*BOXONOV ZAFAR SAYDIMAHMUDOVICH*

# ANALITIK GEOMETRIYADAN MISOL VA MASALALAR TO'PLAMI.

(I-qism)

**Namangan**

*BOXONOV ZAFAR SAYDIMAHMUDOVICH*

# ANALITIK GEOMETRIYADAN MISOL VA MASALALAR TO'PLAMI.

(I-qism)

**Namangan**

Boxonov Zafar Saydimahmudovich, **Analitik geometriyadan misol va masalalar to'plami.** (Analitik geometriya elementlari). Uslubiy qo`llanma. – Namangan: NamDU nashri, 2018. 104 bet.

Ushbu uslubiy qo`llanma 5130100 – Matematika ta'lim yo'nalishi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalar uchun «Analitik geometriya» fanidan amaliy mashg`ulot darslarini o'tkazish bo'yicha mo'ljallangan. Uslubiy ko`rsatma analitik geometriya faning DTS dasturi asosida bayon etilgan.

Uslubiy qo`llanma Namangan davlat universiteti o'quv–uslubiy kengashi tomonidan (2018 yil 18 apreldagi, № 8–sonli bayonnoma) nashrga tavsiya etilgan.

**Taqrizchilar:**

**N.Xatamov** — Namangan davlat universiteti "Matematika" kafedrasi mudiri, fizika-matematika fanlari nomzodi

**T.Mirzayev** — Namangan davlat universiteti kata o`qituvchisi, fizika-matematika fanlari nomzodi

## KIRISH

Mamlakatimizda «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» asosida ta'lim oluvchilarning yuksak tayyorgarlik darajasi, malakasi, madaniy va ma'naviy, axloqiy saviyasining sifatini belgilab beruvchi davlat ta'lim standartlari uzluksiz ta'lim tizimining barcha bosqichlarida to'liq amalga oshirilayotgan bir davrda o'quv adabiyotlariga bo'lgan talab kuchayib bormoqda. Shunday adabiyotlar yaratish professor-o'qituvchilar zimmasiga katta mas'uliyatlar yuklaydi.

Talabalar matematikadan nazariy va amaliy bilimlarini mustahkamlashi, iste'dotini namoyon etishi uchun ko'proq masala va mashqlar bajarishi talab etiladi. Masalalarni mustaqil yechish uchun esa nazariy ma'lumotlar va formulalarni eslash bilan birga masala yechish uchun ko'rsatma va tavsiyalardan foydalansa samaradorlik yuqori bo'ladi.

Ushbu qo'llanma analitik geometriyadan amaliy mashg'ulot o'tkazuvchi o'qituvchilarga va mustaqil shug'ullanuvchi talabalarga mo'ljallangan bo'lib, unda har bir mavzu uchun kerakli nazariy ma'lumotlar va formulalar keltirilgan.O'rtacha murakkablikda bo'lgan masalalardan bir nechta namunalar yechib ko'rsatilgan. Tavsiya etilgan masalalar javob yoki ko'rsatmalar bilan ta'minlangan. Mustaqil yechishga tavsiya etilgan masalalardan nazorat ishlarini o'tkazishda foydalanish mumkin. Uslubiy qo'llanmadan oliy texnika bilim yurti talabalari, universitetlarning matematika asosiy mutaxassisligi bo'lmagan yo'nalishlardagi talabalari va kollejlarning matematika o'qituvchilari foydalanishlari mumkin.

# I BOB. TEKISLIKDA ANALITIK GEOMETRIYANING SODDA MASALALARI

## Asosiy formulalar

1. $A(x_1;y_1)$ *ва* $B(x_2;y_2)$ nuqtalar orasidagi masofani topish formulasi.

$$d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

2.Koordinata boshi O(0;0)dan A(x;y)nuqtagacha bo`lgan masofani topish.

$$d=|0A|=\sqrt{x^2+y^2}$$

3. $P(x_1;0)$ *ва* $Q(x_2;0)$ nuqtalar orasidagi masofa

$$d=|PQ|=|x_2-x_1|$$

4. $M(0;y_1)$ *ва* $N(0;y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa.

$$d=|MN|=|y_2-y_1|$$

5. $A(x_1;y_1)$ *ва* $B(x_2;y_2)$ nuqtalardan iborat AB kesmani $\lambda$ nisbatda bo`luvchi C nuqtani x va y koordinatalarni topish formulasi.

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\ y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$$

6.AB kesmani o`rtasini koordinatalarini topish formulasi.

$$x=\frac{x_1+x_2}{2},\ y=\frac{y_1+y_2}{2}$$

7. $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ *va* $C(x_3;y_3)$ koordinatalari bilan berilgan uchburchakning yuzini topish formulasi.

$$S_{\Delta ABS}=\pm\frac{1}{2}[(y_1+y_2)(x_2-x_1)+(y_2+y_3)(x_3-x_2)-(y_1+y_3)(x_3-x_1)]$$

$$S_{\Delta ABS}=\pm\frac{1}{2}[(y_3-y_1)(x_2-x_1)-(y_2-y_1)(x_3-x_1)]$$

yoki

$$S_{\Delta ABC}=\pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1-x_3 & y_1-y_3\\ x_2-x_3 & y_2-y_3\end{vmatrix} \qquad S_{\Delta ABC}=\pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix}1&1&1\\ x_1&x_2&x_3\\ y_1&y_2&y_3\end{vmatrix}$$

8. Qutb koordinatalardan dekart koordinatalarga o`tish formulasi;

$$x = r\cos\varphi, \quad y = r\sin\varphi$$

9. Dekart koordinatalardan qutb koordinatalarga o`tish formulasi;

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \ \cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

10. Qutb koordinatalarda ikki nuqta orasidagi masofa;

$A(r_1, \varphi_1)$, $B(r_2, \varphi_2)$ nuqtalar orasidagi masofa $d = |AB| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

## Masala yechish namunalari

**1-masala**. B(2;0) nuqtadan OX o`qda yotuvchi A nuqtagacha bo`lgan masofa $|AB| = 5$ bo`lsa, A nuqtaning koordinatasini toping.

**Yechish**. Bizga OX o`qda yotuvchi AB kesmaning uzunligini aniqlash uchun $AB = |x_2 - x_1|$ formula ma`lum. Berilgan qiymatlarni formulaga qo`ysak,

$$5 = |2 - x_1|$$

Bu tenglama ushbu $2 - x_1 = 5$, $2 - x_1 = -5$ tenglamalarga teng kuchli.

Bundan: $x_1 = -3$ va $x_1 = 7$ ***Javob:*** $A_1(-3;0)$ , $A_2(7;0)$

**2-masala.** $A(2;3)$ *va* $B(-3;1)$ bo`lib, $\lambda = \frac{1}{3}$ bo`lsa C(x;y) nuqtani koordinatalari toping.

**Yechish :** Kesmani $\lambda$ nisbatda bo`lish formulasiga asosan

$$x = \frac{2 + \frac{1}{3}\cdot(-3)}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{4}, \qquad y = \frac{3 + 1\cdot\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{5}{2}\cdot \quad \textbf{\textit{Javob:}}\ C(\frac{3}{4};\frac{5}{2})$$

**3-masala.** Uchlari A(-2;-4) B(2;8) va C(10;2) bo`lgan uchburchak yuzini toping.

**Yechish**. $S = \frac{1}{2}|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$ formulaga asosan

$$S = \frac{1}{2}|(2+2)(2+4) - (10+2)(8+4)| = \frac{1}{2}|24 - 144| = 60 \ \textit{кv.birlik.}$$

**Javob**: 60 kv.birlik

**4-masala.** Uchlari $A(0,1)$, $B(2,3)$, $C(-1,4)$ nuqtalarda bo`lgan $ABC$ uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi aniqlansin.

**Yechish.** Aylana markazi $AB, AC, BC$ kesmalar o`rta perpendikulyarlarining kesishish nuqtasidir. O`rta perpendikulyarda ixtiyoriy $K(x,y)$ nuqta olinadi.

1) $AB$ kesma uchun $d(A,K)=d(B,K) \Rightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2} \Rightarrow$

$$x^2+y^2-2y+1=x^2+y^2-4x-6y+13 \Rightarrow 4x+4y-12=0 \Rightarrow x+y-3=0$$

2) $BC$ kesma uchun

$$d(B,K)=d(C,K) \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2} \Rightarrow$$

$$x^2+y^2-4x-6y+13=x^2+y^2+2x-8y+17 \Rightarrow 6x-2y+4 \Rightarrow 3x-y+2=0$$

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ 3x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{1}{4}; \qquad y=\frac{11}{4}.$$ ***Javob:*** $\left(\frac{1}{4}; \frac{11}{4}\right)$.

**5-masala.** $ABC$ muntazam uchburchakning $A$ va $B$ uchlari berilgan: $A(-3;2)$ va $B(1;6)$. $C$ uchining koordinatalari topilsin.

**Yechish.** $d(A,B)=d(A,C)=d(B,C) \Rightarrow$

$$\sqrt{(x+3)^2+(y-2)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y-6)^2} \Rightarrow x+y-3=0$$

Uchburchakning balandligi $h=\sqrt{AB^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{32-8}$ ;

$h=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$. $AB$ kesmaning o`rtasi $C_0(-1;4)$.

$$d(C_0,C)=\sqrt{(x+1)^2+(y-4)^2}=2\sqrt{6} \Rightarrow (x+1)^2+(y-4)^2=24$$

$$\begin{cases} (x+1)^2+(y-4)^2=24 \\ x+y-3=0 \end{cases} \Rightarrow x+1=\pm\sqrt{12} \Rightarrow x_{1,2}=-1\pm 2\sqrt{3}.$$

***Javob:*** $C_1\left(-1-2\sqrt{3}, 4+2\sqrt{3}\right)$, $C_2\left(-1+2\sqrt{3},\ 4-2\sqrt{3}\right)$

**6-masala.** Qarama-qarshi uchlari $A(4,-2)$, $C(-1,3)$ nuqtalarda bo`lgan kvadratning yuzini aniqlang.

**Yechish.** $d(A,C)=\sqrt{(-5)^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

Kvadratning yuzi $S=\frac{1}{2}d(A,C)\cdot d(A,C)=25$. ***Javob:*** $S=25$ kv.birlik.

**7-masala.** Qutb uchun koordinatalar boshi $O(0,0)$ nuqtani, qutb o`qi uchun abstsissa o`qini olib $M\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$ nuqtaning to`g`ri burchakli koordinatalarini aniqlang.

**Yechish:** $x = r\cos\varphi = 2\cos\frac{\pi}{3} = 1,\qquad y = r\sin\varphi = 2\sin\frac{\pi}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

***Javob:*** $M\left(1,\sqrt{3}\right)$.

**8-masala.** $A\left(\sqrt{3},1\right)$ nuqtaning qutb koordinatalari aniqlansin, bunda $O(0,0)$ – qutb, $(Ox)$ – o`q esa qutb o`qi.

**Yechish.** $r = \sqrt{x^2+y^2} = 2 \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2};\quad \sin\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \quad \varphi = \varphi = \frac{\pi}{6}$.

***Javob:*** $A\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$

**9-masala.** Qutb koordinatalari orqali berilgan $A\left(5,\frac{\pi}{6}\right)$ va $B\left(3,-\frac{\pi}{6}\right)$ nuqtalar orasidagi masofani aniqlang.

