

R.Ismatullayev

CHIZMA GEOMETRIYA

I qism

Oliy o'quv yurtlari uchun

Toshkent-2005

Chizma geometriya. I - qism.

Ushbu o'quv qo'llanma pedagogika oliy o'quv yurtlar ta'lim yo'nalishi 5140700 - «Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi» o'quv rejasi va dasturi asosida yozilib bakalavriat talabalariga mo'ljallangan. Qo'llanma chizma geometriyaning nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik va ularning o'zaro vaziyatlari va ortogonal proyeksiyalarini qayta tuzish usullarini o'z ichiga oladi. Qo'llanmada asosiy e'tibor olingan nazariy bilimlarga asosan masala yechishga qaratilgan.

Qo'llanmadan chizma geometriya kursini o'qiydigan barcha ta'lim yo'nalishi talabalari ham foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar:	Professor SH.Murodov, Dotsent T.Rixsiboyev
Mas'ul muharrir:	dots. E.Ro'ziyev
Muharrir:	Z.Mirholiqov

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi oliy o'quv yurtlariaro ilmiy – uslubiy birlashmalar faoliyatini muvofiqlashtiruvchi kengash prezidiumining 2003 yil 1 iyuldagi 57 – sonli majlis bayoni bilan o'quv qo'llanma sifatida nashrga tavsiya etilgan.

So'zboshi

Ushbu qo'llanma pedagogika oliy o'quv yurtlari badiiy grafika fakulteti talabalariga mo'ljallab, «Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi» bakalavriat yo'nalishi uchun chizma geometriya bo'yicha tasdiqlangan dasturga muvofiq yozildi.

Mazkur qo'llanma chizma geometriyaning nuqta, to'g'ri chiziq va tekisliklarga oid bo'limlarini o'z ichiga olgan bo'lib, bakalavriat talablaridan kelib chiqqan holda nazariy bilimlar asosida ko'proq amaliy masalalar yechishga qaratilgan.

Chizma geometriya matematik fan - proyektiv geometriya fanining o'ziga xos bir shohobchasi bo'lib, o'zining amaliy mohiyati jihatidan muhandislik fanlari qatoriga kiritiladi. U narsalarning geometrik xususiyatlariga asoslangan holda tasvirlash usullari yordamida ularning shakllari, o'lchamlari va o'zaro joylashishlarini, shuningdek, pozitsion, metrik va konstruktiv masalalarni yechish algoritmlarini o'rganadi.

Chizma geometriya tasvirlash usullari yordamida o'quvchining fazoviy tasavvurini kengaytiradi, tasvirlarni yasash va oldindan yasalgan tasvirlarni o'qiy bilish hamda muhandislik masalalarini yechishga yordam beradi.

Fanning mohiyatini asosan ikki narsa tashkil qiladi:

1. Fazodagi tabiiy buyum va geometrik jismlarni biror sirt yoki tekislik ustida tasvirlash usullari;

2. Jismlarning bajarilgan tasvirlari bo'yicha ular orasidagi pozitsion (o'zaro tegishlilik) va metrik munosabatlarini tekshirish;

Chizma geometriya usullaridan foydalanib, ma'lum qonun va qoidalari asosida, tekislikda jismlarni tasvirlari hosil qilinadi. Bu tasvirlar orqali buyumlarning fazoviy shaklini chizish va o'lchamlarni aniqlash mumkin.

Chizma geometriya kursida quyidagi masalalar o'rganiladi:

1) Fazodagi geometrik figuralarning tekislikdagi tasvirlarini yasash;

2) Pozitsion va metrik masalalarni grafik yechish usullari;

3) Figuralarning tekis tasvirlariga, proyeksiyalariga asosan ularning fazoviy ko'rinishlarini tasavvur qilish, ya'ni chizmani o'qish va ularni yaqqol tasvirini chizish.

4) Talabalarning boshqa muhandislik fanlarini o'zlashtirishida va amaliy faoliyatida zarur bo'lgan mantiqiy fikrlash, hamda fazoviy tasavvurlash qobiliyatini o'stirish ham o'rganiladi.

Ushbu qo'llanmani yozishda o'zlarining beg'araz ko'rsatgan yordamlari va maslahatlari uchun professor SH.Murodov, dotsentlar P.Odilov va T.Rixsiboyevlarga muallif o'z minnatdorchiligini bildiradi.

QO'LLANMADA FOYDALANILGAN SHARTLI BELGILAR

Shakl	Belgi	Misol	Belgining ma'nosi nimani bildiradi
Nuqta	Lotin alifbosining bosh harflari	A, B, C, ... 1, 2, 3, ...	A nuqtasi, B nuqtasi, C nuqtasi, 1 nuqtasi, 2 nuqtasi, 3 nuqtasi
Nuqtalarning ketma-ketligi Nuqtalarning proyeksiyalari	Lotin alifbosining bosh harflari	$A^I, A^{II}, A^{III} \dots$ A_1, A_2, A_3, \dots	A_1 - A nuqtaning gorizontaal proyeksiyasi A_2 - A nuqtaning frontal proyeksiyasi A_3 - A nuqtaning profil proyeksiyasi
Chiziqlar	Lotin alifbosining yozma harflari	a, b, c, d, ...	a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziq c to'g'ri chiziq
Burchaklar	Grekl alifbosining yozma harflari	$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	α burchagi, β burchagi, γ burchagi
Tekisliklar	Lotin alifbosining bosh harflari	M, N, K, ...	M tekisligi, N tekisligi, K tekisligi
Proyeksiyalar tekisligi	Lotin alifbosining bosh harflari	H, V, W	H – gorizontaal proyeksiyalar tekisligi, V – frontal tekisligi, W – profil proyeksiyalar tekisligi

