Х. Р. ЛАТИПОВ

МАТЕМАТИКА И ШАХМАТЫ

$$\sum_{n=0}^{63} 2^n = 18446744073709551615$$

Радость видеть и понимать есть самый прекрасный дар природы

А. Эйнштейн

Х. Р. ЛАТИПОВ

МАТЕМАТИКА
И
ШАХМАТЫ

ТАШКЕНТ — «ИСТИКЛОЛ» — 2003

Рецензенты: **Ш. Фарманов,** Академик Республики Узбекистан
А. Грушевский, Девятикратный чемпион Республики Узбекистан, мастер спорта по шахматам.

Рекомендовано к печати ученым советом Таш ГТУ
им. А.Р.Беруни

В книге доктора физико-математических наук, профессора, кандидата в мастера спорта по шахматам Латипова Х.Р. рассказывается о математике и шахматах, о том, что эти две темы близки по своей природе. Приводится масса интересных задач и головоломок. Сравниваются две геометрии: математическая и шахматная. Рассказывается о шахматных успехах ЭВМ, дается математический метод вычисления рейтинговой системы. Даны интересные сведения о чемпионах мира по шахматам, афоризмы

Издание рассчитано на широкий круг читателей.

In the book of the doctor of mathematics and physics, professor, candidate of sports on chess Latipov Kh.R. tells about mathematics and chess, and also about similarity of these subjects. Gives many interesting exercises and puzzles. Compares two geometries: mathematical and chess. Tells about computerization of chess, gives a mathematical method of calculation of rating system.

The publication is destined for wide circle of readers.

Халим Рафикович
Латипов

МАТЕМАТИКА
И ШАХМАТЫ

Издательство «Истиклол», Ташкент, ул. Навои, 30.

Редактор *И. Богодарова*
Худ. редактор *Ж. Гурова*
Корректор *М. Акрамова*
Компьютерная верстка *А. Юлдашева*

Подписано в печать 3.07.03.
Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Печать офсетная. Усл. п.л. 4,2.
Уч. изд. л. 4,4. Тираж 1000. Заказ № 124.

Отпечатано в ООО "ARNAPRINT".
Ташкент, ул. Х. Байкаро, 51.

ОТ АВТОРА

В этой книге мы хотим кратко рассказать о царице всех наук — математике и уникальном явлении духовной жизни — о современных шахматах. И математика и шахматы своими результатами исследований дарят миллионам людей радость и способствуют дальнейшему творческому развитию.

Фильмы, пьесы, диссертации и ученые степени, почетные звания, медали и дипломы всех достоинств, награды и кубки, значки и марки — все это о математике и шахматах, математика и шахматы едины и многолики. Исследованию взаимосвязи математики и шахмат посвящено ничтожно мало работ. В этом один из мотивов, побудивших меня взяться за перо.

Как-то в своем выступлении по телевидению, посвященной успехам узбекских шахматистов, в частности, говоря об успехах молодого международного гроссмейстера Рустама Касымжанова Президент Республики Узбекистан Ислам Абдуганиевич Каримов сказал, что шахматы — это математика, они взаимосвязаны в своих расчетах, многочисленных вариантах, напряжении и постоянном поиске. Это было второй причиной написания книги.

Третья причина — это исследование компьютеризации шахмат, она имеет положительные и некоторые отрицательные моменты в их развитии.

Четвертая причина — это призыв, особенно к молодежи нашей республики, заниматься и математикой, и шахматами, приносящим миллионам людей нравственное и эстетическое наслаждение.

Книга профессора, доктора физико-математических наук Х. Р. Латипова, посвящена математике и шахматам, в которой установлена параллель между двумя сложнейшими темами, требующая глубоких знаний в этих областях.

Одна из глав этой книги носит название: «Классификация соревнований», в которой применяется метод, предложенный американским профессором математики Эло (уроженец Венгрии) для выявления победителя турниров по рейтинговой системе. Предложенный метод широко применяется для выявления лучшего спортсмена, человека года, политика, а также контроля успеваемости знаний студентов в учебном процессе.

Халим Рафикович Латипов является известным ученым по качественной теории дифференциальных уравнений, его знают далеко за пределами нашего Узбекистана. Многие его труды опубликованы в научных сборниках и трудах Германии, Англии, Голландии, Польши, Венгрии, Чехословакии Китая и др. странах, о чем свидетельствуют библиографические данные, опубликованные во втором издании: «Математика в СССР за сорок лет, 1917—1957 гг.», Москва, 1959 г.

Мне было очень приятно и интересно узнать о том, что один из выдающихся математиков Марков — старший был сильным шахматистом, в книге приводится его партия, сыгранная им с великим мастером Чигориным. В работе также приводится сравнение геометрии Евклида и шахматной геометрии, в последней оказывается, что катет больше гипотенузы. Сопоставляются понятия симметрии в математике и на шахматной доске, рассказывается о компьютеризации шахмат.

Шахматные партии, сыгранные в свое время Х. Р. Латиповым опубликованы в таких журналах, как «Шахматы в СССР», №10, 1950 г., имеющий самый высокий рейтинг в мире, а также в шахматных бюллетенях и в республиканских газетах. Он был неоднократным чемпионом г. Самарканда, призером первенства Узбекистана и участвовал в финальных юношеских соревнованиях бывшего СССР.

Такая книга, где рассказывается о математике и шахматах является первой в нашей Республике, она написана очень интересно, в ней приводятся также эпизоды из истории математики, физики и шахмат.

Считаю публикацию этой книги очень полезной и нужной для творческого развития молодежи.

Академик АН
Республики Узбекистан
Ш. ФАРМАНОВ

Действительно, это первая книга, посвященная и математике, и шахматам, изданная в нашей республике, да и в мировой литературе ничтожно мало изданий, в которых установлена параллель между этими сложнейшими темами, требующими глубоких знаний. Поэтому, я приветствую публикацию этой книги, которая, по моему мнению, будет полезной и для молодежи, и людям старшего поколения. Данная работа показывает, что математика и шахматы схожи в очень многих вопросах. Автора книги Халима Рафиковича Латипова, я знаю с 1948 года, с тех пор, когда мы два школьника участвовали в чемпионатах Узбекской ССР по шахматам, среди юношей и взрослых. Неоднократно принимали участие в командных первенствах республик бывшего СССР по шахматам среди юношей. Партии, сыгранные Латиповым Х. Р. Были предметом неоднократных публикаций в журнале «Шахматы в СССР», во всесоюзных бюллетенях и республиканских газетах.

После защиты докторской диссертации, став профессиональным математиком, Х. Р. Латипов не забывал своё любимое занятие, в котором видел не только спортивную игру, но и науку.

Ученый внимательно изучает шахматную литературу, следит за всеми шахматными турнирами. Интересуясь противоборством «компьютер-человек», Халим Рафикович анализирует, в каких стадиях шахматной игры (дебют, миттельшпиль, эндшпиль) ЭВМ проявляет себя с лучшей и слабой стороны. Книга увлекательна, легко читается, приводится много эпизода из истории шахмат и математики.

Написание такой книги требует знаний многих направлений: математики, шахматной науки, физики, истории, философии.

Считаю, что книга, написанная профессором, доктором физико-математических наук, кандидатом в мастера спорта по шахматам Латиповым Х. Р. принесет большую пользу в развитии творческих способностей нашей молодежи.

Девятикратный чемпион
Республики Узбекистан,
мастер спорта по шахматам
А. ГРУШЕВСКИЙ

Математика украшает любую науку.
Бекон

Комбинация — душа шахматной партии.
А.Алехин

ПРЕДИСЛОВИЕ

История шахмат, опираясь на имеющиеся документы, считает временем возникновения этой игры примерно середину шестого века нашей эры. Выдающийся английский востоковед и автор классической "Истории шахмат" (1913 г.) Г.Мэррей утверждает, что шахматы возникли в Индии около 570 года нашей эры.

В персидской поэме 600 года нашей эры уже имеются заметки об индийских шахматах и о том, что в Персию эта игра проникла из Индии. В 650-750 годах нашей эры была издана книга на персидском языке, информирующая, в частности, о распространении шахмат в Персии, во время царствования Хосрова (531-578 гг.).

Персидской поэт Фирдоуси, который жил на рубеже X и XI веков, в своих произведениях неоднократно описывал шахматы, а в одной из своих поэм он рассказывал о прибытии на двор персидского шаха Хосрова I посланников индийского раджи с подарками, среди которых находилась игра, изображающая картину битвы двух армий.

Бурный расцвет шахмат и начало их распространения во всем мире наступает лишь после завоевания Персии арабами.

Староиндийские шахматы, проникнув на Запад, несколько видоизменили свою форму и превратились, наконец, в ту игру, которая позднее пришла в Европу через соседние с Аравией страны. Постепенно проникновение шахмат на Восток принесло несколько новых разновидностей этой игры, среди которых наиболее интересными можно считать корейские, бирманские, китайские и японские шахматы. Несмотря на разницу во внешнем виде и в названиях, смело можно утверждать, что мы имеем дело с разновидностями одной и той же игры, так как все они объединяются принципом "мат" главной неприятельской фигуре противника.

Название "шахматы" происходит от фигуры, которую персы в честь своего монарха назвали шахом, то есть королем. Мат (дословно)- умер — это не персидское, а арабское название.

Китайские историки не считают полностью доказанным тезис об индийском генеалогическом корне шахматной игры, считая, что и китайские и индийские шахматы, возможно, произошли от общего, до сих пор еще не найденного, предка. Если осторожно подойти к решению этого вопроса, то можно сказать так: трудно установить, произошли ли китайские шахматы из Индии или наоборот, так как в обеих странах существуют легенды приписывающих идею возникновения этой игры различным мифическим или историческим героям.

Спор о возникновении, а вернее — появление шахмат удачно решается (по высказывании многих историков) одной мыслью: нет никаких сомнений в том, что шахматы не изобретены одним человеком и народом, а являются результатом народного творчества многих народов.

То, что шахматы изобретены всеми народами Земли, подтверждает их название:

— русская партия;
— венская партия;
— английская партия;
— испанская партия;
— итальянская партия;
— шотландская партия;
— будапештский гамбит;
— латышский гамбит;
— гамбит Эванса;
— контра гамбит Альбина;
— дебют Сокольского;
— дебют Вересова;
— дебют Рети;
— дебют Берда;
— дебют Колле;
— английское начало;

— каталонское начало;
— новоиндийская защита;
— стаориндийская защита;
— сицилианская защита;
— французская защита;
— славянская защита;
— индийская защита;
— голландская защита;
— скандинавская защита;
— защита Тарраша;
— защита Рагозина;
— защита Чигорина;
— защита Алехина;
— защита Нимцовича;
— защита Грюнфельда;
— защита Каро-Канн;
— защита Пирца-Уфимцева;
— защита Бенони;
— защита Филидора и т.д.

Шахматы и наука имеют много родственного. Ближе всего шахматы соприкасаются с математикой. Нет сомнений в том, что между шахматными и математическими способностями существует определенная связь, заслуживающая специального анализа. Не случайно, что математикой занимались всерьез многие чемпионы мира, начиная с первого шахматного "короля" В.Стейница.

Доктор Эм.Ласкер, второй чемпион мира, был крупным математиком, автором ряда фундаментальных работ по алгебре и теории игр. Доктор М. Эйве, пятый чемпион мира, закончил математический факультет Амстердамского университета и занимался теорией алгоритмов, возглавлял один из вычислительных центров в Голландии. Первый советский чемпион мира М. Ботвинник, доктор технических наук, специалист в области электротехники, в последние годы, занимался разработкой алгоритма игры в шахматы.

Шахматные термины и примеры можно встретить в литературе по кибернетике, теории игр, вычислительной математике, теории графов, теории чисел и комбинаторике. Важное место занимают шахматы в развитии современных методов программирования на электронных вычислительных машинах.

Почти в каждом сборнике олимпиадных математических задач или книге головоломок и математических досугов можно найти красивые остроумные задачи с участием шахматной доски и фигур.

Ситуация резко изменилась в связи с бурным развитием кибернетики и вычислительной техники. Шахматы — одна из наиболее удобных моделей, используемых математиками при разработке современных методов программирования на ЭВМ.

Жизнью доказано, что любая область исследования, если она не опирается на математику, ее точные расчёты и анализ, систематику и логику, не может достигнуть совершенства. Цивилизация расширила сферу ее влияния.

Сегодня мы с полной уверенностью можем говорить о том, что математика прочно заняла свое место и в шахматной игре компьютеров. У математики и шахмат много родственного. Такая древняя игра как шахматы, основана на научно-обоснованных математических методах и расчётах. Самая первая — это квадратная шахматная доска, поделенная на 64 квадратиков, имеющая 8 горизонтальных и 8 вертикальных строк и столбцов, соответственно две главные диагонали (геометрические свойства шахматной доски).

Рассказ о шахматной доске и зернах пшеницы (рассказ о геометрической прогрессии и об астрономическом числе зерен) сам по себе тоже представляет достаточно интересный математический объект. Формы мышления математика и шахматиста довольно близки, и не случайно математические способности нередко сочетаются с шахматными. Например, задачей о ходе коня занимался великий математик Леонард Эйлер, а задачей о восьми ферзях — другой великий математик Карл Гаусс.

Занятия шахматами и математикой требуют от человека большого напряжения, выдержки, многочисленных точных расчётов. Авантюра или не глубокие анализы сразу приводят к поражению. Поэтому математика и шахматы вырабатывают в человеке объективность и реальность. Рейтинговая система впервые была применена в шахматных соревнованиях для определения самого лучшего шахматиста. Теория рейтинговой системы была создана американскими математиками — братьями Элло (они по происхождению из Венгрии). Были применены формулы из теории вероятности и математической статистики. Рейтинговая система сейчас широко применяется и в других сферах человеческой деятельности. Например, она сейчас используется в учебном процессе для контроля успеваемости студентов. Каждая оценка (отлично, хорошо, удовлетворительно и неудовлетворительно) выражается в определенных количествах баллов, широко применяется для определения победителей различных соревнований, лучшего политика, человека года и т.д.

§1. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ШАХМАТНОЙ ДОСКИ

Шахматная доска сама по себе представляет достаточно интересный математический объект.

Прежде всего, напомним одну старинную легенду о происхождении шахмат, связанную с арифметическим расчётом на доске.

Когда индийский царь впервые познакомился с шахматами, он был восхищен их своеобразием и обилием красивых комбинаций. Узнав, что мудрец, который изобрел игру, является его подданным, царь позвал его, чтобы лично наградить за гениальную выдумку. Властелин пообещал выполнить любую просьбу мудреца и был удивлен его скромностью, когда тот пожелал получить в награду пшеничные зерна. На первое поле шахматной доски — одно зерно, на второе — два, и так далее, на каждое последующее вдвое больше зерен, чем на предыдущее. Царь приказал побыстрее выдать изобретателю шахмат его ничтожную награду. Однако на следующий день придворные математики сообщили своему царю, что не в состоянии выполнить желание хитроумного изобретателя. Оказалось, что для этого не хватить пшеницы, хранящейся не только в амбарах его царства, но и во всех амбарах мира. Если перевести на язык математики, то просьба изобретателя означает

$$1+2+2^2+\ldots+2^{63}=2^{64}-1 \qquad (1)$$

зерен.

Если сумму (1) обозначим через S, то она равна

$$S = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615 \qquad (2)$$

Это число записывается двадцатью числами и является фантастически большим.

Подсчет показывает, что амбар для хранения необходимого зерна с площадью основания 80 м^2 должен простираться от Земли до Солнца. Эта неожиданная развязка истории наглядно иллюстрирует грандиозные математические возможности, скрывающиеся в шахматной игре и царице самой математики — арифметике.

Написанная сумма (1) представляет собой возрастающую геометрическую прогрессию, знаменатель которой q=2. Этот пример показывает глубокое содержание арифметики, так как на первый взгляд сумма геометрической прогрессии кажется маленькой, в самом же деле получается астрономическое число, которое не имеет в обиходной литературе даже названия.

Итак, общее количество причитающегося зерна составляет сумму (2). Это означает 18 квинтиллионов 446 квадриллионов 744 триллиона 73 биллиона 709 миллионов 551 тысяча. При умножении на емкость это составляет:

$$922\ 337\ 203\ 685$$

кубических метров пшеницы, считая, что на один кубический см приходится 20 миллионов зерен (на $1 см^3$ — 20 зерен).

Высчитано, что для получения такого количества зерна следовало бы восемь раз засеять поверхность земного шара и столько же раз собрать урожай.

Закон взаимосвязи массы и энергии выражается соотношением

$$\mathbf{E}=mc^2$$

и является самым значительным уравнением XX столетия, где "m" - масса движения, а "c" — скорость света. Вывод уравнения энергии принадлежит А. Эйнштейну (1879-1955).

Из этого закона следует, что любой покоящийся объект с массой "m" обладает пропорциональной этой массе энергией "E" и наоборот.

Если один — единственный грамм массы превратить полностью в энергию, то при этом высвобождается 25 млн кВт.ч:

$$E=25\cdot 10^6 \text{ кВт. ч, т.е. } E=25\ 000\ 000 \text{ кВт.ч.}$$

Это не утопия, а практически используемый в ядерных силовых установках эффект.

В течение 10-часового дня Солнце излучает на Европейский континент около 130 млрд. кВт. ч. Это эквивалентно 5т массы, низвергающейся на нас ежедневно. Она, однако, не остается лежать на Земле неподвижно. Почти такую же массу теряет Земля в результате своего излучения в ночные часы.

Немецким физиком Максом Планком (1858—1947) получен другой вид уравнения энергии, а именно

$$E=h\cdot\nu$$

где $h = 6{,}6260755 \cdot 10^{-34}$ Дж·с и называется постоянной Планка, а ν — квант (частота излучения).

Этими примерами мы показали, какие глубокие результаты на практике можно получить при помощи математического аппарата.

Приведем одну гипотезу, использующую некоторые математические свойства шахматной доски. Согласно этой гипотезе шахматы произошли из так называемых магических квадратов.

