{k\frac{ad\lambda}{a+d}}$. Наименьшая освещенность центра колец, наблюдаемых на экране, соответствует двум зонам ($k=2$). Подставляя числовые данные задачи, найдем $r = 10^{-3}$ *м* $= 1$ *мм*.

16.33. При 0,8 *м*.

16.34. $\varphi_1 = 17°8'$; $\varphi_2 = 36°5'$; $\varphi_3 = 62°$.

16.35. 5 *см*.

16.36. $\varphi = 30°$.

16.37. $d = 2{,}8$ *мк*; $N_0 = 3570$ *см*$^{-1}$.

16.38. $N_0 = 600$ *мм*$^{-1}$.

16.39. $\lambda = 4099$ Å; $N_0 = 500$ *мм*$^{-1}$.

16.40. Имеем $\sin\varphi = \frac{k_1\lambda_1}{d} = \frac{k_2\lambda_2}{d}$, или $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$. Отсюда $\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{6563}{4102} = 1{,}6$. Так как числа k_1 и k_2 должны быть обязательно целыми, то, очевидно, условию $\frac{k_2}{k_1} = 1{,}6$ удовлетворяют значения $k_1 = 5$ и $k_2 = 8$. Тогда

$$d = \frac{k_1\lambda_1}{\sin\varphi} = \frac{5\cdot 6563\cdot 10^{-10}}{0{,}656}\ \text{м} = 5\cdot 10^{-6}\ \text{м}.$$

16.41. $\lambda = 6600$ Å в спектре второго порядка.

16.42. $\lambda = 4470$ Å — синяя линия спектра гелия.

16.43. $\lambda = 7{,}05\cdot 10^{-7}$ *м*.

16.44. Наибольший порядок спектра, полученный при помощи этой решетки, равен 3.

16.45. $\lambda = d = 2$ *мк*.

16.46. Не больше, чем 100 штрихов на 1 *мм*.

16.47. $d = 3{,}9$ *мк* (см. решение задачи 16.40).

16.48. $d = 2{,}2\cdot 10^{-3}$ *см*.

16.49. $d = 2{,}54\cdot 10^{-2}$ *мм*.

16.50. $\Delta\lambda = 0{,}24$ Å.

16.51. Имеем

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda. \tag{1}$$

Дифференцируя (1), получим $(a+b)\cos\varphi d\varphi = kd\lambda$, или $\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{(a+b)\cos\varphi}$. Подставляя числовые данные задачи, находим из (1) $\sin\varphi = 0{,}236$, откуда $\varphi = 13°38'$. Тогда $\cos\varphi = 0{,}972$ и $\frac{d\varphi}{d\lambda} = 4{,}1\cdot 10^5$ *рад/м*.

16.52. $D = 2{,}02\cdot 10^5$ *рад/м*.

16.53. $D_1 = 8{,}1 \cdot 10^{-8}$ *мм/*Å.
16.54. $D_1 = 0{,}031$ *мм/*Å, $x = 0{,}65$ *мм.*
16.55. 1) $\lambda = 4750$ Å; 2) $N_0 = 460$ *мм*$^{-1}$; 3) $D = 2{,}76 \cdot 10^4$ *рад/см.*
16.56. $\lambda = 5{,}1 \cdot 10^{-4}$ *мм.*
16.57. $F = 0{,}65$ *м.*
16.58. 57°30′.
16.59. 54°44′.
16.60. 37°.
16.61. Имеем

$$\operatorname{tg} i = n \tag{1}$$

и

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n. \tag{2}$$

Но так как $\operatorname{tg} i = \dfrac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}}$, то из (1) и (2) имеем

$$\frac{\sin i}{\sqrt{1 - \sin^2 i}} = \frac{\sin i}{\sin r}, \text{ или } \sqrt{1 - \sin^2 i} = \sin r. \tag{3}$$

По условию $\sin r = \sin 30° = 0{,}5$, отсюда, решая уравнение (3), находим $i = 60°$ и $n = \operatorname{tg} i = \operatorname{tg} 60° = 1{,}73$.

16.62. 1) $n = 1{,}63$; 2) $i = 66°56'$.
16.63. $\lambda_0 = 3{,}55 \cdot 10^{-7}$ *м*, $\lambda_e = 3{,}95 \cdot 10^{-7}$ *м.*

16.64. Обозначим интенсивность естественного света через I_0. После прохождения через поляризатор луч имеет интенсивность $I_1 = 0{,}5\ I_0$. После прохождения луча через анализатор его интенсивность будет $I_2 = I_1 \cos^2\alpha = 0{,}5\ I_0 \cos^2\alpha$. По условию, $\dfrac{I_2}{I_1} = 0{,}25$, и тогда $\cos^2\alpha = \dfrac{0{,}25}{0{,}50} = \dfrac{1}{2}$, $\cos\alpha = 0{,}707$ и $\alpha = 45°$.

16.65. 62°32′.

16.66. Коэффициент отражения падающего света $k' = \dfrac{I_r}{I_0}$, где $I_r = I_\perp + I_\parallel$, причем

$$I_\perp = 0{,}5 I_0 \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)}, \quad I_\parallel = 0{,}5 I_0 \frac{\operatorname{tg}^2(i - r)}{\operatorname{tg}^2(i + r)}.$$

В нашем случае, при падении под углом полной поляризации, $\operatorname{tg} i = n = 1{,}54$, следовательно, $i = 57°$. Далее, так как $i + r = 90°$, то угол преломления $r = 33°$. Тогда $i - r = 24°$. Поэтому

$$I_\perp = 0{,}5 I_0 \frac{\sin^2 24°}{\sin^2 90°} = 0{,}083 I_0, \quad I_\parallel = 0{,}5 I_0 \frac{\operatorname{tg}^2 24°}{\operatorname{tg}^2 90°} = 0,$$

т. е. в отраженном свете при угле падения, равном углу полной поляризации, колебания происходят только в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. При этом $k' = \frac{I_r}{I_0} = \frac{I_\perp + I_\parallel}{I_0} =$ $= 0{,}083$, т. е. отражается от стекла только 8,3% энергии падающих естественных лучей. Это будут лучи с колебаниями, перпендикулярными плоскости падения. Следовательно, энергия колебаний, перпендикулярных плоскости падения и прошедших во вторую среду, будет составлять 41,7% от общей энергии лучей, упавших на границу раздела, а энергия колебаний, лежащих в плоскости падения, 50%. Степень поляризации лучей, прошедших во вторую среду, будет

$$P = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} = \frac{0{,}083}{0{,}917} = 0{,}091 = 9{,}1\%.$$

16.67. $P = 1{,}0$.

16.68. При падении естественного луча на стеклянную пластинку под углом полной поляризации преломленный луч имеет интенсивность $I_1 = 0{,}917\ I_0$ (см. решение предыдущей задачи). В этом преломленном луче $0{,}417\ I_0$ составляют колебания, перпендикулярные плоскости падения, и $0{,}5I_0$ — колебания, параллельные плоскости падения. Интенсивность луча, отразившегося от второй грани пластинки, $I_2 = 0{,}083 \cdot 0{,}917 I_0 = 0{,}076 I_0$. Тогда интенсивность луча, вышедшего из пластинки в воздух, будет $I_3 = 0{,}917 I_0 - 0{,}076 I_0 =$ $= 0{,}841 I_0$, причем $0{,}5I_0$ составляют лучи с колебаниями, параллельными плоскости падения, и $0{,}341 I_0$ — с колебаниями, перпендикулярными плоскости падения. Тогда степень поляризации

$$P = \frac{I_\parallel - I_\perp}{I_\parallel + I_\perp} = \frac{0{,}159}{0{,}841} = 18{,}9\%,$$

т. е. степень поляризации увеличилась. На этом основании употребляется „стопа" плоскопараллельных стеклянных пластинок в качестве поляризатора („стопа Столетова").

16.69. 1) $k' = \frac{I_r}{I_0} = 5{,}06\%$; $P = 83\%$; 2) 4,42%.

§ 17. Элементы теории относительности

17.1. Имеем

$$l' = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \qquad (1)$$

По условию $\frac{l_0 - l'}{l_0} = 1 - \frac{l'}{l_0} = 0{,}25$. Отсюда $\frac{l'}{l_0} = 0{,}75$, или

$$l' = 0{,}75 l_0. \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим $\sqrt{1 - \beta^2} = 0{,}75$, или $1 - \beta^2 = (0{,}75)^2 =$ $= 0{,}5625$, и $\beta^2 = 0{,}4375$. Таким образом, $\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{0{,}4375} = 6615$ и окончательно $v = \beta c = 0{,}662 \cdot 3 \cdot 10^8$ *м/сек* $= 198\,000$ *км/сек.*

17.2. $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ *м/сек.*

17.3. $\frac{l_0 - l'}{l_0} = 68{,}8\%$.

17.4. В 7,1 раза.

17.5. $\Delta\tau = 3{,}2$ *сек.*

17.6. На $8{,}6 \cdot 10^{-27}$ *кг.*

17.7. На рис. 109 дан характер зависимости массы m электрона и отношения $\frac{e}{m}$ от величины $\frac{v}{c}$.

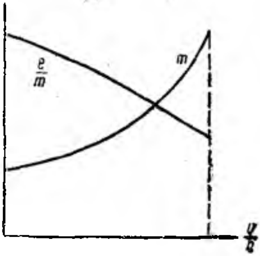


Рис. 109.

17.8. При $v = 2{,}6 \cdot 10^8$ *м/сек.*

17.9. Имеем

$$W_к = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) =$$

$$= c^2 \left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 \right) = c^2 (m - m_0),$$

откуда

$$\frac{W_к}{m_0} = \frac{c^2 (m - m_0)}{m_0}.$$

Обозначим $\frac{m - m_0}{m_0} = k$, тогда $W = m_0 c^2 k$. По условию $k = 0{,}05$.

1) $W_к = 2{,}56 \cdot 10^{-2}$ *Мэв*, 2) $W_к = 47$ *Мэв*, 3) $W_к = 94$ *Мэв*.

17.10. $U = 1{,}1 \cdot 10^6$ *в.*

17.11. $U = 510$ *кв.*

17.12. Полная энергия мезона складывается из кинетической энергии мезона W_1 и из собственной энергии мезона W_2 (энергии покоя). При этом

$$W_1 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \tag{1}$$

и

$$W_2 = m_0 c^2. \tag{2}$$

Тогда полная энергия

$$W = W_1 + W_2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

По условию $\frac{W}{W_2} = 10$, т. е. $\frac{1}{\sqrt{1-\beta_2}} = 10$. Отсюда $\beta = \frac{v}{c} = 0{,}995$ и $v = 2{,}985 \cdot 10^8$ *м/сек.*

1713. $\beta = 86{,}6\%$.

17.14. $\beta = 99{,}6\%$.

17.15. $\frac{l_0 - l'}{l_0} = 91{,}5\%$.

17.16. $\beta = 0{,}9$.

17.18. $W_к = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ *дж.*

17.19. $\Delta m = 4{,}6 \cdot 10^{-17}$ *кг.*

17.20. $\Delta W = 931$ *Мэв.*

17.21. $\Delta W = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ *дж* $= 0{,}51$ *Мэв.*

17.22. $\Delta m = 3{,}2 \cdot 10^{-9}$ *кг/кмоль.* Таким образом, в результате реакции получается не 18 *кг* воды, а на $3{,}2 \cdot 10^{-9}$ *кг* меньше. Эта величина лежит за пределами чувствительности самых точных весов. Такого же порядка изменение массы и при других химических реакциях. При ядерных реакциях изменение массы уже значительно (см. следующую задачу.)

17.23. $\Delta m = 0{,}217$ *кг/кмоль.*

17.24. За $7 \cdot 10^{12}$ лет.

§ 18. Тепловое излучение

18.1. $T = 1000°$ K.