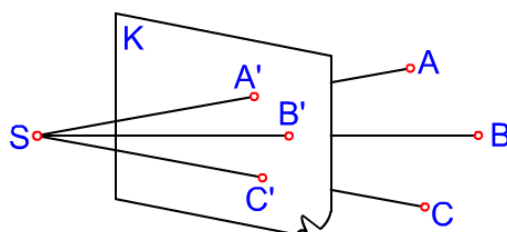
Tekislik izlari		P_H, P_V, P_W	P_H – tekislikning gorizontall izi P_V – tekislikning frontal izi
\cap	Kesishish	$a \cap b$	a to'g'ri chiziqning b to'g'ri chiziq bilan kesishuvi
\subset yoki \supset	O'zaro tegishlilik	$A \supset a$	A nuqta a to'g'ri chiziqqa tegishli
\parallel	Parallellik	$a \parallel N$	a to'g'ri chiziq N tekislikka parallel
\perp	Perpendikulyarlik	$t \perp M$	t to'g'ri chiziq M tekislikka perpendikulyar
=	1) Natija 2) Tenglik	$a \cap b = A$ $AB = CD$	A nuqta a va b to'g'ri chiziqlarning kesishuv natijasi
\equiv	Ustma-ust tushgan	$A \equiv A_1$	A nuqta o'zining gorizontall proyeksiyasi A_1 bilan ustma-ust tushgan
/	Inkor qilish	$A \not\subset a$ $a' \not\parallel b$	A nuqta a to'g'ri chiziq'iga tegishli emas. a va b to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel emas

I bob. KIRISH

1.1 § Proyeksiyalash asoslari, Yevklid fazosini kengaytirish

1.1.1. Proyeksiyalar haqida dastlabki tushunchalar

Fazoda K tekisligi va unda yotmaydigan S nuqta, hamda A, B, C nuqtalar berilgan bo'lsin (1-shakl). S nuqta bilan A nuqtani to'g'ri chiziq orqali birlashtiramiz. SA to'g'ri chiziq K tekislik bilan A' nuqtada kesishdi deb faraz qilaylik.



1-shakl

Bu jarayon proyeksiyalash deyilib, lotincha "aks ettirish" yoki "tasvirlash" degan ma'noni bildiradi. S – proyeksiyalash markazi, SA – esa proyeksiyalovchi nur deb ataladi. A' nuqta fazodagi A nuqtaning K tekislikdagi markaziy proyeksiyasi va K tekislik esa, proyeksiyalar tekisligi deyiladi.

Proyeksiya so'zi lotincha "olg'a uloqtirish" degan ma'noni bildirsada, biz uni narsaning tekislikdagi tasviri deb qabul qilamiz. A nuqtaning K tekislikdagi markaziy proyeksiyasini hosil qilish jarayoni ramziy belgilardan foydalanib quyidagicha ifodalash mumkin:

$$SA \cap K \rightarrow A'$$

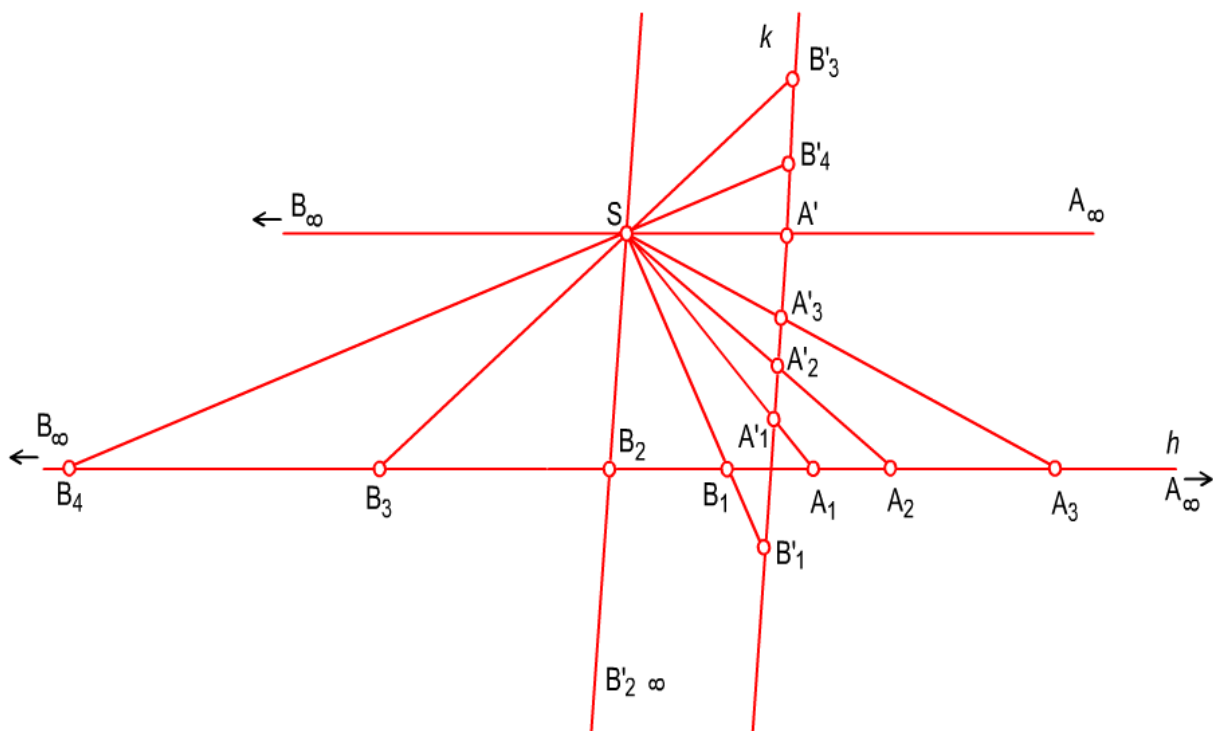
ya'ni, SA proyeksiyalovchi nur K proyeksiyalar tekisligi bilan kesishib A nuqtaning proyeksiyasi A' nuqtani hosil qiladi. B va C nuqtalarning markaziy proyeksiyalari ham shu usulni qo'llash orqali yasalgan, ya'ni

$$SB \cap K \rightarrow B'$$

$$SC \cap K \rightarrow C'$$

1.1.2. Yevklid fazosini xosmas elementlar bilan to'ldirish

Tekislikda o'zaro kesishuvchi h, k chiziqlar va ularda yotmagan S nuqta berilgan bo'lsin (2 - shakl).



2-shakl

S nuqtani proyeksiyalash markazi, k to'g'ri chiziqni - proyeksiyalar to'g'ri chizig'i va h ni proyeksiyalanuvchi to'g'ri chiziq deb qabul qilaylik. h to'g'ri chiziqda tanlab olingan A_1, A_2, A_3 nuqtalarni S proyeksiyalash markazi bilan birlashtiramiz. SA_1, SA_2, SA_3 proyeksiyalovchi nurlar proyeksiyalar to'g'ri chizig'i k bilan kesishib, unda bu nuqtalarning markaziy proyeksiyalari A'_1, A'_2, A'_3 ni hosil qiladi.