Таблица 1

МАГИЧЕСКИЙ КВАДРАТ

64	**63**	**3**	**4**	**5**	**6**	**58**	**57**	**260**
56	**55**	**11**	**12**	**13**	**14**	**50**	**40**	**260**
17	**18**	**46**	**45**	**44**	**43**	**23**	**24**	**260**
25	**26**	**38**	**37**	**36**	**35**	**31**	**32**	**260**
33	**34**	**30**	**29**	**28**	**27**	**39**	**40**	**260**
41	**49**	**22**	**21**	**20**	**9**	**47**	**48**	**260**
16	**15**	**51**	**52**	**53**	**54**	**10**	**9**	**260**
8	**7**	**69**	**60**	**61**	**62**	**2**	**1**	**260**
260	**260**	**260**	**260**	**260**	**260**	**260**	**260**	

Магический квадрат порядка "n" представляет собой квадратную таблицу nxn, заполненную целыми числами от 1 до n^2 и обладающую следующим свойством: сумма чисел каждой строки, каждого столбца, а также двух главных диагоналей одна и та же. Для магических квадратов порядка 8 она равна 260 (таблица 1). Закономерность расположения чисел в магических квадратах придает им волшебную силу искусства. Недаром выдающийся немецкий художник А.Дюрер был настолько очарован этими математическими объектами, что воспроизвел магический квадрат в своей знаменитой гравюре "Меланхолия".

§2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

Аналитическое доказательство. Рассмотрим квадрат АВСД со стороной |AB|= "a". Разделим стороны квадрата на части длины "*b*" и "*c*", то есть

$$|AB| = |AB_1| + |B_1B|$$

или

$$a = b + c$$

Соединяя точки A_1, B_1 C_1 (Рис.1,а.), получим вписанный квадрат со стороной $|A_1B_1|$ = "d". $|A_1B_1|$ являются гипотенузой, а $|AB_1|$ и $|AA_1|$ — катетами прямоугольного треугольника A_1 A B_1. В результате построения мы получили два квадрата со сторонами "*a*" и "*d*", и четыре прямоугольных треугольника, с равными площадями. Площадь одного треугольника равна $\frac{1}{2} b \times c$, а четырех треугольников будет равна $2bc$. Площадь квадрата со стороной "a" будет

$$a^2=(b+c)^2$$

или

$$(b+c)2=2bc+d^2,$$

отсюда $d^2=b^2+c^2$ т.е.

Теорема: ***Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов.***

Геометрическое доказательство. Для этого разобьем шахматную доску на квадрат и четыре одинаковых прямоугольных треугольника (Рис.1,а). На Рис.1,б изображены те же четыре треу-

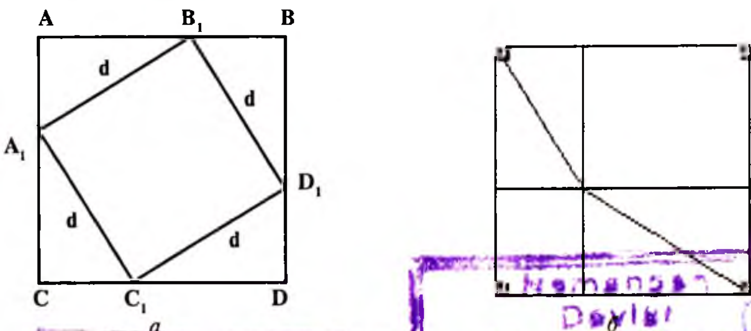


Рис.1

гольника и два квадрата. Треугольники в обоих случаях занимают одну и ту же площадь, и, следовательно, одну и ту же площадь занимают оставшиеся части доски без треугольников (на Рис.1,а — один квадрат, а на Рис.1,б — два) поскольку большой квадрат построен на гипотенузе прямоугольного треугольника, а маленькие — на его катетах, то теорема Пифагора доказана.

§3. РАССТОЯНИЯ НА ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ И ЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ

С точки зрения шахматиста, наиболее интересное свойство доски заключается в необычном измерении расстояний на ней.

Расстояния между двумя полями доски можно определить как число ходов, за которое король (самая медленная фигура) переходит с одного из них на другое. Шахматные расстояния отличаются от обычных. Так, в евклидовой геометрии расстояние от поля a1 до h8 больше (гипотенуза), чем от a1 до a8 (катет), однако на шахматной доске эти расстояния равны, оба пути король преодолевает за семь ходов.

Рассмотрим знаменитый этюд Рети, в котором геометрические особенности доски проявляются особенно эффективно (Диаграмма 1).

Кажется совершенно невероятным, что в этом положении белый король в состоянии догнать черную пешку. Однако это становится возможным, если он отправится за ней не по обычной прямой (h8-h1, катету), а по "королевской" (по гипотенузе).

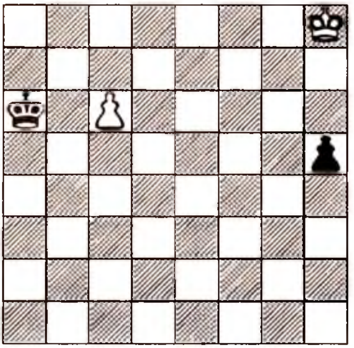


Диаграмма 1

1.Крg7-h4. 2.Крf6!. Теперь грозит 3.Кре6, после чего белая пешка при поддержке короля превращается в ферзя одновременно с неприятельской. Такая угроза не могла бы возникнуть, если бы белый король двигался за пешкой прямолинейно, по вертикали "h".

Как мы видим, белые спасаются здесь при помощи чисто геометрической идеи, заключающейся в том, что кратчайшее расстояние на шахматной доске измеряется не обязательно по прямой. В данном при-мере путь белого короля от h8 до h2 занимает шесть ходов, как при прямолинейном движении, так и при зигзагообразном: однако во втором случае черные вынуждены потратить два лишних темпа, и их "неудержимую" пешку удается остановить. Заметим, что обнаруженное свойство расстояний присуще не только шахматной доске. В математике изучается много геометрических объектов с необычными расстояниями между ними (так называемая неевклидова метрика).

Пешечный этюд Рети при своем появлении вызвал настоящую сенсацию в шахматном мире. Геометрическая идея, лежащая в его основе, в дальнейшем неоднократно совершенствовалась, однако по чистоте формы оригинал превзойти невозможно. Спустя семь лет Рети придал своему открытую еще более парадоксальный вид.

Единственная белая пешка делает ничью против трех связанных проходных пешек противника! **1.Kpg6 Kpb6 2.Kp:g7 h5** (2...f5 3.Kpf6 f4 4. Kpe5 f3 5.Kpd6) **3.Kp:f6 h4 2.Kpe5** со знакомым финалом; **1. ..h5 2.KP:g7 3.KP:f6** и.т.д.; **1. ..f5 2.Kp:g7 f4 3.KPf6 f3** (3...KPb6 4.Kpe5) **Kpe7** (e6). Ничья (Диаграмма 2).

Рассмотрим еще один этюдный эндшпиль, в котором белые выигрывают "геометрическим" способом. Пешка а7 беззащитна, и единственный шанс черных заключается в том, чтобы на неизбежное Кр:а7 ответить Крс7, не выпуская короля противника из заточения. Путь белого короля до пешки а7 занимает пять ходов, и существует 30 способов взять пешку за столько ходов, но лишь один из них приводит к цели: **1.Кре6! Крс3**

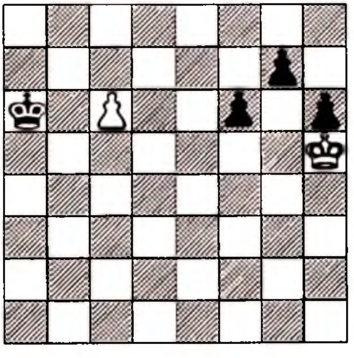


Диаграмма 2

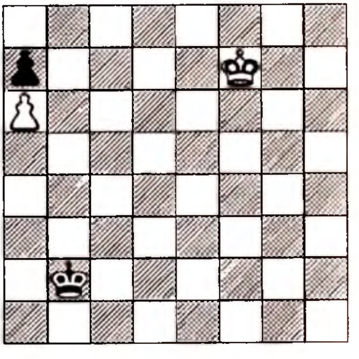


Диаграмма 3

2.Крd5! Белый король, как говорят шахматисты, отталкивает плечом своего черного оппонента. Теперь тот не может пойти на d4 и теряет решающий темп: **2. ..Крd3 3.Крc6 Крd4 4.Крb7 Крc5 5. Кр:a7 Крc6 6.Крb8** и. т. д. Не проходит, например, 1.Крe6 Крc3 2.Крd6 Крd4 3.Крc6 Крe5!4. Крb7 Крd6 5.Кр:a7 Крc7с ничьей (Диаграмма 3).

§4. СИММЕТРИЯ В ШАХМАТАХ И МАТЕМАТИКЕ

Симметрия как общий принцип гармонии в молекулах, кристаллах, живой природе имеет глубокий смысл. Изучение ее проявлений, закономерностей играет важную роль в математике, физике, химии, биологии, медицине и. т. д.

"Симметрия, как бы широко или узко мы ни понимали это слово, есть идея, с помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство" — так писал немецкий математик Герман Вейль. В повседневной жизни мы постоянно сталкиваемся с теми или иными мотивами симметрии. Орнаменты, мозаика, декоративные узоры восхищают наш взор симметричным расположением рисунка. В композиции многих гравюр известного голландского художника Эшера (в том числе с шахматным сюжетом) господствует симметрия.

Исключительно важную роль в физико-математических исследованиях играет симметрия, так как наличие симметрии (осевой или центральной) говорит о существовании периодических колебаний для дифференциальной системы уравнений

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y), \frac{dy}{dt} = Q(x, y), \qquad \text{(A)}$$

где $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ — полиномы.

С геометрической точки зрения, периодические колебания соответствуют замкнутым интегральным кривым системы (A).

Если для точки $x=x_0$, $y=y_0$ выполняется условие $P(x_0y_0)=0$ и $Q(x_0y_0)=0$ то такая точка M (x_0,y_0) называется особой или точкой покоя (т.е. в этой точке скорость равна нулю).

Если при замене x на $-x$ (y на $-y$) или x на $-x$ и у на $-y$ система (A) не меняет свой вид, то особую точку $M(x_0,y_0)$ будут окружать замкнутые интегральные кривые .

Рассмотрим следующий пример

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x + ay^3}{y + bx^3} \qquad \text{(B)}$$

Для уравнения (B) существует центральная симметрия, т.к. при замена x на $-x$ и y на $-y$ уравнения не меняет свой вид.

Если мы возьмем укороченное уравнение, т.е. линейное уравнение, оно получается из (А) при значении a=0, b=0, то получим

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

Это уравнение имеет общий интеграл

$$x^2+y^2=c,$$

где c — постоянная интегрирования, изображает семейство концентрических окружностей (рис 2).

Разнообразные мотивы симметрии встречаются и на шахматной доске. С одной стороны, речь может идти о симметрии естественной, т.е. возникающей в процессе шахматной партии, а с другой стороны — используемой в шахматных задачах и этюдах.

Наш рассказ — не фундаментальное исследование по данному вопросу, тем более он не дает каких-либо рецептов игры или решения задач, в нем лишь ставится цель познакомить читателя с некоторыми необычными шахматными партиями и позициями, основное свойство которых — симметрия.

Напомним, что симметрия бывает различных типов; наиболее распространены — осевая и центральная. На шахматной доске при осевой симметрии осью служит прямая, разделяющая левый и правый фланги доски (граница между вертикалями "d" и "e") или нижнюю и верхнюю части (граница между четвертой и пятой горизонталями). Если, скажем, белый конь стоит на c2, а черный на c7, то мы говорим, что эти кони расположены симметрично (очевидно, при осевой симметрии соответствующие друг другу поля имеет разные цвета). При центральной симметрии на доске центром симметрии является точка, в которой соприкасаются четыре центральных поля −d4, d5, e4, e5. В этом случае симметричны конь на c2 и конь на f7 (цвет полей совпадает). В дальнейшем мы не будем всякий раз уточнять, о какой именно симметрии идет речь, это будет ясно и так.

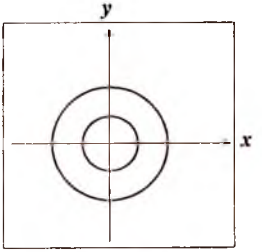


Рис. 2

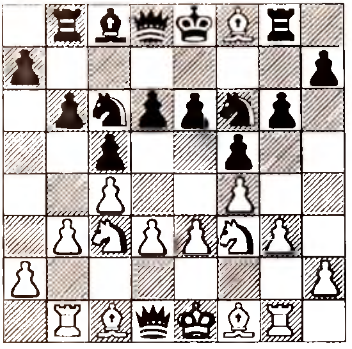


Диаграмма 4

Начнем с того, что симметрией обладает исходное расположение шахматных фигур. Симметричны старинные дебютные табии (позиции, с которых начинается игра), например "альмуджаннах".

Теперь представим себе, что партия началась, и черные в точности копируют ходы белых, желая подольше сохранить симметрию на доске. Разумеется, такая тактика к добру не приводит. Пользуясь "принципиальностью" партнера, белые могут заматовать неприятельского короля всего за четыре хода, причем одним из двух способов: **1. с4 с5 2. Фа4 Фа5 3. Фс6 Фс3 4. Ф: с8**х; **1.d4 d5 2. Фd3 Фd6 3. Фb3 Фh6 4.Ф : с8** х.

Известна такая забавная история. Некто явился в шахматный клуб и объявил, что нашел верный способ не проигрывать черными. "Каким образом?" — спросили его. "Очень просто, — ответил гость, — повторяя ходы противника!" Сыграть с наивным изобретателем вызвался С. Лойд, который и объявил ему мат в 4 хода.

Итак, при симметричной игре белый ферзь может объявить мат черному королю уже на четвертом ходу. Несколькими ходами позже матуют ладья, слон, конь и пешка: **1.h4 h5 2.g4 g5 3.Cg2 Cg7 4.Kh3 Kh6 5.hg hg6 7.hg hg 8.Л :h8**х; **1. E4 e5 2.Kpe2 Kpe7 3.Kpf3 Kpf6 4. Kpg3 Kpg6 5.Ce2 Ce7 6. Cf3 Cf6 7.d3 d6 8. Ch5**х; **1.g3 g6 2.Kc3 Kc6 3.e3 e6 4.Kge2 Kge7 5.Ke4 Ke5 6. Rf6**х; **1.g4 g5 2.h4 h5 3.Kf3 Kf6 4.Ke5 Ke4 5.hg hg 6.g6 g3 7.gf**х. Наконец, на девятом ходу мат может объявить белый король: **1.d3 d6 2.Kpd2 Kpd7 3. Kpc3 Kpc6 4.Kpb3 Kpb6 5. Kpa3 Kpa6 6. Ce3 Ce6 7. Cb6 Cb3 8.ab ab 9.Kpb4**х.

В книге "13 детей Каисы" И.Крейчик одного "ребёнка" назвал так: "Когда двое делают одно и то же". В этой юмореске он приводит три симметричные партии с одинаковым финалом — чёрный король получает мат. Вот одна из них, по мнению Крейчика, опровергается ферзевый гамбит: **1.d4 d5 2. Kf3 Kf6 3. c4 c5 4. Cg5 Cg4 5.e3 e6 6. Kc3 Kc6 7. Ce2 Ce7 8. 0-0 0-0 9. C:f6 C:f3 10. C: g7 C:g2 11. C:f8 C:f1 12. C:e7 C:e2 13. C:d8 C:d1 14. cd cd 15. dc dc 16. cb cb 17. baФ baФ 18. Cf6**х.

В двух других примерах аналогично опровергаются испанская и итальянская партии. В приведенных четырех ходовых миниатюрах игра белых была рассчитана исключительно на упрямство соперника. Так, Лойд, учитывая это обстоятельство, не испугался подставить под бой своего ферзя. В то же время в партиях, которые предлагает Крейчик, игра проходит вполне осмысленно.

Однако симметричные партии можно найти не только в юмористических рассказах, встречаются они и в серьезных турнирах. Один из наиболее достопримечательных примеров такого рода — партия, сыгранная в начале нашего века.

Ротлеви — Эльяшев
Дебют четырех коней

1. e4 e5 2. Kf3 Kf6 3. Kc3 Kc6 4. Cb5 Cb4 5. 0-0 0-0 6. d3 d6 7. C: c6 C:c3 8. C:b7 C: b2. C:a8 C: a1 10. Cg5 Cg4 11. Ф: a1 Ф: a8 12. C:f6 C:f3 13. C:g7 C:g2 14. C:f8 C: f1 15. Ф:f1 Ф: f8 16. Фg2 + Фg7.

Здесь противники, видимо, не на шутку опасаясь нарушить симметрию, согласились на ничью.

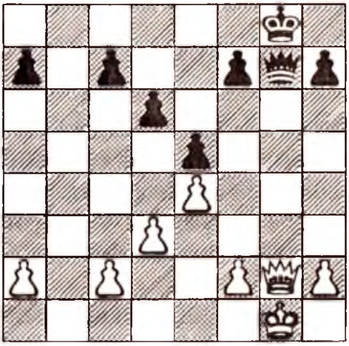


Диаграмма 5

§5. КОНЬ

Совсем не обязательно быть шахматистом, чтобы знать, какая шахматная фигура самая удивительная. Конечно, это конь! Не случайно выражение "ход конем" стало крылатым и прочно вошло в наш быт. А один из самых остроумных гроссмейстеров, С.Тартаковер, прямо считал, что "вся шахматная партия — это один замаскированный ход конем". Поэтому, переходя к математическим задачам с участием фигур, мы, прежде всего, остановимся на задачах о коне.

Основное свойство коня, которое отличает его от других фигур, состоит в том, что он на каждом своем ходу меняет цвет поля, на котором стоит. Многие задачи о коне удается эффектно решить, если воспользоваться указанным свойством.

Может ли конь с поля a1 добраться до h8, побывав на каждом поле доски ровно один раз?

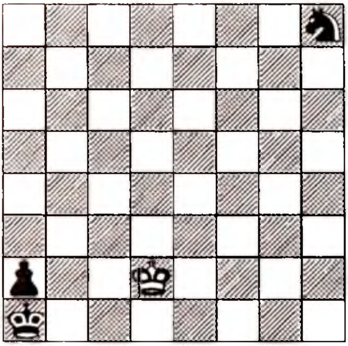


Диаграмма 6

Не может. Исходное поле a1 - черное, и, значит, на каждом нечетном ходу конь попадает на белое поле. Однако число 63 (именно на 63-м ходу конь прибывает в противоположный угол доски) нечетно, а поле h8 — черное.

Все оказалось довольно просто, но любопытно, что за доской шахматист иногда сталкивается с подобными вопросами. Например, рассмотрим позицию, изображению на Диаграмме 6. Белым здесь удается добиться ничьей единственным путем -1.Крс1! Теперь их король будет переходить с c1 на c2 и обратно, занимая каждый раз поле того цвета, что и конь, и не выпуская черного короля из заточения. В случае 1. Крс2 конь на d3 при короле на c2, и пешка проходила в ферзи. Аналогия между этим шахматным примером и предыдущей задачей очевидна.