18.2. $W = 6{,}5 \cdot 10^{21}$ *квт-ч.*

18.3. $W = 0{,}46$ *дж.*

18.4. $T = 1000°$ K.

18.5. 1) $W = 1{,}33 \cdot 10^5$ *дж*; 2) $k = 0{,}3$.

18.6. $T = 2500°$ K.

18.7. $S = 4 \cdot 10^{-5}$ *м²*.

18.8. $W_0 = 1{,}37 \cdot 10^3$ *вт/м²* $= 8{,}21$ *дж/мин · см²* $= 1{,}96$ *кал/мин · см²*.

18.9. $N = 3{,}1 \cdot 10^3$ *квт.*

18.10. $W_0 = 0{,}85$ *кал/мин · см²*.

18.11. $W = 7{,}35 \cdot 10^3$ *дж.*

18.12. $S = 1{,}44 \cdot 10^{-3}$ *м²* $= 14{,}4$ *см²*.

18.13. 1) $\lambda_m = 1$ *мк* — инфракрасная область;
2) $\lambda_m = 5 \cdot 10^{-5}$ *см* — область видимого света;
3) $\lambda_m \cong 3$ Å — область рентгеновых лучей.

18.14. 1) По графику рис. 64 находим, что длина волны, на которую приходится максимальная лучеиспускательная способность тела, равна приблизительно 1,2 *мк*. Тогда по закону Вина получим $T = 2400°$ K.

2) Процент излучаемой энергии, приходящейся на долю видимого спектра, очевидно, определяется той долей площади, ограниченной кривой $e_\lambda = f(\lambda)$, которая отсекается ординатами, восстановленными по краям интересующего нас интервала. Видимый спектр простирается приблизительно от 0,4 *мк* до 0,75 *мк*. По рис. 64 можно найти, что при данной температуре на долю видимого излучения приходится около 3—5% всего излучения.

18.15. В 5 раз.

18.16. $\lambda = 9{,}3$ *мк.*

18.17. 1) В 81 раз; 2) от $\lambda_1 = 2{,}9$ *мк* до $\lambda_2 = 0{,}97$ *мк*; 3) в 243 раза.

18.18. $T_2 = \dfrac{C_1 T_1}{\Delta\lambda T_1 + C_1} = 290°$ K.

18.19. Увеличится в 1,06 раза.
18.20. 3 *дж/сек*.
18.21. На 0,84 *мк*.
18.22. 1) $\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2} = 1{,}4 \cdot 10^{17}$ *кг*; 2) $\tau = 7 \cdot 10^{12}$ лет.

ГЛАВА VI

ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

§ 19. Квантовая природа света и волновые свойства частиц

19.1. 1) $3{,}2 \cdot 10^{-36}$ *кг*; 2) $8{,}8 \cdot 10^{-32}$ *кг*; 3) $1{,}8 \cdot 10^{-30}$ *кг*.

19.2. $\varepsilon = 1{,}15 \cdot 10^{-13}$ *дж*; $m = 1{,}38 \cdot 10^{-30}$ *кг*; $p_ф = 4{,}1 \cdot 10^{-22}$ *кг · м/сек*.

19.3. 1) $6{,}2 \cdot 10^{18}$ квантов; 2) $1{,}2 \cdot 10^{19}$ квантов; 3) $1{,}1 \cdot 10^{19}$ квантов; 4) $5{,}9 \cdot 10^{18}$ квантов; 5) $4{,}6 \cdot 10^{18}$ квантов, 6) $5{,}1 \cdot 10^{18}$ квантов.

19.4. $v = 9{,}2 \cdot 10^5$ *м/сек*.

19.5. $v = 1400$ *м/сек*.

19.6. 0,51 *Мэв*.

19.7. $E = \frac{p_ф c}{St} = 150$ *дж/м² · сек*.

19.8. $T = 9800°$ K.

19.9. $\lambda \geqslant 4{,}1 \cdot 10^{-3}$ Å.

19.10. $m = 2{,}1 \cdot 10^{-32}$ *кг*.

19.11. Имеем $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$. Для того чтобы возник фотоэффект, необходимо, чтобы $h\nu > A$, т. е. $\nu > \frac{A}{h}$. Но $\nu = \frac{c}{\lambda}$ и, следовательно, для возникновения фотоэффекта длина волны падающего света должна удовлетворять неравенству $\lambda < \frac{hc}{A}$. В опытах Столетова $\lambda \leqslant 2{,}95 \cdot 10^{-4}$ *мм*, откуда нетрудно найти, что $A = 4{,}2$ *эв*.

19.12. 517 *ммк*; 540 *ммк*; 620 *ммк*; 660 *ммк*.

19.13. $\varepsilon = 4{,}5$ *эв*.

19.14. 1) $A = 4{,}5$ *эв*.; 2) $v_{max} = 9{,}1 \cdot 10^5$ *м/сек*; 3) $W_{max} = 3{,}8 \cdot 10^{-19}$ *дж*.

19.15. 1) $U = 1{,}75$ *в*; 2) $A = 2$ *эв*.

19.16. Так как фотоэффект начинается при $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ *сек*$^{-1}$, то отсюда работа выхода электрона

$$A = h\nu_0 = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ эв} = 2{,}48 \text{ эв}.$$

Далее, имеем $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$. Чтобы задержать вылетающие электроны, необходимо приложить задерживающее электрическое поле; при этом $eU_1 = \frac{mv^2}{2}$. Таким образом, $h\nu = A + eU_1$, откуда $\nu = \frac{A + eU_1}{h}$. Подставляя числовые данные задачи, получим $\nu = 13{,}2 \cdot 10^{14}$ *сек*$^{-1}$.

19.17. 1) 3 *эв*; 2) 2340 Å.

19.18. $3{,}45 \cdot 10^{-25}$ *кг · м/сек*.

19.19. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек*.

19.20. 1) $U_x = \frac{h\nu - A}{e} + U_0 = 1{,}5$ *в*.

2) $v = \sqrt{\frac{2}{m}(h\nu - A + eU_0)} = 7{,}3 \cdot 10^5$ *м/сек*.

19.21. При $\lambda \leqslant 2540$ Å.

19.22. 1) Имеем $p = \frac{F}{S}$, где p — световое давление, F — сила светового давления на поверхность S кружка. Но $F = \frac{M}{l} = \frac{k\alpha}{l}$, где M — вращающий момент, l — расстояние от центра кружка до оси вращения и α — угол поворота кружка. Для того чтобы зайчик по шкале, удаленной от зеркала на расстояние y, отклонился на величину x, надо, чтобы угол поворота зеркальца удовлетворял условию $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{x}{y}$, или, при малых углах, $\operatorname{tg} 2\alpha \cong 2\alpha = \frac{x}{y}$. Таким образом, $\alpha = \frac{x}{2y}$. Тогда окончательно, $p = \frac{kx}{2lyS}$. Подставляя данные задачи, получим $p = 3{,}85 \cdot 10^{-6}$ *н/м*^{2}.

2) $E = 7{,}7 \cdot 10^{-2}$ *дж/см*^{2} *· сек*.

19.23. 1) $p = 3{,}55 \cdot 10^{-7}$ *н/м*^{2}; 2) $N = 2{,}1 \cdot 10^{-3}$ *вт*.

19.24. 1) $1{,}2 \cdot 10^{17}$ 1/*см*^{2} *· сек*. 2) а) $1{,}42 \cdot 10^{-6}$ *кг/м · сек*^{2}; б) $2{,}13 \cdot 10^{-6}$ *кг/м · сек*^{2}; в) $2{,}84 \cdot 10^{-6}$ *кг/м · сек*^{2}.

19.25. 1) $p = 4{,}5 \cdot 10^{-6}$ *н/м*^{2}; 2) $m = 7{,}8 \cdot 10^{-16}$ *кг*.

19.26. $p = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ *н/м*^{2}.

19.27. 1) $p = 7 \cdot 10^{-7}$ *н/м*^{2}; 2) $p = 3{,}5 \cdot 10^{-7}$ *н/м*^{2}.

19.28. $2{,}9 \cdot 10^{21}$ квантов.

19.29. 1) $\Delta\lambda = 0{,}024$ Å и $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 0{,}732$ Å; 2) $\Delta\lambda = 0{,}048$ Å и $\lambda = 0{,}756$ Å.

19.30. $\lambda_0 = 0{,}242$ Å.

19.31. 1) $\Delta\lambda = 0{,}024$ Å; 2) $W_x = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda} = 6{,}6 \cdot 10^3$ *эв*; 3) $p_e = 4{,}4 \cdot 10^{-23}$ *кг · м/сек*.

19.32. $W = 2{,}6 \cdot 10^5$ *эв*; $p_ф = 9{,}3 \cdot 10^{-12}$ *кг · м/сек*.

19.33. $W = 0{,}1$ *Мэв*.

19.34. 1) $\lambda = 12{,}3$ Å; 2) $\lambda = 1{,}23$ Å.

19.35. 1) $\lambda = 0{,}29$ Å; 2) $\lambda = 0{,}029$ Å.

19.36. 1) $\lambda = 7{,}3$ Å; 2) $\lambda = 1{,}44$ Å; 3) $\lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ *см*, т. е. волновые свойства шарика обнаружить невозможно.

19.37. $\lambda = \sqrt{\dfrac{h^2}{2mW}} = 1{,}23$ Å.

19.38. $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг*.

19.39. $\lambda = \dfrac{h}{m_0 v}\sqrt{1 - \left(\dfrac{v}{c}\right)^2}$, где m_0 — масса покоя частицы.

19.40. $\lambda = 0{,}001$ Å.

19.41. $\lambda = 1{,}28$ Å.

§ 20. Атом Бора. Рентгеновы лучи

20.1. Между ядром и электроном в атоме водорода действует сила Кулона, представляющая собой центростремительную силу, т. е. имеем

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_k^2} = \frac{mv_k^2}{r_k}. \tag{1}$$

Кроме того, по первому постулату Бора,

$$mr_k v_k = k\frac{h}{2\pi}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) найдем

$$r_k = \frac{\varepsilon_0 h^2 k^2}{\pi e^2 m} \tag{3}$$

и

$$v_k = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 kh}. \tag{4}$$

1) При $k = 1$ получим нормальные размеры атома водорода $r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ *м*; при $k = 2$ и $k = 3$ будем иметь $r_2 = 2{,}12 \cdot 10^{-10}$ *м* и $r_3 = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ *м*;

2) Скорость электрона на этих орбитах равна: $v_1 = 2{,}19 \cdot 10^6$ *м/сек*; $v_2 = 1{,}1 \cdot 10^6$ *м/сек* и $v_3 = 7{,}3 \cdot 10^5$ *м/сек*.

20.2. $W_к = \dfrac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 k^2} = 13{,}6$ *эв*,

$$W_п = -2W_к = -27{,}2 \text{ эв}, \quad W_{полн} = W_к + W_п = -13{,}6 \text{ эв}.$$

20.3. 1) $W_1 = 2{,}18 \cdot 10^{-18}$ *дж* $= 13{,}6$ *эв*;
2) $W_2 = 5{,}44 \cdot 10^{-19}$ *дж* $= 3{,}40$ *эв*;
3) $W_3 = 2{,}42 \cdot 10^{-19}$ *дж* $= 1{,}51$ *эв*; 4) $W_4 = 0$.

20.4. 1) $T = 1{,}43 \cdot 10^{-16}$ *сек*; 2) $\omega = 4{,}4 \cdot 10^{16}$ *рад/сек*.