Demak, k proyeksiyalar to'g'ri chizig'idagi har bir nuqta proyeksiyasiga h to'g'ri chiziqdagi aynan bir nuqta mos kelmoqda va aksincha. Agar biz h to'g'ri chizig'i bo'ylab A_1, A_2, A_3 yo'nalishda A nuqtani cheksiz uzoqlashtirib, uni A_∞ bilan belgilasak, uning proyeksiyasini quyidagicha yasash mumkin.

A_∞ nuqtani h to'g'ri chiziqning xosmas nuqtasi deb ataymiz va uning proyeksiyasini hosil qilish uchun proyeksiyalash markazi S dan h ga parallel o'tkazamiz va uning k bilan kesishgan nuqtasini A'_∞ bilan belgilaymiz. Shunday qilib, A'_∞ nuqta ayni vaqtda ikki to'g'ri chiziqqa, ya'ni h ga va S nuqtadan unga parallel o'tkazilgan SA_∞ ga tegishli bo'ladi. h to'g'ri chiziqdagi A_∞ dan boshqa hamma nuqtalarni uning oddiy yoki xos nuqtalari deb ataladi.

Endi h to'g'ri chiziqda B_1 nuqtani tanlab uning k dagi markaziy proyeksiyasi B'_1 ni hosil qilamiz. Keyingi tanlangan B_2 nuqta orqali SB_2 proyeksiyalovchi nurni o'tkazsak, u k ga parallel bo'lib qoladi,

demak, u k to'g'ri chiziq bilan xosmas nuqtada kesishadi, ya'ni $SB_2 \cap k \rightarrow B_2'_{\infty}$.

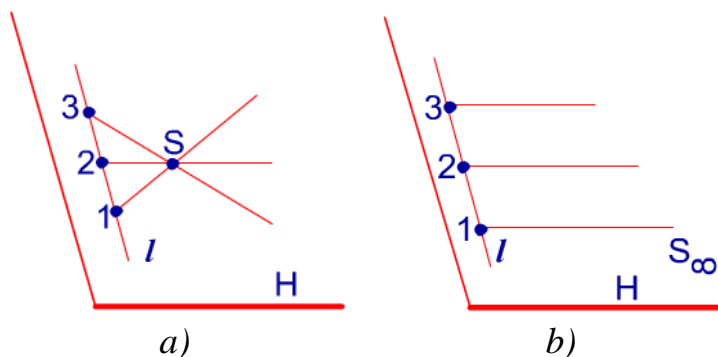
h to'g'ri chiziqda tanlangan B_3, B_4, \dots nuqtalarning k dagi markaziy proyeksiyalari A_{∞}' dan yuqorida joylashadi va nuqtalar h bo'ylab B_1 dan uzoqlashgan sari ularning proyeksiyalari yuqoridan pastga, ya'ni A_{∞}' ga yaqinlasha boradi. Shu yo'nalishda B nuqtani cheksiz uzoqlashtirib, uni B_{∞} deb olsak, uning proyeksiyasini yasash uchun S dan h ga parallel o'tkazishimiz kerak bo'ladi. SB_{∞} to'g'ri chiziq SA_{∞} bilan ustma - ust tushadi. Demak, B_{∞} ning proyeksiyasi B_{∞}' hamda A_{∞}' bilan ustma-ust tushadi: $B'_{\infty} \equiv A_{\infty}'$.

Demak, h to'g'ri chizig'i yagona xosmas nuqtaga ega, chunki u bitta nur orqali proyeksiylanmoqda. Agar ular ikkita bo'lganda edi, ularni proyeksiyalash uchun ikki proyeksiyalovchi nur ishlatilgan bular edi.

Shunday qilib, Yevklid fazosidagi har bir to'g'ri chiziqqa bittadan xosmas (cheksiz o'zoqlashgan) nuqta mos kelar ekan.

Bundan o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar bitta umumiy xosmas nuqtaga ega degan xulosaga kelamiz. Endilikda, tekislikda yotgan ikki to'g'ri chiziq hamma vaqt o'zaro kesishadi deya olamiz. Ular xos yoki xosmas nuqtada kesishishi mumkin.

Tekislikdagi bir nuqtadan o'tuvchi va tekislikka tegishli chiziqlar to'g'ri chiziqlar dastasi deyiladi. Agar to'g'ri chiziqlar kesishgan nuqta xos nuqtada joylashgan bo'lsa xos markazga ega to'g'ri chiziqlar dastasi deyiladi (3-shakl, a). S markazga ega bo'lgan bu to'g'ri chiziqlar dastasini l to'g'ri chizig'i bilan kesaylik. U dasta to'g'ri chiziqlarni 1, 2, 3 nuqtalarda kesgan bo'lsin. S dan chiqqan bu to'g'ri chiziqlarni uzilmas cho'ziluvchan rezinkalar deb faraz qilib,

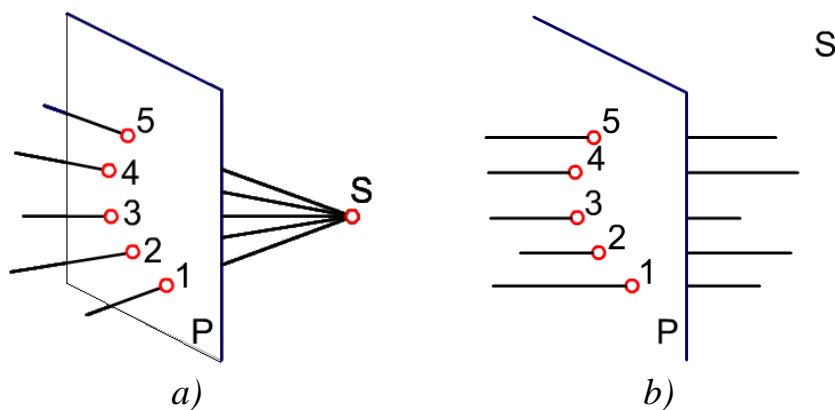


3-shakl

S markazni ma'lum yo'nalishda cheksiz uzoqlashtiraylik. Bu holda S_1, S_2, S_3, \dots to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel (3-shakl, b) bo'lib qoladi. Natijada xosmas markazga ega to'g'ri chiziqlar dastasiga ega bo'lamiz.