Решим один изящный этюд, в котором требуется перехитрить коня (Диаграмма 7). Простой анализ позиции показывает, что фигуры обеих сторон в правом нижнем углу не могут двигаться, т.е., выражаясь шахматным языком, находятся во взаимном ц у г ц в а н г е. Например, если ферзь уйдет с h3, то либо будет потеряна ладья, либо двинется черный слон с угрозой f2-f1Ф. С другой стороны, любой ход слона f1 и коня h1 в начальном положении приводит к немедленной гибели черных, и, значит, они могут ходить только конем h8. Итак, белый король должен подойти к полю h8 и забрать этого коня. Идти он может только по черным полям, так как на белом поле получит шах слоном f1 с превращением пешки "f".

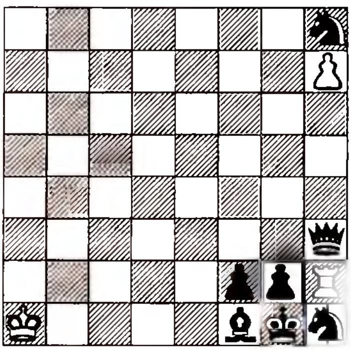


Диаграмма 7

Прямолинейное движение короля к угловому полю не дает результата: 1.Крb2 Kf7 2. Крс3 Kh8 3. Крd4 Kf7 (прикрывая поле e5) 4. Kpe3

Kh8 5. Kpf4 (на 5. Фh4 Cd3 6. Л: h1+ черные играют не 6...ghФ? 7. Ф: f2x, а 6...ghK!) 5...Kf7! (охраняя поля e5 и g5) 6. Kpe3 Kh8 7.Kpd4 Kf7 8.Kpc5 Kh8 9. Kpd6 Kg6!

Мы видим, что конь держит все поля вторжения белого короля. Для того чтобы все-таки прорваться к полю h8, белому королю нужно изменить соответствие цветов между ним и черным конем. Но этого можно достичь, лишь встав один раз королем на белое поле. Искомым является поле a8-единственное недоступное для черного слона.

После проведенного анализа решение находится почти автоматически: **1-6.Kpb2-c3-d4-c5-b6-a7** (черный конь в это время переходит с h8 на g6 и обратно)

7.Kpa8! Kg6 8.Kp8 Kh8 9.Kpc7 Kf7! Неожиданно черный конь опять создал барьер для короля, но это лишь временное препятствие. **10-13. Kpb6-c5-d4-e5 Kg6+ 14. Kpf6 Kh8 15.Kpg7 Kg6 16.h8 Ф** (после 16 Kp:g6 Cd3+ вся работа белых пошла бы насмарку) **16...K:h8 17.Kp:h8 Kg3 18.Ф:g3 Cd3 19.Ф:g2x.** Любопытно, что в решении этюда содержится любопытный геометрический мотив: белый король, прежде чем добиться цели, побывал в трех углах шахматной доски!

Мы начали главу одной задачей о путешествии коня. Займемся теперь подробнее этой темой, одной из самых популярных в шахматной математике. Прежде всего, договоримся о некоторых терминах, связанных с путешествием фигур по доске. Перемещение любой фигуры между двумя полями доски будем называть путем этой фигуры.

Если путь содержит все поля доски, то мы называем его маршрутом. При этом дальнобойная фигура (ферзь, ладья или слон), перемещающаяся по своему маршруту, не обязана останавливаться на каждом поле, лишь бы она проходила мимо всех полей доски (мимо некоторых можно более одного раза).

Маршрут замкнут, если последним ходом фигура возвращается на исходное поле, в противном случае маршрут открыт. В этой главе мы будем рассматривать только такие маршруты, которые проходят через каждое поле доски ровно один раз.

Произвольному пути или маршруту фигуры можно поставить в соответствие график, который получается в результате последовательного соединения прямолинейными отрезками центров полей, посещаемых фигурой. Такие графики, как мы увидим ниже, иногда могут иметь довольно забавный вид.

Возвращаясь к рассказу о коне, заметим, что задача о его маршруте, проходящем через все поля доски по одному разу, является классической в занимательной математике (обычно ее называют просто задачей о ходе коня).

Обойти конем все поля шахматной доски, посетив каждое из них ровно один раз.

Особая популярность задачи объясняется тем, что в XVIII и XIX веках ею занимались многие крупные математики, в том числе великий Леонард Эйлер, посвятивший ей большой труд "Решение одного любопытного вопроса, который, кажется, не подчиняется никакому исследованию". Хотя задача была известна и до Эйлера, лишь он впервые обратил внимание на ее математическую сущность, и поэтому задачу часто связывают с его именем.

Значительно труднее проблема, состоящая не в отыскании определенного маршрута коня по доске, а в нахождении всех маршрутов и подсчете их числа. Увы, эта задача не решена до сих пор, и шансов на успех немного. Известно, правда, что число решений не превосходить C_{168}^{63} (число сочетаний из 168 элементов по 63, оно состоит из ста цифр), но больше 30 миллионов. Математик Ф. Миндинг, подошедший к проблеме с алгебраической точки зрения, предложил метод, позволяющий вывести формулу для числа всех решений, однако вычисления, которые следует при этом провести, практически неосуществимы.

Литература, посвященная задаче о ходе коня, весьма обширна. Известно много методов для нахождения маршрутов коня, которые носят имя первооткрывателей — метод Эйлера и Вандермонда.

В математике Вандермонд известен своими трудами в области теории определителей. Например, известный определитель Вандермонда, имеет вид:

$$\Delta\left(x_1, x_2, \dots x_n\right) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & . & . & 1 \\ x_1 & x_1 & . & . & x_n \\ . & . & . & . & . \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & . & . & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

Определители впервые были введены для решения систем уравнений первой степени. В 1750 г. швейцарский математик Г.Крамер дал общее формулы, выражающие неизвестные через определители, составленные из коэффициентов системы. Теория определителей в настоящее время широко применяется во многих разделах наук.

§6. ЛАДЬЯ

Ладья является самой распространенной фигурой в комбинаторных задачах на шахматной доске и часто упоминается даже в серьезной математической литературе. Что общего, скажем, между шахматным термином "ладья" и чисто математическим понятием "многочлен"? Тем не менее, американский математик Дж. Риордан в своей книге "Введение в комбинаторный анализ" часто использует термин "ладейный многочлен". Оказывается, большой класс комбинаторных задач, важных в прикладной математике, сводится к подсчету числа тех или иных расстановок ладей на шахматной доске. При этом существенную роль играет многочлен

$$r_0 + r^1 x + r^2 x^2 + \dots + r_k x^k + \dots + r_n x^n,$$

где — число расстановок k ладей, не угрожающих друг другу на доске $n \times n (k \leq n)$*. Этот многочлен и называется ладейным, он возникает при решении задач по комбинаторике, теории групп, теории чисел. Приведем один известный пример из области комбинаторики.

Пусть требуется назначить n рабочих на n различных работ, причем каждая работа должна выполняться только одним рабочим. Сколькими способами можно осуществить такое назначение?

Поставим в соответствие рабочим — горизонтали шахматной доски nxn, а работам — ее вертикали. Если i-й рабочий назначается на j-ю работу, то поле, соответствующее пересечению i-й горизонтали и j-й вертикали, займем ладьей.

Так как каждая работа выполняется одним рабочим и каждый рабочий назначается на одну работу, то в результате расстановки n ладей все вертикали и горизонтали доски будут содержать по

---

* *Конечно, в шахматной игре фигуры одного цвета не угрожают друг другу. Когда мы говорим, пользуясь общепринятой терминологией, что две фигуры угрожают друг другу (находятся под ударом), то имеем в виду лишь то, что поля, на которых они расположены, связаны ходом этой фигуры. Если несколько фигур не угрожают друг другу, то мы их называем также мирными.*

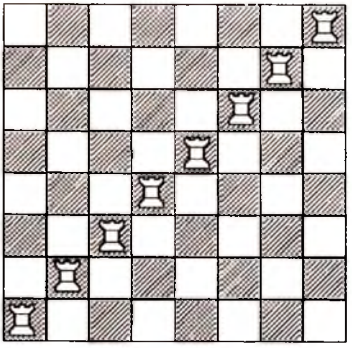


Диаграмма 8

одной ладье, т. е. ладьи не угрожают друг другу. Итак, нашей задаче о назначении можно придать шахматную формулировку.

Сколькими способами можно расставить n не угрожающих друг другу ладей на доске $n \times n$?

Фактически в этой задаче требуется найти число r_n коэффициент при старшем члене ладейного многочлена. Прежде чем провести вычисления, заметим, что при любом расположении более n ладей найдется хотя бы одна вертикаль и хотя бы одна горизонталь с двумя или более ладьями, т.е. n — это наибольшее число мирных ладей на доске $n \times n$. Одна из расстановок восьми мирных ладей на обычной доске приведена на Диаграмме 8*.

Выясним теперь, сколько всего существует искомых расстановок n ладей на доске $n \times n$. На первую вертикаль можно произвольно поставить одну из n ладей, затем на вторую вертикаль — одну из $(n-1)$ оставшихся ладей, причем горизонталь, занятая первой ладьей, исключается (ладьи не должны угрожать друг другу), на третью вертикаль — одну из $(n-2)$ оставшихся (горизонтали, занятые первыми двумя ладьями, исключаются) и т.д., вплоть до $(n-1)$ -й вертикали, на которой для ладьи остается выбор из двух горизонталей, и последней, n-й вертикали, с единственным полем для ладьи.

Комбинируя n различных расположений ладьи на первой вертикали с $(n-1)$ расположением на второй, $(n-2)$-на третьей и т.д., получаем $n(n-1)\ldots 2\cdot 1=n!$ различных расположений ладей. Это число и является искомым.

В частности, на обычной доске восемь ладей, не угрожающих друг другу, можно расположить $8!= 40320$ способами. Если ладьи занумерованы числами от 1 до n, то существует уже $(n!)^2$ расположений ладей, не угрожающих друг другу. Это следует из того, что n подходящих полей можно выбрать $n!$ способами; столько же способов имеется для расположения на этих полях n занумерованных ладей.

---

* *Мы будем часто встречаться с задачами, в которых тех или иных фигур явно больше, чем в одном шахматном комплекте.*

Если ладьи занумерованы числами от 1 до n, то существует уже $(n!)^2$ расположении ладей, не угрожающих друг другу. Это следует из того, что n подходящих полей можно выбрать n! способами; столько же способов имеется для расположения на этих полях n занумерованных ладей.

Итак, n рабочих можно назначить на n работ $n!$ различными способами. Пусть выбрано назначение, соответствующее Диаграмме 8, т.е. i-го рабочего назначили на i-ую работу, и требуется сделать новое назначение с учетом того, что каждый рабочий хочет поменять свою предыдущую работу. Сколько существует таких назначений? Эта задача имеет иную ладейную формулировку.

Сколькими способами можно расставить n не угрожающих друг другу ладей на доске $n \times n$ так, чтобы ни одна из них не стояла на главной диагонали (для обычной доски — на диагонали a1-h8)? Дополнительное условие значительно затрудняет решение задачи. Даже Эйлеру не удалось найти общую формулу для числа A_n указанных расстановок. Правда, он вывел рекуррентное соотношение $A_n=(n-1)(A_{n-1}+A_{n-2})$, с помощью которого можно последовательно определять значения A_n для любого $n \geq 3$ ($A_1=0$, $A_2=1$). Позднее была найдена формула для A_n, которая имеет следующий вид:

$$A_n = n!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \ldots + \frac{(-1)^n}{n!}\right).$$

Для n=8 получаем т.е. A_8=14833 при дополнительном условии число расстановок восьми ладей, не угрожающих друг другу, уменьшается почти втрое.

В рассмотренных задачах о ладьях, как и в аналогичных задачах для других фигур, обычно предполагается, что все они одного цвета. Если расставлять и белые, и черные фигуры, то число расстановок увеличивается.

Сколькими способами можно расставить n мирных ладей на доске $n \times n$, если k из них — белые и n-k —черные?

Всякая расстановка, удовлетворяющая условиям задачи, определяется выбором n полей для всех n мирных ладьей и затем указанием k полей из этих n-k полей из этих n, на которых будут расположены белые ладьи, остальные n-k займут черные ладьи. Таким образом, искомое число расстановок равно $n!\ C_n^k$.

Рассмотрим снова расстановку на Диаграмме 8. Мы видим, что восемь ладьей способны взять под обстрел все поля шахматной доски. Соответственно, для охраны всей доски nxn достаточно иметь *n* ладьей. Если ладьей меньше, чем n, то по крайней мере одна ее вертикаль и одна горизонталь окажутся пустыми и, значит, поле, стоящее на их пересечении, не будет атаковано.

Сколькими способами можно расставить *n* ладей на доске *n* x *n* так, чтобы они держали под обстрелом все для доски?[*]

Если *n* ладей охраняют доску, то либо на каждой вертикали, либо на каждой горизонтали стоит хотя бы одна из них (если существуют вертикаль и горизонталь, свободные от ладей, то поле, находящееся на их пересечении, не атаковано). Число расстановок *n* ладей — по одной на каждой вертикали равно n^n (первую ладью можно поставить на одно из *n* полей первой вертикали; вторую, независимо от первой, на одно из *n* полей второй вертикали и т. д.). Столько же имеется расстановок и по одной на каждой горизонтали. На первый взгляд кажется, что общее число расположений ладей равно $n^n+n^n=2n^n$. Однако при таком подсчете дважды учитываются расстановки, в которых на каждой вертикали и на каждой горизонтали стоит по одной ладье. Так как каждая из них характеризуется тем, что никакая пара ладей не угрожает друг другу, то решением задачи является число $2xn^n-n!$ Число расстановок восьми ладей, обстреливающих обычную доску, равно $2x8^8-8!=33514112$.

§7. ФЕРЗЬ

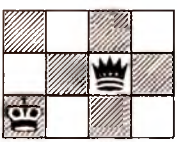


Диаграмма 9

Если конь — самая хитрая шахматная фигура, а ладья отличается своей прямолинейностью, то ферзь — сильнейшая из фигур, богатырь на шахматной доске. Возможности ферзя чрезвычайно велики, и ему принадлежат многие шахматно-математические рекорды.

Может ли один белый ферзь (Диаграмма 9) загнать черного короля из левого нижнего угла в правый верхний, т.е. на поле d3?

---

[*] *В комбинаторных задачах такого типа обычно предполагается что под угрозой находятся поля, свободные от фигур. Однако можно требовать, как в данном случае, чтобы под обстрелом находились все поля доски (и занятые и свободные). Далее мы всюду будем оговаривать какой из двух случаев имеется в виду.*

Покажем сначала, как загнать черного короля в ближайший угол доски: **1.Фd2 Крb1 2.Фc3 Крa2 3.Фc1 Крb3 4.Фd2 Крa3**, и цель достигнута. Труднее перегнать короля в противоположный угол доски.

1.Фc3+ Крa2 2.Фc1 Крb3 3.Фa1 Крc2 4.Фa2+ Крc3 (4... Крc1 "проигрывает" быстрее: 5.Фb3 Крd2 6.Фb1 Крc3 7.Фa2 Крd3) **5.Фb1 Крd2 6. Фb2+ Крd1.**

Возникла позиция, центрально — симметричная исходной, но теперь короля нужно загнать в ближайший угол доски. Это мы умеем делать. **7.Фa2!Крc1 8.Фb3 Крd2 9.Фb1 Крd2 10.Фa2 Крd3.**

Предполагалась, что белые сохраняют своего ферзя, иначе решение на ход короче: 6.Фd3+! Крc1 7.Фb3 Крd2 8.Фb1 Крc3 9.Фa2 Крd3.

Аналогичным образом короля можно загнать в любой угол доски mxn но при условии, что. Но, что удивительно, на квадратных досках завлечь короля на угловые поля, ближайшие к исходному, невозможно. Король блуждает между двумя противоположными углами доски, и ферзь не может изменить его траекторию.

Следующая головоломка того же типа ближе к реальным шахматам.

Задача о неприкосновенном короле. Белый король находится на поле c3 и не имеет права двигаться (почему и называется неприкосновенным). Может ли белый ферзь с помощью своего неприкосновенного короля заматовать одинокого короля черных?

Эта задача была известна еще в прошлом веке. Многие шахматисты, в том числе гроссмейстеры, ошибочно полагали, что заматовать короля нельзя. На помощь была привлечена ЭВМ. Математики А.Брудно и И.Ландау выяснили с помощью машины, что мат всегда дается, причем не позднее двадцать третьего хода (при любом начальном положении белого ферзя и черного короля), но только при неприкосновенном короле на полях c3, c6, f3, f6.

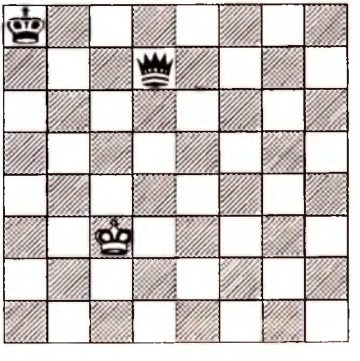


Диаграмма 10

Первый этап решения состоит в том, чтобы загнать черного короля на угловое поле a8 или h1.С этим заданием ферзь справляется без особого труда (устремиться на угловое поле a1 черному королю мешает неприкосновенный король белых; впрочем, там его тоже ожидала бы гибель). В результате получаем позицию, изображенную на Диаграмме 10.

Если теперь ход черных, то после **1...Крb8 2.Фс6!** белые матуют в 10 ходов: **2...Кра7 3.Фс8! Крb6 4.Фd7! Крс5** (4...Кра5 5.Фb7 и 4...Кра6 5.Фс7 Крb5 6.Фd6 приводит к основному варианту) **5.Фе6 Крb5 6.Фd6 Кра5 7. Фb4+** (7.Фс6 пат) **7...Кра6 8.Фb8 Кра5 9.Фb7 Кра4 10.Фа6**х.

Если же в данной позиции ход белых, то они должны передать его очередь противнику. Это достигается так называемым методом треугольника. Всего четыре хода: **1.Фd5+ Кра7** (1...Крb8 2. Фс6!) **2.Фb5 Кра8 3.Фа6+ Крb8 4.Фс6!** — и цель достигнута.

§8. КОРОЛЬ

Эта глава посвящена задачам и головоломкам с участием короля, который выделяется среди всех шахматных фигур своей неторопливостью — он может переступать только на соседние поля доски. Однако это свойство короля не мешает ему быть интересной фигурой с математической точки зрения.

В третьей главе, при знакомстве с этюдом Рети (см. Диаграмма 1), мы уже убедились в том, что геометрия шахматной доски заметно отличается от обычной, евклидовой геометрии.

При этом необычное измерение расстояний на доске лучше всего иллюстрирует движущийся король.