20.5. Длины волн спектральных линий водорода всех серий определяются формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right). \tag{1}$$

При $k=1$, $n=2, 3, 4, \ldots$ — серия Лаймана в ультрафиолетовой области;

при $k=2$, $n=3, 4, 5, \ldots$ — серия Бальмера в видимой области;

$$\left.\begin{array}{l}\text{при } k=3,\ n=4,\ 5,\ 6,\ \ldots \text{ — серия Пашена}\\ \text{при } k=4,\ n=5,\ 6,\ 7,\ \ldots \text{ — серия Брекета}\\ \text{при } k=5,\ n=6,\ 7,\ 8,\ \ldots \text{ — серия Пфунда}\end{array}\right\}\ \text{в инфракрасной области.}$$

Таким образом, серия в видимой области спектра соответствует значению $k=2$ и $n=3, 4, 5, \ldots$ Очевидно, наименьшая длина волны спектральных линий этой серии будет при $n=\infty$. Тогда из (1) имеем $\frac{1}{\lambda_1}=\frac{R}{4}$, или $\lambda_1=\frac{4}{R}=3{,}65\cdot10^{-7}$ *м* (с точностью до третьей значащей цифры). Наибольшая длина волны соответствует $n=3$: $\lambda_2=6{,}56\cdot10^{-7}$ *м*. Таким образом, видимый спектр водорода лежит в интервале длин волн от $\lambda_1=3650$ Å до $\lambda_2=6560$ Å.

20.6. 1) $\lambda=1{,}21\cdot10^{-7}$ *м*; 2) $v=1{,}90\cdot10^{6}$ *м/сек*.

20.7. Потенциал ионизации U_i атома определяется уравнением $eU_i=A_i$, где A_i — работа удаления электрона с нормальной орбиты в бесконечность. Для атома водорода $A_i=h\nu=hcR\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right)$. При $k=1$ и $n=\infty$ работа $A_i=hcR$ и потенциал ионизации $U_i=\frac{A_i}{e}=\frac{hcR}{e}=13{,}5$ *в*.

20.8. 10,2 *в*.

20.9. 1) Все линии всех серий спектра водорода появятся при ионизации атома водорода. Это будет при энергии электронов в 13,5 *эв* (см. задачу 20.7);

$$2)\quad v_{\min}=\sqrt{\frac{2eU_i}{m}}=2{,}2\cdot10^{6}\ \textit{м/сек}.$$

20.10. Энергия, необходимая для перевода атома в первое возбужденное состояние, $W_1=10{,}2$ *эв* (см. задачу 20.8). Нетрудно найти, что энергия, необходимая для перевода атома во второе возбужденное состояние ($k=1$, $n=3$), равна $W_2=12{,}1$ *эв*. Таким образом, спектр водорода будет иметь одну спектральную линию, если энергия бомбардирующих электронов лежит в пределах $10{,}2\leqslant W\leqslant 12{,}1$ *эв*.

20.11. $W_{\min}=12{,}1$ *эв*; $\lambda_1=1{,}21\cdot10^{-7}$ *м*; $\lambda_2=1{,}03\cdot10^{-7}$ *м*; $\lambda_3=6{,}56\cdot10^{-7}$ *м*.

20.12. $973\leqslant\lambda\leqslant1026$ Å.

20.13. На 2,56 *эв*.

20.14. $973\leqslant\lambda\leqslant1026$ Å.

20.15. Переходу с $n=3$ на $k=2$.

20.16. $\lambda=3{,}3$ Å.

20.17. 1) $r_1=2{,}66\cdot10^{7}$ *м*; 2) $v_1=4{,}37\cdot10^{6}$ *м/сек*.

20.18. 1) $U=40{,}8$ *в*; 2) $U=91{,}8$ *в*.

20.19. 1) $U=54$ *в*; 2) $U=122$ *в*.

20.20. $\lambda=304$ Å.

20.21. $\lambda=135$ Å.

20.22. $\lambda=5890$ Å.

20.23. При 2,1 *в*.

20.24. $\lambda = 2540$ Å.

20.25. Наименьший угол соответствует спектру первого порядка, т. е. $\lambda = 2d \sin \theta$, откуда $\sin \theta = \frac{\lambda}{2d} = 0{,}033$ или $\theta = 1°54'$.

20.26. Объем одного киломоля каменной соли $V = \frac{\mu}{\rho}$. В этом объеме имеется $2N_0$ ионов, где N_0 — число Авогадро. Тогда объем, приходящий на один ион: $V' = \frac{\mu}{2\rho N_0}$. Следовательно, расстояние d между ионами (т. е. постоянная решетки) найдется из условия $V' = d^3$, т. е.

$$d = \sqrt[3]{V'} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{2\rho N_0}} = 2{,}81 \cdot 10^{-10}\ \text{м} = 2{,}81\text{Å}.$$

20.27. При увеличении разности потенциалов U, приложенной к электродам рентгеновской трубки, появляется спектральная линия в спектре первого порядка, длина волны которой λ удовлетворяет уравнению

$$eU = h\nu = h\frac{c}{\lambda}. \tag{1}$$

Но по формуле Вульфа—Брегга

$$\lambda = 2d \sin \theta. \tag{2}$$

Из (1) и (2) находим

$$h = \frac{eU\lambda}{c} = \frac{eU2d \sin \theta}{c}. \tag{3}$$

Подставляя числовые данные задачи в (3), получим

$$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{дж} \cdot \text{сек}.$$

20.28. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек*.

20.29. 1) 0,413 Å; 2) 0,310 Å; 3) 0,248 Å. Следует отметить, что положение коротковолновой границы зависит только от скорости ударяющихся об антикатод электронов и не зависит от материала антикатода.

20.30. 0,27 Å.

20.31. 770 *кв*.

20.32. Все линии K-серии (а также и линии остальных серий) появятся одновременно, как только будет удален электрон с K-орбиты атома. Для этого надо приложить разность потенциалов U, удовлетворяющую соотношению $eU = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$, где λ_1—длина волны, соответствующая переходу бесконечно удаленного электрона на K-орбиту, т. е. длина волны, определяющая границу K-серии. Для нашего случая эта граница равна (см. таблицы): 1) 1,38 Å, 2) 0,484 Å, 3) 0,178 Å, 4) 0,158 Å. Искомая разность потенциалов найдется по формуле $U=\frac{hc}{e\lambda_1}$. Подставляя числовые данные, получим: 1) 9 *кв*; 2) 25,3 *кв*; 3) 69 *кв*; 4) 79 *кв*.

20.33. Имеем

$$\frac{1}{\lambda}=R(z-b)^2\left(\frac{1}{k^2}-\frac{1}{n^2}\right). \qquad (1)$$

Наибольшая длина волны K-серии соответствует линии K_α. При этом в формуле (1) мы должны положить $b=1$, $k=1$, $n=2$. Решая формулу (1) относительно λ и подставляя числовые данные, получим: 1) 1,94 Å, 2) 1,55 Å, 3) 0,720 Å, 4) 0,574 Å, 5) 0,234 Å, 6) 0,228 Å и 7) 0,205 Å. Экспериментально найденные значения длин волн линии K_α следующие: 1) 1,94 Å, 2) 1,54 Å, 3) 0,712 Å, 4) 0,563 Å, 5) 0,220 Å, 6) 0,214 Å, 7) 0,190 Å.

20.34. Переход электрона с M-слоя на L-слой соответствует значениям $k=2$ и $n=3$; порядковый номер вольфрама в таблице Менделеева $Z=74$. Подставляя эти числовые данные в формулу Мозли, найдем $b=5{,}5$.

20.35. $Z=40$ (цирконий).

20.36. $\frac{N_1}{N}=3{,}5\cdot10^{-10}$.

20.37. $1{,}6\cdot10^{11}$ пар ионов.

20.38. $I_н=2{,}7\cdot10^{-16}$ *а*.

20.39. $x=5\cdot10^{-4}$ *м* $=0{,}5$ *мм*.

20.40. В 3,7 раза.

20.41. $x=0{,}08$ *мм*.

20.42. 1)

Вещество	Вода	Алюминий	Железо	Свинец
μ, *м*$^{-1}$	6,7	16	44	77
$\mu_м\cdot10^3$, *м*^{2}/*кг*	6,7	6,2	5,6	6,8

2) $\lambda=0{,}0124$ Å.

20.43. $n=\frac{\ln 80}{\ln 2}=6{,}35$.

§ 21. Естественная радиоактивность

21.1 и **21.2.** Число атомов радиоактивного вещества, распадающихся за время dt, определяется формулой

$$dN=-\lambda N dt. \qquad (1)$$

Очевидно, употреблять эту формулу для конечного промежутка времени Δt *можно только* в *том случае*, когда число наличных атомов N можно считать за время Δt неизменным, т. е. когда промежуток времени Δt гораздо меньше периода полураспада T. Нетрудно видеть (см. таблицы), что при решении задачи 21.1 мы можем число распадающихся за сутки атомов полония найти по формуле:

$$|\Delta N| = \lambda N \Delta t = \frac{\ln 2}{T} N \Delta t. \qquad (2)$$

Подставляя числовые данные задачи 21.1, получим

$$\Delta N = \frac{0{,}693}{138} 10^6 1 \text{ } \textit{суток}^{-1} = 5025 \text{ } \textit{суток}^{-1}.$$

Но при решении задачи 21.2 пользоваться этой приближенной формулой нельзя, так как период полураспада радона (см. таблицы) всего 3,82 суток. Для нахождения числа распадающихся за сутки атомов радона, надо пользоваться формулой (2) введения к данному параграфу. Тогда искомое число

$$\Delta N = N_1 - N = N_1 - N_1 e^{-\lambda t} = N_1 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Подставляя числовые данные задачи 21.2, находим

$$\Delta N = 10^6 (1 - 0{,}825) = 175\,000 \text{ } \textit{суток}^{-1}.$$

Если же мы будем находить ΔN по приближенной формуле (2), то получим $\Delta N = 192\,000$ *суток*$^{-1}$, т. е. допустим ошибку порядка 10%.

Учащимся предлагается убедиться, что решения задачи 21.1 по формулам (1) и (2) приводят с точностью до третьей значащей цифры к одному и тому же ответу.

21.3. Имеем $|\Delta N| = \frac{\ln 2}{T} N \Delta t$, но $N = N_0 \frac{M}{A}$, где N — число атомов, содержащихся в M граммах радия, N_0 — число Авогадро и A — атомный вес радия. Подставляя числовые данные задачи, получим $\Delta N = 3{,}7 \cdot 10^{10}$. Такое число распадов соответствует активности препарата в 1 *кюри*. Очевидно, чем меньше период полураспада радиоактивного вещества, тем меньшее его количество необходимо для получения единицы активности.

21.4. $m = 6{,}5 \cdot 10^{-9}$ *кг*.

21.5. $m = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ *кг* $= 0{,}22$ *мг*.

21.6. $\lambda = 2{,}1 \cdot 10^{-6}$ *сек*$^{-1}$.

21.7. 1) 2,14 *мкюри/кг*; 2) $1{,}53 \cdot 10^8$ *кюри/кг*.

21.8. $m = 3{,}5 \cdot 10^{-20}$ *кг*.

21.9. 53 отброса.

21.10. Через 40 суток.

21.11. Процентная доля радиоактивности, вносимая каждым из изотопов в общую радиоактивность природного урана, очевидно, определится отношением числа распадов в 1 *сек* каждого изотопа к общему числу распадов в 1 *сек* природного урана. Обозначим через M массу природного урана. Тогда массы изотопов будут равны соответственно $M_1 = 6 \cdot 10^{-5} M$, $M_2 = 7,1 \cdot 10^{-3} M$ и $M_3 = 99,28 \cdot 10^{-2} M$. Число распадов в 1 *сек*, даваемое каждым изотопом, будет равно

$$\Delta N_1 = \frac{\ln 2}{T_1} N_1 \Delta t = \frac{\ln 2\, N_0 M_1 \Delta t}{T_1 A_1},$$

$$\Delta N_2 = \frac{\ln 2 N_0 M_2 \Delta t}{T_2 A_2},$$

$$\Delta N_3 = \frac{\ln 2 N_0 M_3 \Delta t}{T_3 A_3},$$

где N_0 — число Авогадро, T_i — период полураспада изотопа, A_i — его атомный вес. Отсюда искомое отношение для каждого из изотопов будет равно

$$x_i = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \Delta N_3} = \frac{\dfrac{M_i}{A_i T_i}}{\dfrac{M_1}{A_1 T_1} + \dfrac{M_2}{A_2 T_2} + \dfrac{M_3}{A_3 T_3}}.$$

Подставляя числовые данные, нетрудно убедиться, что вся радиоактивность природного урана обусловлена изотопом $_{92}U^{238}$, радиоактивность же изотопов $_{92}U^{235}$ и $_{92}U^{234}$ исчезающе мала.