**Yechish:** $d = |AB| = \sqrt{25+9-2\cdot 15\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = \sqrt{19}$. ***Javob:*** $d = \sqrt{19}$

### *1-§. To`g`ri burchakli koordinatalar sistemasi.*

1. Quyidagi nuqtalar yasalsin:

A(2,7); B(3,0); C(1,-4); D(0,5); E(-1,2); F(-4,-3); G(-2,0); H(0,-3); $K\left(-3\frac{1}{2};2\frac{1}{3}\right)$; $L\left(\sqrt{2};-\sqrt{3}\right)$

2. Koordinatalari quyidagi tenglamalarni qanoatlantiruvchi nuqtalar yasalsin:

1) $\begin{cases} 5x+2y=-1 \\ 2x-y=14 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x+y=7 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y^2-4x=0 \\ x^2-4y=0 \end{cases}$

3. Absissalari -4,-3,-2,-1,0,1,2,3 va 4 ga teng, ordinatalari esa 1) $y=3x-5$ 2) $y=x^2$ tenglma bilan aniqlanuvchi nuqtalar yasalsin.

4. M(3,2) nuqta berilgan: absissalari o`qiga, nisbatan ordinatalar o`qiga nisbatan, koordinatalar boshiga nisbatan unga simmetrik bo`lgan nuqtalar yasalsin. Bu nuqtalarning koordinatalari aniqlansin.

5. $A(-2,5)$ va $M(x,y)$ nuqtalar orasidagi masofa o`lchov birligini uchtasiga teng. 1) A va M nuqtalar $OX$ o`qiga parallel to`g`ri chiziqda, 2) A va M nuqtalar Y o`qiga parallel to`g`ri chiziqda yotgani malum bo`lsa, M nuqtaning koordinatalari topilsin.

6. Koordinatalari burchakli bissektrissalaridan biridan yotgan nuqtaning koordinatalari orasidan qanday munosabat bor?

7. Koordinatalarning to'g'ri burchakli sistemasida quyidagi nuqtalar yasalsin: $A(2,3), B(0,4), C(-2,1), D(-3,-5), F(6,-2), G(5,0) K(0,-1), S(-3,0), T(0,7)$.

8. Koordinatalarning qiyshiq burchakli sistemasida $A(3,2), B(-4,6), C(-2,-5), D(4,-1)$ nuqtalar yasalsin.

9. Muntazam oltiburchak tomoni a ga teng. Koordinatalar boshi oltiburchakning markazida, absissalar o`qi uning ikki qarama- qarshi uchlaridan o`tgan deb, oltiburchak uchlarini koordinatalari toping.

10. Muntazam oltiburchak ABCDEF berilgan. Agar koordinatalar boshi A uchida bo'lib, absissa o'qining musbat yo'nalishi AB tomom yo'nalishi bilan (ustma-ust tushsa) va ordinata o'qining musbat yo'nalishi AF bilan ustma-ust tushsa va mashtab birligi sifatida oltiburchak tomoni olinsa, oltiburchakning uchlarining koordinatalari topilsin.

11. ABCD trapetsiyaning quyi AB asos uning yuqori CD asosidan 3 mrta katta. Agar koordinatalar boshi A nuqtada bo'lib, abssissa o'qining musbat yo'nalishi AB asos bo'ylab ordinata o'qining musbat yo'nalishi AD yon tomon bo'ylab yo'nalgan bo'lib, AB,AD tomonlar bu o'qlardagi birlik kesmalar bo'lsa, trapetsiya uchlarining koordinatalarini , diogonallar kesishish nuqtasining koordinatalarini va yon tomonlari kesishgan nuqtasining koordinatalarini topilsin.

12. Teng yonli trapetsiyaning AB katta asosi 8 ga teng, balandligi 3 ga , asosidagi burchagi $45^0$ ga teng. To'g'ri burchakli sistemani abscissa o'qi sifatida trapetsiyaning katta asosi , ordinata o'qi sifatida asosining o'rtasida tushirilgan perpendikular va koordinata o'qining yo'nalishi trapetsiya ichiga qaratilgan

deb,trapetsiya uchlarining , diagonallari kesishgan nuqtaning va yon tomonlari kesishgan S nuqtaning koordinatalari topilsin.

13. Parallelogramning qo'shni A(-3,1) va B(2,-1) uchlari berilgan. Parallelogramning diagonallari koordinata o'qlariga parallel bo'lsa, qolgan ikkita uchining koordinatali topilsin.

14. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan M(x,y) nuqta berilgan. M nuqtaga

1) Koordinatalar boshiga;

2) Abssissa o'qiga;

3) Ordinata o'qiga;

4) Birinchi va uchinchi koordinata burchaklarining bissektrisasiga;

5) Ikkinchi va to'rtinchi koordinata burchaklarining bissektrissasiga nisbatan simmetrik bo'lgan nuqta topilsin.

15. Parallelogramning ketma-ket keluvchi uchta $A(-2,1), B(1,3), C(4,0)$ uchlari berilgan, uning to'rtinchi uchini toping.

### *2-§. Ikki nuqta orasidagi masofa.*

1. Uchburchakning uchlari: $P(-2,1), Q(4,8)$ va $R(10,6)$. Bu uchburchakning ichki burchaklari orasidagi o`tmas burchak bormi?

2. M nuqtaning absissasi +7 undan va $N(-1,5)$ nuqtagacha masofa 10 ga teng. Bu nuqtaning ordinatasi topilsin .

3. Ordinatalar o`qida $A(4,-6)$ nuqtadan 5 masshtab birligi qadar uzoqlikda turgan nuqta topilsin.

4. Koordinat burchaaklari bissektrissalarida $M(-2,0)$ nuqtadan 10 masshtab birligi qadar uzoqlikda turgan nuqtalar topilsin.

5. Nuqta to`g`ri chiziq bo`ylab harakat qilib $A(-1,-3)$ nuqtadan $B(4,2)$ nuqtaga keldi. O`tilgan yo`lning uzunligi va nuqtaning trektoriyasi bilan absissalar o`qi orasidagi burchak aniqlansin.

6. $M(0,2)$ va $N(-2,4)$ nuqtalardan o`tgan to`g`ri chiziq $x$ o`qi bilan qanday burchak tashkil qiladi?

7. To`g`ri chiziq $A(3,1)$ nuqtadan o`tadi va $x$ o`qi bilan $45^0$ burchak tashkil qiladi . Bu to`g`ri chiziqda ordinatasi $y=+4$ bo`lgan nuqta topilsin.

8. $A(3,0)$ nuqtadan chiqib $x$ o'qiga $30^0$ li burchak ostida og'ishga to'g'ri chiziq bo'ylab 8 masshtab birligi qadar siljigan nuqtaning o'rni aniqlansin.

9. X o'qida koordinatalar boshidan va $A(9,-3)$ nuqtadan bir xil uzoqlikda turgan nuqta aniqlansin .

10. $A(7,-3)$ va $B(-2,1)$ nuqtalaridan teng uzoqlikda turgan $M(x;y)$ nuqtaning koordinatalari qanday shartni qanoatlantirishi kerak .

11. Muntazam olti burchakning ikkita qo'shni uchlari $A(2;0)$ va $B(5;3\sqrt{3})$ ni bilgan holda, uning markazi topilsin.

12. Uchburchakning uzunligi uchlari bilan berilgan: $A(2,-3), B(1,3)$ va $C(-6,-4)$. Shakl $BC$ to'g'ri chiziq bo'ylab bukilsa, A nuqta $M$ nuqta bilan ustma-ust tushadi. $M$ nuqtaning koordinatalari topilsin.

13. Rombning ikkita qarama-qarshi uchlari $A(8,-3), C(10,11)$ va $AB$ tomoni 10 ga teng bo'lsa, qolgan uchlarining koordinatalari topilsin.

14. Berilgan uchta $A(2,2)B(-5,1)$ va $S(3,-5)$ nuqtadan bir xil uzoqlikda bo'lgan nuqta topilsin.

15. $A(-4,2)$ nuqtadan utuvchi va absissalar o'qiga $B(2,0)$ nuqtada aylananing markazi topilsin.

16. $(2,-1)$ nuqtadan o`tuvchi va ikkala koordinata o`qlariga urinuvchi aylanning markazi va radiusi topilsin.

17. Uchlari $A(4,2)$, $B(9,4)$ va $C(7,6)$ nuqtalardan iborat bo`lgan uchburchak yuzi hisoblansin.

18. Uchlarining koordinatalari $(-2,1), (2,2)$ va $(8,6)$ bo`lgan uchburchak peremetri va yuzi hisoblansin.

19. Uchlari $A(-2,0), B(0,-1), C(2,0), D(3,2)$ va $E(-1,3)$ nuqtalardan iborat bo`lgan beshburchakning yuzi hisoblansin.

20. Quyidagi uchta nuqta bir to`g`ri chiziqda yotish yoki yotmasligi tekshirilsin:

1) $(0,5), (2,1), (-1,7)$;

2) $(3,1), (-2,-9), (8,11)$;

3) $(0,2), (-1,5), (3,4)$.

21. Nuqta to`g`ri chiziq bo`ylab harakat qilib, $M(5,5)$ va $N(1,3)$ nuqtalarda o`tdi. U $Y$ o`qini qaysi nuqtada kesib o`tadi?

22. Quyidagi hollarning har birida $A, B$ nuqtalar orasidagi $d$ masofa topilsin.

1) $A(4;3)$ $B(7;7)$ 2) $A(3;1)$, $B(-2;4)$ 3) $A(12;-1)$, $B(0;4)$ 4) $A(3;5)$, $B(4;6)$

23. koordinatalar boshidan quyidagi nuqtalargacha bo'lgan masofalar topilsin:

1) $A(11;4)$ 2) $A(-3;-4)$ 3) $A(-11;4)$ 4) $A(5;12)$

24. Koordinata o'qlarida $(1,1), (3,7)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.

25. Oy o'qida koordinatalar boshidan va (-8;-4) nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.

26. ABC uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: A(3,1),B(7,5),C(5,-1). U o'tkir burchaklimi, to'g'ri burchaklimi yoki o'tmas burchaklimi?

27. Koordinata o'qlarida (-5,9) nuqtadan 15 birlik uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.

28. Markazi C(6,7), nuqtada va radiusi $r = 5$ bo'lgan aylana berilgan. A(7,14) nuqtadan bu aylanaga urinmalar o'tkazilgan. A nuqtadan urinish nuqtalargacha bo'lgan masofalar topilsin.

29. Radiusi $r = 10$ bo'lgan aylana markazi C(-4,-6) nuqtada. Koordinata burchaklar bissektrisalari bilan aylananing kesishish nuqtalari topilsin.

30. ABC uchburchak uchlari berilgan: A(2,-3),B(1,3),C(-6,-4), A(2,-3) nuqtaga BC tomonga nisbatan simmetrik bo'lgan M nuqta topilsin.

31. Uchlari A(2,2),B(-5,1),C(3,-5) nuqtalarda bo'lgan ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi va radiusi topilsin.

32. Rombning ikkita qarama-qarshi uchi A(8,-3),C(10,11) berilgan. AB tomon 10 ga teng. Qolgan uchlarining koordinatalari topilsin.

33. A(-4,2) nuqtadan o'tib Ox o'qiga B(2,0) nuqtada urinadigan aylana markazi topilsin.

34. A(2,-1) nuqtadan o'tgan va ikkala koordinata o'qlariga urinadigan aylana tenglamasi tuzilsin

### *3-§. Kesmani berilgan nisbatda bo`lish.*

1. Uchburchak uchlari berilgan: $A(3,-7), B(5,2)$ va $C(-1,0)$. Tomonlarining o`rtalari topilsin.

2. Uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(3,-2), B(5,2)$ va $C(-1,4)$. Medianalar uzunliklari hisoblansin.

3. Bir jinsli sterjenning og`irlik markazi $M(5,1)$ nutada bo`lib, uchlaridan biri $A(-1,-3)$ nuqtaga tushadi. Ikkinchi uchining o`ni topilsin.