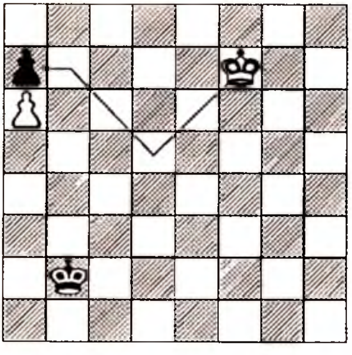


Диаграмма 11
И.Майзелис. Выигрыш

Приведем еще один пример на эту тему. В этом этюде пешка a7 беззащитна, и единственный шанс черных заключается в том, чтобы на неизбежное взятие Кр : a7 ответить Крс7, не выпуская неприятельского короля из заточения. Путь белого короля до пешки a7 занимает пять ходов, причем существует 30 способов взять эту пешку за столько ходов, но лишь один из них приводит к цели (см. Диаграмма 11).

1.Кре6! Крс3 2.Крd5!! Белый король, как говорят шахматисты, "отталкивает плечом"своего черного оппонента; теперь тот не может пойти на d4, и это решает дело. **2...Крd3 3. Крс6 Крd4 4.Крb7 Крd5 5. Кр : а7 Крс6 6. Крb8,** и пешка проходит в ферзи. Не годится, например, 1.Кре6 Крс3 2.Крd6 Крd4 3. Крс6 Кре5! 4.Крb7 Крd6 5. Кр : а7 Крс7 с ничьей.

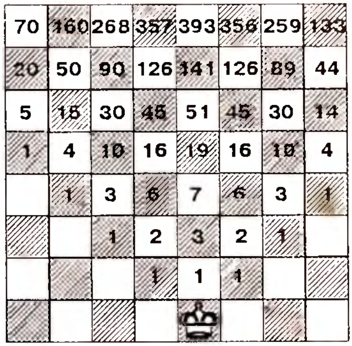


Диаграмма 12
Треугольник Паскаля на шахматной доске

Итак, у короля имеется много кратчайших путей между двумя полями доски. Для определения этого числа существует известный математический прием. Выясним, например, сколькими способами может добраться король с поля e1 до поля d8, двигаясь кратчайшем путем (т.е. путешествие занимает семь ходов). Очевидно, он может идти к цели любыми зигзагообразными маршрутами, лишь бы на каждом ходу переходить с одной горизонтали на другую и находиться в рамках прямоугольника e1 — a5 — d8 — h4.

Для подсчета искомого числа путей составим таблицу чисел, которые будем помещать прямо на полях доски.Число, стоящее на данном поле, равно числу кратчайших путей до него с поля e1.На поля d2,e2 и f2 король может попасть кратчайшим путем (в один ход) единственным способом, и поэтому на них стоят единицы.

По той же причине единицы стоят на полях c3 и g3. На d3 за два хода король попадает двумя способами (с полей d2 и e2, 1+1=2), на e3- тремя (с полей d2, e2 и f2, 1+1+1=3). В общем случае число кратчайших путей до данного поля складывается из одного, двух или трех чисел, стоящих на полях предыдущей горизонтали, с которых король попадает на данное поле в один ход. Пользуясь этой закономерностью, мы в конце концов заполним всю таблицу и получим, что с поля e1 до поля d8 король может добраться кратчайшим путем 357 способами. Полученная таблица носит название треугольника Паскаля (Диаграмма 12).

Заполняя соответствующую таблицу, можно найти число кратчайших путей короля между любой парой полей. При этом доска

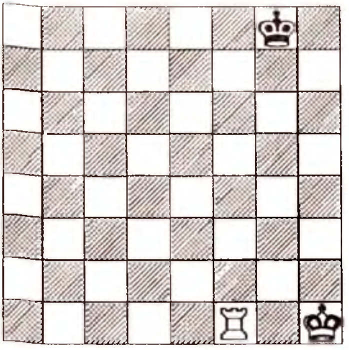


Диаграмма 13
Выигрыш с неподвижной ладьей

может иметь произвольную форму и даже содержать запрещенные поля.

В предыдущей главе мы рассмотрели головоломку о неприкосновенном короле, в которой главная шахматная фигура играла весьма пассивную роль. Теперь мы приведем иную задачу — в ней всех ходы, кроме заключительного, разрешается делать только королю (Диаграмма 13).

Эта задача иллюстрирует один из важнейших приемов в эндшпиле, который носит название оппозиции. После **1.Kpg2!** короли оказываются на одной вертикали, причем их разделяет нечетное число полей (пять), т.е. белые захватывает оппозицию. Если теперь черный король движется по линии "g", то оппозиция сохраняется — **1...Kpg7 2.Kpg3**! (расстояние опять нечетно, три поля) **2...Kpg6 3.Kpg4** (одно поле). Итак, черные вынуждены покинуть вертикаль "g" — **3...Kph6 4.Kpf5!** До сих пор белый король не мог встать перед ладьей, так как черный король сразу вырывался на свободу через линую "f". Теперь такая возможность появилась, и белые осуществляют обходной маневр.

4...Kpg7 (увы, после 4...Kph5 ладье разрешается вступить в игру — 5.Лh1x) **5.Kpg5!** (вновь оппозиция завоевана) **5...Kph7 6.Kpf6! Kpg8 7.Kpg6! Kph8 8.Лf8**x (6...Kph8 7.Kpf7 Kph7 8.Лh1x)

Перейдем к вопросу о путешествии короля на шахматной доске. Ясно, что его маршрут по всем полям доски занимает 63 хода (а замкнутый-64). При этом король может воспользоваться любым не самопересекающимся маршрутом ладьи или ферзя, но двигаться более медленным темпом. Интересна также задача о путешествии короля.

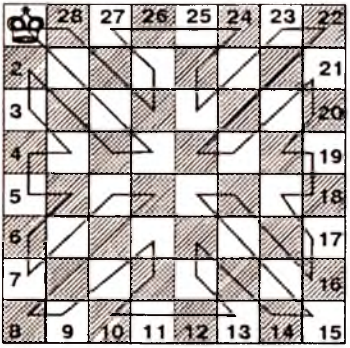
Доказать, что замкнутый маршрут короля по всем полям доски (ни одно из полей не посещается дважды) содержит не меньше 28 "прямых" ходов (вдоль вертикали или горизонтали).

Очевидно, график указанного маршрута не имеет самопересечений (в противном случае, хотя бы через одно поле король проходит дважды).

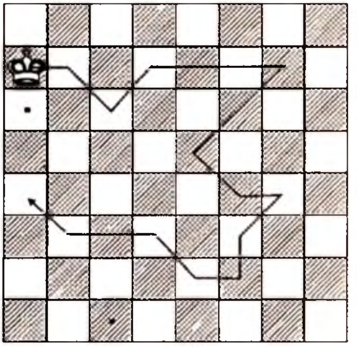
Приведем прежде всего маршрут, в котором король делает ровно 28 "прямых" ходов. Рассмотрим теперь произвольный замкнутый маршрут короля без самопересечений, и занумеруем все 28 крайних полей доски числами 1, 2, ...28 в том порядке, в каком король посещает их. Этот маршрут можно разбить на 28 участков: от первого крайнего поля до второго, от второго до третьего, и т.д., от поля 28 до первого.

Покажем, что начальное и конечное поля каждого участка являются соседними на границе доски (Диаграмма 14,а). Предположим противное: пусть крайние поля хотя бы одного из участков не соседние. Для участка, показанного на Диаграмме 14,б, таковыми являются поля a7 и a4. Поскольку маршрут короля замкнут, то начальное поле и направление обхода можно выбрать произвольно. Будем считать, что маршрут начинается с поля a7 и идет к полю a4. Раз поля a7 и a4 не соседние, то рассматриваемый участок a7 — a4 разбивает доску на две части. Возьмем два поля, принадлежащие разным частям, например, a6 и c1. Король должен побывать и на этих полях. При этом путь a6 — c1 обязательно пересечет путь a7 — a4. Таким образом, мы получили противоречие того, что маршрут короля не имеет самопересечений.

Итак, начальное и конечное поля каждого из наших 28 участков являются соседними на границе доски. Ввиду того, что эти поля имеют разный цвет, вдоль каждого из участков король делает хотя бы один "прямой" ход (при "диагональных" ходах цвет полей не меняется). Из этого и следует, что искомый маршрут содержит не менее 28 ходов вдоль вертикали или горизонтали. Поскольку король при желании может сделать все 64 хода "пря-



а



б

Диаграмма 14
Задача о замкнутом маршруте короля

мые", то попутно мы выяснили следующее обстоятельство. Наименьшая длина замкнутого маршрута короля по всей доске равна 64, а наибольшая.

Король — самоубийца. На доске 1000×1000 находится белый король и 499 черных ладей. Доказать, что при произвольном начальном расположении этих фигур король за некоторое число ходов может встать под шах, как бы черные ни играли.

Пошлем короля сначала в левый нижний угол доски и затем по главной диагонали вправо вверх. После первого хода из угла (Кра1 — b2) и ответного хода черных три нижние горизонтали и три левые вертикали должны быть свободны от ладей, иначе уже вторым ходом король встанет под шах. Таким образом, все ладьи находятся выше и правее короля. Пусть теперь король сделал еще 997 ходов по главной диагонали, и черные ответили на его последний ход. В этот момент ни одна из ладей не должна находиться на трех верхних горизонталях и трех правых вертикалях. Иначе говоря, все ладьи расположены левее и ниже короля (иначе он следующим ходом добьется своей цели).

Это означает, что к рассматриваемому моменту каждая ладья должна была сделать два хода, поменяв свою вертикаль и горизонталь до того, как на них появится король. Но ладей имеется 499 и за 997 ходов они не успевают переместиться — не хватает одного хода!

В предыдущей головоломке белый король стремился встать под шах, а неприятельские фигуры убегали от него. В следующей задаче цели обеих сторон совпадают.

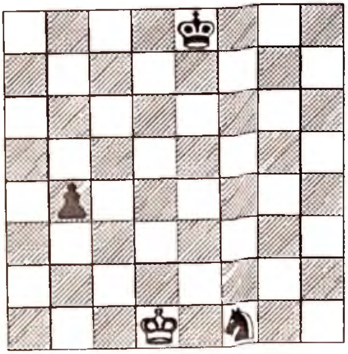


Диаграмма 15
Э. Погосянц. Ничья

Белый король стоит в левом нижнем углу, а черный конь в правом верхнем. Через сколько ходов король может получить шах на доске 100×100, на доске 1000×1000?

На обычной доске шах объявляется уже на третьем ходу: 1.Крb2 Kg6 2.Крc3 Kf4 3. Крd4 Ke6+. На больших досках сближение короля и коня, очевидно, затягивается. На доске 100×100 дело кончается шахом после 39.Кр(39,39) К(41,40)+, а на доске1000×1000 после 399. Кр(399,399) К(401,400)+.

Следующий этюд (Диаграмма 15) к математике непосредственного отношения не имеет, однако он просится в главу о короле. Дело в том, что это, возможно, единственное шахматное произведение, в котором белые представлены одним королем.

1.Крe2! Прямолинейное 1.Крc2 проигрывает, ввиду 1...Кe3+ и 2...Kd5, и черные спасают свою пешку. **1...Крd7.** После 1...b3 2.Крd3 Кe3 3.Крc3 пешка теряется.

2. Крd3 Кe3! (отвлечение) **3.Кр:e3 Крc6 4.Крd3 Крb5 5.Крc2 Крa4 6.Крb2,** и белый король, уничтожив коня, вовремя успел на положенное место.

Какое максимальное число королей можно расставить на доске так, чтобы они не угрожали друг другу, т.е. не стояли рядом?

Разобьем доску на 16 квадратов 2x2 (Диаграмма 16, доска 8x8 выделена на нем).

Если мы хотим, чтобы короли не касались друг друга, то, очевидно, в каждом из этих квадратов надо поместить не более одного из них. Это означает, что больше шестнадцати королей, удовлетворяющих условию задачи, расставить невозможно. Итак, максимальное число мирных королей равно 16. Число способов, которыми можно расположить на шахматной доске 16 королей, не угрожающих друг другу, составляет 281571.

Обобщим последнюю задачу для доски $n \times n$. Если n четно, то доска разбивается на $n^2/4$ квадратов, и искомое число королей равно $n^2/4$. При нечетных n доска разбивается на $(n-1)^2/4$ квадратов 2×2, на каждый из которых можно поставить по королю; еще n королей умещается на границе доски, и всего получаем $(n+1)^2/4$ мирных королей. Случай $n=9$ представлен на Диаграмме 16, на доске стоят 25 королей. Если n представить в виде $n=2k$ или $n=2k-1$, то искомое число мирных королей на доске $n \times n$, независимо от четности n, записывается как k^2.

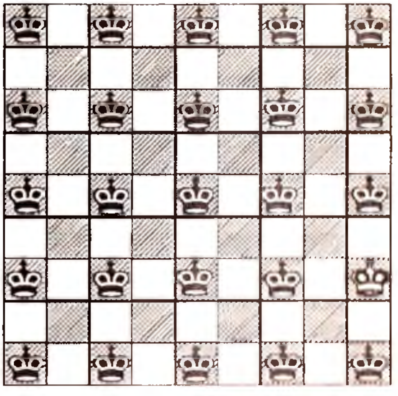


Диаграмма 16
Задача о мирных королях

Последняя задача о королях решена также для тороидальной доски, получающейся из обычной квадратной доски при склеивании крайних вертикалей и одно-

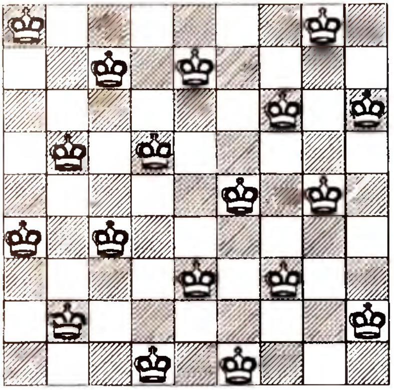


Диаграмма 17
Короли на тороидальной доске

временно крайних горизонталей. Если n четно, то ответ тот же, что и для обычной доски — $n^2/4$, в частности расстановка королей на доске 8×8 (см. Диаграмму 16) проходит и для тороидальной доски — при склеивании краев обычной доски все короли по — прежнему будут находиться на отдалении друг от друга.

Иначе обстоит дело при нечетных n. Например, при склеивании краев доски 9×9 (см. Диаграмму 17) многие короли окажутся соседями — как стоящие на одной вертикали (a1 и a9 и т.д.), так и стоящие на одной горизонтали (a1 и i1 и т.д.). Можно показать что на нечетной тороидальной доске nxn максимальное число не угрожающих друг другу королей равно $(n^2-n)/4$, т.е. на доске 9×9 в место 25 мирных королей умещается только 18.

Искомая расстановка для этой доски показана на Диаграмме 17, где все короли располагаются на полях, отдаленных друг от друга ходом коня. Нетрудно проверить, что при склеивании краев этой доски никакие два короля не становятся соседями.

Какое наименьшее число королей можно расставить на шахматной доске так, чтобы они нападали на все свободные поля доски?

В каждом из девяти прямоугольников, выделенных на Диаграмме 18 (пять из них квадраты), имеется одно поле (на нем стоит король), которое может быть атаковано только королем, находящимся в этом же прямоугольнике. Следовательно, для того, чтобы свободные поля доски были под угрозой, в каждом из наших девяти прямоугольников должен стоять хотя бы один король. Число девять и является решением задачи для обычной доски.

Для доски n×n задача также решается с помощью ее разбиения на квадраты 3×3 и граничные прямоугольники, содержащие остальные поля.

В зависимости от остатка, который получается при делении числа n на 3, его можно представить одним из трех способов: n=3k, n=3k-1, n=3k-2. Оказывается, наименьшее число королей, которые держат под угрозой все свободные поля доски nxn, записывается очень просто -k^2. При n=8 имеем n=8=3·3-1 (см. второе представление для n), т.е. k=3, и k^2=9 (см. Диаграмму 18).

Вечный король.

Пускай бы всем монархам головы сложить, но шахматный король — тот вечно будет жить!

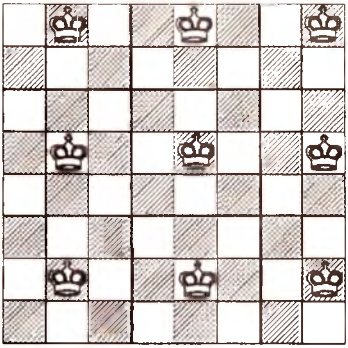
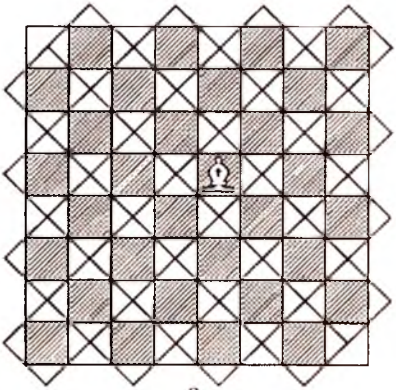


Диаграмма 18
Задача о королях

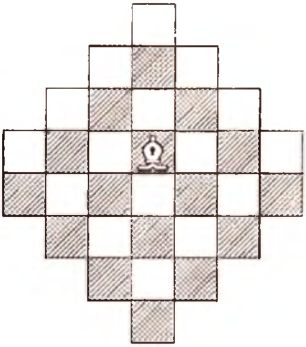
§9. СЛОН

В отличие от других шахматных фигур, слону разрешается перемещаться только по полям одного цвета, чернопольному — по черным и белопольному — по белым. Таким образом, слону доступна лишь половина доски, поэтому мы и называем его "стреноженным".

Впрочем, преобразование шахматной доски, придуманное Л.Уэлчем, приводит к такой доске, на которой уже все поля доступны слону. Эта доска имеет ступенчатую форму и получается в результате описывания квадратов около всех одноцветных полей



а



б

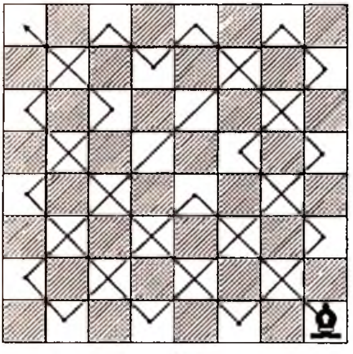
Диаграмма 19. Доска Л.Уэлча

обычной доски (Диаграмма 19,а). Доска Уэлча состоит из 32 "больших" полей, каждое из которых может быть занято слоном — в данном случае чернопольным. Как мы видим, рассмотренное преобразование переводит диагонали стандартной доски в вертикали и горизонтали доски Уэлча (и наоборот), и, значит, ходу слона на 64-клеточной доске соответствует ход ладьи на 32-клеточной. Итак, произвольную задачу о слонах на шахматной доске легко переформулировать как задачу о ладьях на более наглядной (без лишних полей) ступенчатой доске. Осталось развернуть эту доску на и, для порядка, раскрасить в черно-белый цвет (см. Диаграмму 19,б). Мы, однако, будем решать головоломки со слонами на привычной доске — 8×8.