21.12. 1) $v = 1,52 \cdot 10^7$ *м/сек*.

2) Полная энергия, выделяющаяся при вылете α-частицы, равна сумме кинетической энергии α-частицы W_1 и кинетической энергии W_2 остаточного ядра. Таким образом,

$$W_x = W_1 + W_2. \tag{1}$$

Кроме того, имеет место закон сохранения количества движения. Так как до распада количество движения системы было равно нулю, то после распада

$$m_1 v_1 = m_2 v_2. \tag{2}$$

Из (2) нетрудно получить

$$(m_1 v_1)^2 = \frac{m_1 v_1^2 2m_1}{2} = W_1 2m_1 = (m_2 v_2)^2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} 2m_2 = 2m_2 W_2.$$

Тогда из (1)

$$W_x = W_1 + \frac{2m_1 W_1}{2m_2} = W_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = W_1 \frac{m_2 + m_1}{m_2}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим $W_x = 4,87$ *Мэв*.

21.13. 1) $Q = 120$ *дж*; 2) $Q = 1,6 \cdot 10^4$ *дж*.

21.14. $Q = 5,2 \cdot 10^{12}$ *дж*.

21.15. 7,5 *мкюри*.

21.16. $N_0 = 6 \cdot 10^{26}$ 1/*кмоль*.

21.17. $m = 4,8 \cdot 10^{-9}$ *кг*.

21.18. 1) Через 12,6 суток. 2) На рис. 110 дан характер зависимости $\frac{N}{N'}$ от времени t.

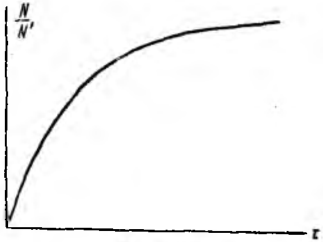


Рис. 110.

21.19. 1) На рис. 111 дан характер зависимости $\frac{N}{N'}=f(t)$. 2) Период полураспада найдется как абсцисса такой точки кривой, ордината которой равна 0,5. Для нашего случая из кривой

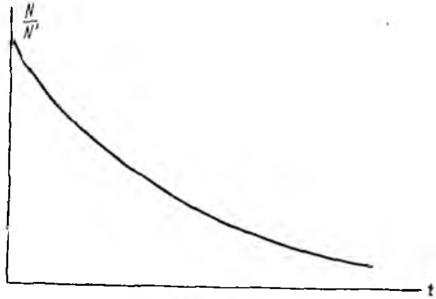


Рис. 111.

$\frac{N}{N'}=f(t)$, начерченной с нанесением масштаба, можно найти $T=3{,}8$ суток.

21.20. $T\simeq 4$ *ч.*

21.21. Через 10,4 суток.

21.22. Имеем $N_{\text{св}}=N_{\text{ур}}\left(1-e^{-\frac{0{,}693t}{T_{\text{ур}}}}\right)$

или

$$\frac{M_{\text{св}}}{A_{\text{св}}}=\frac{M_{\text{ур}}}{A_{\text{ур}}}\left(1-e^{-\frac{0{,}693t}{T_{\text{ур}}}}\right).$$

Отсюда $t=3\cdot 10^9$ лет.

21.23. $2{,}8 \cdot 10^6$ атомов.
21.24. Из $7 \cdot 10^3$ *кг* руды.
21.25. 10^{-15} %.
21.26. $1{,}3 \cdot 10^{-16}$ %.
21.27. $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ *св.*
21.28. $1{,}42 \cdot 10^5$ *кюри/кг.*
21.29. До смешения удельная активность препарата была равна

$$a_1 = \frac{\Delta N}{m_1 \Delta t} = \frac{\lambda N}{m_1} = \frac{\ln 2 N_0 m_1}{T A_1 m_1} = \frac{\ln 2 N_0}{T A_1}. \qquad (1)$$

После смешения

$$a_2 = \frac{\Delta N}{(m_1 + m_2)\,\Delta t} = \frac{\ln 2 N_0 m_1}{T A_1 (m_1 + m_2)}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2)

$$\Delta a = \frac{\ln 2 N_0}{T A_1}\left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = \frac{\ln 2 N_0 m_2}{T A_1 (m_1 + m_2)} =$$
$$= 4{,}9 \cdot 10^{17} \text{ распадов/сек} \cdot \text{кг} = 1{,}32 \cdot 10^7 \text{ кюри/кг}.$$

21.30. 11 *мг.*
21.31. ${}_{84}Po^{210}$.
21.32. ${}_{88}Ra^{226}$.
21.33. ${}_{92}U^{235}$.
21.34. ${}_{2}He^{4}$.
21.35. ${}_{55}Cs^{133}$.
21.36. 1) $v = 1{,}92 \cdot 10^7$ *м/сек*; 2) $W = 7{,}83$ *Мэв* (см. решение задачи 21.12); 3) $n = 2{,}26 \cdot 10^5$ пар ионов; 4) $I_н = 1{,}33 \cdot 10^{-9}$ *а.*

§ 22. Ядерные реакции и искусственная радиоактивность

22.1. 1) 12 протонов и 12 нейтронов; 2) 12 протонов и 13 нейтронов; 3) 12 протонов и 14 нейтронов.

22.2. Имеем $\Delta M = Z M_1 H^1 + (M - Z) M_n - M_A$. У нас (см. таблицы) $\Delta M = 3 \cdot 1{,}00814 + 4 \cdot 1{,}00899 - 7{,}01823$ а. е. м. $= 0{,}04215$ а. е. м. Так как атомной единице массы соответствует энергия 931 *Мэв* (см. задачу 17.20), то окончательно энергия связи ядра ${}_3Li^7$ будет равна $W = 0{,}04215 \cdot 931$ *Мэв* $= 39{,}3$ *Мэв.* Эту энергию надо затратить, чтобы расщепить ядро ${}_3Li^7$.

22.3. $W = 28{,}3$ *Мэв.*

22.4. 225 *Мэв.*

22.5. 1) $W = 8{,}5$ *Мэв*; 2) $W = 7{,}7$ *Мэв.* Ядро ${}_1H^3$ более устойчиво, чем ${}_2He^3$.

22.6. $W_0 = 7{,}97$ *Мэв.*

22.7. $W = 2{,}2$ *Мэв.*

22.8. 1) 5,6 *Мэв*; 2) 7,5 *Мэв*; 3) 8,35 *Мэв*; 4) 8,55 *Мэв*; 5) 8,75 *Мэв*; 6) 8,5 *Мэв*; 7) 7,9 *Мэв*; 8) 7,6 *Мэв.*

22.9. Имеем $W=c^2(\sum M_1-\sum M_2)$. В нашем случае сумма масс исходных частиц $\sum M_1=7{,}01823+1{,}00814=8{,}02637$. Сумма масс образовавшихся частиц $\sum M_2=4{,}00388+4{,}00388=8{,}00776$. Таким образом, дефект масс $\Delta M=0{,}01861$ а. е. м. Следовательно, энергия, выделившаяся при реакции $W=0{,}01861\cdot 931$ *Мэв* $=17{,}3$ *Мэв.*

22.10. 1,18 *Мэв.*

22.11. 1) 4,04 *Мэв*; 2) 3,26 *Мэв.*

22.12. 1) 18,3 *Мэв*; 2) 22,4 *Мэв*; 3) 4,02 *Мэв.*

22.13. $M=5{,}7\cdot 10^5$ *кг.*

22.15. 15 *Мэв.*

22.16. 4,35 *Мэв.*

22.17. ${}_7N^{14}+{}_0n^1\rightarrow{}_6C^{14}+{}_1H^1$; ${}_6C^{14}\rightarrow{}_{-1}e^0+{}_7N^{14}$.

22.18. Активность $a=\frac{\Delta N}{\Delta t}=\lambda N=\frac{\ln 2N_0M}{TA}$. Удельная активность

$$\frac{a}{M}=\frac{\ln 2N_0}{TA}=\frac{0{,}693\cdot 6{,}02\cdot 10^{26}}{130\cdot 30}\,\frac{\textit{распадов}}{\textit{сек}\cdot\textit{кг}}.$$

Чтобы получить активность в кюри, надо полученный результат разделить на $3{,}7\cdot 10^{10}$ *сек*$^{-1}$. Тогда

$$\frac{a}{M}=\frac{0{,}693\cdot 6{,}02\cdot 10^{26}}{130\cdot 30\cdot 3{,}7\cdot 10^{10}}\,\frac{\textit{кюри}}{\textit{кг}}=2{,}9\cdot 10^9\ \textit{кюри/г}.$$

22.19. $T=15$ *ч.*

22.20. 1) $W_1=5{,}35\cdot 10^{22}$ *Мэв*; 2) $W_2=3{,}6\cdot 10^{29}$.

Таким образом, $\frac{W_2}{W_1}\cong 7\cdot 10^6$, т. е., чтобы осуществить это превращение, надо затратить энергии приблизительно в 7 млн. раз больше, чем выделится при этой реакции.

22.21. 6,017 а.е.м.

22.22. В результате проведенного цикла четыре водородных ядра превращаются в одно ядро гелия. Углерод, ведущий себя как химический катализатор, может использоваться снова. Нетрудно найти, что в результате этого цикла освобождается энергия, равная $4{,}3\cdot 10^{-12}$ *дж.* С другой стороны, зная величину солнечной постоянной и расстояние от Земли до Солнца, найдем излучение Солнца в 1 *сек* $W=3{,}8\cdot 10^{26}$ *дж.* Если превращение четырех атомов водорода дает энергию, равную $4{,}3\cdot 10^{-12}$ *дж*, то, очевидно, для излучения энергии $3{,}8\cdot 10^{26}$ *дж* необходимо расходовать водород в количестве $M=5{,}9\cdot 10^{11}$ *кг* в одну секунду. Так как масса Солнца равна $2\cdot 10^{30}$ *кг*, то запас водорода в солнечном веществе равен $2\cdot 10^{30}\cdot 0{,}35$ *кг* $=7\cdot 10^{29}$ *кг.* Следовательно, данного запаса водорода хватит на $4\cdot 10^{10}$ лет.

22.23. $m=1{,}00899$ а.е.м.

22.25. По определению

$$k_1=\frac{N_1}{N_2},\tag{1}$$

где N_1 — число образовавшихся атомов за некоторый промежуток времени и N_2 — число частиц бомбардирующих мишень за этот промежуток времени. С другой стороны, так как активность препарата определяется числом распадов в 1 *сек*, то, очевидно,

$$k_2 = \frac{\lambda N_1}{N_2} = \frac{\ln 2 N_1}{T N_2}, \tag{2}$$

где T — период полураспада образовавшегося радиоактивного изотопа. Таким образом, из (1) и (2), получим $k_2 = \frac{\ln 2}{T} k_1$.

22.26. $k_1 = 2 \cdot 10^{-3} = \frac{1}{500}$, т. е. только один протон из 500 вызывает реакцию.

22.27. $k_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$.