4. $AB$ kesma shunday siljiydiki, uning uchlari doimo qo`zg`almas ikkita to`g`ri chiziqda qoladi: $A$ uchi $X$ o`qiga parallel va uning tepasidan uch birlik masofada o`tuvchi to`g`ri chiziq bo`ylab siljiydi; $B$ uchi esa $Y$ o`qiga parallel va undan chap tomonda 2 birlik msofada o`tuvchi to`g`ri chiziq bo`ylab siljiydi. Kesma o`rtasi $M(3,1)$ nuqtaga tushgan momentda kesma uchlarining o`rni aniqlansin.

5. Uchburchak tomonlarining o`rtalari $P(3,-2), Q(1,6)$ va $R(4,2)$ nuqtalarda bo`lsa, uning uchlari topilsin.

6. Rombning diagonallari koordinata o`qlariga parallel va uning ikkita qo`shni uchlari $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalaridir. Bu rombning qolgan uchlarining koorintalari berilgan uchlarining koordinatalari orqali ifodalansin.

7. Parallelogrammning $A\left(-4\frac{1}{2};-7\right)$ va $B(2,6)$ qo`shni uchlarining va diagonallari $M\left(3;1\frac{1}{2}\right)$ nuqtaning koordinatalari berilgan. Uning qolgan ikkita uchining koordinatalari hisoblansin.

8. Parallelogrammning uchta uchi berilgan: $A(4,2), B(5,7)$ va $C(-3,4)$. B uchiga qarama-qarshi yotgan to'rtinchi $D$ uchi topilsin.

9. $A(3,2)$ va $B(15,6)$ $A(3;2)$ va $B(15,6)$ nuqtalar orasidgi kesma teng besh bo'lakka bo'lingan. Bo'linish nuqtalarining koordinatalari topilsin.

10. Koordinatalar boshidan chiqqan va $M(4,3)$ nuqtadan o'tgan nurda shunday $P$ nuqta topilsinki, koordinatalar boshidan bu nuqtagacha bo'lgan masofa 9 ga teng bo'lsin.

11. To'g'ri chiziq $x$ o'qidan $OA=4$ va $y$ o'qidan $OB=7$ kesmalarni ajratadi. Koordinatalar boshidan shu to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar asosining koordinatalari topilsin.

12. Uchlari $(1,4), (-5,0)$ va $(-2,-1)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak medianalari kesishish nuqtasi topilsin.

13. Uchburchak og'irlik markzining [1] koordinatalari uning uchlari koordinatalari bilan qanday ifodalanadi?

14. Uchburchak og'irlik markzining koordinatalar boshida bo'lib, uning bir uchi absissalar o'qida koordinatalar boshidan a masofada, ikkinchi uchi esa ordinatalar o'qida koordinatalar boshidan b masofada joylashgan. Uchinchi uchining koordinatalari topilsin.

15. Uchlari $A(4,1), B(7,5)$ va $C(-4,7)$ nuqtalarda bo'lgan uchburchak berilgan, $A$ uchidan o'kazilgan bissektrisaning $BC$ tomon bilan kesishgan nuqtasi topilsin.

16. Ikkta o'xshash uchburchak umumiy $A(3,-6)$ uchga va shunda umumiy burchakga ega. Agar kichik uchburchakning $B(6,2,-3,6)$ va $C(5,1)$ uchlari va mos tomonlarining nisbti $\frac{5}{2}$ ga teng bo'lsa, katta uchburchakning qolgan ikki uchi topilsin.

17. Markazlari $C_1(2,5)$ va $C_2\left(7\frac{1}{3};10\frac{1}{3}\right)$ nuqtalarga tushgan vaa radiuslari mos ravishda 3 va 7 birlikka teng bo'lgan ikkita aylana umumiy urinmalarining kesishish nuqtasi topilsin.

18. $A(4,1)$ va $B(-2,4)$ nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq absissalar o'qini qaysi nuqtada kesib o'tadi?

19. $(-3,5)$ va $(-1,2)$ tutshtiruvchi to'g'ri chiziqda absissasi $x=5$ bo'lgan nuqta topilsin.

20. $A(3,-2), B(3,5), C(0,4)$ va $D(-1,-1)$ to'rtburchakning $AC$ va $BD$ diagonallari kesishish nuqtasi topilsin.

21. Trapetsiyaning uchta ketma - ket joylashgan A(-2,-3), 5(1,4), C(3,l) uchlari berilgan. Agar AD asosi BC asosidan 5 marta katta bo Isa, trapetsiyaning to'rtinchi D uchi topilsin.

22. A(-4,2), B(8,-7) nuqtalar berilgan. AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'luvchi C,D nuqtalar topilsin.

23. C(2,2), D(l,5) nuqtalar AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'lsa, uning A, *B* uchlari topilsin.

24. A(2,4) nuqta berilgan. AB to'g'ri chiziq ordinata o'qini C nuqtada,abssissa o'qini D nuqtada kesib o'tadi. *C nuqta AB kesmani* $\frac{2}{5}$ *nisbatda va* D *nuqta* - $\frac{3}{4}$ *nisbatda bo'lishini bilgan holda* B *nuqtaning koordinatalari* topilsin.

25. A(9,-1), B(-2,6) nuqtalar berilgan. AB to'g'ri chiziqning ikkincbi va to'rtinchi koordlnata burchaklari biseektrissasibilan kesishgan C nuqtasi AB kesmani qanday nisbatda bo'ladi?

26. C (-5,4)nuqta AB kesmani $\frac{3}{4}$ nisbatda, D(6,-5) nuqta esa $\frac{2}{3}$ bo'lsa, A,B nuqtalarning koordinatalari topilsin.

27. ABCD parallelogrammning A uchi BC tomon o'rtasi M bilan va *B esa CD to*monida yotuvchi N nuqta bilan tutashtirilgan; DN kesma uzunligining uchdan biriga teng. AM, BN kesmalarning *K* nuqtasi shu kesmalami qanday nisbatlarda bo'ladi?

28. Uchlari A(5,-4),B(-1,2),C(5,l) nuqtalarda bo'lgan uchburchakning AD medianasining uzunligini topilsin.

29. (4,2),(0,-1) nuqtalardan o'tadigan to'g'ri chiziqda (-4,-4) nuqtadan 5 birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

30. (4,8), (- 1,-4) nuqtalardan o'tadigan to'g'ri chiziqda (-1,-4) birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

31. ABC:A(4,1),B(7,5),C(-4,7) uchburchakning AD bissektrisasining uzunligi hisoblansin.

32. ABC : A(9,2), B(0,20),C(-15,-10) uchburchakka ichki chizilgan doira markazi va radiusi topilsin.

## 4-§ Uchburchak yuzi

1. Uchlari A(4,2), B(9,4),C(7,6) nuqtalarda bo'lgan uchburchak yuzi hisoblansin.

2.Uchlari A(-2,0),B(0,-1),C(2,0),.D(3,2),E(- 1,3) nuqtalarda bo'lgan beshburchakning yuzi hisoblansin.

3.Quyidagi hollarning har birida ABC uchburchakning yuzi hisoblansin:

1) A(2,1), B(3,4), C (1,6)

2) A(-2,4), B(0,-3), C(1,7)

3) A(5,4), B(11,0), C(0,3)

4. Berilgan A(2,0) nuqtadan B(1,1), C(5,4) nuqtalar orqali o'tgan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

5. Koordinatalar boshidan A(1,5),B(2,4) nuqtalar orqali o'tgan to' g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

6. Uchburchakning ikki uchi A( 5,1), B(-2,2) nuqtalarda, uchinchi esa Ox o'qida joylashgan. Uchburchakning yuzi 10 (kv.birlik) ga teng bo'lsa, uchinchi uchining koordinatalari topilsin.

7. Uchburchakning yuzi S=3 ga teng, uning ikki uchi A(3,1), B(1,-3),nuqtalarda joylashgan. Bu uchburchakning og'irlik markazi OX o'qida yotadi. Uchunchi C uchining koordinatalari topilsin.

## 5-§ Qutb koordinatalar sistemasi

1. Qutb koordinatalari quyidagi qiymatlarga ega bo'lgan nuqtalar yasalsin.

$$\left(3;\frac{\pi}{6}\right),\ \left(1;\frac{5\pi}{3}\right),\ \left(5;\frac{7\pi}{6}\right),\ \left(0.5;\frac{\pi}{2}\right),\ \left(2.5;\frac{2\pi}{3}\right),\ (6;\pi),\ \left(3;\frac{\pi}{3}\right),\ \left(\sqrt{3};-\frac{\pi}{6}\right),\ \left(-2;\frac{\pi}{4}\right)$$

2. Tomoni $a$ ga teng bo'lgan muntazam oltiburchak uchlarining qutb koordinatalari aniqlansin; oltiburchakning uchlaridan biri qutb,shu uchidan o'tgan tomoni qutb o'qi deb olinsin.

3. Berilgan ikki nuqta orasidagi masofa hisoblansin:

1. A) $\left(2;\frac{\pi}{12}\right)$ va B) $\left(1;\frac{5\pi}{12}\right)$ 2. C) $\left(4;\frac{\pi}{12}\right)$ va D) $\left(6;\frac{6\pi}{5}\right)$

3. E) $\left(3;\frac{11\pi}{18}\right)$ va F) $\left(4;\frac{\pi}{9}\right)$

4. Qutb koordinatalari sistemasida $A(8;-\frac{2\pi}{3})$, $B(6;\frac{\pi}{3})$ nuqtalar berilgan .

AB kesma o'rtasining koordinatalari topilsin.

5. $A\left(5;\frac{2\pi}{3}\right)$ nuqta berilgan. 1) A nuqtaga qutbga nisbatan simmetrik bo'lgan B nuqta: 2) A nuqtaga qutb o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan C nuqta topilsin.

6. $A\left(2;\frac{\pi}{6}\right), B\left(3;\frac{4\pi}{3}\right), C\left(1;\frac{3\pi}{2}\right), D(5;\pi), E(5;0)$ nuqtalar berilgan. Qutb o'qi qutb o'qi $\frac{3\pi}{4}$ burchakka musbat yo'nalishda burilsa, bu nuqtalarning koordinatalari aniqlansin.

7. Uchlaridan bir qutbda bo'lgan, qolgan ikki uchi $\left(4;\frac{\pi}{9}\right), \left(1;\frac{5\pi}{8}\right)$ nuqtalarda joylashgan uchburchak yuzi hisoblansin.

8. Qutb koordinatalari bilan berilgan $A\left(2;\frac{\pi}{3}\right), B\left(\sqrt{2};\frac{3\pi}{4}\right), C\left(5;\frac{\pi}{2}\right), D\left(3;-\frac{\pi}{6}\right)$ nuqtalarning to'g'ri burchakli koordinatalari topilsin: bunda absissalar o'qi qutb o'qi bilan. Koordinatalar boshi qutb bilan ustma-ust tushadi.

9. To'g'ri burchakli koordinatalari bilan berilgan $A(-1;1)$ $B(0;2)$ $C(5;0)$ nuqtalarning qutb koordinatalari topilsin.

10. M nuqtaning dekart koordinatalari $x=8, y=-6$ bo'lsa, uning qutb koordinatalari topilsin.

11. Qutb koordinatalar bilan berilgan $M\left(10;\frac{\pi}{6}\right)$, nuqtaning dekart koordinatalari topilsin Bu yerda qutb o'qi Ox o'qiga parallel bolib. qutb O(2;3) nuqtada joylashgan.