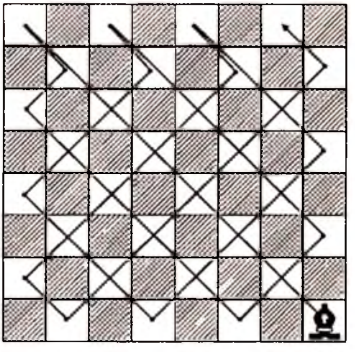
Хотя слон не может обойти всю доску, но если ограничиться полями одного цвета, задача о его путешествии становиться корректной.

Маршрут из 17 ходов, предложенный Дьюдени (Диаграмма 20,а) имеет довольно симметричный вид, однако не является кротчайшим. Самый быстрый маршрут (Диаграмма 20,б) в эстетическом отношении уступает ему — на графике появляются "точки возврата", но зато он на ход короче.

В общем случае, самый быстрый обход слоном всех одноцветных полей доски nxn состоит из 5n/2-4 ходов при четных n и (5n+1)/2-4 ходов при нечетных n; во втором случае причем имеются в виду поля черного цвета, которого на доске больше. Метод нахождения кратчайших маршрутов слона на произволь-



а



б

Диаграмма 20. Маршруты слона по доске.

ных досках вытекает из Диаграммы 20, б. На нечетной доске слон начинает и заканчивает свое путешествие в противоположных углах доски и, кроме того, дважды проходит по "большой дороге" (диагонали a1 — h8).

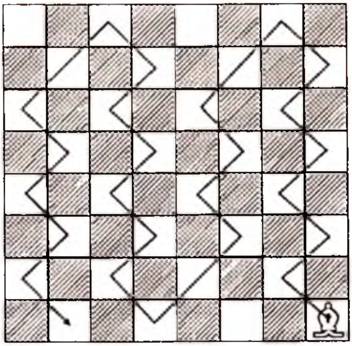


Диаграмма 21. Несамопересекающийся путь слона.

Мы уже знаем, что ферзь, ладья и король могут выбрать такой маршрут по доске, график которого не будет иметь самопересечений (маршрут ферзя при этом на ход длиннее кратчайшего). Легкие фигуры (конь и слон) отличаются тем, что график любого их маршрута по всей доске самопересекается. Напомним, что самый длинный несамопересекающийся путь коня на шахматной доске состоит из 35 ходов, т.е. проходит через 36 полей. Самый длинный не самопересекающийся путь слона проходит через 29 полей (Диаграмма 21), т.е. на одноцветной части доски без внимания остаются лишь три поля (a8, e8 и f1).

В общем случае, для доски nxn задача о самом длиннjм несамопересекающемся пути коня не решена, а со слоном имеется полная ясность.

На нечетной доске он может обойти все поля того цвета, которого на доске меньше — число их равно $(n^2-1)/2$ и график пути не будет самопересекаться, а на четной доске он проходит через $(n^2-n+2)/2$ одноцветных полей (при $n=8$ как раз получаем 29 полей).

§10. КОМПЬЮТЕРИЗАЦИЯ ШАХМАТ

Вот, что сказал по этому поводу В.Корчной (2003 г.): пройдет несколько лет и уже никому не нужны будут сеансы одновременной игры с гроссмейстерами. Проще сесть напротив компьютера, включить нужный уровень, посильнее или послабее, и получить удовольствие. Компьютеризация — удар по квалифицированным шахматистам. Сейчас уже отменены доигрывания, т.к. можно воспользоваться компьютерами для анализа партии. Современные тенденции такие, что из шахмат с каждым годом исчезают все больше серьезных элементов и шахматы утратят свою привлекательность.

В свою очередь, Г. Каспаров уделял большое внимание компьютерам. В 1985 году он обратился академику Е.П.Велихову с предложением о создании в Москве детского компьютерного центра. Академик Велихов поддержал предложение Каспарова, и довольно быстро, а именно в июне 1986 года, на Арбате был открыт клуб, который получил название "Компьютер". С детьми стали заниматься пятьдесят классных программистов, в большинстве сотрудников центрального экономико-математического института АН СССР.

Ремонт старого, заброшенного здания клуба, а также приобретение компьютеров взял на себя чемпион мира Г.Каспаров, причем дети учились бесплатно.

Одна из самых популярных тем, связывающих математику и шахматы, это, конечно, шахматная игра электронно-вычислительных машин (ЭВМ). Шахматной игре компьютеров посвящена обширная литература — научая, популярная, философская, фантастическая. Одна библиография по этому вопросу заняла бы целую книгу. Мы ограничимся лишь кратким рассказом о достижениях электронных шахматистов.

Разработкой шахматных алгоритмов и программ для ЭВМ занимаются многие коллективы математиков и программистов в разных странах, создано большое число играющих программ, уже около пятнадцати лет проводятся шахматные соревнования машин.

Почему математики так много времени уделяют созданию шахматных программ? Разумеется, ими движет не желание лишить шахматистов их любимой игры, что, впрочем, и невозможно сделать. Причина в другом — шахматы, выражаясь языком кибернетики, служат удобной моделью многих важных и сложных задач, возникающих на практике. Преимущество шахмат, как модели, состоит в том, что в них, с одной стороны, легко сформулировать необходимые цели и задачи, а с другой, — не так легко добиться этих целей. Аналогичная картина наблюдается в экономике, планировании, управлении производственными объектами и т. д. Выбор успешного решения в сложных ситуациях, возникающих на практике, можно сравнить с выбором хорошего хода в шахматной партии в условиях ограниченного времени. Возможности использования ЭВМ в решении задач, возникающих в экономике и управлении "большими системами", изучаются в разделе кибернетики, который часто называют "искусственным интеллектом". К этому же разделу относятся и работы по созданию шахматных автоматов.

Как известно, ЭВМ хорошо решает задачи, в которых точно задана последовательность действий (алгоритм), а основная трудность связана с огромным объемом вычислений. Однако реальные задачи управления, как и шахматную игру, невозможно свести к одним вычислительным процессам. Во многих случаях — и на производстве, и за шахматной доской, человек часто принимает верные решения, полагаясь на свою интуицию или, выражаясь научно, руководствуясь эвристическими правилами. Результаты и выводы, которые получают математики при разработке шахматных программ, используются гораздо шире. Например, многие методы перебора вариантов, придуманные специально для шахматной игры, эффективно применяются для управления производственными и экономическими объектами. Выбирая в качестве модели исследования именно шахматы, математики и специалисты в области компьютеров учитывали и то важное обстоятельство, что игра пользуется в мире необычайной популярностью, а привлечь к своей работе общественное мнение тоже значит не мало...

Шахматная игра практически является бесконечной — если бы все человечество, со времен Адама и Евы, не отходило от доски, то и в этом случае все партии до сих пор не были бы сыграны. Однако с математической точки зрения, шахматы — игра конечная, поскольку число возможных позиций и партий теоретически можно подсчитать. Найдем, например, верхнюю оценку для числа возможных позиций. Каждое поле доски может быть либо свободно, либо занято одной из шести различных фигур белых или черных, т.е. для произвольного поля доски имеется не более 13^{64} возможностей. Всего на доске 64 поля и, значит, число расстановок фигур не более, чем 13^{64}. Одно и то же расположение фигур может дать, строго говоря, разные позиции — играет роль, чей ход, в который раз положение возникло на доске (если в третий, то одна из сторон может требовать ничью). После умножения на два (ход белых и черных), а затем еще на три (повторение положений), получаем верхнюю оценку — $2\times3\times^{64}$ числа возможных позиций на доске. Разумеется, здесь учтено много положений, заведомо не существующих (с числом фигур, большим 32, с пешками на первой и последней горизонтали и т.д.). Можно различными способами уточнять оценку, но сейчас нас интересует лишь сам факт ее существования.

Из конечности числа позиций следует, что каждая из них предопределена, т.е. результат партии при наилучших действиях белых и черных однозначен — ничья или одна из сторон выигрывает. (Этот факт обычно называют теоремой Цермело, по имени математика, впервые обратившего на него внимание). Идея доказательства теоремы Цермело заключается в следующем. Сначала рассматриваются все позиции, в которых на доске стоит мат, пат или выигрыш уже невозможен (например, осталось два одиноких короля). От этих позиций, называемых "заключительными", всеми возможными способами отступают на один ход назад, и полученным позициям приписывают оценки 1,0,1/2, в зависимости от того, в какую заключительную позицию из них можно попасть. Это движение в обратном направлении продолжается до тех пор, пока не будут исчерпаны все позиции на доске (т.е., которые не встретятся при такой процедуре, являются ничейными). В результате не только будут оценены все шахматные позиции, но и для каждой из них будет указан лучший ход белых или черных. В частности, мы сможем установить, в чью пользу исходная расстановка фигур, и выигрывает ли в ней ход 1.e2-e4. К счастью для шахматистов, эта возможность является лишь теоретической...

Описанная процедура оценки позиций носит название минимаксной, поскольку на каждом ее шаге выбирается минимальная или максимальная оценка из тех, что получены на предыдущем шаге. Процедура эта лежит в основе всех играющих программ, но только при оценке данной позиции "заключительными" считается те, которые получаются из нее через определенное число ходов (глубина перебора).

Основные принципы игры шахматных программ впервые были сформулированы в конце 40-х годов известным американским кибернетиком К.Шенноном. Они заключаются в следующем: для выбора хода в данной позиции машина перебирает все варианты на заданное число ходов вперед и заключительные позиции оценивает с помощью так называемой оценочной функции, сопоставляющей каждой позиции определенное число. Теперь, на основе минимаксной процедуры, находится оценка анализируемой позиции и лучший ход в ней (ведущий к позиции с максимальной оценкой).

Оценочная функция состоит из двух компонентов — материальной и позиционной. Подсчет материальной составляющей производится на основе шкалы относительной ценности фигур (можно, например, сложить силы белых и черных фигур по одной из шкал и взять разность между полученными суммами). При нахождении позиционной составляющей учитывается владение открытыми линиями и центром, подвижность фигур, наличие сдвоенных пешек, безопасность короля и другие факторы позиции, каждому из которых приписывается некоторый "вес". Суммируя веса тех признаков, которыми обладает данная позиция, мы получаем ее оценку.

Итак, в основе шахматной игры ЭВМ лежит перебор вариантов на заданную глубину. Возникающие на данном ходу разветвления обычно называют деревом перебора, корнем которого служит позиция, в которой ищется ход. Шеннон предложил две возможные схемы перебора. В первой из них предусмотрен полный перебор вариантов, т.е. рассматриваются все допустимые ходы; во второй схеме перебираются лишь те ходы, которые по тем или иным соображениям признаются разумными. Определение разумности ходов представляет собой чрезвычайно сложную проблему и действующие ныне программы в основном используют первую схему Шеннона.

Первые шахматные программы играли очень слабо. Перед математиками и программистами встал вопрос: как усилить игру машин. Поскольку в основе игры лежит оценочная функция, то сначала пытались улучшить эту функцию. Однако опыт показал, что это уточнение "весов" существенных результатов не дает — важен лишь сам факт учета важнейших позиционных факторов.

Другой путь заключается в увеличении глубины расчета вариантов. Но при этом катастрофически растет дерево перебора. Кроме того, при любой фиксированной глубине расчета машина может прекратить его как раз там, где он более всего необходим. Действительно, оценочная функция учитывает лишь статические факторы позиции, и то обстоятельство, что уже следующим ходом противник может снять с доски ферзя, ее совершенно не волнует...

Основное направление, по которому в последние годы идут почти все разработчики шахматных программ, заключается в сокращении перебора вариантов и одновременно в улучшении его качества. Дело не в том, чтобы отказаться от первой схемы. Шеннона. По существу перебор на данную глубину остается полным, но из него исключаются плохие ходы, приводящие к низкому значению оценочной функции. Пусть, например, в исследуемой позиции машина на первом же ходу ставит под бой ферзя. Человек такой ход отбрасывает автоматически, а компьютер, как и положено, будет рассматривать все возможные продолжения после "зевка", и, в конце концов, убедится, что они никуда не годятся. Задача, состоящая в том, чтобы машина сразу отсекала как можно больше нелепых приемов, реализующих указанную идею, носит название "метод граней и оценок".

Другой важный прием, который используется в шахматных программах, называется форсированным вариантом. Он состоит в том, что, дойдя до заключительной позиции на данной глубине расчета, машина не останавливается как раньше, а идет дальше, изучая все взятия и шахи ("тихие" ходы она уже не смотрит), исключая, таким образом, грубые ошибки.

В бывшем Союзе первая шахматная программа была создана в начале 60-х годов и вскоре получила романтическое имя "Каисса" — в честь музы шахмат. В разработке программы и ее усовершенствовании участвовали математики: Г.Адельсон-Вельский, В.Арлазаров ("тренер" команды), А.Битман, М.Донской и А.Усаков.

Первая в истории международная шахматная встреча компьютера состоялась в 1967 году. Программа "Каисса" в телеграфном матче из четырех партий выиграла у американской программы со счетом 3:1. Став достоянием прессы, этот матч дал мощный импульс к развитию шахматного программирования.

В 1974 году в Стокгольме состоялся первый чемпионат мира по шахматам среди ЭВМ. Это соревнование фактически подвело итог начальному периоду развития шахматного программирования и явилось смотром достижений в этой области. В чемпионате, проводимом по швейцарской системе в четыре тура, играло 13 компьютеров из восьми стран. Разумеется, машинам и написанным для них шахматным программам не надо было отправляться в далекое путешествие. Они оставались дома, в своих странах, а в Стокгольме присутствовали лишь разработчики программ. Ходы передавались по телефону в координационный центр.

Организаторами были разработаны правила, учитывающие специфику этого необычного состязания. Например, определенное время отводилось на исправление неверно введенного хода и на устранение в машине технических неполадок, которые могли возникнуть в процессе партии. Оператором запрещалось вмешиваться в игру или менять параметры программы и т.д. Контроль времени был установлен 2 часа на 40 ходов, независимо от быстродействия ЭВМ.

Фаворитами считались две программы — американская "Чесс" и вышеупомянутая "Каисса". Однако во втором туре "Чесс" неожиданно проигрывает программе "Хаос". Затем она выиграла две оставшиеся партии, но догнать "Каиссу", которая победила всех своих соперниц, уже не смогла.

Окончательные итоги соревнования таковы: "Каисса" — 4 очка из четырех; "Чесс", "Хаос" (обе США) и "Риббит" (Канада) — по 3 очка и т.д. На закрытии первенства "Каиссе" была навечно вручена памятная золотая медаль, как первой чемпионке мира среди шахматных программ ЭВМ.

Через три года в канадском городе Торонто был проведен второй чемпионат мира среди электронно-вычислительных машин. Число участников возросло до 16. Вырос и общий уровень игры электронных шахматистов. "Каисса" на этот раз уступила свое звание и поделила 2-3 места с американской программой "Дачесс". А новой чемпионкой мира стала программа "Чесс", выигравшая все четыре партии и опередившая преследователей на очко.

Борьба в турнире началась сенсацией: "Каисса" в первом туре проиграла "Дачесс" партию, которая еще несколько дней будоражила умы шахматистов и программистов.

"Дачесс" — "Каисса"
Скандинавская партия

1.e4 d5 2. ed Kf6 3.d4 K:d5 4.Kf3 g6 5.Ce2 Cg7 6. c4 Kb6 7.Kc3 0-0 8.Ce3 Cg4. Последнее время во всех шахматных программах используются дебютные библиотеки. Это позволяет машинам быстро разыгрывать дебют партии и делает ее более интересной для человека. В данной встрече обе программы до сих пор играли по дебютной библиотеке. Теперь начинается самостоятельная игра.

9.c5 Kd5 10.0-0 e6 11.Фb3 b6 12.K:d5 ed 13.Cg5 Фd7 14.h3 Cf5 15.Фc3! Тонкий ход, препятствующий развитию коня b8, на 15... Kc6 последует 16.cb cb 17. Cb5; в случае 15. Лac1 ход 15... был бы возможен — 16.cb Ka5.

15... Ле8 16.Лfe1 Се4 17.Kd2 Фf5 18.Се3 Фе6. Идет конкретная счетная игра, обе программы пока на высоте.

19.К:е4 de 20.cb cb 21.Лес1 Kd7 22.Cg4 Фd5 23.Фс6 Kf6 24.Се2 Лаd8 25.Фа4 Ле7 26.Cb5 Фf5 27.Лс2 Kd5 28.Лас1 Cf6 29.Фb3. Черные удачно перегруппировали свои силы, их конь занимает отличную позицию в центре, но что делать дальше? Человек в такой позиции занялся бы ограничением возможностей противника, играя 29... h5, 30...Крg7 и т.д. Если белые будут держаться пассивно, то возможен план с продвижением g6-g5-g4 и вскрытием линии "h". В случае же размена слона b5 на коня, осаде подвергнется пешка d4. Но машине пока еще недоступно построение перспективных и в то же время корректных планов.

29...а5? Ход, проигрывающий партию из-за наличия у белых скрытой угрозы. Чтобы ее обнаружить, требовался расчет на пять ходов.

30.g4! Фе6 31.Лс6 а4. Черные уже заметили, что теряют фигуру в варианте 31...Лd6 32.Лс8+ Крg7 33.g5. Ход 31... а4 удлиняет вариант и машина считает, что проигрывает только пешку.

32.Ф: а4! Лd6 33.Л:d6 Ф:d6 34. Фа8+! (Диаграмма 22)

34...Ле8?!

Неожиданно "Каисса" отдаёт целую ладью. Комментаторы были в недоумении и смущенно объясняли зрителям, что шахматные программы пока еще далеки от совершенства и от них можно ожидать чего угодно. Каково же было всеобщее изумление, когда "Каисса" объяснила свой "зевок" следующим вариантом: 34... Крg7 35.Фf8+!! Кр:f8 36.Ch6 + и 37.Лс8 + с неизбежным матом! Как писал английский шахматный журнал, ни один "белковый" шахматист, присутствующий на чемпионате, не обнаружил этой эффектной жертвы ферзя. Неизвестно, увидела бы эту комбинацию "Дачесс", но из сугубо практических соображений следовало избрать ход 34...Крg7, так как игра без ладьи лишена смысла, а ход 35.Фf8+ может найти далеко не каждая программа (и не каждый мастер!) Если белые собрались в ответ на 34...Крg7 выиграть фигуру путем 35.g5, то они сами проигрывали вви-

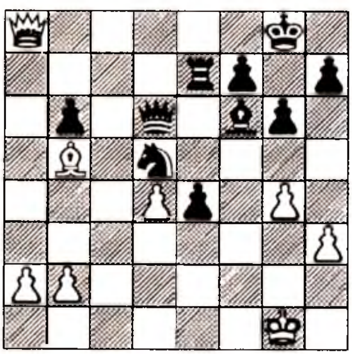


Диаграмма 22.
"Дачесс" — "Каисса".