22.28. 2) Число распадов в секунду, даваемое источником непосредственно после изготовления, равно $a_1 = \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_1 = \lambda N_1$; число распадов в секунду, спустя время t, равно $a_2 = \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}\right)_2 = \lambda N_2$, где $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$. Отсюда, учитывая, что только одна α-частица из $n = 4000$ вызывает реакцию, находим число атомов радона, введенного в источник

$$N' = nN_1 = \frac{nN_2}{e^{-\lambda t}} = nN_2 e^{\lambda t}.$$

Тогда масса радона будет равна

$$M = \frac{AN'}{N_0} = \frac{A}{N_0} nN_2 e^{\lambda t} = \frac{Ane^{\lambda t} a_2}{N_0 \lambda}. \tag{1}$$

У нас $A = 222$ *кг/кг-атом*, $n = 4 \cdot 10^3$, $e^{\lambda t} = e^{\frac{\ln 2 t}{T}} = 2{,}45$, $a_2 = 1{,}2 \cdot 10^6$ *сек*$^{-1}$ и $N_0 = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ *кг-атом*$^{-1}$. Подставляя эти данные в (1), получим $M = 2{,}1 \cdot 10^{-9}$ *кг* $= 2{,}1$ *мкг*.

22.29. $9{,}3 \cdot 10^6$ *сек*$^{-1}$;

22.30. 1) $W = 6{,}9$ *Мэв*; 2) 3,4 *мккюри/мка · ч*.

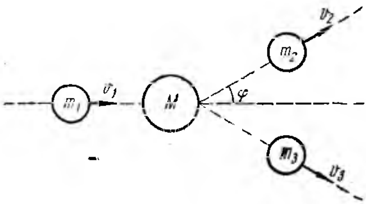


Рис. 112.

22.31. Обозначим (см. рис. 112) m_1, m_2 и m_3 — массовые числа соответственно бомбардирующей α-частицы, протона и ядра отдачи (в нашем случае ядра кислорода), W_1, W_2 и W_3 — их кинетические энергии. Если ядро M азота неподвижно, то закон сохранения энергии напишется так:

$$W_1 + Q = W_2 + W_3, \tag{1}$$

где Q — энергия ядерной реакции. Закон сохранения количества движения в векторной форме имеет вид:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3. \tag{2}$$

Из (2) имеем (см. рис. 112) для числовых значений количеств движения

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos\varphi. \qquad (3)$$

Так как

$$p^2 = (mv)^2 = \frac{mv^2}{2}\,2m = W\,2m, \qquad (4)$$

то уравнение (3) примет вид:

$$2m_3W_3 = 2m_1W_1 + 2m_2W_2 - 2\cos\varphi\,\sqrt{2m_1W_1\,2m_2W_2},$$

или

$$W_3 = \frac{m_1}{m_3}W_1 + \frac{m_2}{m_3}W_2 - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}. \qquad (5)$$

Исключая из (1) и из (5) энергию W_3, получим окончательно формулу, связывающую кинетическую энергию бомбардирующих частиц с кинетической энергией полученных частиц:

$$W_1\left(\frac{m_3-m_1}{m_3}\right) + Q = W_2\left(\frac{m_2+m_3}{m_3}\right) - \frac{2\cos\varphi}{m_3}\sqrt{m_1m_2W_1W_2}. \qquad (6)$$

У нас $Q = -1{,}18$ *Мэв* (см. решение задачи 22.10). Решая (6) относительно $\cos\varphi$ и подставляя числовые данные, найдем

$$\cos\varphi = \frac{m_2+m_3}{2}\sqrt{\frac{W_2}{m_1m_2W_1}} - \frac{m_3-m_1}{2}\sqrt{\frac{W_1}{m_1m_2W_2}} - \frac{m_3Q}{2\sqrt{m_1m_2W_1W_2}} = 0{,}59 \quad \text{и} \quad \varphi \cong 54°.$$

22.32. 1) $W_к = 8{,}75$ *Мэв*; 2) $\varphi \cong 87°$.

22.33. 2) $Q = -0{,}78$ *Мэв* — реакция идет с поглощением энергии; 3) $W_x = |Q|\dfrac{M+m}{M} = 1{,}04$ *Мэв*, где M — масса покоящегося ядра и m — масса бомбардирующей частицы.

22.34. $W_x = 1{,}52$ *Мэв.*

22.35. $W_x = 1{,}89$ *Мэв.*

22.36. 2) $Q = -0{,}30$ *Мэв*; 3) $W_x = 0{,}35$ *Мэв*; 4) $W = W_x + Q = 0{,}05$ *Мэв.*

22.37. 1) $Q = 2{,}8$ *Мэв*; 2) $v = 9{,}3\cdot10^6$ *м/сек*; $W_\alpha = 1{,}8$ *Мэв.*

22.38. $W = 1$ *Мэв.*

22.39. $h\nu = 2{,}2$ *Мэв.*

22.40. $h\nu = 16{,}6$ *Мэв.*

22.41. $2{,}3\cdot10^4$ *квт-ч.*

22.42. $M = 31$ *г.*

22.43. 2) $Q = 17{,}6$ *Мэв*; 3) $W = 11{,}8\cdot10^4$ *квт-ч.*

§ 23. Элементарные частицы. Ускорители частиц

23.1. 1) $N = 2{,}2\cdot10^{16}$; 2) $N = 1{,}1\cdot10^{16}$.

23.2. $W = 10\,000$ *Мэв.*

23.3. 92%.

23.4. 1) $\approx 100\%$; 2) $1{,}9\%$, т. е. в слое свинца нейтроны тормозятся значительно слабее, чем в соответствующем слое вещества, содержащего водород (например, парафина).

23.5. Направление скорости v нейтрона, налетающего на неподвижный протон, является биссектрисой прямого угла, под которым разлетаются частицы. При этом скорости этих частиц одинаковы и равны $v' = \frac{v\sqrt{2}}{2}$. Следовательно, энергия распределится в среднем поровну между нейтроном и протоном.

23.6. При каждом столкновении кинетическая энергия нейтрона уменьшается наполовину (см. предыдущую задачу). Следовательно, после n столкновений энергия нейтрона будет $W = \left(\frac{1}{2}\right)^n W_0$. Отсюда $n \lg 2 = \lg \frac{W_0}{W} = \lg(2 \cdot 10^7)$ и $n = \frac{\lg(2 \cdot 10^7)}{\lg 2} = 24$ столкновения.

23.7. $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ *к.*

23.8. $\frac{q}{m} = 4{,}8 \cdot 10^7$ *к/кг*

23.9. 1) $m = 1{,}23 \cdot 10^{-30}$ *кг*; $v = 2{,}02 \cdot 10^8$ *м/сек*; $W = 1{,}8 \cdot 10^5$ *эв*; $\frac{e}{m} = 1{,}3 \cdot 10^{11}$ *к/кг.* 2) $v = 2{,}52 \cdot 10^8$ *м/сек.*

23.10. По условию $\frac{W}{W_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 30$, откуда $v = 2{,}998 \cdot 10^8$ *м/сек.* Время жизни движущегося мезона по лабораторным часам $\tau' = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 30\tau_0$. За это время мезон пройдет расстояние $l = v\tau' = v \cdot 30\tau_0 \cong 18\,000$ *м* $= 18$ *км.*

23.11. В 8 раз.

23.12. 1) Энергия каждого фотона $W_0 = 0{,}51$ *Мэв*; 2) $\lambda = 0{,}024$ Å.

23.13. Если γ-квант с энергией $h\nu$ превращается в пару частиц, то по закону сохранения энергии

$$h\nu = 2m_0c^2 + W_1 + W_2,$$

где m_0c^2 — энергия покоя каждой частицы, W_1 и W_2 — кинетические энергии частиц в момент их возникновения. У нас $m_0c^2 = 0{,}51$ *Мэв*, следовательно, $2m_0c^2 = 1{,}02$ *Мэв*. Тогда $W_1 + W_2 = (2{,}62 - 1{,}02)$ *Мэв* $= 1{,}60$ *Мэв.*

23.14. $B = \frac{1}{qR}\sqrt{2mW} = 0{,}172$ *вб/м²*.

23.15. $W = 67{,}5$ *Мэв.*

23.16. 940 *Мэв.*

23.17. 1) $m = 273\, m_0$, где m_0 — масса покоя электрона; 2) $v = 2{,}48 \cdot 10^8$ *м/сек.*

23.18. 1) $\nu = \frac{Bq}{2\pi m}$; 2) а) $\nu = 9{,}7 \cdot 10^6$ *гц* $= 9{,}7$ *Мгц*, б) $\nu = 19{,}4$ *Мгц*, в) $\nu = 9{,}7$ *Мгц.*

23.19. 1) $W = 2\pi^2 m\nu^2 R^2$; 2) а) $W = 13{,}8$ *Мэв*, б) $W = 6{,}9$ *Мэв*, в) $W = 27{,}6$ *Мэв.*

23.20. 1) $B = 0{,}9$ *тл*; 2) $W = 4{,}8$ *Мэв*.

23.21. 1) $B = 1{,}8$ *тл*, $W = 9{,}6$ *Мэв*; 2) $B = 1{,}8$ *тл*, $W = 19{,}2$ *Мэв*.

23.22. 1 *г* радия испускает в 1 *сек* $3{,}7 \cdot 10^{10}$ α-частиц. Ток в 15 *мка* соответствует потоку в $4{,}7 \cdot 10^{13}$ α-частиц в 1 *сек*. Таким образом, данный циклотрон продуктивнее 1 *г* радия больше, чем в тысячу раз.

23.23. $U = \dfrac{R^2B^2q}{2m} = 1{,}2 \cdot 10^7$ *в*, т. е. 12 млн. вольт!

23.24. $R = 0{,}36$ *м*.

23.25. 1) Для дейтонов и α-частиц $B = 1{,}3$ *вб/м²*; для протонов $B = 0{,}65$ *вб/м²*.

2) Для дейтонов, протонов и α-частиц $v = 3{,}13 \cdot 10^7$ *м/сек*. Энергия вылетающих из циклотрона частиц будет для этих частиц разная. Для дейтонов $W = 10{,}2$ *Мэв*, для протонов $W = 5{,}1$ *Мэв* и для α-частиц $W = 20{,}4$ *Мэв*.

3) При каждом полном обороте заряженная частица проходит дважды пространство между дуантами и, следовательно, дважды получит добавочный импульс. Поэтому при N оборотах заряженная частица приобретает энергию, эквивалентную ускоряющему потенциалу $U' = 2NU$, где U — разность потенциалов, приложенная между дуантами. Отсюда $N = \dfrac{U'}{2U}$. Для дейтонов и α-частиц $N = 68$ и для протонов $N = 34$.

23.26. $W = 188$ *Мэв*.

23.27. 1) $\dfrac{M}{M_0} = 1{,}1$; 2) $\beta = \dfrac{v}{c} = 0{,}44$ и $v = 1{,}32 \cdot 10^8$ *м/сек*.

23.28. 1) $B = \dfrac{2\pi m_0 \nu_0}{q} = \dfrac{2\pi m \nu}{q} = 1{,}62$ *тл*.

2) Так как

$$\frac{\nu_0}{\nu} = \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

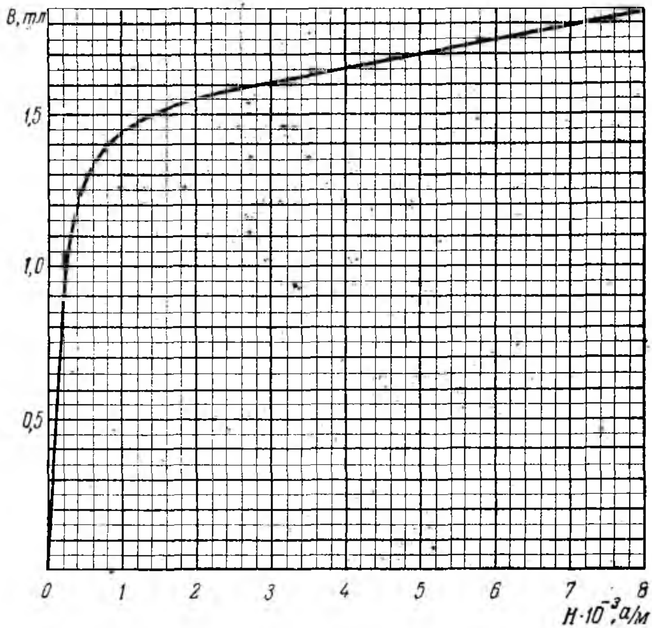
то

$$W = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = \frac{m_0c^2(\nu_0 - \nu)}{\nu} = 300 \text{ Мэв}.$$

23.29. 1) $\dfrac{T}{T_0} = 1{,}7$; 2) $\dfrac{T}{T_0} = 1{,}9$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

График зависимости индукции *B* от напряженности *H* магнитного поля для некоторого сорта железа



Связь между уравнениями электромагнитного поля в рационализованной и нерационализованной форме

Уравнения электромагнитного поля в рационализованной форме можно получить из уравнений в нерационализованной форме следующими преобразованиями.