12. Qutb sifatida O(3;5)nuqtani olib, qutb o'qini Oy o'qining musbat yo'nalishiga parallel qilib yo'naltirib, $M_1(9;-1), M_2(5;5-2\sqrt{3})$ nuqtalarning qutb koordinatalari topilsin.

# II-BOB. VEKTORLAR ALGEBRASI.

## Asosiy formulalar:

1. $a(a_x, a_y, a_z)$ vektor uzunligi; $|\bar{a}| = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}}$

2. Vektorlarning skalyar ko`paytmasi; $(\bar{a}\bar{b}) = |\bar{a}||\bar{b}|\cos\varphi$

3. Vektorning proyeksiyasi;

$$\pi p_{\bar{a}}\bar{b} = \frac{(\bar{a}\bar{b})}{|\bar{a}|}; \quad \pi p_{\bar{b}}\bar{a} = \frac{(\bar{a}\bar{b})}{|\bar{b}|}$$

4. Skalyar ko`paytmani vektorning koordinatalari orqali ifodasi;

$$(\bar{a}\bar{b}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

5.Vektorlar orasidagi burchakni topish formulasi;

$$\cos\varphi = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a^2{}_x + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}}\sqrt{b_x^{\,2} + b_y^{\,2} + b_z^{\,2}}}$$

6.Ikki vektorlarning vektor ko`paytmasi;

$$[\bar{a}\ \bar{b}] = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad ([\bar{a}\bar{b}]\bar{c}) = |[\bar{a}\bar{b}]|\cdot|\bar{c}|\cos\varphi, \qquad \varphi = ([\bar{a}\bar{b}]\hat{\ }\bar{c})$$

7. Ikki vektorning vektor ko`paytmasining uzunligi shu vektorlardan qurilgan parallelogramning yuziga tengdir;

$$|\bar{c}| = |[\bar{a}\ \bar{b}]| = |\bar{a}||\bar{b}|\cos\varphi$$

8. Uch vektorning aralash ko`paytmasini hisoblash;

$$([\bar{a}\bar{b}]\bar{c}) = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}, \text{ bunda } \begin{matrix} \bar{a} = \{a_x, a_y, a_z\} \\ \bar{b} = \{b_x, b_y, b_z\} \\ \bar{c} = \{c_x, c_y, c_z\} \end{matrix}$$

9. Uchlari A, B, C, D nuqtalarda bo`lgan tetraedrning hajmini hisoblash;

$$V_{\text{тет}} = \frac{1}{6}\mathrm{mod}\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{vmatrix}, \text{ bunda } \begin{matrix} A(x_1, y_1, z_1),\ B(x_2, y_2, z_2) \\ C(x_3, y_3, z_3),\ D(x_4, y_4, z_4) \end{matrix}$$

## Masala yechish namunalari

**1-masala**: A(3;-2;5) va B(-4;5;-2) nuqtalar berilgan. $\overline{BA}$ vektorning koordinatalarini toping.

**Yechish:** $\overline{BA}$ = (3;-2;5)- (-4;5;-2)=(3+4;-2-5;5+2)=(7;-7;7)

**2-masala.** Vektorning $X=5, Z=-6$ koordinatalari berilgan. $|\overline{a}|=8$ Shartda uning $Y$ koordinatasi topilsin.

**Yechish.** $|\overline{a}|=\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$ formulaga binoan:

$Y=\pm\sqrt{|\overline{a}|^2-X^2-Z^2}=\pm\sqrt{64-25-36}=\pm\sqrt{3}$ Demak, $Y=\pm\sqrt{3}$ bo'ladi.

**3-masala.** $\overline{a}$ vektorning $|\overline{a}|=10,\ \alpha=120°,\ \beta=135°,\ \gamma=60°$ elementlari berilgan. $\overline{a}$ vektorning koordinata o'qlaridagi proektsiyalari topilsin.

**Yechish.** $X=|\overline{a}|\cdot\cos\alpha=10\cdot\cos120°=10\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-5$

$$Y=|\overline{a}|\cdot\cos\beta=10\cdot\cos135°=10\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=-5\sqrt{2}$$

$$Z=|\overline{a}|\cdot\cos\gamma=10\cdot\cos60°=10\cdot\frac{1}{2}=5$$

Demak, $\overline{a}=\{-5;-5\sqrt{2};-5\}$ bo'ladi.

**4-masala.** $\overline{a}$ vektori $\overline{i},\overline{j},\overline{k}$ bazislar bo'yicha yoyilgan: $\overline{a}=-12\overline{i}+3\overline{j}-4\overline{k}$. $\overline{a}$ vektoriga parallel va unga qarama-qarshi yo'nalgan $\overline{b}$ vektorning $\overline{i},\overline{j},\overline{k}$ bazislar bo'yicha yoyilmasi $|\overline{b}|=52$ shartda topilsin.

**Yechish.** $\overline{b}$ vektor $\overline{a}$ vektorga kolleniar bo'lgani uchun shunday $\lambda$ soni mavjud bo'lib, $\overline{b}=\lambda\overline{a}$ tenglik bajariladi, $\overline{b}$ vektorning yo'nalishi $\overline{a}$ vektorning yo'nalishiga qarama-qarshi bo'lgani uchun bu tenglikda $\lambda$ning qiymati manfiy bo'ladi. Shuning uchun $|\overline{b}|=|\lambda|\cdot|\overline{a}|$, bundan esa $|\lambda|=\frac{|\overline{b}|}{|\overline{a}|}=\frac{52}{\sqrt{12^2+3^2+4^2}}=\frac{52}{13}=4.$

Shunday qilib, $\lambda=4$.

Demak, $\overline{b}$ vektorning $\overline{i},\overline{j},\overline{k}$ bazislar bo'yicha yoyilmasi:

$\bar{b}=-4\bar{a}=48\bar{i}-12\bar{j}+16\bar{k}$ bo'ladi.

**5-masala.**Agar $\vec{a}(2;0;1)$ va $\vec{b}(1;-2;3)$ bo'lsa, $\vec{n}=\vec{a}+2\vec{b}$ vektorning uzunligini toping.

**Yechish:** Avval $\vec{n}$ vektorni topamiz. $\vec{n}=\vec{a}+2\vec{b}$=(2;0;1) + 2(1;-2;3)=(2;0;1)+(2;-4;6)=(4;-4;7). Endi bu vektorning uzunligini topamiz.

$|\vec{n}|=\sqrt{4^2+(-4)^2+7^2}=\sqrt{16+16+49}=\sqrt{81}=9$ **Javob:** $|\vec{n}|$=9

**6-masala.** $(\bar{a}+\bar{b})^2+(\bar{a}-\bar{b})^2=2(\bar{a}^2+\bar{b}^2)$ ayniyatni isbotlang va uning geometrik ma'nosini aniqlang.

**Yechish.** Skalyar ko'paytmaning xossalariga ko'ra:

$$(\bar{a}+\bar{b})^2+(\bar{a}-\bar{b})^2=((\bar{a}+\bar{b})\cdot(\bar{a}+\bar{b}))+((\bar{a}-\bar{b})\cdot(\bar{a}-\bar{b}))=$$

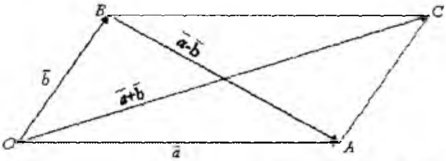
$$=(\bar{a}\cdot\bar{a})+(\bar{a}\cdot\bar{b})+(\bar{b}\cdot\bar{a})+(\bar{b}\cdot\bar{b})+(\bar{a}+\bar{a})+(-\bar{b}\cdot\bar{a})+(-\bar{b}\cdot(-\bar{b}))=$$

$$=2(\bar{a}\cdot\bar{a})+2(\bar{a}\cdot\bar{b})-2(\bar{a}\cdot\bar{b})+2(\bar{b}\cdot\bar{b})=2((\bar{a}\cdot\bar{a})+(\bar{b}\cdot\bar{b}))=2(\bar{a}^2+\bar{b}^2)$$

bo'ladi.

Endi isbot qilingan ayniyatning geometrik ma'nosini aniqlaymiz:

$\bar{a}$ va $\bar{b}$ vektorlarning boshlarini $O$ nuqtaga qo'yib, ulardan $OACB$ parallelogramm yasaymiz (chizma).




U holda bu parallelogrammda $\overline{OA}=\bar{a},\ \overline{OB}=\bar{b},\ \overline{OC}=\bar{a}+\bar{b}\ \overline{BA}=\bar{a}-\bar{b}$ hosil qilamiz.

$\bar{a}^2=|\bar{a}|^2=|\overline{OA}|^2,\qquad \bar{b}^2=|\bar{b}|^2=|\overline{OB}|^2$

$(\bar{a}+\bar{b})^2=|\bar{a}+\bar{b}|^2=|\overline{OC}|^2,\qquad (\bar{a}-\bar{b})^2=|\bar{a}-\bar{b}|^2=|\overline{BA}|^2$

bo'lgani uchun isbot qilingan ayniyatni quyidagicha yozamiz.

$$|\overline{OC}|^2+|\overline{BA}|^2=2\left(|\overline{OA}|^2+|\overline{OB}|^2\right)$$

Bu ayniyat parallellogramm diagonallari kvadratlarining yig'indisi uning tomonlari kvadratlarining yig'indisiga tengligi haqidagi teoremani ifodalaydi.

**7-masala.** To'rtburchakning uchlari berilgan: $A(-3;3;0)$, $B(-1;-3;4)$, $C(5;-7;6)$va $D(3;-1;2)$. To'rtburchakning $AC$ va $BD$ diagonalining perpendikulyarligini isbotlang.

**Yechish.** $\overline{AC}$ va $\overline{BD}$ vektorlarni haraymiz. $A, B, C$ va $D$ nuqtalarning koordinatalari berilgan bo'lganligi uchun $\overline{AC}$ va $\overline{BD}$ vektorlarning koordinatalari quyidagicha bo'ladi: $\overline{AC}=\{8;-10;6\}$, $\overline{BD}=\{4;2;-2\}$. Demak, $\overline{AC}$ va $\overline{BD}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi

$$\left(\overline{AC}\cdot\overline{BD}\right)=8\cdot 4+2\cdot(-10)+6\cdot(-2)=0 \qquad \text{bo'ladi.}$$

Bu tenglik $ABCD$ to'rtburchakning $\overline{AC}$ va $\overline{BD}$ diagonallarining o'zaro perpendikulyar ekanligini bildiradi.

**8-masala.** $\left(\overline{X}\cdot\overline{a}\right)=-166$ shartni qanoatlantiruvchi va $\overline{a}=\{5;-7;3\}$ vektorga kooleniar bo'lgan $\overline{X}$ vektori topilsin.

**Yechish.** $\overline{X}$ vektorning koordinatalari $\{X_1, Y_1, Z\}$ bo'lsin. Bu vektor $\overline{a}$ vektorga kooleniar bo'lgani uchun shunday $\lambda$ soni mavjud bo'lib, $X_1=5\lambda$, $Y_1=-7\lambda$, $Z_1=3\lambda$ tengliklari o'rinli bo'ladi va $\overline{X}=\{5\lambda;-7\lambda;3\lambda\}$ ni hosil qilamiz.

$\left(\overline{X}\cdot\overline{a}\right)=-166$ shartga ko'ra:

$\left(\overline{X}\cdot\overline{a}\right)=25\lambda+49\lambda+9\lambda=83\lambda=-166$ dan $\lambda=-2$.

Shunday qilib, $\overline{X}$ vektorning koordinatalari $\overline{X}=\{-10;14;-6\}$bo'ladi.

**9-masala.** $\overline{a}=\{X,Y,Z\}$ vektor $OX$ o'qi bilan $\alpha=45°$; $OY$ o'qi bilan $\beta=60°$ burchak hosil qilib, $|\overline{a}|=3$ bo'lsa, uning koordinatalarini aniqlang.