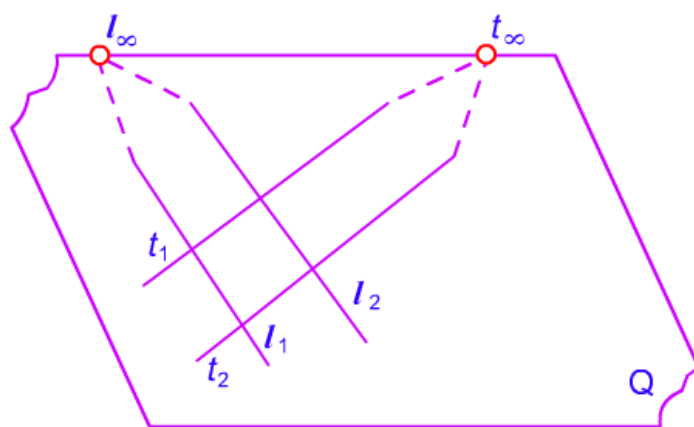
Fazoda joylashgan bir nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziqlar to'plamini to'g'ri chiziqlar bog'lami deyiladi.

Bog'lam markazi xos nuqtada joylashgan bo'lsa xos markazga ega, yoki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar bog'lami, agar xosmas nuqtada joylashgan bo'lsa, xosmas markazga ega yoki parallel to'g'ri chiziqlar bog'lami deyiladi (4-shakl, a,b).



4-shakl

5 - shaklda Q tekisligi va unda joylashgan ikki yo'nalishda t_1, t_2 va l_1, l_2 to'g'ri chiziqlar ko'rsatilgan.

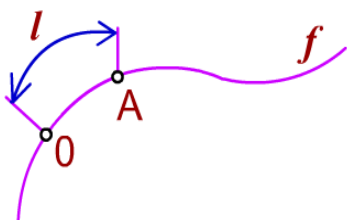


5-shakl

Tekislikdagi har bir to'g'ri chiziq bitta xosmas nuqtaga ega ekanligi bizga ma'lum. Bu xosmas nuqtalarning to'plami qanday chiziqni tashkil etadi? Har bir to'g'ri chiziq bu to'plam hosil qilgan to'g'ri chiziqni bitta xosmas nuqtada kesib o'tadi. Tekislikda yotgan cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlarga tegishli xosmas nuqtalar to'plami xosmas to'g'ri chiziqni hosil qilar ekan, ma'lumki tekislikdagi to'g'ri chiziq faqat to'g'ri chiziq bilangina bitta nuqtada kesishadi. Demak, tekislik bitta xosmas to'g'ri chiziqqa ega bo'ladi. O'zaro parallel tekisliklar bitta xosmas to'g'ri chiziq bo'yicha kesishib tekisliklar dastasini hosil qiladi.

1.2 § Geometrik elementlarni parametri

Egri chiziq va sirtlarni avvaldan qo'yilgan shartlarga asosan loyihalashda geometrik elementlar to'plamlarini parametrlash, ya'ni ularni quvvatini aniqlash ahamiyatga ega. Shuning uchun biz parametrlash bo'yicha boshlang'ich tushunchalar bilan tanishaylik. Tekislikda biror f chizig'i berilgan bo'lsin (6-shakl).



6-shakl

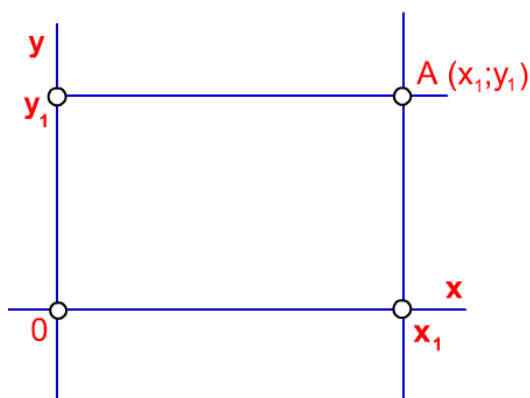
Unda yotgan A nuqtaning holatini aniqlash uchun uning biror nuqtasini 0 bilan belgilab, uni boshlang'ich holat sifatida qabul qilamiz.

Endi 0 nuqtadan A nuqttagacha bo'lgan masofani biror o'lchov birligi bilan, masalan l bilan yoki ma'lum bosib o'tgan yo'lga sarflangan vaqt birligi bilan aniqlashimiz mumkin. Har qanday holatda ham A nuqtaning holati bir parametr bilan aniqlanmoqda. Demak, boshqa har qanday nuqtaning holati ham bir parametr bilan aniqlanadi. Shuning uchun ham chiziqda bir parametrli nuqtalar to'plami mavjud deyiladi va quyidagicha belgilanadi - ∞^1 .

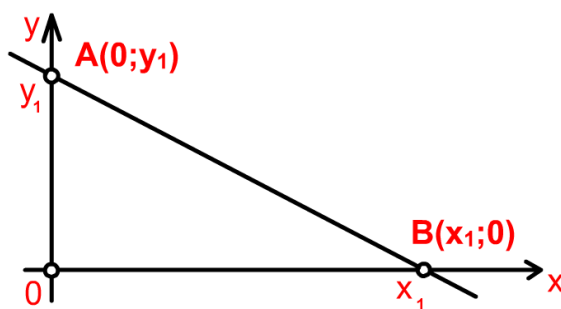
Agar tekislikka XOY koordinat tizimini kiritsak undan har qanday holatdagi nuqtaning o'rnini ikki son bilan aniqlash mumkin (7-shakl).

Shuning uchun ham tekislikda ikki parametrli nuqtalar to'plami mavjud deyiladi ∞^2 .