1. Диэлектрическая проницаемость ε, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной $4\pi\varepsilon' = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon$, где ε_0 — электрическая постоянная и ε — значение диэлектрической проницаемости среды относительно пустоты, т. е. обычное табличное значение величины ε.

2. Магнитная проницаемость μ, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$\frac{\mu'}{4\pi}=\frac{\mu_0\mu}{4\pi},$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — значение магнитной проницаемости среды относительно пустоты, т. е. обычное табличное значение величины μ.

3. Электрическая индукция $D=\varepsilon E$, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi D=4\pi\varepsilon_0\varepsilon E.$$

4. Напряженность магнитного поля $H=\frac{B}{\mu}$, входящая в нерационализованные уравнения, заменяется величиной

$$4\pi H=4\pi\frac{B}{\mu_0\mu}.$$

Все уравнения, в которых отсутствуют величины ε, μ, D и H, имеют одинаковую форму и в нерационализованной, и в рационализованной системах.

Осуществляя указанные выше преобразования, нетрудно составить таблицу, в которой сопоставлены важнейшие уравнения § 9 и 11 гл. III в нерационализованной и в рационализованной форме.

	Нерационализованная форма	Рационализованная форма
Закон Кулона	$F=\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}$	$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$
Напряженность электрического поля	$E=\frac{F}{q}$	$E=\frac{F}{q}$
Напряженность поля точечного заряда	$E=\frac{q}{\varepsilon r^2}$	$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$
Теорема Гаусса	$N_E=\frac{4\pi\sum q}{\varepsilon}$; $N_D=4\pi\sum q$	$N_E=\frac{\sum q}{\varepsilon_0\varepsilon}$; $N_D=\sum q$

Продолжение

	Нерационализованная форма	Рационализованная форма
Напряженность поля, образованного заряженной нитью	$E=\frac{2\tau}{\varepsilon r}$	$E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$
Напряженность поля, образованного заряженной плоскостью	$E=\frac{2\pi\sigma}{\varepsilon}$	$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Поле плоского конденсатора	$E=\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$	$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$
Разность потенциалов	$U=\frac{A}{q}$	$U=\frac{A}{q}$
Потенциал поля точечного заряда	$U=\frac{q}{\varepsilon r}$	$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$
Зависимость между напряженностью поля и потенциалом	$E=-\frac{dU}{dr}$	$E=-\frac{dU}{dr}$
То же для однородного поля	$E=-\frac{U}{d}$	$E=-\frac{U}{d}$
Зависимость между емкостью, зарядом и потенциалом проводника	$q=CU$	$q=CU$
Емкость плоского конденсатора	$C=\frac{\varepsilon S}{4\pi d}$	$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$
Емкость сферического конденсатора	$C=\frac{\varepsilon rR}{(R-r)}$	$C=\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon rR}{R-r}$

Продолжение

	Нерационализованная форма	Рационализованная форма
Емкость шара	$C=\varepsilon r$	$C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$
Энергия заряженного проводника	$W=\frac{1}{2}qU=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	$W=\frac{1}{2}qU=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$
Энергия поля плоского конденсатора	$W=\frac{\varepsilon SU^2}{8\pi d}=\frac{\varepsilon E^2Sd}{8\pi}=\frac{2\pi\sigma^2}{\varepsilon}Sd$	$W=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2Sd}{2}=\frac{\sigma^2Sd}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Объемная плотность энергии электрического поля	$W_0=\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$	$W_0=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2}$
Сила притяжения пластин плоского конденсатора	$F=\frac{\varepsilon E^2}{8\pi}S=\frac{\varepsilon SU^2}{8\pi d^2}=\frac{2\pi\sigma^2S}{\varepsilon}$	$F=\frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2S}{2}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d^2}=\frac{\sigma^2S}{2\varepsilon_0\varepsilon}$
Закон Био — Савара — Лапласа	$dH=\frac{Idl\sin\alpha}{r^2}$	$dH=\frac{Idl\sin\alpha}{4\pi r^2}$
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока	$H=\frac{2\pi I}{R}$	$H=\frac{I}{2R}$

Продолжение

	Нерационализованная форма	Рационализованная форма
Напряженность магнитного поля прямого тока	$H=\frac{2I}{a}$	$H=\frac{I}{2\pi a}$
Напряженность магнитного поля внутри соленоида	$H=4\pi In$	$H=In$
Связь между напряженностью магнитного поля и магнитной индукцией	$B=\mu H$	$B=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}4\pi H= =\mu_0\mu H$
Плотность энергии магнитного поля	$W_0=\frac{HB}{8\pi}$	$W_0=\frac{HB}{2}$
Сила Ампера	$dF=BI\sin\alpha\,dl$	$dF=BI\sin\alpha\,dl$
Сила Лоренца	$F=Bqv\sin\alpha$	$F=Bqv\sin\alpha$
Сила взаимодействия параллельных токов	$F=\frac{2\mu I_1I_2l}{d}$	$F=\frac{\mu_0\mu I_1I_2l}{2\pi d}$
Индуктивность соленоида	$L=4\pi\mu^2nlS$	$L=\mu_0\mu n^2lS$

Учащимся предлагается, осуществляя указанные выше преобразования, дополнить эту таблицу не вошедшими в нее формулами § 9 и 11 гл. III. Нетрудно убедиться, что все уравнения, приведенные в § 10 гл. III, имеют форму одинаковую в рационализованной и нерационализованной системах.

Таблица I

Основные физические величины

Физическая величина	Численное значение
Постоянная тяготения γ	$6{,}67 \cdot 10^{-11}$ *м³/кг · сек²*
Число молекул в 1 *кг-моле* (число Авогадро) N_0	$6{,}025 \cdot 10^{26}$ *кг-моль*$^{-1}$
Объем 1 *кг-моля* идеального газа при нормальных условиях V_0	22,4 *м³*
Универсальная газовая постоянная R	$8{,}31 \cdot 10^{3}$ *дж/кг-моль · град*
Постоянная Больцмана k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град*
Число Фарадея F	$9{,}65 \cdot 10^{7}$ *к/кг-экв*
Постоянная Стефана — Больцмана σ	$5{,}67 \cdot 10^{-8}$ *вт/м² · град⁴*
Постоянная Планка h	$6{,}625 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек*
Заряд электрона e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$ *к*
Масса покоя электрона m_e	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ *кг* $= 5{,}49 \cdot 10^{-4}$ а. е. м. (атомных единиц массы)
Масса покоя протона m_p	$1{,}672 \cdot 10^{-27}$ *кг* $= 1{,}00759$ а. е. м.
Масса покоя нейтрона m_n	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$ *кг* $= 1{,}00899$ а. е. м.
Скорость распространения света в вакууме	$3{,}00 \cdot 10^{8}$ *м/сек*

Таблица II

Некоторые астрономические величины

Средний радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^{6}$ *м*
Средняя плотность Земли	5500 *кг/м³*
Масса Земли	$5{,}96 \cdot 10^{24}$ *кг*
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^{8}$ *м*
Масса Солнца	$1{,}97 \cdot 10^{30}$ *кг*
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^{6}$ *м*
Масса Луны	$7{,}3 \cdot 10^{22}$ *кг*
Среднее расстояние от Луны до Земли	$3{,}84 \cdot 10^{8}$ *м*
Период обращения Луны вокруг Земли	27 *суток* 7 ч. 43 *мин.*
Средняя плотность Солнца	1400 *кг/м³*

Таблица III

Некоторые данные о планетах Солнечной системы

	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Среднее расстояние от Солнца, млн. *км*	57,9	108,0	149,5	227,8	777,8	1 426,1	2 869,1	4 495,6	5229
Период обращения вокруг Солнца, земной год	0,24	0,62	1,0	1,88	11,86	29,46	84,02	164,8	249,7
Экваториальный диаметр, *км*	4840	12 400	12 742	6780	139 760	115 100	51 000	50 000	—
Объем по отношению к объему Земли	0,055	0,92	1,0	0,150	1 345	767	73,5	59,5	—
Масса по отношению к массе Земли	0,054	0,81	1,0	0,107	318,4	95,2	14,58	17,26	—
Ускорение силы тяжести по отношению к ускорению силы тяжести на поверхности Земли	0,38	0,85	1,0	0,38	2,64	1,17	0,92	1,14	—

Таблица IV

Критические значения $T_к$ и $p_к$

Вещество	$T_к$, °K	$p_к$, *атм*	$p_к \cdot 10^{-6}$, *н/м²*
Водяной пар	647	217	22,0
Углекислый газ	304	73	7,4
Кислород	154	50	5,07
Аргон	151	48	4,87
Азот	126	33,6	3,4
Водород	33	12,8	1,3
Гелий	5,2	2,25	0,23

Таблица V

Упругость паров воды, насыщающих пространство при разных температурах

t °C	$p_н$, *мм* рт. ст.	t °C	$p_н$, *мм* рт. ст.
—5	3,01	16	13,6
0	4,58	18	15,5
1	4,93	20	17,5
2	5,29	25	23,8
3	5,69	30	31,8
4	6,10	40	55,3
5	6,54	50	92,5
6	7,01	60	149
7	7,71	70	234
8	8,05	80	355
9	8,61	90	526
10	9,21	100	760
12	10,5	150	4,8 *атм*
14	12,0	200	15,3 *атм*

Таблица VI

Удельная теплота испарения воды при разных температурах

t° C	0	50	100	200
r, *кал/г*	595	568	539	464
$r \cdot 10^{-5}$, *дж/кг*	24,9	23,8	22,6	19,4

Таблица VII

Свойства некоторых жидкостей

Жидкость	Плотность, $кг/м^3$	Удельная теплоемкость при 20° С		Коэффициент поверхностного натяжения при 20° С, $н/м$
		$дж/кг \cdot град$	$кал/г \cdot град$	
Бензол	880	1720	0,41	0,03
Вода	1 000	4190	1,0	0,073
Глицерин	1 200	2430	0,58	0,064
Касторовое масло	900	1800	0,43	0,035
Керосин	800	2140	0,051	0,03
Ртуть	13 600	138	0,033	0,5
Спирт	790	2510	0,6	0,02

Таблица VIII

Свойства некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, $кг/м^3$	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость		Удельная теплота плавления при температуре плавления	
			$дж/кг \cdot град$	$кал/г \cdot град$	$дж/кг$	$кал/г$
Алюминий	2 600	659	896	0,214	$3,22 \cdot 10^5$	77
Железо	7 900	1530	500	0,119	$1,25 \cdot 10^5$	30
Латунь	8 400	900	386	0,092	—	—
Лед	900	0	2100	0,5	$3,35 \cdot 10^5$	80
Медь	8 600	1100	395	0,094	$1,76 \cdot 10^5$	42
Олово	7 100	232	230	0,055	$5,86 \cdot 10^4$	14
Платина	21 400	1770	117	0,028	$1,13 \cdot 10^5$	27
Пробка	200	—	2050	0,49	—	—
Свинец	11 300	327	126	0,030	$2,26 \cdot 10^4$	5,4
Серебро	10 500	960	234	0,056	$8,8 \cdot 10^4$	21
Сталь	7 700	1300	460	0,11	—	—
Цинк	7 000	420	391	0,093	$1,17 \cdot 10^5$	28