**Yechish.** $\overline{a}$ vektorning $OZ$ o'qi bilan hosil qilgan burchagini topish uchun

$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

formuladan foydalanamiz: $\cos\alpha=\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\beta=\cos 60°=\frac{1}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cos^2\gamma=1 \Rightarrow \cos\gamma=\frac{1}{2}$, $\gamma=60°$ bo'lib, $\overline{a}$ vektorning koordinatalarini aniqlash uchun $X=|\overline{a}|\cdot\cos\alpha$, $Y=|\overline{a}|\cdot\cos\beta$, $Z=|\overline{a}|\cdot\cos\gamma$

formulalardan foydalanamiz:

$X = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}},\ Y = 3 \cdot \frac{1}{2},\ Z = 3 \cdot \frac{1}{2}$ ekanligidan

$\bar{a} = \left\{ \frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2} \right\}$ bo'ladi.

**10-masala.** $ABCDEF$ muntazam oltiburchakda $\overline{AB} = \bar{e}_1$, $\overline{AE} = \bar{e}_2$ bazis vektorlar bo`lsin. $Б = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ bazisda $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AF}$ va $\overline{EF}$ vektorlar ifodalansin.

**Yechish** $\overline{ED} = \overline{AB} = \bar{e}_1$ ni e`tiborga olinsa $\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2)$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} = \bar{e}_1 + \frac{1}{2}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2) = \frac{3}{2}\bar{e}_1 + \frac{1}{2}\bar{e}_2$$

$$\overline{CD} = \overline{AD} - \overline{AC} = (\bar{e}_1 + \bar{e}_2) - \frac{3}{2}\bar{e}_1 - \frac{1}{2}\bar{e}_2 = \frac{1}{2}(\bar{e}_2 - \bar{e}_1)$$

$$\overline{AF} = \overline{CD} = \frac{1}{2}(\bar{e}_2 - \bar{e}_1)$$

$$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} = \frac{1}{2}(\bar{e}_2 - \bar{e}_1) - \bar{e}_2 = \frac{1}{2}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2)$$

***Javob:*** $\overline{AC} = \frac{3}{2}\bar{e}_1 + \frac{1}{2}\bar{e}_2$, $\overline{AD} = \bar{e}_1 + \bar{e}_2$, $\overline{AF} = \frac{1}{2}(\bar{e}_2 - \bar{e}_1)$, $\overline{EF} = -\frac{1}{2}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2)$

**11-masala.** $\bar{a}\{2,3,-1\}$, $\bar{b}\{0,1,4\}$, $\bar{c}\{1,0,-3\}$ vektorlar bo`yicha $\bar{P} = \frac{1}{3}(\bar{a} - 2\bar{b} + \bar{c})$ vektor koordinatalari aniqlansin.

**Yechish.** $\bar{P} = \frac{1}{3}(2\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 - \bar{e}_3 - 2\bar{e}_2 - 8\bar{e}_3 + \bar{e}_1 - 3\bar{e}_3) = \frac{1}{3}(3\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - 12\bar{e}_3)$.

***Javob:*** $\bar{P}\left\{1, \frac{1}{3}, -4\right\}$.

**12-masala.** Uchburchakli $ABCA_1B_1C_1$ prizmada $\overline{AB} = \bar{e}_1$, $\overline{AC} = \bar{e}_2$ va $\overline{AA_1} = \bar{e}_3$ vektorlar bazis tashkil etsin. Agar $K_1 A_1B_1C_1$ uchburchakning og`irlik markazi bo`lsa, $\overline{AK_1}$ vektor koordinatalarini aniqlang.

**Yechish.** $K - \Delta ABC$ –ning og`irlik markazi bo`lsin.

$$\overline{AK} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC}) = \frac{1}{3}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2)\quad \overline{AK_1} = \overline{AK} + \overline{KK_1} = \overline{AK} + \overline{AA_1} = \frac{1}{3}(\bar{e}_1 + \bar{e}_2) + \bar{e}_3$$

**Javob:** $\overline{AK_1}\left\{\frac{1}{3},\frac{1}{3},1\right\}$.

**13-masala.** $\overline{P}\{2,2,9\}$ kuch $A(4,2,-3)$ nuqtaga qo`yilgan bo`lsin. Kuchning $B(2,4,0)$ nuqtaga nisbatan momentining miqdori va yo`naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

**Yechish.**
$$\overline{M}=\begin{vmatrix}\bar i & \bar j & \bar k\\ 2 & -2 & -3\\ 2 & 2 & 9\end{vmatrix}=-12\bar i-24\bar j+8\bar k$$

$$\overline{BA}=\{2,-,2-3\};\ \left|\overline{M}\right|=\sqrt{144+64+4\cdot 144}=28$$

$$\cos\alpha=-\frac{12}{28}=-\frac{3}{7},\qquad \cos\beta=-\frac{6}{7},\quad \cos\beta=\frac{2}{7}$$

**14-masala.** Uchlari $A(3,4,-1)$, $B(2,0,3)$, $C(-3,5,4)$ nuqtalarda bo`lgan $ABC$ uchburchakning yuzi hisoblansin.

**Yechish.** $\overline{AB}\{-1,-4,4\}$, $\overline{AC}\{-6,1,5\}$

$$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overline{AB}\,\overline{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\begin{vmatrix}-4 & 4\\ 1 & 5\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}4 & -1\\ 5 & -6\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}-1 & -4\\ -6 & 1\end{vmatrix}^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(-24)^2+(-19)^2+(-25)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{1562}.$$

**15-masala.** $C(3,2,-2)$ nuqtadan $A(1,2,-3)$, $B(5,2,0)$ nuqtalardan o`tuvchi to`g`ri chiziqqacha masofa hisoblansin.

**Yechish.** $\overline{CA}\{-2,0,-1\}$, $\overline{CB}\{2,0,2\}$,

$$S=\left|\left[\overline{CA}\quad\overline{CB}\right]\right|=\sqrt{\begin{vmatrix}0 & -1\\ 0 & 2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 2 & 2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix}-2 & 0\\ 2 & 0\end{vmatrix}^2}=2$$

$$d(A,B)=\sqrt{16+9}=5\qquad h=\frac{2}{5}$$

**16-masala.** Agar $\left[\bar a\bar b\right]+\left[\bar b\bar c\right]+\left[\bar c\,\bar a\right]=0$ bo`lsa, $\bar a,\bar b,\bar c$ vektorlarning komplanarligi isbotlansin.

**Isbot:**
$$\left(\left[\bar a\bar b\right]+\left[\bar b\bar c\right]+\left[\bar c\,\bar a\right]\right)\bar a=0\Rightarrow\left(\bar b\,\bar c\,\bar a\right)=0,$$
$$\left(\left[\bar a\bar b\right]+\left[\bar b\bar c\right]+\left[\bar c\,\bar a\right]\right)\bar b=0\Rightarrow\left(\bar c\bar a\bar b\right)=0,$$
$$\left(\left[\bar a\bar b\right]+\left[\bar b\bar c\right]+\left[\bar c\,\bar a\right]\right)\bar c=0\Rightarrow\left(\bar a\bar b\,\bar c\right)=0$$

$\left(\bar a\bar b\,\bar c\right)=\left(\bar b\,\bar c\,\bar a\right)=\left(\bar c\bar a\,\bar b\right)=0\Rightarrow\bar a,\bar b,\bar c-$ komplanar

**17-masala.** $ABCD$ to`rtburchak uchlari $A(2,-3,1)$, $B(-1,1,1)$, $C(-4,5,6)$ va $D(2,-3,6)$ nuqtalarda. $A,B,C,D$ nuqtalarning bitta tekislikda yotishini isbotlang. $ABCD$ to`rtburchak yuzini aniqlang.

**Yechish.** $\overline{AB}\{-3,4,0\}$, $\overline{AC}\{-6,8,5\}$, $\overline{AD}\{0,0,5\}$

$$\left(\overline{AB}\,\overline{AC}\,\overline{AD}\right)=\begin{vmatrix}-3 & 4 & 0\\ -6 & 8 & 5\\ 0 & 0 & 5\end{vmatrix}=0\Rightarrow \text{ Vektorlar komplanar.} \quad S(\Delta ABC)=\frac{25}{2}\text{kv.bir}$$

$$S(\Delta BCD)=\frac{50}{2}\text{ kv. bir. } S(ABCD)=S(\Delta ABC)+S(BCD)=\frac{75}{2}\text{kv.bir}$$

## *1-§ Vektorlarni qo'shish va ayirish. Vektorni songa ko'paytirish. Radius vektor.*

1. ABCD parallelogramning ikki qo'shni tomoni $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ va $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$; diagonallarning kesishish nuqtasi M bilan belgilangan. $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB},\overrightarrow{MC}$ va $\overrightarrow{MD}$ vektorlar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bilan ifodalansin.

2. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarga yasalgan parallelogramdan foydalanib, quyidagi ayniyatlarning to'g'riligini chizmada tekshirilsin:

1) $(\vec{a}+\vec{b})+(\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}$; 2) $(\vec{a}+\vec{b})-(\vec{a}-\vec{b})=2\vec{b}$; 3) $\vec{a}+(\vec{b}-\vec{a})=\vec{b}$; 4) $\frac{\vec{a}}{2}+\frac{\vec{b}}{2}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$;

5) $\frac{\vec{a}-\vec{b}}{2}+\vec{b}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$; 6) $\left(\vec{a}+\frac{\vec{b}}{2}\right)-\left(\vec{b}+\frac{\vec{a}}{2}\right)=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$ 7) $\left(\vec{a}+\frac{\vec{b}}{2}\right)+\left(\vec{b}+\frac{\vec{a}}{2}\right)=\frac{3}{2}(\vec{a}+\vec{b})$

3. Quyidagi munosabat o'rinli bo'lishi uchun $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar qanday hususiyatlarga ega bo'lishi kerak:

1) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$; 2) $\vec{a}+\vec{b}=\lambda(\vec{a}-\vec{b})$ ; 3) $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$;

4) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$ 5) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$; 6) $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$;

4.ABCD kvadratning tomonlaridan nechta teng vektor hosil qilish mumkin.

5. $\overrightarrow{AC}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BD}=\vec{b}$ vektorlar ABCD parallelegramning diagonallari . Shu parallelogramning tomonlari bo'lgan $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, vektorlarni $\vec{a},\vec{b}$ vektorlar orqali ifodalang.

6. K,L nuqtalar ABCD parallelogramning BC, CD tomonlarining o'rtalari. $\overrightarrow{AK}=\vec{k}$, $\overrightarrow{AL}=\vec{l}$ deb BC, CD vektorlarni $\vec{k}$ va $\vec{l}$ vektorlar orqali ifodalang.

7. ABC uchburchakda AD mediana o'tkazilgan. $\overrightarrow{AD}$ vektoni $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, vektorlar orqali ifodalang.

8. ABC uchburchakda AD, BE, CF medianalaro'tkazilgan . $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CF}$, vektorlar yig'indisi topilsin.

9. $\overrightarrow{AB}$=p, $\overrightarrow{AF}$,=q vektorlar muntazam ABCDEF oltiburchakning ikkita qo'shni tomonlari. Bu oltiburchakning tomonlari bo'ylab qo'yilgan $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EF}$, vektorlani $\vec{p},\vec{q}$ vektorlar orqali ifodalang.