Tekislikda to'g'ri chiziqning holati uning OX va OY o'qlarini kesib o'tgan nuqtalar bilan aniqlanadi (8-shakl)



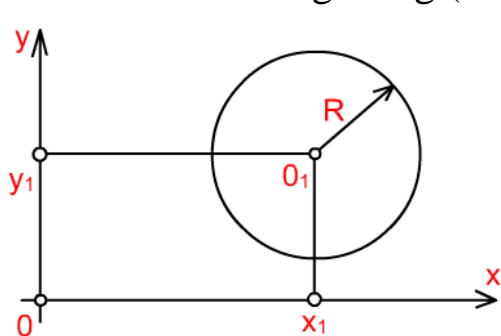
7-shakl



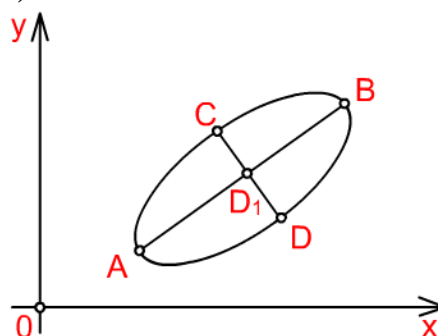
8-shakl

Har bir o'qda bir parametrli (∞^1) nuqtalar to'plami mavjud bo'lganligi uchun tekislikda ikki parametrli (∞^2) to'g'ri chiziqlar to'plami mavjuddir.

Tekislikda uch parametrlı ∞^3 aylanalar to'plami mavjud, chunki uning markazi ∞^2 va radiusi ∞^1 ga teng (9-shakl).



9-shakl



10-shakl

Bunda ∞^2 - holat parametri, ∞^1 – shakl parametri deyiladi.

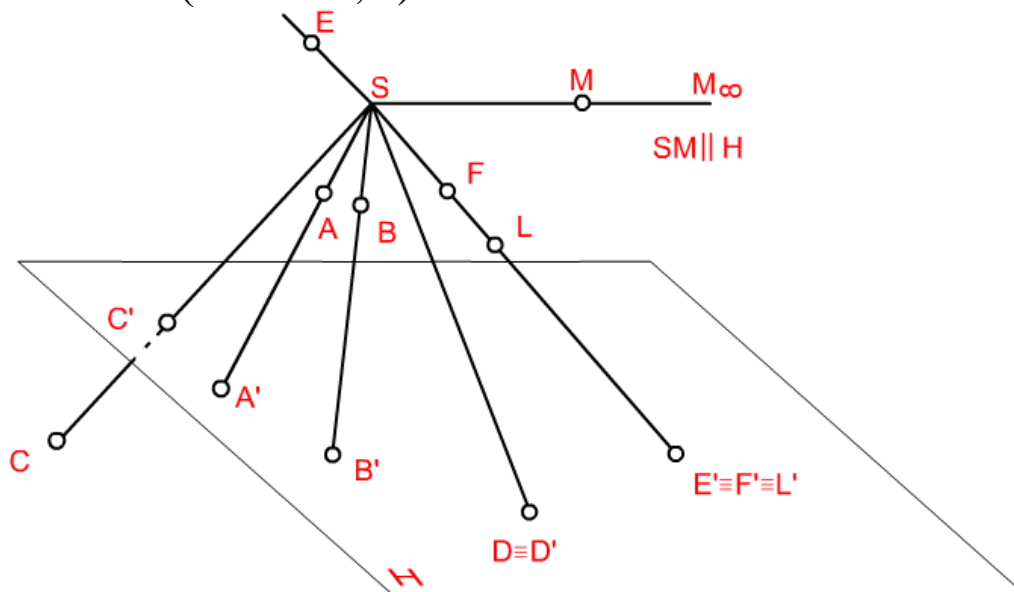
Tekislikda besh parametrlı (∞^5) ellipslar to'plami mavjud bo'lib, uning ∞^3 - holat parametrini, ∞^2 shakl parametrini tashkil qiladi (10-shakl).

Ellipsning katta o'qi tekislikda ∞^2 , ya'ni ikki parametrlı to'g'ri chiziqlar to'plamini tashkil etadi. Unda ellipsning markazi joylashadi. Markaz bu to'g'ri chiziqda ∞^1 , bir parametrlı nuqtalar to'plamiga ega. Endi katta o'qi ∞^1 va kichik o'qi ∞^1 bo'lganligi uchun ja'mi ellipslar tekisligida ∞^5 , ya'ni besh parametrlı ellipslar to'plamini tashkil qiladi.

1.3 § Markaziy va parallel proyeksiyalash va ularning xossalari

1.3.1. Markaziy proyetsiyalash

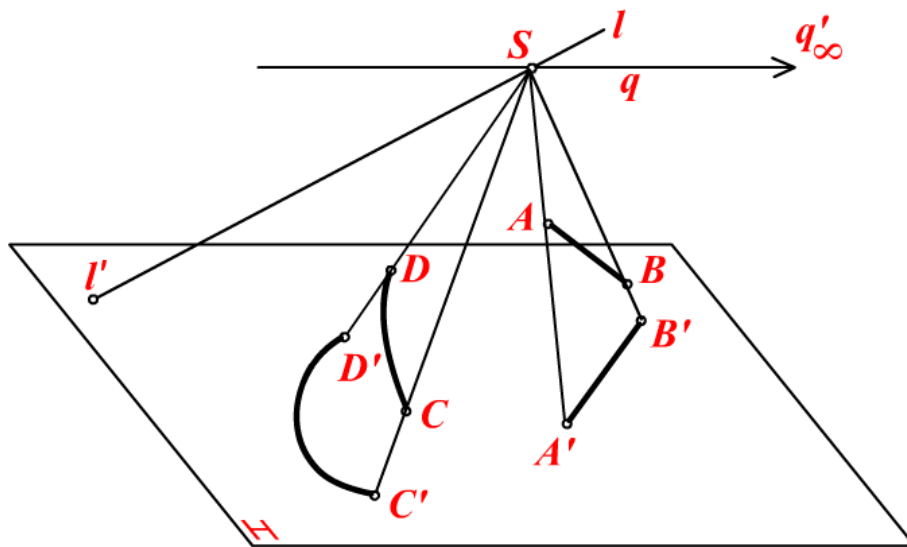
Fazoda S proyeksiyalash markazi va H proyeksiyalar tekisligi berilgan bo'lsin (11-shakl, a).