ду 35...Кр:e3 36.gf+ Ф:f6 37.fe Фg5+ и Ф:b5 с решающим перевесом у черных.

35.Ф:e8+ Kpg7 36.g5. Конец партии интереса не представляет, через несколько ходов черные сдались.

§11. О ШАХМАТНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

Всякая спортивная классификация, основанная на упорядочении спортсменов по их силе (по результатам соревнований), связана с присвоением каждому из них определенной оценки, выражающейся в виде числа очков, набранных в турнирах, или в виде так называемого *рейтинга* — условного числового коэффициента.

В пределах отдельных соревнований этими оценками служат очки, набираемые участниками. Именно так обстоит дело в соревнованиях по спортивной и художественной гимнастике, фигурному катанию, в тяжелой атлетике и т.п.

Однако в спортивных играх, таких, например, как шахматы, теннис, бадминтон, целесообразно иметь не разовую, а интегральную оценку, в которой учитываются (в определенном смысле суммируются) результаты серии встреч с различными противниками в разных турнирах на протяжении определенного отрезка времени. Такие интегральные оценки используются в шахматных, теннисных и других классификациях. Рассмотрение действующих классификационных систем позволяет сделать некоторые заключения общего характера принципов их построения.

Остановимся на системе классификации на основе рейтингов.

Вопрос о том, какие соображения учитываются при присвоении игрокам, входящим в классификацию исходного рейтинга (исходного места в классификации) оставим пока открытым. Предположим, что вопрос этот тем или иным способом решен.

Рассмотрим встречу двух игроков. Обозначим оценки класса, т.е. рейтинги игроков U и V через $r(U)$ и $r(V)$ соответственно.

Введем в рассмотрение переменную величину t, характеризующую различие в классе игроков U и V. Величину t можно предположить зависящей, например, от отношения $r(U)/ r(V)$ рейтингов игроков U и V или же от их разности $r(U) - r(V)$.

В качестве исходного примем предположение, согласно которому отношение m/n среднего числа m побед игрока U к среднему числу n его поражений в сериях из N встреч с игроком V находится в экспоненциальной зависимости от разности рейтингов игроков U и V.

Естественность такого предположения подтверждается статистическими данными о результатах шахматных турниров, теннисных и других игровых спортивных соревнований, а также, что не менее убедительно, нашими последующими результатами.

Итак, мы принимаем, что

$$m/n = a^t,$$

где основание a экспоненты a^t — некоторое число, большее единицы, а $t=r(U)-r(V)$. В этих обозначениях вероятность P (победа U) победы игрока U в рассматриваемой встрече игроков U и V равна отношению среднего числа выигрываемых U встреч к общему числу встреч с игроком V, т.е.

$$P(\text{победа } U) = \frac{m}{m+n} = \frac{m/n}{1+m/n} = \frac{a^t}{1+a^t} = p(t).$$

Ясно, что величина $P(\text{победа } U)$ является функцией t. Так как переменная t равна разности $r(U)-r(V)$ рейтингов соперников, то непосредственно видно, что при $t=0$ (т.е., при равном классе игроков) вероятность $P(0)=1/2$: обе противоборствующие стороны могут выиграть встречу с равной вероятностью.

При неограниченном увеличении t (т.е. при неограниченном возрастании рейтинга игрока U по сравнению с рейтингом игрока V) вероятность $P(t)$ стремится к единице: игрок U почти наверняка выиграет у V. Если же t становится отрицательным <и неограниченно убывает, то вероятность $P(t)$ победы U над V неограниченно приближается к нулю.

Графики функций $P(t)$ в зависимости от значения параметра a показаны на рис.3. График функции $P_1(t) = \frac{a_1^t}{1+a_1^t}$ расположен при $a_1>a$ выше графика $P_1(t) = \frac{a^t}{1+a^t}$ при $t>0$ и ниже его при $t<0$.

Теперь вся проблема построения классификации сводится к выбору числового значения параметра a масштаба для оценивания разности в классе (рейтингов) игроков.

С этой общей позиции можно объяснить идею построения уже ставшей классической (но пока не получившей в публикациях четкого обоснования) системы классификации шахматистов, предложенной американским профессором А.Эло и принятой Международный федерацией шахмат (ФИДЕ) в 1970 году.

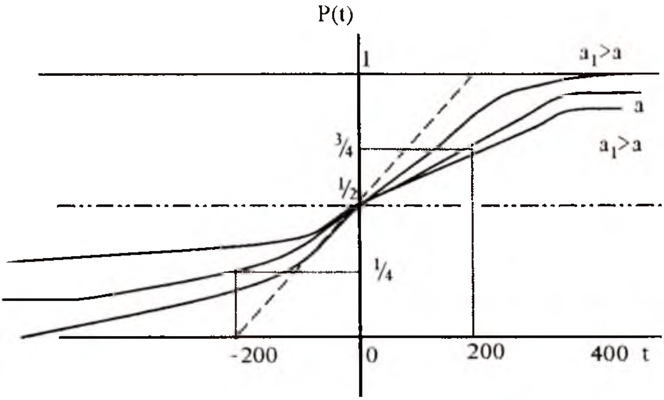


Рис. 3

Статистика шахматных турниров свидетельствует о том, что если один из соперников на один разряд (на одну ступень) в шахматной иерархии стоит выше другого, то первый выигрывает у второго, в среднем, 75 очков из 100 возможных, т.е. с вероятностью, равной 0,75.

При построении кривой , т.е. при выборе значения параметра, этот факт следует учесть следующим образом: предположим, что различие между игроками, принадлежащими к двум соседним ступеням (разрядам) шахматной иерархии, составляет λ единиц рейтинга. Иными словами, при $t=r(U)-r(V)=\lambda$ величина вероятности победы U над V равна $P(\lambda)=0{,}75$. Это предположение приводит к соотношению для определения значения a:

$$\frac{a^{\lambda}}{1+a^{\lambda}}=0{,}75,$$

или $a^{\lambda}=3$ Допустив, например, что $\lambda=200$ из $a^{200}=3$ найдем $a=1{,}0055$.

Теперь можно подсчитать, что при разности рейтингов $t=5$

$$P(5)=\frac{a^5}{1+a^5}=0{,}510,$$

при $t=10$, $P(10)=0{,}514$ при $t=15$, $P(15)=0{,}520$ при $t=20$, $P(20)=0{,}527$ и т.д.

Подсчитав соответствующие вероятности P(t) для разностей рейтингов в пределах от t=0 до t=735 (и больше), придем к таблице А.Эло (таблица 2).

Таблица 2

Δk	$h_б$	h_m	Δk	$h_б$	h_m	Δk	$h_б$	h_m
0-3	50	50	122-129	67	33	279-290	84	16
4-10	51	49	130-137	68	32	291-302	85	15
11-17	52	48	138-145	69	31	303-315	86	14
18-25	53	47	146-153	70	30	316-328	87	13
26-32	54	46	154-162	71	29	329-344	88	12
33-39	55	45	163-170	72	28	345-357	89	11
40-46	56	44	171-179	73	27	358-374	90	10
47-53	57	43	180-188	74	26	375-391	91	9
54-61	58	42	189-197	75	25	392-411	92	8
62-68	59	41	198-206	76	24	412-432	93	7
69-76	60	40	207-215	77	23	433-456	94	6
77-83	61	39	216-225	78	22	457-484	95	5
84-91	62	38	226-235	79	21	485-517	96	4
92-98	63	37	236-245	80	20	518-559	97	3
99-106	64	36	246-256	81	19	560-619	98	2
107-113	65	35	257-267	82	18	620-735	99	1
114-121	66	34	268-278	83	17	Свыше 735	100	0

Величина Δk — разность между коэффициентами Эло игроков равна в наших обозначениях значению t. Величины $h_б$ и $h_м$ из таблицы Эло (проценты, которые "полагается" набрать шахматисту с большим и, соответственно, с меньшим рейтингом) является в действительности найденными выше вероятностями P (победа U) и P(победа V) = 1-P(победа U).

Полученное совпадение говорит о том, что в качестве отправной разницы в рейтингах в системе Эло принято число 200.

Подчеркнем, однако, что можно предположить, вопреки Эло, разница λ в рейтингах между представителями двух соседних ступеней шахматной иерархии должна составлять не 200, а, скажем, 250 (или даже 300) единиц рейтинга. Это привело бы к другому, меньшему значению параметра a=1,0044, определяемому из уравнения $a^{250}=3$, и, естественно, — к другой таблице, подобной, однако, таблице Эло.

Весьма возможно, что пересчет рейтингов игроков после завершения турнира с помощью новой таблицы окажется более удачным, чем по таблице Эло. Единственным обоснованием ("оправданием"!) выбора значения $\lambda=200$ может послужить изучение объемного статистического материала, накопленного в многолетних шахматных баталиях.

Так или иначе, имеется возможность построения целого семейства классификаций, подобных друг другу. Так, в частности, можно предположить, что разница в рейтингах между представителями каждых двух соседних разрядов не должна быть постоянной, а меняться по мере продвижения вверх (от третьего разряда до гроссмейстера). Правда, это несколько усложнит процесс пересчета рейтингов и потому вряд ли окажется практически целесообразным.

Но вернемся к системе Эло. Она завершается правилом пересчета рейтинга шахматиста. Это правило формализуется в виде линейной зависимости

$$r_{н} = r_{CT} + \mu(N - N_{ож}), \qquad (1)$$

выражающей новый рейтинг (по завершении всего турнира) через старый рейтинг (предшествующий турниру) и через разность между числом N очков, фактически набранных шахматистом, и числом очков $N_{ож}$, которое ему "полагается", в силу его квалификации, набрать в турнире.

Если фактически набранное число N очков совпадает с ожидаемым $N_{ож}$, то из (1) следует, что рейтинг шахматиста остается без изменения: $r_H = r_{CT}$

При $N > N_{ож}$, т.е. при $N - N_{ож} > 0$, его рейтинг возрастет, при $N < N_{ож}$ — станет меньше предматчевого.

В системе Эло в качестве коэффициента выбрано число 10. Поэтому при $N - N_{ож} = 1$ из формулы

$$r_{н} = r_{CT} + 10\,(N - N_{ож}),$$

следует, что рейтинг игрока возрастает на 10 единиц. Иными словами, одному очку, набранному сверх ожидаемых, соответствует 10 единиц рейтинга. Это обстоятельство является также своего рода "произволом". Можно положить, например, $\mu = 15$ или $\mu = 20$

Реализация пересчета рейтинга требует знания величины $N_{ож}$ Числовое значение $N_{ож}$ находится следующим способом (оно всегда округляется до полуочка и потому рейтинги всегда оказываются целыми числами).

Допустим, что шахматист A, имевший рейтинг встретился в турнире с игроками имевшими рейтинги соответственно равные: $r_{ст}=(B)2280$, $r_{ст}=(C)2285$, $r_{ст}=(D)2270$, $r_{ст}=(C)2260$. Тогда вероятность победы A над B составит 0,5 (отождествляется со средним числом выигранных очков), вероятность победы A над C равна 0,49 (так как $r_{ст}=(C)-r_{ст}(\mathrm{A})=5$), вероятность победы A над D равна 0,514 (так как $r_{ст}=(A)-r_{ст}(\mathrm{D})=10$), и, наконец, вероятность победы A над E равна 0,527 (так как $r_{ст}=(A)-r_{ст}(E)=5$). Следовательно, можно ожидать, что шахматист A во всех упомянутых встречах наберет

$$N_{ож}(A)=0{,}500+0{,}490+0{,}514+0{,}527=2{,}031 \text{ очка.}$$

Подсчет $N_{ож}$ упрощается путем введения так называемого *рейтинга $r_{(T)}$ турнира,* равного среднеарифметическому рейтингу всех его участников.

Очевидно, что чем сильнее состав играющих, тем рейтинг турнира больше. Вообще, для рассмотрения (квалификации) турнира в системе Эло требуются, чтобы не менее двух третей его участников состояло в квалификационных списках (т.е. уже обладали присвоенными им рейтингами), до начало турнира был не меньшим 2250.

Вступающему в турнир шахматисту, еще не обладающему рейтингом, присваивается начальный рейтинг $r_{нач}=2200$.

Вслед за этим, вместо того чтобы находить значения параметра t для всех встреч A с B, C, D, E (как это сделано выше), его находят лишь единожды, как разность $\mathbf{r_{ст}(A)-r(T)}$ между рейтингами шахматиста A и турнира. Этим самым предполагают, что шахматист играет n-1 партию (при n участниках) с некоторым фиктивным партнером, обладающим рейтингом **r(T)** турнира.

Так, например, допустив, что в турнире играют только шахматисты ***A,B,C,D,E,*** найдем рейтинг турнира $\mathbf{r(T)={}^1/_5\,(2280+ +2280+2285+2270+2260)=2275}$.

Шахматист A имеет рейтинг $r_{ст}(\mathrm{A})=2280$. Разность $t=2280-2275=5$. Раньше уже было подсчитано, что $P(5)=0{,}510$. Так как A встречается с фиктивным партнером в четырех партиях, то для него ожидаемое число очков $N_{ож}(\mathrm{A})=0{,}510\times4=2{,}040\approx2$.

Допустим далее, что фактически А набрал в турнире $N(A)=3{,}5$ очка. Тогда $r_{н}(\mathrm{A})=2280+15=2295$, и, следовательно, рейтинг А возрос на 15 единиц.

Классификационная система Эло основана, как можно заключить из предшествующего, на трех предположениях:

Отношение среднего числа выигранных к общему числу сыгранных шахматистом со своим противником партий находится в экспоненциальной зависимости от разности рейтингов играющих сторон.

Разница в рейтингах шахматистов двух соседних разрядов шахматной иерархии составляет 200 единиц рейтинга.

Одному набранному (свыше ожидаемого числа) очку соответствует 10 единиц рейтинга.

Таким образом, система Эло имеет определенное теоретико-статистическое обоснование. Ее правомерность подтверждена статистической достоверностью прогнозов.

Еще за семь лет до принятия ФИДЕ его системы (в 1963г.) Эло подсчитал рейтинги выдающихся шахматистов со времен П.Морфи (рейтинг 2690). При этом рейтинг $r \geq 2600$ получили 28 шахматистов (Э.Ласкер, Х.Капабланка, М.Ботвинник, М.Таль и др.).

Для того чтобы получить звание, например, международного мастера (гроссмейстера), правила ФИДЕ требуют повторного набора нормативного количества очков, зависящего от категории сложности турниров, в которых эти очки набираются.

В зависимости от рейтинга различают турниры шестнадцати категорий сложности.

Первая категория определяется рейтингом в диапазоне от 2251 до 2275. Шестнадцатая категория соответствует рейтингу в пределах 2626-2650.

Претендующий на звание международного мастера (гроссмейстера) должен набрать, например, в турнире десятой категории сложности (рейтинг 2476-2500) не менее 47 (соответственно 67) процентов максимально возможного числа очков.

Повторно нормативное количество очков претендующий может набрать в турнире иной категории сложности — в согласии с принятой ФИДЕ шкалой.

В принятой в бывшем Союзе классификации шахматистов, основанной на системе Эло, подсчет рейтингов (коэффициентов) отличается тем, что

1) ожидаемое количество очков $N_{\text{ож}}$ округляется до 0,1 очка;

2) действует своя шкала сложности турниров и свои нормативы, достижение которых необходимо для получения спортивных званий;

3) для участника соревнований, обладающего исходным рейтингом $r_{ст}$=2200, новый рейтинг $r_{н}$ устанавливается по правилу

$$r_{н}=2100+200\ N/N_{М},$$

где $N_{М}$ — нормативное число очков мастера, а N-фактически набранное участником количество очков. Это правило позволяет удачно выступившему участнику значительно повысить свой рейтинг. Так, например, при выполнении им нормы мастера рейтинг его возрастет на 200 единиц.

§12. МАРКОВ А.А.

Андрей Андреевич Марков — выдающийся русский ученый, академик. Его имя навсегда вписано в историю отечественной науки. Блестящих научных результатов добился Андрей Андреевич в области теории чисел, теории вероятностей, математического анализа.

Он впервые дал полное и строгое доказательство центральной предельной теоремы теории вероятностей при достаточно общих условиях. Большое влияние на развитие теории вероятностей оказал написанный А.А.Марковым учебник "Исчисление вероятностей".

А.А.Марков установил ряд закономерностей для последовательности зависимых величин, положивших начало современной теории "марковских процессов". Это понятие, а также и другое — "цепи Маркова" знакомо сейчас каждому математику со студенческой скамьи.

Академик А.А.Марков был первоклассным шахматистом. Он не просто любитель шахмат, он — крупный шахматист, соратник М.И.Чигорина. Очевидно, с тематического турнира берет начало дружба, установившаяся между А.А.Марковым и великим русским шахматистом М.И.Чигориным на почве общих шахматных интересов. В том же, 1886 г., касаясь в письме к Маркову турнирных дел, Чигорин сообщает ему ходы, сделанные в происходившем в ту пору телеграфном матче Петербург-Лондон, и приглашает принять участие в их обсуждении. А в преддверии знаменитого заочного матча с чемпионом мира В.Стейницем (1890 г.),готовясь к нему, Чигорин надумал сыграть четыре партии по переписке, как он писал, "с специальной целью ознакомиться практически, а не путем анализа, с некоторыми особенностями разных атак и защит" в оговоренных дебютах. Именно Маркова он предпочел всем петербургским шахматистам в роли "спарринг-партнера". Марков оказался достойным помощником-оппонентом: закончил борьбу с почетным результатом 1?:2×. В одной партии Андрей Марков победил грозного соперника.