10.Muntazam ko'pburchak markazidan uning uchlariga qarab yo'naltirilgan vektorlar yig'indisi 0 ga tengligi isbotlansin

11. Tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan chiqib,muntazam ko'pburchak markazini tutashtiruvchi vektor shu nuqtadan chiquvchi va ko'pburchak uchlarini *tutashtiruvchi vektorlarning o'rta arifmetigiga* teng ekanligi isbotlansin.

12. Uchburchak tekisligida shundav shunday nuqta topilsinki, shu nuqtadan uchburchak uchlariga yo'nalgan vektorlar yig'indisi 0 ga teng bo'lsin.

13. 12 masala parallelogram uchun yechilsin.

14. O *nuqtadan ikkita* $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}=\vec{b}$ vektor chiqadi. AOB burchakning bissektnsasi bo'ylab yo'nalgan biror $\overrightarrow{OM}$ vektor topilsin

15. ABC uchburchakda A burchakning AD bissektrissasi o'tkazilgan nuqta $\overrightarrow{AD}$ vektorni $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ vektorlar orqali ifodalang.

16. 3 ta nokomplanar $\overrightarrow{AB}=\vec{p}$, $\overrightarrow{AD}=-\vec{q}$, $\overrightarrow{AA}=\vec{r}$ vektorlar ABCDA'B'C'D' parallelepiped yasalgan. Parallelepiped qirralari ,parallelepiped diagonali va yoqlarning diagonallari bilan ustma-ust ABC uchburchakda A burchakning AD bissektrissasi o'tkazilgan nuqta $\overrightarrow{AD}$ vektorni $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ vektorlar orqali ifodalang.

17. ABCD tetraedrning A uchidan chiquvchi $\overrightarrow{AB}$=b, $\overrightarrow{AC}$=c, $\overrightarrow{AD}$=d qiymatlari berilgan. Tetraedrning boshqa qirralarini , BCD yoqning $\overrightarrow{DM}$ medianasi va $\overrightarrow{AQ}$ vektorni (Q- bu yerda BCD yoqning og'irlik markazi) b,c,d vektorlar orqali isbotlansin.

18. $OABC$ tetraedr berilgan. $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ deb olib, $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{RS}$ vektorlar $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ vektorlar orqali ifodalansin. Bu yerda M,P,Q nuqtalar OA, OB, OC qirralarning o'rtalari. N, Q, S esa qarama-qarshi qirralarning o'rtalari.

19. Yassi, yoki fazoviy $ABCD$ to'rtburchakda $\overrightarrow{AB}=\vec{m},\overrightarrow{BC}=\vec{n},\overrightarrow{CD}=\vec{p},\overrightarrow{DA}=\vec{q}$ deb belgilab, $AC,BD$ diagonallar o'rtalarini tutashtiruvchi $\overrightarrow{EF}$ vektor topilsin.

20. Parallelogrammning ketma-ket olingan $A,B,C$ uchlarining $\vec{r_1},\vec{r_2},\vec{r_3}$ radius vektorlari berilgan. $D$ uchining radius-vektori topilsin.

21. $\overrightarrow{OA}=\vec{r_1},\overrightarrow{OB}=\vec{r_2},\overrightarrow{OC}=\vec{r_3}$ radius-vektorlar berilgan; $\vec{r_2},\vec{r_3}$ vektorlarning nokomplanarligi ma'lum. $A$ nuqtadan $OBC$ tekislikka $AM$ perpendikulyar tushurilgan. $M$ nuqtaning $\overrightarrow{OM}=\vec{x}$ radius-vektori topilsin.

22. $M_1(\vec{r_1}),M_2(\vec{r_2}),\dots,M_n(\vec{r_n})$ nuqtalarda $m_1,m_2,\dots,m_n$ massalar joylashgan. Bu moddiy nuqtalar sistemasi og'irlik markazining radius-vektorini toping.

23. Massalari bir xil bo'lgan $n$ ta moddiy nuqtalar sistemasining og'irlik markazidan uning uchlariga qarab yo'naltirilgan vektorlar yig'indisining nolga teng ekanligi isbotlang ( $n$ ta nuqtaga bir hil eng massalar qo'yilgan).

24. Uchburchak uchlaining $\vec{r_1},\vec{r_2},\vec{r_3}$ radius-vektorlarini bilgan holda, medianalari kesishgan nuqtasining radius-vektori topilsin.

25. Paralellogrammning ketma-ket kelgan uchlarining $\vec{r_1},\vec{r_2},\vec{r_3}$ radius-vektorlarini bilgan holda, diogonallarining kesishishidan hosil bo'lgan nuqtaning radius-vektori topilsin.

26. Trapetsiyaning ketma-ket kelgan uchlari $A(\vec{r_1}),B(\vec{r_2}),C(\vec{r_3})$ berilgan. $D$ uchining radius-vektori $\vec{r_4}$ ni diagonallari kesishish nuqtasining radius-vektori $\vec{r}'$ ni yon tomonlari kesihish nuqtasining radius-vektori $\vec{r}''$ ni toping. Bu yerda AD asosning $BC$ asosdan $\lambda$ marta kattaligi ma'lum deb hisoblansin.

27. $ABCDA'B'C'D'$ parallelepiped to'rtta uchining $r_A,r_B,r_D,r_A'$ radius-vektorlarini bilgan holda, uning qolgan to'rtta uchining radius-vektorlari topilsin.

27. $\overline{OA}=\vec{r_1}, \overline{OB}=\vec{r_2}, \overline{OC}=\vec{r_3}$ radius-vektorlar parallelepipedning qirralari. Parallelepipedning $O$ uchidan chiqqan diagonalning $A, B, C$ uchlaridan o'tadigan tekislik bilan kesishgan nuqtasining radius-vektorlari topilsin.

## 2-§ Vektorning koordinatalar bilan berilishi

1. Uchta a={2;4}, b={-3;1},c={5;-2} vector berilgan . 1) 2a+3-5c; 2)a+24b+14c vektorlar topilsin.

2. Uchta a={5;3},b={2;0},c={4;2} vektorlar berilgan.b vekto boshini a vektoroxiri bilan b vektorning oxiri bilan c vekttorning boshini tutashtiradigan a,b,c vektorlar uchburchak xosil qiladigan a hamda b sonlar taqqoslansin.

3.Quyidagi hollarning qaysi birida C a,b vektorlarning chiziqli kompinatsiyasi shaklida ifodalang.

1. a={4;-2}, b={3;5}, c={1;7}
2. a={5;4}, b={-3;0}, c={19;8}
3. a={-6;2} b={4,7}c={9;--3}

4. a={6;8} vector berilgan a ga kolinear va:1) a bilan bir xil yo'nalgan 2) a bilan qarama-qarshi yo'nalgan birlik vektor topilsin.

5. Bitta nuqtadan a={-12;16}, b={12;5} vektorlar o'tkazilgan a va b vektorlar orasidagi burchkni teng ikkiga bo'lgan va shu nuqtadan chiqqan birlik vektorni koordinatalari topilsin .

6. a={-5;2} vektor berilgan a vektorga perpendikulyar uzunligi bitta nuqtaga qo'yganimizda ular OX ,OY o'qlardagi birlik vektorlar juftiga ega bo'ladigan oriyentatsiyali b vector topilsin.

7. Uchta $a=\{5,7,2\}$, $b=\{3,0,4\}$, $c=\{-6,1,-1\}$ vektorlar berilgan : 1) $3a-2b+c$, 2) $5a+6b+4c$, vektorlar topilsin.

8.Quyidagi hollarning har birida d vektorni a,b,c vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang.

1) $a=\{2,3,-1\}$, $b=\{5,7,0\}$, $c=\{3,-2,4\}$ $d=\{4,12,-3\}$,

2) $a=\{5,-2,0\}$, $b=\{0,-3,4\}$, $c=\{-6,0,1\}$ $d=\{25,-22,16\}$,

3) $a=\{3,5,6\}$, $b=\{2,-7,1\}$, $c=\{12,0,6\}$ $d=\{0,20,18\}$,

9. Quyidagi hollarning qaysi birida uchta $a, b, c$ vektor chiziqli bog'liq bo'lishini va basharti ular chiziqli bog'liq bo'lgan holda c vektorni a, b vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalang:

1) $a=\{2,3,1\}, b=\{5,7,00\}, c=\{3,-2,4\}, d=\{4,12,-3\}$;

2) $a=\{5,-2,0\}, b=\{0,-3,4\}, c=\{-6,0,1\}, d=\{25,-22,16\}$;

3) $a=\{3,5,6\}, b=\{2,-7,1\}, c=\{12,0,6\}, d=\{0,20,18\}$

10. Quyidagi hollarning qaysi birida uchta a, b, c vektor chiziqli bog'liq bo'lishini va basharti ular chiziqli bog'liq bo'lgan holda c vektorni a, b vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalang:

1) a = {5,2, 1},b={-1, 4,2}, c={-1, -1,6};

2) a={6,4,2}, b={-9,6,3}, c= {-3,6,3};

3) a={ 6, -18,12}, b= {-8,24, -16}, c= {8,7,3}.

11. Uchta a, b,c vektor va uchta λ, μ, ν son qanday bo'lmasin, siz λa- μb, νb,- λc, μc- va vektorlarning komplanar ekanligini isbotlang.

12. To'rtta **a**={1, 5,3}, **b**={6, -4 -2}, **c**={0, -5, 7}, **d**={-20, 27, -35} vektor berilgan. $\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}, \gamma\vec{c}, \vec{d}$ vektorlarning har biri oldingisining boshi keyingisining oxiri bilan ustma-ust tushganda, ular yopiq siniq chiziq hosil qiladigan *a, β, γ* sonlarni tanlang.

13. Ortonormallangan bazisga nisbatan **a**={-8,4,1} vektor berilgan. **a** vektor bilan bir xil yo'nalgan birlik vektor topilsin.

14. Bitta nuqtadan **a**={-3, 0, 4}, **b**={5, -2, 14} vektorlar o'tkazilgan. **a,b** vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo'ladigan birlik vektor topilsin.

### *3-§. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.*

1. $\vec{p}$ va $\vec{q}$ vektorlarning uchta o'zaro perpendikulyar $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ birlik vektorlar bo'yicha berilgan $\vec{p}=3\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c}$; $\vec{q}=\vec{a}-4\vec{b}-5\vec{c}$ ajralmalaridan foydalanib, $\vec{p}\vec{q}$ skalyar ko'paytma hisoblansin.

2. Agar skalyar holda ko'paytirilayotgan ikki vektorning biriga ikkinchi vektorga perpendikulyar bo'lgan vektor qo'shilsa, ikki vektorning skalyar ko'paytmasi o'zgarmasligi isbotlansin.

3. Ushbu $\vec{a}=3\vec{m}-4\vec{n}$ ajralmadagi $\vec{m}$ va $\vec{n}$ o'zaro perpendikulyar birlik vektorlar bo'lsa , $\vec{a}$ vektorning uzunligi topilsin.

4. $\vec{a},\vec{b}$ va $\vec{c}$ o'zaro perpendikulyar vektorlar bo'lsa, $\vec{p}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}$ vektorning uzunligi topilsin.

5. $|\vec{p}|=2\sqrt{2},|\vec{q}|=3$ va $\widehat{\vec{p}\vec{q}}=\frac{\pi}{4}$ ekaligi ma'lum bo'lsa, $\vec{a}=5\vec{p}+2\vec{q}$ va $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$ vektorlarga yasalgan parallelogram diagonallar uzunligi hisoblansin.

6. $\vec{P}$ va $\vec{Q}$ kuchlar bir nuqtaga $120^0$ li burchak ostida tasir etadi; $|\vec{P}|=7$ va $|\vec{Q}|=4$. Teng tasir etuvchi kuch $R$ topilsin.