11-shakl, a)

Fazoda A , B va C nuqtalarni tanlaymiz va ular orqali S markazidan proyeksiyalovchi nurlar o'tkazib, bu nurlarning H tekislik bilan kesishuv nuqtalarini belgilaymiz. Belgilangan A' , B' , C' kesishuv nuqtalar mos ravishda A , B , C nuqtalarning H tekislikdagi markaziy proyeksiyalari bo'ladi. Tekislikda yotgan D nuqtaning markaziy proyeksiyasi D' nuqtaning o'zi bilan ustma-ust tushadi. Bitta proyeksiyalovchi nurda yotgan L , F , E nuqtalarning L' , F' , E' markaziy proyeksiyalari bitta nuqtada bo'ladi. Demak, nuqtaning tekislikdagi bitta proyeksiyasi uning fazodagi holatini aniqlab bera olmaydi, chunki proyeksiyalovchi to'g'ri chiziqda bir parametrli cheksiz ko'p nuqtalar to'plami mavjuddir. M nuqtani proyeksiyalovchi SM nur H proyeksiyalar tekisligiga parallel, shuning uchun ham M nuqtaning markaziy proyeksiyasi tekislikning xosmas to'g'ri chizig'ida bo'ladi.

Endi fazoda AB to'g'ri chiziq kesmasining H tekislikdagi proyeksiyasini yasaylik (11-shakl, b).



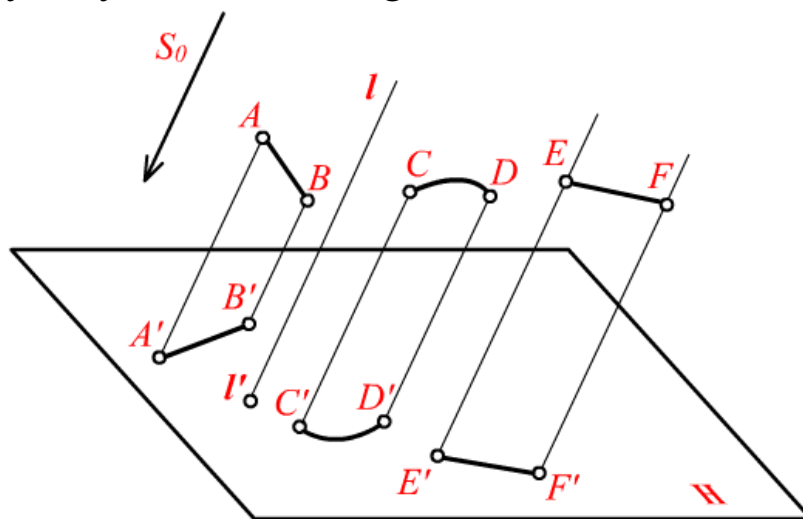
11-shakl, b)

S nuqtadan AB kesmaning hamma nuqtalari orqali proyeksiyalovchi nurlar o'tkazamiz. Bu nurlar to'plami S va AB orqali o'tuvchi SAB proyeksiyalovchi tekislikni tashkil qiladi. SAB tekislik proyeksiyalar tekisligi H bilan to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Shuning uchun ham AB kesmaning proyeksiyasi $A'B'$ umumiy holatda to'g'ri chiziq kesmasi ko'rinishda bo'ladi. CD egri chiziqning proyeksiyasi $C'D'$ egri chiziq bo'ladi, chunki S va CD orqali proyeksiyalovchi konus sirti o'tadi. U tekislik bilan egri chiziq bo'yicha kesishadi. S orqali o'tgan

har qanday chiziqning markaziy proyeksiyasi nuqta bo'ladi. Masalan: l to'g'ri chiziqning proyeksiyasi l' nuqta, H proyeksiyalar tekisligiga parallel q to'g'ri chiziqning proyeksiyasi H ga tegishli xosmas q_∞ nuqtada bo'ladi.

1.3.2. Parallel proyeksiyalash

Parallel proyeksiyalash markaziy proyeksiyalashning xususiy holi bo'lib, unda proyeksiyalash markazi proyeksiyalash yo'nalishi deb ataluvchi biror S_0 yo'nalishda cheksiz uzoqlashtirilgan deb faraz qilinadi (12-shakl). Parallel proyeksiyalashda to'g'ri chiziqning proyeksiyasi umumiy holda to'g'ri chiziq $AB \rightarrow A'B'$, egri chiziqning proyeksiyasi esa egri chiziq $CB \rightarrow C'B'$ bo'ladi. Proyeksiyalash yo'nalishiga parallel to'g'ri chiziqning proyeksiyasi nuqta tekislikka parallel to'g'ri chiziq kesmasining proyeksiyasi o'ziga teng va parallel bo'ladi. Parallel proyeksiyalash nurlari yo'nalishining proyeksiyalar tekisligiga nisbatan hosil qilgan α burchagiga qarab qiyshiq burchakli (agar $\alpha < \frac{\pi}{2}$) va to'g'ri burchakli (agar $\alpha = \frac{\pi}{2}$) proyeksiyalarga ajraladi. Biz asosan to'g'ri burchakli proyeksiyalash bilan shug'ullanamiz.



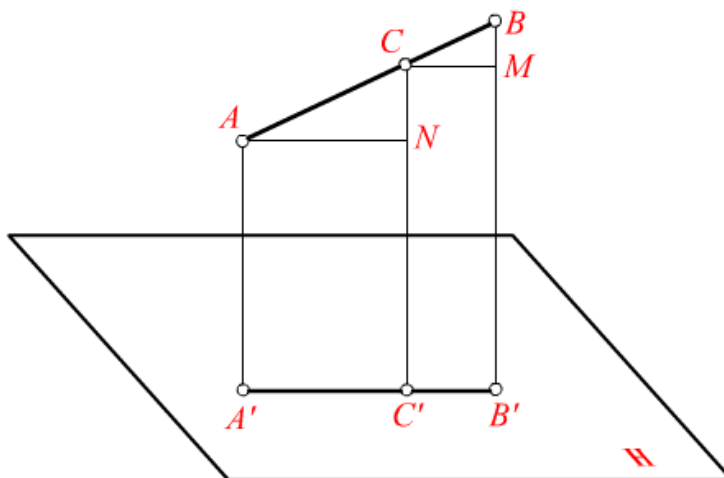
12-shakl

1.3.3. Parallel proyeksiyalarning xossalari

Geometrik obrazlarni (figuralarni) parallel proyeksiyalashda uning quyidagi asosiy xossalardan foydalaniladi.

1. Nuqtaning proyeksiyasi nuqta bo'ladi.

2. Proyeksiyalash markazidan o'tmagan yoki proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqning proyeksiyasi ham to'g'ri chiziq bo'ladi (11, 12-shakllar).