А.Марков — М.Чигорин
Защита двух коней

1.е4 е5 2.Kf3 Kc6 3.Cc4 Kf6 4.Kg5 d5 5.ed Ka5 6.Cb5+ c6 7.dc bc 8.Ce2 h6 9. Kh3. Ход Стейница. Цель партии как раз состояла в аналитической проверке этого продолжения. **9....g5.** В другой партии матча с Марковым Чигорин избрал более сильный ход 9...Cc5, который он применил затем и в выигранном им поединке со Стейницем (1890-1891гг.).**10.c3.** Белые подготавливают b4 или d4. Поскольку они существенно отстали в развитии следовало сразу играть 10.d3 или 10.Kc3. **10. ...Фd5.** Энергичнее 10. ...g4 с последующим 11. ...Cc5. **11.Cf3 e4 12.Ce2 Cd6 13.b4 Kc4 14. Фb3 Ke5 15.c4 Фe6 16.c5 Cc7 17.Ф:e6+C:e6 18.Kc3 Kd3+ 19. C:d3 ed.** Белым удалось сохранить лишнюю пешку, а активность черных тем временем угасает. **20.Cb2 0-0 21. f3 C:h3 22.gh Лfe8+ 23.Kpd1 Лe6.** Заслуживал внимания план с 23. ...Лad8. **24.a4 Лae8 25.Лa3 C:h2 26. Ka2 Kd5 27. Л:d3 Cg3 28.Cc3 Cf2 29.Kpc2 a6 30. Лf1 Cg3 31.Л:d5.** Белые избрали наиболее рациональный путь к победе. Жертвуя качество, они образуют связанные проходные пешки, которые в конечном счете, и решают исход борьбы.

31. ...cd 32.b5 ab 33.ab Лd8 34.Cd4 Kph7 35.Kb4 Kpg6 36.b6 Kph5 37.Kpd3 Лc8 38.K:d5 Kph4 39.f4 f6 40. f5 Лec6 41.Ke7 Л:c5 42.K:c8 Л:c8 43.C:f6 Cd6 44. Kpe4. Черные сдались.

§13. ИГРЫ НА НЕОБЫЧНЫХ ДОСКАХ

Шахматная игра создавалась на протяжении многих веков, и ее правила неоднократно менялись. С точки зрения математики, различия в правилах игры, движениях фигур и форме доски не имеют принципиального значения.

Известно множество одних только национальных разновидностей шахмат, имеющих далекую историю. Самой древней шахматной игрой считается чатуранга, пришедшая из Индии и затем превратившаяся в шатрандж у арабов и шатранг у персов. До сих пор играют в японские шахматы (шоги), китайские (цюнь ки), корейские (тьян-кеуи), армянские (тама), монгольские (шатар) и т. д. Эти игры (список можно продолжить и дальше) больше относятся к истории шахмат, чем к математике, и не приводятся в книге.

Прежде чем начать рассказ о необычных шахматных играх, стоит сказать несколько слов о шашечных играх, которых существует много десятков. Широко распространены русские шашки — на доске 8×8, известны шашки американские, турецкие, итальянские, немецкие, испанские и т.д. Особой популярностью пользуются в мире стоклеточные или международные шашки, в них играют на доске 10×10. Назовем еще такие игры, как поддавки, уголки, волки и овцы, диагональные шашки, шашки Ласкера, башни и т.д. Несколько в стороне стоят шашечные игры го, реверси и рэндзю, особенно распространенные в Японии, а также нарды.

Вообще под шашками обычно понимают игры, в которых все фигуры (шашки, фишки, камни) внешне одинаковы и отличаются только своим цветом.

Шахматы в каком-то смысле являются обобщением шашек, но они, безусловно, богаче их. Во-первых, игра идет на всей доске и, самое главное, набор фигур здесь значительно шире, каждая из них имеет свои характерные особенности. Кстати говоря, в старинных вариантах в шахматы играли на одноцветной доске, разделенной на квадратные клетки; белые и черные поля появились лишь в XIV столетии.

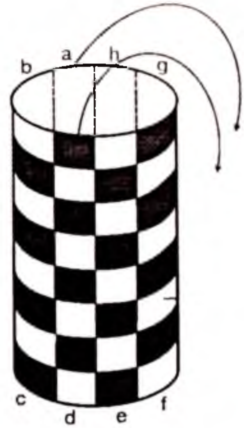
Ниже мы рассмотрим ряд необычных шахматных игр, которые содержат те или иные математические элементы или носят занимательный характер.

Цилиндрические шахматы. Упомянутые выше доски, несмотря на их разнообразие, отличались одним свойством — все они были плоские. Целый класс необычных досок получается, когда в "игру" вступает математика. При помощи тех или иных геометрических или топологических преобразований стандартной доски нетрудно соорудить доски самой разнообразной формы. Можно играть на цилиндрической или даже на листе Мебиуса (доска для такой игры получается при перекручивании на пол-оборота обычной доски и склеивании ее краев). Шарообразная шахматная доска однажды, как экспозиция, участвовала на выставке авангардистов-художников.

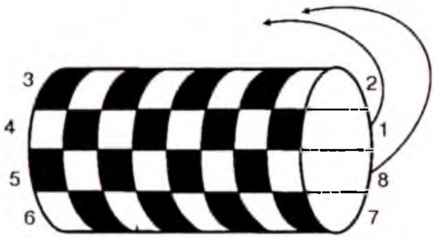
Конечно, найдется немного желающих сыграть в шахматы на перечисленных досках, однако некоторые из них весьма популярны среди шахматных композиторов — фантастов. При составлении и решении задач на таких досках не обязательно вооружаться ножницами и клеем, соответствующие геометрические преобразования можно проводить мысленно.

Особой популярностью у шахматных композиторов пользуются цилиндрические шахматы. Из обычной доски можно соорудить две цилиндрические — вертикальную (Рис.4, а) и горизонтальную (рис.4,б) Первая образуется при склеивании вертикальных краев обычной доски, а вторая при склеивании горизонтальных краев.

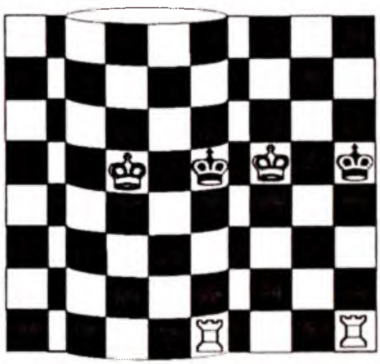
Интересно, что на цилиндрической доске получается далеко не все, что возможно на обычной. Например, король и ладья на ней не всегда могут заматовать одинокого короля противника. Взгляните на рисунок (рис.4., в), на обычной доске это мат, а на цилиндрической — черный король благополучно убегает от ладьи. В то же время в цилиндрических шахматах открываются и новые интересные возможности.



а



б



в

Рис.4. Цилиндрические шахматы

§14. ИЗ ИСТОРИИ ВЫСТУПЛЕНИЙ ЮНОШЕСКОЙ СБОРНОЙ УЗБЕКИСТАНА

Интересно вспомнить об успехах юношеской команды из Узбекистана в далекие 50-ые годы. Так, в журнале «Шахматы в СССР» № 10, 1950 опубликованы комментарии к партии Рахимов — Латипов и окончанию партии Латипов — Кучмар.

На снимке: Группа участников финала юношеских командных соревнований. Слева-направо: *Х.Латипов* (Самарканд), *В.Ручкин* (Иваново), *Э.Шамсиев* (Ташкент), *Л.Белов* (Омск) и *И.Гилинский* (Новосибирск).

Последовало (см. Диаграмму 23): 1.d4 ed 2.0-0 Са6 3.с4 С:с4 4.К: с4 Ф:с4 5.b3 Фd5 6.Ле1+ Се7 7.Са3 с5 8.Лс1 Крf8 9.Л: е7 Кр:е7 10. Л:с5 Фе6 11.Ле5+ Крd7 12.Л:е6 13.Фg4+ и черные вскоре сдались.

Приводим партию из второго тура Чемпионата Узбекистана, 1950 г., выигранную в хорошем стиле 17-летним самаркандским перворазрядником Латиповым.

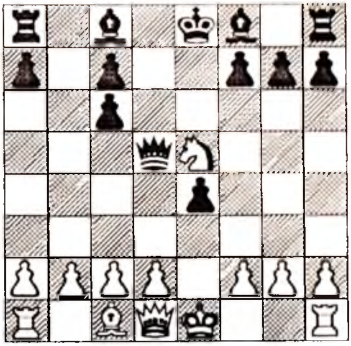


Диаграмма 23

Рахимов Латипов
Испанская

1.е4 е5 2.Кf3 Кс6 3.Сb5 *6 4.Са4 Кf6

5.Фе2 b5 6Сb3 Се7 7.а4b4 8.с3 Лb8 9.Сс4 0-0 10.а5

Если белые возьмут пешку а6, то потеряют пешку **е4**.

10...d5!

Вполне корректная жертва пешки е5,ибо черные получают сильную атаку на короля белых.

11.ed K:d5 12.К:е5 К:е5 13.Ф:е5 Се6 14.0-0

Ошибка. Следовало до рокировки ввести в игру чернопольного слона. Например, 14.d4 Сd6 15.Фg5!

14...Сd6

Начало стремительной атаки.

15.Фе4 Фg5 16.h4 Фh5 17.Се2 Фh6 18.g3 f5!

Атака черных нарастает

19.Фg2 f4 20. d+ Фf6 21.Сf3 с6 22.Кd2 fg! 23.fg bc! 24.bcК:с3

Теперь выясняется, что 22-й ход черных, казавшийся на первый взгляд нелогичным, был правилен, так как вскрытие линии f оказалось в пользу черных.

25.Фf2 Фg6 26.Крg2 Фf5 27.Лh1 Сd5 28.Фе3

Вынуждено нельзя 28. С:d5+ так как последует 28...Ф:d5+ 29.Кf3 Ке4 и затем черные играют 30...К:g3 или 30... Лb8 28...Фg4!

Белые сдались, так как от многочисленных угроз нет защиты.

Следует отметить, что самаркандский шахматист Х.Р.Латипов занял 3-е место в финале первенства Республики среди юношей, набрав 11,5 очков из 15 возможных.

Необходимо упомянуть, что 2 июля 2002 года исполнилось бы 90 лет со дня рождения прекрасного тренера и педагога, мастера спорта по шахматам, неоднократного чемпиона республики Георгия Шах-Заде. Шахматная общественность отметила эту дату и роль Шах-Заде в развитии шахмат в нашей республике.

§15. ЧЕМПИОНЫ МИРА ПО ШАХМАТАМ

В. СТЕЙНИЦ
(1836—1900)

11 января 1886 года в США начался исторический поединок, открывший эру официальных первенств мира. Матч на звание чемпиона мира проходил между двумя сильнейшими шахматистами того времени Вильгельмом Стейницем и Цукертотом и закончился победой Стейница. Шахматный мир получил своего первого официального чемпиона мира. Стейниц был уроженцем города Прага, а Цукертот — уроженцем Германии.

Э. ЛАСКЕР
(1868—1941)

Среди шахматистов, чьи имена окружены ореолом славы, особое место принадлежит второму чемпиону мира — Эмануилу Ласкеру. Ласкер родился 24 декабря 1868 года в Берлинхене, Германия. В 1902 году блестяще защитил диссертацию на звание доктора философии и математики. В 1894 году состоялся матч между Ласкером и Стейницем, который закончился победой Ласкера — второго чемпиона мира. Ласкер одним из первых понял, что в шахматы играют живые люди и бороться надо не только с фигурами, но и с человеком, его характером. Таким образом, секрет фантастических успехов Ласкера не только в его выдающемся таланте, разносторонности, но и в самом подходе к шахматам — как к непрерывной борьбе индивидуальностей. 27 лет владел Ласкер шахматной короной. В 1921 году он был вынужден уступить ее Капабланке. Велики заслуги Ласкера и как математика, и как шахматного литератора. Он автор широко известных книг: "Здравый смысл в шахматах", "Учебник шахматной игры", переведенных на многие языки. Перу Ласкера принадлежит огромное число статей по математике и шахматам. Основные его работы в области математики относятся алгебре и теории игр.

ХОЗЕ РАУЛЬ КАПАБЛАНКА
(1888—1942)

Ласкер был единственным из всех последующих чемпионов мира, который владел титулом шахматного короля более четверти века! Лишь через 27 лет, в 1921 году он уступил "трон" талантливому молодому кубинцу Хозе Раулю Капабланке. Весной1921 года в жаркой Гаване начался этот интереснейший матч. Условия поединка были изменены. Ласкер уже перешагнул пятидесятилетний рубеж, а в таком возрасте играть в жарком климате безлимитное число партий чрезвычайно тяжело. Поэтому было решено, что матч будет состоять из 24 партий и тот, кто наберет 12 с половиной, очков будет считаться победителем. В матче Ласкера и Капабланки состоялось только 14 партий. Ласкеру не удалось добиться ни одной победы. Проиграв четыре партии и 10 сведя к ничью, Ласкер прекратил борьбу.

А. АЛЕХИН
(1892—1946)

Четвертым чемпионом мира стал гениальный русский шахматист Александр Алехин. Его матч с Капабланкой, состоявшийся в 1927 году в Буэнос —Айресе, проводился на новых условиях: до шести выигранных партий без учета ничьих. Этот матч, матч двух шахматных гигантов того времени, закончился победой русского шахматиста, выигравшего шесть партий при трех поражениях и 25 ничьих.

Александр Алехин внес огромный вклад в развитии шахматной теории, ему принадлежат большое количество новинок в различных стадиях шахматных партий. Один из популярных дебютов носит название "Защита Алехина". Алехин оставил большое шахматное наследие — около полутора тысяч турнирных и матчевых партий. 25 марта 1946 года в местечке Эсториал (близ Лиссабона) Алехин скоропостижно скончался за шахматной доской с расставленными фигурами.

М. ЭЙВЕ
(1901—1981)

В 1935 году А.Алехин проиграл матч голландскому гроссмейстеру Максу Эйве со счетом +8-9=13 (8 партий выиграл, 9-проиграл и в 13 партиях была зафиксирована ничья). Матч игрался на большинство очков из 30 партий. Эйве стал пятым чемпионом мира. Однако по условиям матча, в случае поражения чемпиона, через два года должен был состояться матч — реванш. Алехин в 1937 году воспользовался своим правом и вернул утраченную корону, победив своего соперника со счетом +10-4=11. Матч закончился досрочно, так как Алехин в 25 партиях набрал более половины искомых очков. Макс Эйве — доктор наук, профессор математики занимался теорией алгоритмов, возглавлял один из вычислительных центров в Голландии.

М. БОТВИННИК
(1911—1992)

Незадолго до начала второй мировой войны начались переговоры о матче за мировое первенство между А. Алехиным и чемпионом бывшего Союза Михаилом Ботвинником. Однако начавшаяся война прервала переговоры, которые были возобновлены лишь в начале 1946 года. Все было решено, но скончался Александр Алехин. Алехин умер непобежденным чемпионом и шахматный мир остался без своего короля!

После долгих и бурных дебатов было решено провести матч-турнир сильнейших гроссмейстеров для определения нового чемпиона мира. Национальные шахматные федерации назвали имена шести достойнейших. Это были Михаил Ботвинник, Пауль Керес, Василий Смыслов (все из бывшего СССР) экс-чемпион мира Макс Эйве (Голландия), Самуэль Решевский и Реубен Файн (США). Незадолго до начала этого соревнования Файн отказался от участия за первенство мира и оно проходило среди пяти участников. Претенденты за звание чемпиона мира начали свой спор в марте 1948 года и в мае этого года лавровым венком чемпиона мира был увечен советский гроссмейстер Михаил Ботвинник.

В. СМЫСЛОВ
1921

Новым претендентом был Василий Смыслов и матч между М. Ботвинником и В. Смысловым в 1954 году не дал никому из соперников перевеса (12:12) М. Ботвинник сохранил свое звание чемпиона мира. Но уже в 1957 году Ботвинник уступил свое звание тому же В. Смыслову, ставшему победителем турнира претендентов. В. Смыслов был седьмым чемпионом мира. Это матч он выиграл у Ботвинника со счетом +6-3=13, т.е. набрав 12,5 очка из 22 партий. Однако уже на следующий год Ботвинник в матче-реванше вернул утраченную корону, выиграв поединок с результатом 12,5:10,5 очка.

М. ТАЛЬ
(1936—1992)

Середина 50-х годов ознаменовалось появлением на шахматной арене талантливых молодых шахматистов М. Таля и Б. Спасского, быстрорвущихся к шахматной короне. Следующий турнир претендентов принес победу М. Талю, и в 1960 году состоялся его матч с М. Ботвинником.

Комбинационная игра Таля, о которой много говорилось, принесла ему заслуженный успех. Выиграв только 2 и 13, сведя к ничью, Михаил Таль был провозглашен восьмым чемпионом мира. Но и как Смыслову, ему не удалось сохранить звание в последующем через год матче-реванше. Добившись подавляющего перевеса +10-5=6 М.Ботвинник вновь был увенчан лавровым венком.

Т. ПЕТРОСЯН
(1929—1984)

Следующий матч М.Ботвинника состоялся в 1963 году с Тиграном Петросяном и это для Ботвинника был последний матч за шахматное королевство. К тому времени ФИДЕ отменила проведение матчей-реваншей и перед Ботвинником, имевшим за плечами 52-летний возраст, стояла нелегкая задача выиграть в противоборстве с молодым шахматистом. Матч был проигран М. Ботвинником с результатом +2-5=15 и Тигран Петросян стал девятым чемпионом мира.

Б. СПАССКИЙ
1937

В 1966 году состоялась встреча Бориса Спасского с чемпионом мира Петросяном. Спасский матч проиграл, но проиграл в упорной борьбе. В очередном отборочном цикле все сильнейшие соперники вновь были им повержены. В 1969 году состоялся его второй матч с Петросяном. На этот раз Борис Спасский выграл +6-4=13 и стал десятым чемпионом мира.

Р. ФИШЕР
1943

В 1972 году Спасский проиграл матч американскому гроссмейстеру Роберту Фишеру (одиннадцатый чемпион мира) с результатом 8,5:12,5 очков. При "царствовании" Фишера в вопросе о розыгрыше звания чемпиона мира началась полная неразбериха. Чемпион всё время предъявлял различные, часто невыполнимые требования ФИДЕ.

А. КАРПОВ
1951

В 1975 году после победы в финальном матче претендентов право на матч с чемпионом мира завоевал молодой гроссмейстер Анатолий Карпов. Перед началом матча в 1975 году Роберт Фишер отказался от матча. Анатолий Карпов был удостоен звания двенадцатого чемпиона мира.

В 1978 году Анатолий Карпов отстоял свой титул, выиграв у претендента матч со счетом 6:5.

Претендентом был В.Корчной. В 1981 году А. Карпову вновь пришлось скрестить шпаги с тем же Корчным на прежних условиях, т.е. до шести побед без учета ничьих. Матч проходил в Италии (Мерано). Шесть побед, только два поражения при десяти —таков итог матча Карпов-Корчной. Третий раз подряд 30-летний гроссмейстер А. Карпов стал чемпионом мира.