7. Miqdorlari teng beshta komplanar kuch bir nuqtaga shunday tasir etadiki, har ikki qo'shni kuchlar orasidaagi burchak $72^0$ ga teng . Bu besh kuchning teng tasir etuvchisi topilsin.

8. Ikki $\vec{a}=3\vec{p}+2\vec{q}$ va $\vec{b}=\vec{p}+5\vec{q}$ vektorlar orasidagi burchak hisoblansin, bundagi $\vec{p}$ va $\vec{q}$ - o'zaro perpendikulyar bo'lgan birlik vektorlardir.

9. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchakning o'tkir burchaklari uchlaridan medianalar o'tkazilgan.Bu medianalar orasidagi burchak hisoblansin.

10. Uchburchak tuzuvchi $\overrightarrow{AB}=2\vec{a}-6\vec{b}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{a}+7\vec{b}$ va $\overrightarrow{CA}=-3\vec{a}-\vec{b}$ vektorlar berilib, bunda $\vec{a}$ va $\vec{b}$ - o'zaro perpendikulyar ortlardir. Bu uchburchakning burchaklari topilsin.

11. O'zaro perpendikulyar uchta $\vec{m},\vec{n}$ va $\vec{p}$ ort bo'yicha ajralgan $\vec{q}=6\vec{m}-2\vec{n}+3\vec{p}$ vektorning uzunligi va uning shu ortlarning har biri bilan tuzulgan burchaklari topilsin.

12. Rombning bir uchidan chiqqan tomonlarini $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bilan belgilab, rombning diagonallari o'zaro perpendikulyar ekanligi isbotlansin.

13. mana bu $\vec{p}=\vec{a}(\vec{b}\vec{c})-\vec{b}(\vec{a}\vec{c})$ va $\vec{c}$ vektorning bir-biriga perpendikulyarligi tekshirib ko'rilsin.

14. $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=5$ va $\vec{a}\vec{b}=\frac{2\pi}{3}$ ma'lum bo'lsa, α ning qanday qiymatlarida $\vec{p}=\alpha\vec{a}+17\vec{b}$ va $\vec{q}=3\vec{a}-\vec{b}$ vektorlarning bir-biriga perpendikulyar bo'lishi aniqlansin.

15. Agar $\vec{p}=\vec{s}+2\vec{t}$ va $\vec{q}=5\vec{s}-4\vec{t}$ vektorlar bir-biriga perpendikulyar bo'lsa, $\vec{s}$ va $\vec{t}$ birlik vektorlar qanday burchak tashkil etadi ?

16. Quyidagi hollarning har birida $\vec{a},\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi topilsin:

1) $|\vec{a}|=8, |\vec{b}|=5, (a \wedge b)=60°$;

2) $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1, (a \wedge b)=135°$;

3) $|\vec{a}| \perp |\vec{b}|$;

4) $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=6, \vec{a} \downarrow\downarrow \vec{b}$;

5) $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=1, \vec{a} \downarrow\uparrow \vec{b}$;

17. ABC uchburchak tomonlarining uzunliklari berilgan: $\overline{BC}=5, \overline{CA}=6, \overline{AB}=7$. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi topilsin.

18. Teng yonli uchburchak asosining uchlaridan chiqqan medianalar o'zaro perpendikularligini bilgan holda uchidagi α burchagi topilsin.

19. $\vec{p}=\vec{a}(\vec{b}\vec{c})-\vec{b}(\vec{a}\vec{c})$ va $\vec{c}$ vektorlarning bir-birga perpendikulyarligi isbotlansin.

20. $\vec{p}=\vec{s}+2\vec{t}$ va $\vec{a}=5\vec{s}-4\vec{t}$ vektorlar o'zaro perpendikulyarligi ma'lum bo'lsa, $\vec{s}$ va $\vec{t}$ birlik vektorlar orasidagi burchak topilsin.

21. Tomonlari bir-biriga teng bo'gan teng tomonli $ABC$ uchburchak berilgan. $\overrightarrow{BC}=\vec{a}, \overrightarrow{CA}=\vec{b}, \overrightarrow{AB}=\vec{c}$ deb $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+\vec{c}\vec{a}$ ifoda hisoblansin.

22. $ABC$ uchburchakda $AD, BE, CF$ medianalar o'tkazilgan. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}$ hisoblansin.

23. To'g'ri burchakli $ABC$ uchburchak $AB$ gipotenuzasiga CH perpendikular tushirilgan. $\overrightarrow{CH}$ vektor $\vec{a}=\overrightarrow{CB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{CA}$ vektorlar orqali ifodalansin.

24. ABCD to'g'ri to'rtburchak va M nuqta (bu nuqta to'rtburchak tekisligida yotishi ham, yotmasligi ham mumkin) berilgan. Siz: 1) to'g'ri to'rtburchakni qo'shni

bo'lmagan uchlariga yo'nalgan vektorlarning skalyar ko'paytmasini shu nuqtadan qolgan ikki uchga yo'nalgan vektorlarning skalyar ko'paytmasiga tengligi, ya'ni $\overrightarrow{MA}\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB}\overrightarrow{MD}$; 2) Vektorlarning birinchi jufti kvadratlarining yig'indisi vektorlarning ikkinchi jufti kvadratlarining yig'indisiga tengligini ham isbot qiling. $\left(\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MD}^2\right)$.

25. D nuqta ABC uchburchakning AB tomonini $\overrightarrow{AD} : \overrightarrow{DB} = \lambda$ nisbatda bo'ladi. CD kesmaning uzunligi uchburchakning uchta tomoni va λ son orqaliifodalang.

### *4-§. Vektorlarning vektor ko'paytmasi.*

1. Ushbu $\vec{p} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ va $\vec{q} = \vec{a} - 4\vec{b}$ veltorlarga yasalgan parallelogram yuzi hisoblansin; bunda $\vec{m} = 5, \vec{n} = 3$ va $(\vec{m}\vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.

2. Uchburchakning ikki tomoni $\overrightarrow{AB} = 3\vec{p} - 4\vec{q}$ va $\overrightarrow{BC} = \vec{p} + 5\vec{q}$ bo'yicha uning $\overrightarrow{CD}$ balandligining uzunligi $\vec{p}$ va $\vec{q}$ ning bir-biriga perpendikulyar ortlar ekanligi shartida hisoblansin.

3. $\vec{p} = \left|(3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}) \cdot (\vec{a} - \vec{b} + 5\vec{c})\right|$ vektor o'zaro perpendikulyar va o'ng uchlik tuzuvchi $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ortlar bo'yicha yoyilsin.

4. $\vec{q} = |(3\vec{m} + 4\vec{n} + 5\vec{p}) \cdot (\vec{m} + 6\vec{n} + 4\vec{p})|$ berilgan, bundagi $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}$ o'ng uchlik tuzuvchi o'zaro perpendikulyar ortlardir. Bu vektorning uzunligi hisoblansin.

5. Quyidagi vektorlarga yasalgan parallelogramning diagonallari orasidagi burchakning sinusi hisoblansin; $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n} - \vec{p}$ va $\vec{b} = \vec{m} - 3n + p$; bunda $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}$ o'zaro perpendikulyar ortlrdir. Bu vektorning uzunligi hisoblansin.

6. Vektor $\vec{a} = 3\vec{p} - 12\vec{q} + 4\vec{r}$ ning vektor $\vec{b} = |(\vec{p} - 2\vec{r}) \cdot (\vec{p} + 3\vec{q} - 4\vec{r})|$ bilan bir hil yo'nalishga ega bo'lgan o'qdagi proeksiyasi hisoblansin; bundagi $\vec{p}, \vec{q}$ va $\vec{r}$ - o'zaro perpendikulyar ortlardir.

7. Ikkitasi kollinear bo'lgan uch vektorning aralash ko'paytmasi nolga teng bo'lishi isbotlansin.

chta komplanar vektorning aralash ko'paytmasi nolga tengligi algebraik yo'l
ı isbotlansin.

$\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}, \vec{q} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ va $\vec{r} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ vektorlarga yasalgan paaralleIopiped
ıi hisoblansin.

Quyidagi vektorlarga yasalgaan parallelepipedning hajmi topilsin:

$\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}, \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q} - 3\vec{r}$ va $\vec{c} = \vec{p} + 2\vec{q} + \vec{r}$; bunda $\vec{p}, \vec{q}$ va $\vec{r}$ o'zaro
endikulyar ortlardir.

$= 3\vec{m} + 5, \vec{b} = \vec{m} - 2\vec{n}$, $\vec{c} = 2\vec{m} + 7\vec{n}$; bunda $|\vec{m}| = \frac{1}{2}$, $|\vec{n}| = 3$, $(\widehat{\vec{m}\vec{n}}) = 135°$ .

Quyidagi uch vektorga ysalgan paraallelopipedning balandligi hisoblansin:
$\vec{p} + 2\vec{q} - 5\vec{r}$, $\vec{b} = \vec{p} - \vec{q} + 4\vec{r}$ va $\vec{c} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$; bunda parallelepipedning asosi
n $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarga yasalgan parallelogram qabul qilingan, undan tashqari
a $\vec{r}$ o'zaro perpendikulyar ortlar ekanligi ma'lum.

Quyida berilgan vektorlarning komplanar yoki komplanar emasligini tekshirib
sin:

$\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}; \vec{q} = 3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}; \vec{r} = 7\vec{a} + 14\vec{b} - 13\vec{c};$
$2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}; \vec{q} = \vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}; \vec{r} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{c}$ Bularda $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ o'zaro
$[\vec{a}m]; \vec{q} = [\vec{b}m]; \vec{r} = [\vec{c}m];$

ndikulyar ortlardir.

$\vec{b}$ vektorlarni bilgan holda: 1) $[(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b})]$; 2) $[\vec{a}(\vec{a} + \vec{b})]$ 3) $\left[\frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}\left(\vec{b} - \frac{\vec{a}}{2}\right)\right]$
n.

$\vec{b}]^2 + (\vec{a}\vec{b}) = \vec{a}^2\vec{b}^2$ ekanligini ko'rsating.

gar uchta $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar kollinear bo'lmasa, $[\vec{a}\vec{b}] = [\vec{b}\vec{c}] = [\vec{c}\vec{a}]$ tenglikdan
$\vec{c} = 0$ munosabatning kelib chiqishini ko'rsating va aksincha.

$\vec{b} + \lambda\vec{a})] = [(\vec{a} + \mu\vec{b})\vec{b}] = [\vec{a}\vec{b}]$ ekanligini ko'rsating.

Ishbu $[\vec{a}\vec{b}] + [\vec{b}\vec{c}] + [\vec{c}\vec{a}] = 0$ munosabat o'rinli bo'lsa, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlarning
anarligini ko'rsating.

18. Bir nuqtadan chiquvchi uchta komplanar $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ vektorlar engan Ulaming oxirlaridan o'tgan tekislikning $\left[\vec{a}\vec{b}\right]+\left[\vec{b}\vec{c}\right]+\left[\vec{c}\vec{a}\right]$ vektorga perpendikularligini ko'rsatilsin.

19. $\left[\vec{a}\vec{b}\right],\left[\vec{b}\vec{c}\right],\left[\vec{c}\vec{a}\right]$ vektorlar komplanar bo'lsa, ularning kollinearligini ko'rsating.

20. Oriyentatsiyalangan fazoda bitta nuqtadan chiquvchi ikkita perpendikulyarlar $\vec{a},\vec{b}$ vekor berilgan. $\vec{b}$ vektorni $\vec{a}$ vekor atrofida $90°$ burchakka burganimizda hosil bo'ladigan va shu bilan birga $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ vektorlarning oiyentatsiya ortonarmallashgan bazisdagi $\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2},\overrightarrow{e_3}$ vektorlarning oiyentatsiya bilan bir xil bo'ladigan $\vec{c}$ vektor topilsin.