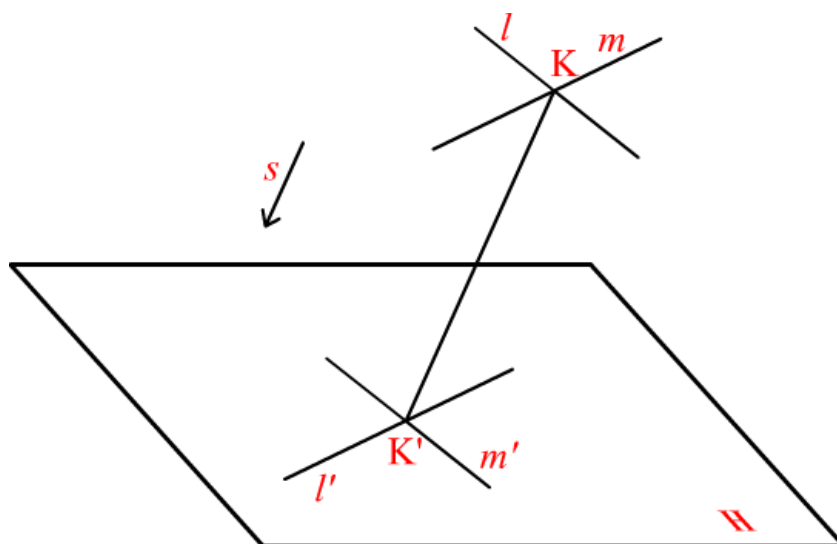
13-shakl

3. Agar nuqta biror to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lsa, uning proyeksiyasi ham to'g'ri chiziq proyeksiyasiga tegishli bo'ladi (13 - shakl).
4. Biror to'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo'luvchi nuqtaning proyeksiyasi, kesma proyeksiyasini ham shu nisbatda bo'ladi, ya'ni $AC:CB=m:n$ bo'lsa, $A'C':C'B'=m:n$ bo'ladi (13-shakl).

Faraz qilaylik C nuqta fazoda AB to'g'ri chiziq kesmasini $AC:CB=m:n$ nisbatda bo'lsin. $A'C':C'B'=m:n$ ekanligini isbotlashimiz zarur.

Buning uchun proyeksiyalanuvchi kesmaning A va C nuqtalaridan $A'B'$ proyeksiyaga parallel qilib to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz va ularning proyeksiyalovchi CC' va BB' nurlar bilan kesishgan N hamda M nuqtalarini belgilaymiz. Bundan $AN=A'C'$ va $CM=C'B'$ ekanligini payqash qiyin emas. Unda hosil bo'lgan ACN va CBM uchburchaklar o'xshash bo'ladi. Bu uchburchaklarning o'xshashligidan $AC:CB=AN:CM$ bo'ladi. Agar AN ni $A'C'$ bilan, CM ni $C'B'$ bilan almashtirsak, $AC:CB=A'C':C'B'$ ekanligi isbotlanadi.

5. O'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqning proyeksiyalari ham o'zaro kesishuvchi bo'lib, ularning kesishuv nuqtalari bitta proyeksiyalovchi nurda yotadi (14- shakl).

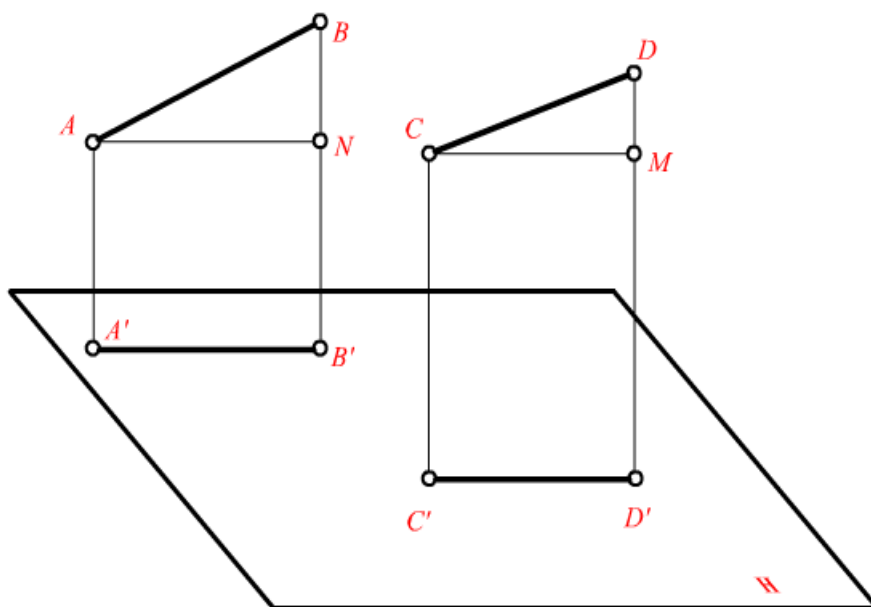


14-shakl

Shaklda K nuqtada kesishuvchi l va m to'g'ri chiziqlar berilgan. Agar $l \cap m = K$ bo'lsa, $l' \cap m' = K'$ bo'ladi.

Fazodagi l va m o'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqlarni H proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalovchi tekisliklar s proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'lagi uchun ularning o'zaro kesishish chizig'i ham proyeksiyalash yo'nalishiga parallel bo'ladi. Proyeksiyalashning 3-xossasiga asosan $K \subset l$ va $K \subset m$ bo'lgani uchun $K' \subset l'$ va $K' \subset m'$ bo'ladi. Demak, K' nuqta l' va m' to'g'ri chiziqlar uchun umumiy nuqta bo'lib ularning, ya'ni proyeksiyalarning o'zaro kesishish nuqtasidir.

6. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning tekislikdagi proyeksiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi. Agar $AB \parallel CD$ bo'lsa, u holda $A'B' \parallel C'D'$ bo'ladi (15-shakl).



16-shakl

Fazodagi AB va CD kesmalalar o'zaro parallel bo'lsa, ularni proyeksional tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi. Bu tekisliklar proyeksiyalar tekisligi H bilan kesishib o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarni hosil qiladi va shu to'g'ri chiziqlarda berilgan kesmalarning A'B' va C'D' proyeksiyalari yotadi. Demak, A'B' || C'D' hosil bo'ladi.