Таблица IX

Теплопроводность некоторых твердых тел
(λ, *вт/м · град*)

Алюминий	210
Войлок	0,046
Железо	58,7
Кварц плавленый	1,37
Медь	390
Песок сухой	0,325
Пробка	0,050
Серебро	460
Эбонит	0,174

Таблица X

Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Воск	7,8
Вода	81
Керосин	2
Масло	4—5
Парафин	2
Слюда	6
Стекло	5,5—7
Фарфор	5,7—6,3
Эбонит	2,6

Таблица XI

Удельное сопротивление проводников
(в *ом · м* при 0° С)

Алюминий	$2{,}53 \cdot 10^{-8}$
Графит	$3{,}9 \cdot 10^{-7}$
Железо	$8{,}7 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1{,}71 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1 \cdot 10^{-6}$
Ртуть	$9{,}4 \cdot 10^{-7}$
Свинец	$2{,}2 \cdot 10^{-7}$

Таблица XII

Подвижности ионов в электролитах
(в *м²/в · сек*)

NO_3^-	$6{,}4 \cdot 10^{-8}$
H^+	$3{,}26 \cdot 10^{-7}$
K^+	$6{,}7 \cdot 10^{-8}$
Cl^+	$6{,}8 \cdot 10^{-8}$
Ag^+	$5{,}6 \cdot 10^{-8}$

Таблица XIII

Работа выхода электронов из металлов
(в *эв*)

W	4,54
W + Cs	1,6
W + Th	2,63
Pt + Cs	1,40
Pt	5,3
Ag	4,74
Cs	1,97

Таблица XIV

Показатели преломления
(для желтого света)

Алмаз	2,42
Вода	1,33
Лед	1,31
Сероуглерод	1,63
Скипидар	1,48
Стекло	1,5—1,9

Таблица XV

Граница *K*-серии рентгеновых лучей для различных материалов антикатода
(в Å)

Вольфрам	0,178
Золото	0,153
Медь	1,38
Платина	0,158
Серебро	0,484

Таблица XVI

Спектральные линии ртутной дуги
(в Å)

2537	4047	5461	6128
3650	4358	5770	6908
3655	5235	5791	7082

Таблица XVII

Массы некоторых изотопов
(в а. е. м.)

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
$_1H^1$	1,00814	$_4Be^9$	9,01505	$_{14}Si^{30}$	29,98325
$_1H^2$	2,01474	$_5B^{10}$	10,01612	$_{20}Ca^{40}$	39,97542
$_1H^3$	3,01700	$_6C^{12}$	12,00380	$_{27}Co^{56}$	55,95769
$_2He^3$	3,01699	$_7N^{13}$	13,00987	$_{29}Cu^{63}$	62,94962
$_2He^4$	4,00388	$_7N^{14}$	14,00752	$_{48}Cd^{113}$	112,94206
$_3Li^6$	6,01703	$_8O^{17}$	17,00453	$_{80}Hg^{200}$	200,02800
$_3Li^7$	7,01823	$_{12}Mg^{23}$	23,00145	$_{92}U^{235}$	235,11750
$_4Be^7$	7,01916	$_{12}Mg^{24}$	23,99267	$_{92}U^{238}$	238,12376
$_4Be^8$	8,00785	$_{13}Al^{27}$	26,99010		

Таблица XVIII

Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

$_{20}Ca^{45}$	164 суток
$_{38}Sr^{90}$	28 лет
$_{84}Po^{210}$	138 суток
$_{86}Rn^{222}$	3,82 суток
$_{88}Ra^{226}$	1590 лет
$_{92}U^{235}$	$7{,}1 \cdot 10^8$ лет
$_{92}U^{238}$	$4{,}5 \cdot 10^9$ лет

Таблица XIX

Десятичные логарифмы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	8	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13

30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	2	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6947	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	2	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

Таблица XIX (продолжение)

Десятичные логарифмы

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	5	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5

75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9638	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

Таблица XX

Синусы

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
0	0,0000	0,0017	0,0035	0,0052	0,0070	0,0087	0,0105	0,0122	0,0140	0,0157	0,0175	89
1	0,0175	0,0192	0,0209	0,0227	0,0244	0,0262	0,0279	0,0297	0,0314	0,0332	0,0349	88
2	0,0349	0,0366	0,0384	0,0401	0,0419	0,0436	0,0454	0,0471	0,0488	0,0506	0,0523	87
3	0,0523	0,0541	0,0558	0,0576	0,0593	0,0610	0,0628	0,0645	0,0663	0,0680	0,0698	86
4	0,0698	0,0715	0,0732	0,0750	0,0767	0,0785	0,0802	0,0819	0,0837	0,0854	0,0872	**85**
5	0,0872	0,0889	0,0906	0,0924	0,0941	0,0958	0,0976	0,0993	0,1011	0,1028	0,1045	84
6	0,1045	0,1063	0,1080	0,1097	0,1115	0,1132	0,1149	0,1167	0,1184	0,1201	0,1219	83
7	0,1219	0,1236	0,1253	0,1271	0,1288	0,1305	0,1323	0,1340	0,1357	0,1374	0,1392	82
8	0,1392	0,1409	0,1426	0,1444	0,1461	0,1478	0,1495	0,1513	0,1530	0,1547	0,1564	81
9	0,1564	0,1582	0,1599	0,1616	0,1633	0,1650	0,1668	0,1685	0,1702	0,1719	0,1736	**80**
10	0,1736	0,1754	0,1771	0,1788	0,1805	0,1822	0,1840	0,1857	0,1874	0,1891	0,1908	79
11	0,1908	0,1925	0,1942	0,1959	0,1977	0,1994	0,2011	0,2028	0,2645	0,2062	0,2079	78
12	0,2079	0,2096	0,2113	0,2130	0,2147	0,2164	0,2181	0,2198	0,2215	0,2233	0,2250	77
13	0,2250	0,2267	0,2284	0,2300	0,2317	0,2334	0,2351	0,2368	0,2385	0,2402	0,2419	76
14	0,2419	0,2436	0,2453	0,2470	0,2487	0,2504	0,2521	0,2538	0,2554	0,2571	0,2588	**75**
15	0,2588	0,2605	0,2622	0,2639	0,2656	0,2672	0,2689	0,2706	0,2723	0,2740	0,2756	74
16	0,2756	0,2773	0,2790	0,2807	0,2823	0,2840	0,2857	0,2874	0,2890	0,2907	0,2924	73
17	0,2924	0,2940	0,2957	0,2974	0,2990	0,3007	0,3024	0,3040	0,3057	0,3074	0,3090	72
18	0,3090	0,3107	0,3123	0,3140	0,3156	0,3173	0,3190	0,3206	0,3223	0,3239	0,3256	71
19	0,3256	0,3272	0,3289	0,3305	0,3322	0,3338	0,3355	0,3371	0,3387	0,3404	0,3420	**70**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

20	0,3420	0,3437	0,3453	0,3469	0,3486	0,3502	0,3518	0,3535	0,3551	0,3567	0,3584	69
21	0,3584	0,3600	0,3616	0,3633	0,3649	0,3665	0,3681	0,3697	0,3714	0,3730	0,3746	68
22	0,3746	0,3762	0,3778	0,3795	0,3811	0,3827	0,3843	0,3859	0,3875	0,3891	0,3907	67
23	0,3907	0,3923	0,3939	0,3955	0,3971	0,3987	0,4003	0,4019	0,4035	0,4051	0,4067	66
24	0,4067	0,4083	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4163	0,4179	0,4195	0,4210	0,4226	**65**
25	0,4226	0,4242	0,4258	0,4274	0,4289	0,4305	0,4321	0,4337	0,4352	0,4368	0,4384	64
26	0,4384	0,4399	0,4415	0,4431	0,4446	0,4462	0,4478	0,4493	0,4509	0,4524	0,4540	63
27	0,4540	0,4555	0,4571	0,4586	0,4602	0,4617	0,4633	0,4648	0,4664	0,4679	0,4695	62
28	0,4695	0,4710	0,4726	0,4741	0,4756	0,4772	0,4787	0,4802	0,4818	0,4833	0,4848	61
29	0,4848	0,4863	0,4879	0,4894	0,4909	0,4924	0,4939	0,4955	0,4970	0,4985	0,5000	**60**
30	0,5000	0,5015	0,5030	0,5045	0,5060	0,5075	0,5090	0,5105	0,5120	0,5135	0,5150	59
31	0,5150	0,5165	0,5180	0,5195	0,5210	0,5225	0,5240	0,5255	0,5270	0,5284	0,5299	58
32	0,5299	0,5314	0,5329	0,5344	0,5358	0,5373	0,5388	0,5402	0,5417	0,5432	0,5446	57
33	0,5446	0,5461	0,5476	0,5490	0,5505	0,5519	0,5534	0,5548	0,5563	0,5877	0,5592	56
34	0,5592	0,5606	0,5621	0,5635	0,5650	0,5664	0,5678	0,5693	0,5707	0,5721	0,5736	**55**
35	0,5736	0,5750	0,5764	0,5779	0,5793	0,5807	0,5821	0,5835	0,5850	0,5864	0,5878	54
36	0,5878	0,5892	0,5906	0,5920	0,5934	0,5948	0,5962	0,5976	0,5990	0,6004	0,6018	53
37	0,6018	0,6032	0,6046	0,6060	0,6074	0,6088	0,6101	0,6115	0,6129	0,6143	0,6157	52
38	0,6157	0,6170	0,6184	0,6198	0,6211	0,6225	0,6239	0,6252	0,6266	0,6280	0,6293	51
39	0,6293	0,6307	0,6320	0,6334	0,6347	0,6361	0,6374	0,6388	0,6401	0,6414	0,6428	**50**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

Таблица XX (продолжение)

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
40	0,6428	0,6441	0,6455	0,6468	0,6481	0,6494	0,6508	0,6521	0,6534	0,6547	0,6561	49
41	0,6561	0,6574	0,6587	0,6600	0,6613	0,6626	0,6639	0,6652	0,6665	0,6678	0,6691	48
42	0,6691	0,6704	0,6717	0,6730	0,6743	0,6756	0,9769	0,6782	0,6794	0,6807	0,6820	47
43	0,6820	0,6833	0,6845	0,6858	0,6871	0,6884	0,6896	0,6909	0,6921	0,6934	0,6947	46
44	0,6947	0,6959	0,6972	0,6984	0,6997	0,7009	0,7022	0,7034	0,7046	0,7059	0,7071	**45**
45	0,7071	0,7083	0,7096	0,7108	0,7120	0,7133	0,7145	0,7157	0,7169	0,7181	0,7193	44
46	0,7193	0,7206	0,7218	0,7230	0,7242	0,7254	0,7266	0,7278	0,7290	0,7302	0,7314	43
47	0,7314	0,7325	0,7337	0,7349	0,7361	0,7373	0,7385	0,7396	0,7408	0,7420	0,7431	42
48	0,7431	0,7443	0,7455	0,7466	0,7478	0,7490	0,7501	0,7513	0,7524	0,7536	0,7547	41
49	0,7547	0,7559	0,7570	0,7581	0,7593	0,7604	0,7615	0,7627	0,7638	0,7649	0,7660	**40**
50	0,7660	0,7672	0,7683	0,7694	0,7705	0,7716	0,7727	0,7738	0,7749	0,7760	0,7771	39
51	0,7771	0,7782	0,7793	0,7804	0,7815	0,7826	0,7837	0,7848	0,7859	0,7869	0,7880	38
52	0,7880	0,7891	0,7902	0,7912	0,7923	0,7934	0,7944	0,7955	0,7965	0,7976	0,7986	37
53	0,7986	0,7997	0,8007	0,8018	0,8028	0,8039	0,8049	0,8059	0,8070	0,8080	0,8090	36
54	0,8090	0,8100	0,8111	0,8121	0,8131	0,8141	0,8151	0,8161	0,8171	0,8181	0,8192	**35**
55	0,8192	0,8202	0,8211	0,8221	0,8231	0,8241	0,8251	0,8261	0,8271	0,8281	0,8290	34
56	0,8290	0,8300	0,8310	0,8320	0,8329	0,8339	0,8348	0,8358	0,8368	0,8377	0,8387	33
57	0,8387	0,8396	0,8406	0,8415	0,8425	0,8434	0,8443	0,8453	0,8462	0,8471	0,8480	32
58	0,8480	0,8490	0,8499	0,8508	0,8517	0,8526	0,8536	0,8545	0,8554	0,8563	0,8572	31
59	0,8572	0,8581	0,8590	0,8599	0,8607	0,8616	0,8625	0,8634	0,8643	0,8652	0,8660	**30**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