А. Карпов внес большой вклад в теории шахмат: сицилианская защита, ферзевый гамбит, испанская партия и другие дебюты. Им написаны ряд книг по теории шахмат, в частности книга "Девятая вертикаль". Вот что он пишет: "На восьми вертикалях ошибаются фигуры, а где же складываются характеры? Эту вертикаль ощущают только двое сидящих напротив. Она — эта девятая вертикаль характеров. За нее борьба идет самая ожесточенная".

Г. КАСПАРОВ

1963

Гарри Каспаров в 1985 году выиграв матч на звание чемпиона мира у А. Карпова, стал тринадцатым чемпионом мира. Между Каспаровым и А. Карповым было проведено пять матчей: Москва (1984-85гг.), Лондон-Ленинград (1986г.), Севилья (1987г.), Нью-Йорк-Лион, (1990г.). После того, как Гарри Каспаров вышел из ФИДЕ, в шахматном мире произошел серьезный раскол. При участии Каспарова была Создана ПША (Профессиональная шахматная Ассоциация), которая финансировала два его матча на высшем уровне — Шортом в 1993 году и Анандом в 1995 году. В обоих матчах Каспаров взял верх, но вскоре ПША прекратила свое существование. И тогда Каспаров решил вернуть шахматы в доисторические времена, когда чемпион отстаивал свое звание в матче против наиболее достойного претендента.

Став в 22 года самым молодым чемпионом мира в истории розыгрыша этого звания в шахматах, Гарри Каспаров не только установил своеобразный рекорд, но и привлек к этой игре еще больше внимания. Он интересен своей острой комбинационной игрой, шахматным энциклопедизмом и при этом еще исследовательской деятельностью, которая позволила ему сделать ряд дебютных открытий.

В. КРАМНИК

1975

В небольшом приморском городе Туапсе 27 лет назад родился будущий четырнадцатый чемпион мира по шахматам Владимир Крамник. В 16 лет он играл на уровне гроссмейстера, а в 17 лет был включен в олимпийскую сборную России. Секрет поразительных успехов во многом в том, что Крамник был принят в знаменитую школу Ботвинника еще подростком. Его опекали достойные люди и в их числе тринадцатый чемпион мира Гарри Каспаров.

Он общался практически со всеми чемпионами мира последней четверти века. В октябре 2000 года прошла историческая схватка Каспаров — Крамник. Поединок, в котором было предусмотрено 16 партий закончился неожиданно победой Крамника. Претендент победил со счетом 8,5:6,5, не проиграв ни одной партии. Новый век — новый чемпион!

За участие в матче оба игрока получили рекордные в истории шахмат гонорары. Крамнику досталось две трети призового фонда из двух млн. долларов (т.е. 1,4 млн.), Каспарову — остальные. Через некоторое время (после поражения) Крамнику был задан вопрос: "Как складываются у Вас отношения с Каспаровым?", на что Крамник ответил: "они теперь такие же какими были до матча, "Гарри поздравил меня, он принял меня в качестве нового чемпиона".

Александр Халифман
18 января 1966 г.

Рейтинг Эло —2690
Чемпион Европы среди юношей 1985 г.
Чемпион России 1996 г.
Чемпион мира ФИДЕ, 1999 г.

Вишванатан Ананд (Индия)
11 декабря 1969 г.

Рейтинг Эло — 2755
Чемпион мира среди юношей 1987 г.
Участник матчей претендентов 1991, 1994, 1995 гг.
Участник матча на перевенство мира 1995 г.
Чемпион мира ФИДЕ 2000 г.
В 2002 г. — победитель турнира в Праге (быстрые шахматы + «классика» в финале) и матча с Пономаревым в Майнце (быстрые шахматы)

Руслан Пономарев (Украина)
11 ноября 1983 г.

Рейтинг Эло — 2743.

Участник чемпионатов мира ФИДЕ 1999, 2000, 2001 г.г.

Чемпион мира с 2002 г. — 2-е место на турнире в Линаресе.

§16. ЧЕМПИОНЫ МИРА — СОВРЕМЕННИКИ ОБ АЛЕХИНЕ А.А.

Эммануил Ласкер

"Алехин вырос из комбинации, он влюблен в нее. Все стратегическое для него — только подготовка, почти что необходимое зло. Ошеломляющий удар, неожиданные тактические трюки — вот стихия Алехина. Когда король противника находится в безопасности, Алехин играет без воодушевления. Его фантазия воспламеняется при атаке на короля. Он предпочитает, чтобы на доске было много фигур. Алехин пользуется стратегией как средством для более высокой цели — для создания атакующей обстановки".

Хозе Рауль Капабланка — и — Граупера

"Таблица турнирных успехов Алехина представляет внушительное зрелище, — писал чемпион мира Капабланка. — Представитель славянской нации, ростом выше шести футов, белокурый и голубоглазый, Алехин бросается в глаза своей внешностью, когда появляется в турнирном зале. Он свободно говорит на шести языках, имеет звание доктора прав и по общему развитию значительно превышает уровень среднего человека. По — видимому, Алехин обладает самой замечательной шахматной памятью, которая когда — либо существовала. Говорят, что он помнит наизусть все партии, игранные мастерами или сильными шахматистами за последние 15 — 20 лет".

Махгилис (Макс) Эйве

"Рассматривая партии матча с чисто технической точки зрения и особенно тщательно проанализировав игру Алехина, я прихожу к заключению, что он все время играл великолепно. Он не только применил ряд новинок в дебюте, но и проводил партии простыми стратегическими методами, столь характерными для алехинской игры. Тактическое совершенство и комбинационный талант Алехина настолько известны и настолько типичны для его стиля, что ни к чему даже останавливаться на этом. Его игра в эндшпиле также была на большой высоте. Но больше всего я восторгаюсь его стилем доигрывания неоконченных партий, тем более что мне тоже приходилось анализировать все эти позиции, и я знал их досконально. Когда я думаю о том, какие творческие идеи вкладывал подчас Алехин в доигрываемые позиции, какие неожиданные пути он находил, я проникаюсь величайшим восхищением перед мастерством Алехина".

Михаил Ботвинник

"Безусловно, силой Алехина было удачное сочетания практического и творческого элементов, но Алехин дорог шахматному миру главным образом как художник. Он блестяще владел техникой шахмат — ведь без техники и мастерство невозможно. Глубина планов, далекий расчет неистощимая выдумка характерны для Алехина. Однако главной его силой развивавшейся год от года, было комбинационное зрение: он видел комбинации, рассчитывал форсированные варианты с жертвами с большой легкостью и точностью. Алехин сознавал свою комбинационную силу, и мне кажется, что в последние годы он иногда даже жертвовал цельностью партии, чтобы незаметно создать комбинационную ситуацию. Алехин видел комбинации там, где другие и не догадывались о том, что они возможно: отчасти поэтому алехинские комбинации обладали такой потрясающей силой и сокрушали сопротивление. Да, то был поистине удивительный дар!

Многие шахматные произведения Александра Алехина, крупнейшего шахматного художника недавнего прошлого, будуб жить века. Разыгрывая алехинские партии, шахматисты грядущих поколений будут получать истинное эстетическое удовольствие и удивляться мощи его гения".

Результаты исследований и опросов

1929 год

Французский спортивный журнал "Лотон" провел опрос редакторов шахматных отделов газет и журналов Европы и Америки. Им предлагалось назвать свой вариант десяти сильнейших шахматистов того времени. Первое место в этом своеобразном рейтинге-листе получил Александр Алехин — 870 очков.

За ним были: 2-е место Х.Р.Капабланка — 809 очков; 3-е место Э.Ласкер — 720; 4-е — А.Нимцович — 686; 5-е — Е.Боголюбов — 651; 6-е — Р.Шпильман — 424; 7-е — Рубинштейн −385; 8-е — М.Видмар — 378; 9-е — М.Эйве — 370; 10-е место Тартаковер — 297 очков.

1970 год

Матч века — под таким названием вошел в историю шахмат беспрецедентный поединок между командами бывшего СССР и всего остального мира, состоявшийся весной 1970 года в Белграде. Победили с результатом 20.5 : 19.5 шахматисты бывшего СССР, в числе которых выступали тогдашний чемпион и четыре экс-чемпиона мира. На матче участников соревнований попросили ответить на анкету и назвать величайшего шахматиста всех времен. Мнение большинства гроссмейстеров — Александр Алехин.

1987 год

Наиболее высокий творческий показатель имеет в матчах на первенство мира Александр Алехин — к такому выводу пришел азербайджанский шахматный журналист и тренер Ч.А.Султанов, проанализировавший все эти состязания. Он же утверждает, что по творческому показателю в истории шахмат выделяется матч А.Алехин — Х.Р.Капабланка.

1991 год

Интересное исследование борьбы за мировое первенство за всю историю шахмат провел югославский гроссмейстер и журналист Милан Муталович. Он предпринял попытку определить чемпиона мера всех времен и народов. В основе его работы находилось пять показателей: матчи за звание чемпиона мира; участие в отборочных матчах за право играть с чемпионами; победы на крупнейших международных турнирах; гроссмейстерские баллы; рейтинг. Им было проанализировано по двести партий каждого из лучших шахматистов мира.

Первое место получил Александ Алехин. На втором месте Х.Р.Капабланка (Куба); 3-м — Э.Ласкер (Германия); 4-м — Р.Фишер (США); 5-м — М.Ботвинник; 6-м — М.Таль; 7-м — А.Карпов; 8-м — Г.Каспаров; 9-м — В.Смыслов и 10-м месте Т.Петросян.

Поясняя результаты исследования, М.Матулович сказал: "Алехин на первом месте прежде всего потому, что был гениальным в комбинациях, родоначальником игры, которая держала публику в неменьшем напряжении и удовольствии, чем футбольный матч. Он имел потрясающий результат в 1930 году на Олимпиаде в Гамбурге, где выиграл все девять партий из девяти...".

1992 год

Отвечая на вопрос журналистки газеты "Советский спорт" — Кого из плеяды великих шахматистов можно поставить после Алехина? — автор ряда статей по истории шахмат и книги "Алехин: моя борьба" В.Д.Чащихин сказал: "После Алехина я бы поставил точку. Алехин последний маэстро, проповедующий самостоятельный, творческий подход к шахматам. Греко, Морфи, Чигорин, Алехин. Дальше начинается пора тренерства. У Эйве уже была "гвардия молодых мастеров", которые помогали ему бороться с Алехиным. А он всей своей жизнью и творчеством опровергал поэта Маяковского: "Единица — вздор, единица — ноль!".

Сейчас, когда институт тренерства процветает и этим никого не удивишь, о каком самостоятельном творчестве может идти речь. Так что после Алехина ставлю точку".

§17. АФОРИЗМЫ И ВЫСКАЗЫВАНИЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКУЮ И ШАХМАТНУЮ ТЕМЫ

Математика — царица наук,
а арифметика — царица математики.
Гаусс

Математика украшает любую науку.
Бекон

Математика — безграничная наука,
то же самое и шахматы.

На восьми вертикалях ошибаются фигуры.
А где же складываются характеры?
Эту вертикаль ощущают только двое
сидящих напротив.
Она, эта девятая вертикаль характеров.
За нее борьба идет самая ожесточенная.
А.Карпов

Шахматы — любовь моя.
Им я обязан лучшими минутами своей жизни.
Они закалили меня, воспитали характер.
Л.Полугаевский

Отложим пока шахматы в сторону.
Лучше поговорим о них.
Э.Ласкер

Помню — всех главнее королева,
ходит взад — вперед и вправо — влево
ну а кони — только буквой "Г".
В.Высоцкий

Вечный король.
Пускай бы всем монархам головы
сложить,
но шахматный король — он вечно
будет жить!

Конечный результат каждой шахматной партии, как бы она ни протекала, укладывается всего в три цифровых измерениях: 1, ?, 0. Но цифры эти не могут оставаться без наполнения, их неизменно сопровождает подробный и захватывающий рассказ, о шахматах, о людях шахмат.

А. Карпов

После окончания партии все фигуры
складываются в один ящик.

Арабская поговорка

Теория — это мозг любой науки.

П.Морфи

Я никогда не замечал в нем (Стаунтоне)ни малейшего следа досады — это признак великого игрока.

А. Андерсен

Именно у Морфи, на его партиях, научился шахматный мир современному пониманию открытой игры...

Р. Рети

Шахматы не для людей слабых духом. Шахматы требуют всего человека, полностью...

В. Стейниц

На шахматной доске лжи и лицемерию нет места. Красота шахматной комбинации в том, что она всегда правдива.

Эм. Ласкер

В его творчестве (о Капабланке) господствовала тенденция к простоте, и в этой простоте была неповторимая красота подлинной глубины.

М. Ботвинник

Да, я считаю шахматы искусством и беру на себя все те обязанности, которые оно налагает на своих приверженцев.

А. Алехин

Юлий Цезарь был прав: отстоять завоеванное труднее, чем завоевать.

М. Эйве

Ботвинник должен быть отнесен к тем немногим шахматистам экстракласса, которых за всю шахматную историю не наберется и десятка.

Г. Левенфиш

Творческий подход к шахматам, как к одному из проявлений высокой культуры народа, я всегда считал единственно плодотворным.

В. Смыслов

Таль умеет вызывать шахматные бури и с поразительной уверенностью в этой обстановке находит верные пути.

А. Котов

Я всегда хочу быть первым. Если бы я не был шахматистом, то все равно в чем-то стремился бы быть первым...

А. Карпов

Никогда не было мастера, который в такой мере сочетал бы в себе искусство атаки и защиты, как Чигорин.

Г. Пильсбери

Шахматная правда заключатеся гораздо более в идеях, чем в вариантах.

Р. Рети

Шахматы для меня — это творческая жизнь, постоянная борьба. А что может быть прекрасней этого!

М. Найдорф

Шахматная игра неисчерпаема, и один человек, как бы ни был велик его талант, не может добиться в ней совершенства.

И. Болеславский

Мы только пешки, тогда как судьба — игрок.
И это не образ: играет Воистину рок.
Так будем же двигаться по доске бытия,
А там чередом — один за другим — в сундучок!

Рубайат

Шахматы —больше чем, простая игра. Это мерило силы интелекта, выходящее за пределы простого развлечения.

Г. Пильсбери

Я глубоко убежден, что в шахматах, хотя они и остаются игрой, нет ничего случайного.

Т. Петросян

Фишер представляет собой огромную шахматную силу. Великолепный гроссмейстер чистого, ясного стиля.

Б. Спасский

Его стиль неповторим, он не придерживается никаких правил в дебюте. Бронштейн рожден шахматистом

В. Ванштейн

Я любил и люблю шахматы и не жалею, что посвятил им жизнь. Но если бы мне пришлось начинать сначала, то я постарался бы не повторить многих ошибок.

С. Флор

Борьба, сопреничество — вот что привлекает меня в шахматах. Шахматы — это искусство, наука и меньше всего игра.

С. Решевский

В некоторых позициях комбинация так же естественна, как улыбка младенца.

Р. Файн

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. Гижицкий*. С шахматами через века и страны. Варшава, 1958.
2. *Е.Я. Гик*. Шахматы и математика. Квант, 24, М., 1983.
3. *А.Е. Карпов* Шахматный калейдоскоп, Квант, 13, М., 1982.
4. Шахматы в СССР, №10, 1950.
5. Шахматы в СССР, №12, 1954. Что такое шахматы — Рыков.
6. Шахматы в СССР, № 6 и № 8, 1954. Рохлин "О шахматном искусстве".
7. *Ю.И. Карахан*. Шахматы — увлекательная игра, Знание, М., 1982.
8. *Н.О. Крогнус*. О психологии шахматного творчества, М. Физкультура и спорт, 1982.
9. *Б.И. Туров*. Жемчужины шахматного творчества, М. Физкультура и спорт, 1978.
10. *Е.М. Лазарев*. Выдающиеся шахматисты мира, М., "Физкультура и спорт" 1960.
11. *Л. Полугаевский,* М., "Физкультура и спорт", 1982.
12. Матч на первенство Мира. Мерано — 81, М., "Физкультура и спорт", 1982.
13. *Г. Каспаров*. "Физкультура и спорт", М., 1988.
14. *А. Карпов*. Девятая вертикаль. М., Молодая гвардия, 1979.
15. *С.Я. Гродзенский*. Шахматы в жизни ученых, Наука, М., 1983.
16. *А.Я. Ройзман*. Шахматные миниатюры М., "Полымя", 1978.
17. *В.Д. Батуринский* Страницы шахматной жизни, издание второе, М., 1990.
18. *З.К. Соколовская*. 400 биографий ученых, М., Наука, 1988.
19. *Д. Бронштейн. Г. Смолян*. Прекрасный и яростный мир, "Знание", М., 1978.
20. *Е.Я. Гик*. Беседы о шахматах, М., Просвещение, 1985.
21. Шахматы: опыт, наука, мастерство, М., "Высшая школа", 1990.
22. *М. Мухиддинов*. Мемориалы А.Ходжаева, Ташкент, изд. Узбекистан, 1980.
23. *Ю. Зерчанинов*. Сюжет с немыслимым прогнозом. М., Физкультура и спорт, 1988.
24. *А.Л. Садовский*. Математика и спорт, М., Квант, 44, 1985.

25. *Г. Линднер.* Картины современной физики, М., "Мир", 977

26. *М. Юдович.* Занимательные шахматы, М., "Физкультура и спорт", 1976.

27. *Х. Латипов, Ш. Таджиев, Ф. Насыров.* "Дифференциал тенглама лар сифат назарияси ва унинг тадбиклари", Тошкент, "Узбекистон", 2002

28. *В.Г. Черняк.* Мы играем в шахматы. М., "Физкультура и спорт", 1986.

29. *Г. Каспаров.* Безлимитный поединок. М., "Физкультура и спорт", 1989.

30. *Ю.Н. Шабанов.* Александр Алехин. М., "Голос", 1992.

31. *А.И. Сизоненко.* Капабланка. Встречи с Россией. М., "Знание", 1988.

32. *Л. Литцман.* Теорема Пифагора. Государственное издательство физико-математической литературы. М., 1960.

33. Шахматное обозрение, 64,8 (1018), 2002, М.

СОДЕРЖАНИЕ

1	2	2^{2}	2^{3}	2^{4}	2^{5}	2^{6}	2^{7}
2^{8}	2^{9}	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^{16}	2^{17}	2^{18}	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^{24}	2^{25}	2^{26}	2^{27}	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{32}	2^{33}	2^{34}	2^{35}	2^{36}	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{40}	2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	2^{45}	2^{46}	2^{47}
2^{48}	2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{56}	2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*

$$\sum_{n=0}^{63} 2^{n} = 18446744073709551615$$