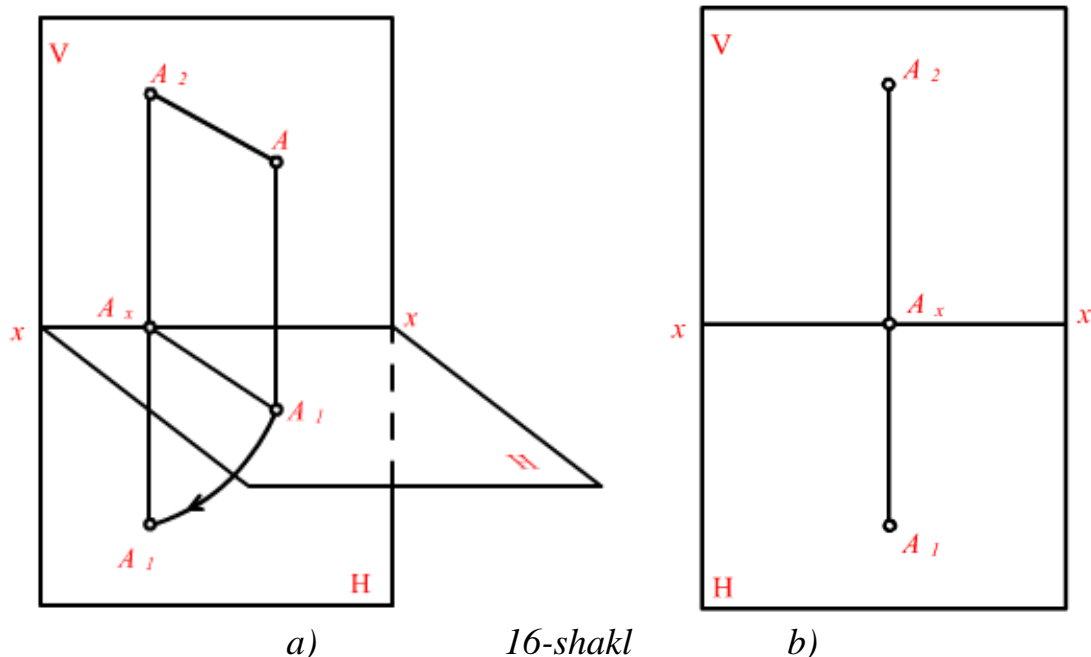
7. O'zaro parallel to'g'ri chiziq kesmalarining bir-biriga nisbati ularning proyeksiyalarining bir-biriga nisbatiga teng. AB va CD to'g'ri chiziq kesmalari va ularning A'B' || C'D' parallel proyeksiyalari berilgan (15-shakl).

AB:CD=A'B':C'D' ekanligini isbotlashimiz kerak. Kesmalarining A va C uchlaridan A'B' va C'D' proyeksiyalarga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz va ularning BB' hamda DD' nurlar bilan kesishgan nuqtalarini N va M bilan belgilaymiz. ANB va CMD uchburchaklarning o'xshashligidan AB:CD=AN:CM ekanligi ma'lum. Ammo AN=A'B' va CM=C'D' bo'lganligidan, AB:CD=A'B':C'D' ekanligi isbotlanadi.

1.4 § Nuqtaning o'zaro perpendikulyar ikki va uch tekislikdagi proyeksiyalari

Har bir geometrik jismni umuman nuqtalar to'plami sifatida qarash mumkin. Shuning uchun ham proyeksiyalarni o'rganishni nuqtalar tasviridan boshlaymiz. Lekin nuqtaning bitta tekislikdagi proyeksiyasi uning fazoviy holatini aniqlay olmaydi. Shuning uchun nuqtani o'zaro perpendikulyar ikki tekislikka proyeksiyalashni ko'rib chiqaylik. Proyeksiyalashning bunday tizimini chizma geometriya fanining asoschisi, mashhur fransuz matematigi va davlat arbobi Gospar Monj (1746-1818) yaratganligi sababli uning nomi bilan Monj metodi deb ataladi.

Fazodagi gorizontal H va unga perpendikulyar bo'lgan vertikal V tekislik olaylik (16-shakl, a), vertikal V tekislikni frontal (bizga yuzmayuz, ro'paramizda to'rganligi uchun) proyeksiyalar tekisligi deb ataymiz.



16-shakl

Gorizontal proyeksiyalar tekisligi H bilan frontal proyeksiyalar tekisligi V ning kesishuv chizig'i XX - proyeksiyalar o'qi deyiladi. Fazoning ikki proyeksiyalar tekisliklari bilan chegeralangan va bu tekisliklarda yotmagan A nuqtasini tanlaymiz. Bu A nuqtani H va V proyeksiyalar tekisliklariga ortogonal proyeksiyalab, ularda A nuqtaning mos ravishda A_1 va A_2 proyeksiyalarini hosil qilamiz.

Gorizontal proyeksiyalar tekisligidagi A_1 nuqta A nuqtaning gorizontal proyeksiyasi va frontal proyeksiyalar tekisligidagi A_2 nuqta A nuqtaning frontal proyeksiyasi deyiladi. A nuqtani bu ikki proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalovchi nurlar (AA_1 va AA_2) birgalikda proyeksiyalovchi tekislik ($A_1A_XA_2A$) ni hosil qiladi. Bu (A_1AA_2) tekislik gorizontal proyeksiyalar tekisligi H bilan A_1A_X to'g'ri chiziq bo'yicha va frontal proyeksiyalar tekisligi V bilan esa A_2A_X to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Bu A_1A_X va A_2A_X to'g'ri chiziqlar proyeksiyalar o'qi XX ga perpendikulyar bo'lib, nuqtaning gorizontal A_1 va frontal A_2 proyeksiyalarini bog'lab turadi va ular proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqlar deb ataladi. A nuqta gorizontal proyeksiyalar tekisligi H dan $AA_1=A_XA_2$ masofada, frontal proyeksiyalar tekisligi V dan esa $AA_2=A_XA_1$ masofada joylashgan. Demak, fazodagi nuqtaning o'rnini uning proyeksiyalarini XX proyeksiyalar o'qidan o'zoqliklariga qarab ham aniqlash mumkin ekan.

Endi gorizontal proyeksiyalar tekisligi H ni XX proyeksiya o'qi atrofida soat mili harakati yo'nalishi bo'yicha (agar chapdan qaralsa) 90° pastga burib frontal proyeksiyalar tekisligi V bilan jipslashtiramiz. Natijada 16-shakl, b) dagi tekis shaklga ega bo'lamiz. Bu tekis chizma-