60	0,8660	0,8669	0,8678	0,8686	0,8695	0,8704	0,8712	0,8721	0,8729	0,8738	0,8746	29
61	0,8746	0,8755	0,8763	0,8771	0,8780	0,8788	0,8796	0,8805	0,8813	0,8821	0,8829	28
62	0,8829	0,8838	0,8846	0,8854	0,8862	0,8870	0,8878	0,8886	0,8894	0,8902	0,8910	27
63	0,8910	0,8918	0,8926	0,8934	0,8942	0,8949	0,9857	0,8965	0,8973	0,8980	0,8988	26
64	0,8988	0,8996	0,9003	0,9011	0,9018	0,9026	0,9033	0,9041	0,9048	0,9056	0,9063	**25**
65	0,9063	0,9070	0,9078	0,9085	0,9092	0,9100	0,9107	0,9114	0,9121	0,9128	0,9135	24
66	0,9135	0,9143	0,9150	0,9157	0,9164	0,9171	0,9178	0,9184	0,9191	0,9198	0,9205	23
67	0,9205	0,9212	0,9219	0,9225	0,9232	0,9239	0,9245	0,9252	0,9259	0,9265	0,9272	22
68	0,9272	0,9278	0,9285	0,9291	0,9298	0,9304	0,9311	0,9317	0,9323	0,9330	0,9336	21
69	0,9336	0,9342	0,9348	0,9354	0,9361	0,9367	0,9373	0,9379	0,9385	0,9391	0,9397	**20**
70	0,9397	0,9403	0,9409	0,9415	0,9421	0,9426	0,9433	0,9438	0,9444	0,9449	0,9455	19
71	0,9455	0,9461	0,9466	0,9472	0,9478	0,9483	0,9489	0,9494	0,9500	0,9505	0,9511	18
72	0,9511	0,9516	0,9521	0,9527	0,9532	0,9537	0,9542	0,9548	0,9553	0,9558	0,9563	17
73	0,9563	0,9568	0,9573	0,9578	0,9583	0,9588	0,9593	0,9598	0,9603	0,9608	0,9613	16
74	0,9613	0,9617	0,9622	0,9627	0,9632	0,9636	0,9641	0,9646	0,9650	0,9655	0,9659	**15**
	60'	54'	48'	42'	36'	30'	24'	18'	12'	6'	0'	Градусы

Таблица XX (продолжение)

Градусы	0′	6′	12′	18′	24′	30′	36′	42′	48′	54′	60′	
75	0,9659	0,9664	0,9668	0,9673	0,9677	0,9681	0,9686	0,9690	0,9694	0,9699	0,9703	14
76	0,9703	0,9707	0,9711	0,9715	0,9720	0,9724	0,9728	0,9732	0,9736	0,9740	0,9744	13
77	0,9744	0,9748	0,9751	0,9755	0,9759	0,9763	0,9767	0,9770	0,9774	0,9778	0,9781	12
78	0,9781	0,9785	0,9789	0,9792	0,9796	0,9799	0,9803	0,9806	0,9810	0,9813	0,9816	11
79	0,9816	0,9820	0,9823	0,9826	0,9829	0,9833	0,9836	0,9839	0,9842	0,9845	0,9848	**10**
80	0,9848	0,9851	0,9854	0,9857	0,9860	0,9863	0,9866	0,9869	0,9871	0,9874	0,9877	9
81	0,9877	0,9880	0,9882	0,9885	0,9888	0,9890	0,9893	0,9895	0,9898	0,9900	0,9903	8
82	0,9903	0,9905	0,9907	0,9910	0,9912	0,9914	0,9917	0,9919	0,9921	0,9923	0,9925	7
83	0,9925	0,9928	0,9930	0,9932	0,9934	0,9936	0,9938	0,9940	0,9942	0,9943	0,9945	6
84	0,9945	0,9947	0,9949	0,9951	0,9952	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9962	**5**
85	0,9962	0,9963	0,9965	0,9966	0,9968	0,9969	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	1
89	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	**0**
	60′	54′	48′	42′	36′	30′	24′	18′	12′	6′	0′	Градусы

Таблица XXI

Тангенсы

Градусы	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	1′	2′	3′	4′	5′	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	3	6	9	12	14	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	3	6	9	12	15	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	3	6	9	12	15	87
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	3	6	9	12	15	86
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	3	6	9	12	15	**85**
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	3	6	9	12	15	84
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	3	6	9	12	15	83
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	3	6	9	12	15	82
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	3	6	9	12	15	81
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	3	6	9	12	15	**80**
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	3	6	9	12	15	79
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	3	6	9	12	15	78
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	3	6	9	12	15	77
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	3	6	9	12	15	76
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	3	6	9	12	16	**75**
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	3	6	9	13	16	74
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	3	6	9	13	16	73
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	3	6	10	13	16	72
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	3	6	10	13	16	71
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	3	6	10	13	17	**70**
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′						Градусы

Таблица XXI (продолжение)

Градусы	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	1′	2′	3′	4′	5′	
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	3	7	10	13	17	69
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	3	7	10	13	17	68
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	3	7	10	14	17	67
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	3	7	10	14	17	66
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	4	7	10	14	18	**65**
25	0,4663	0,4899	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	4	7	11	14	18	64
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	4	7	11	15	18	63
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	4	7	11	15	18	62
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5545	4	8	11	15	19	61
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	4	8	12	15	19	**60**
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	4	8	12	16	20	59
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	4	8	12	16	20	58
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	4	8	12	16	20	57
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	4	8	13	17	21	56
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	4	9	13	17	21	**55**
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	4	9	13	18	22	54
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	5	9	14	18	23	53
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	5	9	14	18	23	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	5	10	14	19	24	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	5	10	15	20	24	**50**
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′						Градусы

40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	5	10	15	20	25	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	5	10	16	21	26	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	5	11	16	21	27	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	6	11	17	22	28	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	6	11	17	23	29	**45**
45	1,0000	1,0060	1,0117	1,0176	1,0237	1,0295	1,0355	6	12	18	25	30	44
46	1,0355	1,0417	1,0477	1,0538	1,0600	1,0661	1,0724	6	12	18	25	31	43
47	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0976	1,1041	1,1106	6	13	19	25	32	42
48	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504	7	13	20	26	33	41
49	1,1504	1,1571	1,1640	1,1708	1,1778	1,1847	1,1918	7	14	21	27	34	**40**
50	1,1918	1,1989	1,2059	1,2131	1,2203	1,2275	1,2349	7	14	22	29	36	39
51	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799	8	15	23	30	38	38
52	1,2799	1,2877	1,2954	1,3032	1,3110	1,3191	1,3270	8	16	23	31	39	37
53	1,3270	1,3352	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764	8	16	25	33	41	36
54	1,3764	1,3848	1,3933	1,4019	1,4105	1,4193	1,4281	9	17	26	34	43	**35**
55	1,4281	1,4371	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	9	18	27	36	45	34
56	1,4826	1,4920	1,5012	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399	10	19	29	38	48	33
57	1,5399	1,5498	1,5597	1,5697	1,5797	1,5900	1,6003	10	20	30	40	50	32
58	1,6003	1,6107	1,6213	1,6319	1,6426	1,6533	1,6643	11	21	32	43	53	31
59	1,6643	1,6754	1,6865	1,6977	1,7090	1,7205	1,7321	11	23	34	45	56	**30**
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′						Градусы

Таблица XXI (продолжение)

Градусы	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	1′	2′	3′	4′	5′	
60	1,7321	1,7439	1,7556	1,7675	1,7795	1,7917	1,8040	12	24	36	48	60	29
61	1,8040	1,8166	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807	13	26	38	51	64	28
62	1,8807	1,8942	1,9074	1,9210	1,9347	1,9485	1,9626	14	27	41	55	68	27
63	1,9626	1,9769	1,9912	2,0057	2,0203	2,0352	2,0503	15	29	44	58	73	26
64	2,0503	2,0657	2,0809	2,0965	2,1123	2,1282	2,1445	16	31	47	63	77	**25**
65	2,1445	2,1611	2,1776	2,1943	2,2113	2,2285	2,2460	17	34	51	68	85	24
66	2,2460	2,2640	2,2818	2,2998	2,3183	2,3369	2,3559	18	37	55	74	92	23
67	2,3559	2,3752	2,3946	2,4142	2,2421	2,4544	2,4751	20	40	60	79	99	22
68	2,4751	2,4963	2,5172	2,5386	2,5604	2,5825	2,6051	22	43	65	87	108	21
69	2,6051	2,6282	2,6511	2,6746	2,6984	2,7226	2,7475	24	47	71	95	118	**20**
70	2,7475	2,7729	2,7981	2,8239	2,8501	2,8768	2,9042	26	52	78	104	130	19
71	2,9042	2,9323	2,9602	2,9887	3,0176	3,0473	3,0777	29	58	87	115	144	18
72	3,0777	3,1080	3,1398	3,1716	3,2039	3,2369	3,2709	32	64	96	129	161	17
73	3,2709	3,3058	3,3404	3,3759	3,4121	3,4492	3,4874	36	72	108	144	180	16
74	3,4874	3,5267	3,5658	3,6059	3,6467	3,6888	3,7321	41	82	122	162	203	**15**
	60′	**50′**	**40′**	**30′**	**20′**	**10′**	**0′**						**Градусы**

75	**3,7821**	**3,7769**	**3,8219**	**3,8667**	**3,9128**	**3,9614**	**4,0108**	**46**	**94**	**139**	**186**	**232**	**14**
76	**4,0108**	**4,0622**	**4,1129**	**4,1653**	**4,2190**	**4,2742**	**4,3315**	**53**	**107**	**160**	**214**	**267**	**13**
77	4,3315	4,391	4,4497	4,5107	4,5731	4,6376	4,7046	62	124	186	248	310	12
78	4,7046	4,7745	4,8434	4,9152	4,9886	5,0650	5,1446	73	146	219	292	365	11
79	5,1446	5,2279	5,3099	5,3955	5,4836	5,5753	5,6713	87	175	262	350	437	**10**
80	5,671	5,769	5,871	5,976	6,084	6,197	6,314						9
81	6,314	6,435	6,561	6,691	6,827	6,968	7,115						8
82	7,115	7,269	7,429	7,596	7,770	7,953	8,144						7
83	8,144	8,345	8,556	8,777	9,010	9,255	9,514						6
84	9,514	9,788	10,078	10,385	10,712	11,059	11,430						**5**
85	11,430	11,826	12,251	12,706	13,197	13,727	14,301						4
86	14,301	14,924	15,605	16,350	17,169	18,075	19,081						3
87	19,081	20,206	21,470	22,904	24,542	26,432	28,636						2
88	28,636	31,242	34,368	38,188	42,964	49,104	57,290						1
89	57,290	68,750	85,940	114,59	171,89	343,77	∞						**0**
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′						Градусы

Котангенсы

84 к.