21. Quyidagi hollarning har birida $\vec{a},\vec{b}$ vektor ko'paytma topilsin.

1) $\vec{a}=\{2,3,1\},\vec{b}=\{5,6,4\};$

2) $\vec{a}=\{5,-2,1\},\vec{b}=\{4,0,6\};$

3) $\vec{a}=\{-2,6,-4\},\vec{b}=\{3,-9,6\};$

22. $\vec{a}=\{8,4,1\},\vec{b}=\{2,-2,1\};$ vektorlardan yasalgan parallelogram yuzi hisoblansin.

### *5-§. Vektorlarning aralash ko'paytmasi.*

1. Ikkitasi kollinear bo'lgan uch vektorning aralash ko'paytmasi nolga teng bo'lishi isbotlansin.

2. Uchta komplanar vektorning aralash ko'paytmasi nolga tengligi algebraik yo'l bilan isbotlansin.

3. $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c},\vec{q}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ va $\vec{r}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$ vektorlarga yasalgan parallelopiped hajmi hisoblansin.

4. Quyidagi vektorlargaa yasalgan parallelepipedning hajmi topilsin:

1) $\vec{a}=\vec{p}-3\vec{q}+\vec{r},\vec{b}=2\vec{p}+\vec{q}-3\vec{r}$ va $\vec{c}=\vec{p}+2\vec{q}+\vec{r}$; bunda $\vec{p},\vec{q}$ va $\vec{r}$ o'zaro perpendikulyar ortlardir.

2) $\vec{a}=3\vec{m}+5,\vec{b}=\vec{m}-2\vec{n}$, $\vec{c}=2\vec{m}+7\vec{n}$; bunda $|\vec{m}|=\frac{1}{2}$, $|\vec{n}|=3$, $(\vec{m}\vec{n})=135°$ .

5. Quyidagi uch vektorga ysalgan paraallelopipedning balandligi hisoblansin: $\vec{a}=3\vec{p}+2\vec{q}-5\vec{r}$, $\vec{b}=\vec{p}-\vec{q}+4\vec{r}$ va $\vec{c}=\vec{p}-3\vec{q}+\vec{r}$; bunda parallelepipedning asosi uchun $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarga yasalgan parallelogram qabul qilingan, undan tashqari $\vec{p},\vec{q}$ va $\vec{r}$ o'zaro perpendikulyar ortlar ekanligi ma'lum.

6. Quyida berilgan vektorlarning komplanar yoki komplanar emasligini tekshirib ko'rilsin:

$$\left.\begin{array}{l}1)\vec{p}=\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c};\vec{q}=3\vec{a}+\vec{b}-2\vec{c};\vec{r}=7\vec{a}+14\vec{b}-13\vec{c};\\ 2)\vec{p}=2\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c};\vec{q}=\vec{a}-4\vec{b}+\vec{c};\vec{r}=3\vec{a}-2\vec{b}+2\vec{c}\\ 3)\vec{p}=[\vec{a}m];\vec{q}=[\vec{b}m];\vec{r}=[\vec{c}m];\end{array}\right\}$$

Bularda $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ o'zaro perpendikulyar ortlardir.

7. $\vec{a}=\{3,2,1\},\vec{b}=\{2,7,4\};\vec{c}=\{1,2,1\}$ vektorlar berilgan. 1) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 2) $[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}]$ 3) $[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]]$ topilsin.

8. Ayniyatlar isbotlansin:

1) $[\vec{a}\vec{b}][\vec{c}\vec{d}]=\begin{vmatrix}\vec{a}\vec{c} & \vec{a}\vec{d}\\ \vec{b}\vec{c} & \vec{b}\vec{d}\end{vmatrix}$;

2) $[[\vec{a}\vec{b}][\vec{c}\vec{d}]]=\vec{c}(\vec{a}\vec{b}\vec{d})-\vec{d}(\vec{a}\vec{b}\vec{c})=\vec{b}(\vec{a}\vec{c}\vec{d})-\vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d})$;

3) $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})\vec{d}=(\vec{d}\vec{b}\vec{c})\vec{a}+(\vec{d}\vec{c}\vec{a})\vec{b}+(\vec{d}\vec{a}\vec{b})\vec{c}$;

4) $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x}\vec{y}\vec{z})=\begin{vmatrix}\vec{x}\vec{a} & \vec{x}\vec{b} & \vec{x}\vec{c}\\ \vec{y}\vec{a} & \vec{y}\vec{b} & \vec{y}\vec{c}\\ \vec{z}\vec{a} & \vec{z}\vec{b} & \vec{z}\vec{c}\end{vmatrix}$;

5) $(\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2=\begin{vmatrix}\vec{a}^2 & \vec{a}\vec{b} & \vec{a}\vec{c}\\ \vec{b}\vec{a} & \vec{b}^2 & \vec{b}\vec{c}\\ \vec{c}\vec{a} & \vec{c}\vec{b} & \vec{c}^2\end{vmatrix}$

9. Qanday shartlarda $[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}]=[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]]$ bo'ladi?

10. Uchta nokomplanar $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ vektorlar berilgan. $\vec{a}\vec{x}=\alpha,\vec{b}\vec{x}=\beta,\vec{c}\vec{x}=\gamma$ tenglamalar sistemasini qanoatlantiradigan $\vec{x}$ vektor topilsin.

# III-BOB TEKISLIKDA TO'G'RI CHIZIQ.

Asosiy formulalar:

1. Umumiy tenglamasi: $Ax+By+C=0$

2. Burchak koeffitsientli tenglamasi: $y=kx+b$

3. $M(x_1;y_1)$ nuqtada o`tuvchi burchak koeffisientli tengglamasi:

$$y-y_1=k(x-x_1)$$

4. Kanonik tenglamasi: $\dfrac{x-x_1}{a_x}=\dfrac{y-y_1}{a_y}$

5. Parametrik tenglamasi: $\begin{matrix} x=x_1+a_xt, \\ y=y_1+a_yt \end{matrix}$ $\qquad t\in R$

6. Kesmalar bo`yicha tenglamasi: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

7. Normal tenglamasi: $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$

bunda

$$\cos\alpha=\frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}},\qquad \sin\alpha=\frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}},\qquad P=\frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

8. Ikki nuqta orqali o`tuvchi to`g`ri chiziq tenglamasi:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1} \text{ yoki } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix}=0$$

9. Ikki to`g`ri chiziq tashkil etgan burchak:

$$tg\alpha=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$$

10. To`g`ri chiziqlarning parallellik sharti:

a) $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}$; b) $k_1=k_2$

11. $M_1(x_1,y_1)$ nuqtadan $Ax+By+c=0$ to`g`ri chiziqqacha bo`lgan masofa:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

12. To`g`ri chiziqlarning perpendikulyarlik sharti:

$$a)\ A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \quad b)\ k_1k_2 = -1$$

## Masala yechish namunalari.

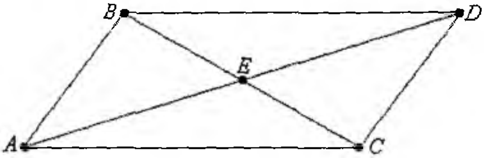
**1-masala:** 2y=2x+3 to'g'ri chiziqning OX o'qi bilan hosil qilgan burchagini toping.

**Yechish:**Tenglikdan y ni topamiz $y = x + \frac{3}{2}$. Agar y=kx+b to'g'ri chiziqning OX o'qi bilan hosil qilgan burchagi $\alpha$ bo'lsa, tg$\alpha$=k o'rinli ekanligidan foydalanamiz. U holda k=1 bo'lgani uchun tg$\alpha$=1, ya'ni $\alpha = 45^\circ$

**Javob:** $\alpha = 45^\circ$

**2-masala.**Parallelogramm ikki tomonining $3x + 7y + 55 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$ tenglamasi va bitta diagonalining $7x - y + 7 = 0$ tenglamasi berilgan. Parallelogramm uchlarining koordinatalari toping.

**Yechish:**Faraz qilaylik $ABCD$ parallelogramm berilgan bo'lib,




$AB: 3x + 7y + 55 = 0$

$AD: x - 2y + 1 = 0$

$BD: 7x - y + 7 = 0$

bo'lsin. U holda parallelogramm $A$ uchining koordinatalarini $AB$ va $AD$ tomonlarining kesishish nuqtasi sifatida topamiz.

$$\begin{cases} 3x + 7y + 55 = 0 \\ x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-9;-4)$$ bo'ladi.

$B$ va $D$ uchlarning koordinatalari esa $BD$ diagonali bilan $AB$ va $AD$ tomonlarning kesishish nuqtasi sifatida topiladi:

$$\begin{cases} 3x + 7y = -55 \\ 7x - y = -7 \end{cases} \Rightarrow B(-2;-7)$$ va

$$\begin{cases} x-2y=-1 \\ 7x-y=-7 \end{cases} \Rightarrow D(-1;0)$$

Endi $C$ nuqta koordinatalarini topish uchun $E$ nuqta koordinatalarini topib olamiz:

$$x_E=\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{-2-1}{2}=-\frac{3}{2} \quad \text{va} \quad y_E=\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{-7+0}{2}=-\frac{7}{2}$$

Demak, $E\left(-\frac{3}{2};-\frac{7}{2}\right)$, $C$ nuqtaning koordinatalarini $x_E=\frac{x_A+x_C}{2}$, $y_E=\frac{y_A+y_C}{2}$ formulalar orqali topamiz. Bundan:

$x_C=2x_E-x_A=6$ va $y_C=2y_E-y_A=3$ bo'ladi.

Demak, $C(6;3)$ ekan.

**3-masala.** M(-2;1)nuqtadan va $\vec{N}=3\vec{i}-4\vec{j}$ vektorga perpendikulyar utuvchi to`g`ri chiziq tenglamasini tuzing.

**Yechish.** Bu masalada $A=3, B=-4, x_1=-2, y_1=1$ bo`lgani uchun $A(x-x_1)+B(y-y_1)=0$ formuladan $3(x+2)-4(y-1)=0$ yoki $3x-4y+10=0$ tenglamani hosil qilamiz.

**4-masala.**Koordinata o`qlaridan $a=\frac{2}{5}, b=-\frac{1}{10}$kesmalar ajratuvchi to`g`ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzilsin.

**Yechish.** To`g`ri chiziqning kesmalar bo`yicha tenglamasiga ko`ra

$$\frac{x}{\frac{2}{5}}+\frac{y}{-\frac{1}{10}}=1 \Rightarrow \frac{5}{2}x-10y=1 \text{ yoki } 5x-20y-2=0.$$

**5-masala.** M(-1;3) va N(2;5) nuqtalardan o`tuvchi chiziq tenglamasi tuzilsin.

**Yechish.** $x_1=-1, x_2=2$ va $y_1=3, y_2=5$ bo`lgani uchun

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ formulaga asosan

$$\frac{x+1}{2+1}=\frac{y-3}{5-3} \text{ yoki } \frac{x+1}{3}=\frac{y-3}{2}$$

Bundan , $2x-3y+11=0$ kelib chiqadi.

**6-masala.** To`g`ri chiziq $12x-5y-65=0$ umumiy tenglamasi bilan berilgan:

1) Kesmalarga nisbatan tenglamasini
2) Normal tenglamasini toping.

**Yechish.** 1)$12x-5y-65=0 \Rightarrow 12x-5y=65$ tenglamani xar ikki tomonini 65 ga bo`lamiz: $\frac{12}{65}x-\frac{5}{65}y=1$.

Kesmalar bo`yicha tenglama ko`rinishida yozsak, $\frac{x}{\frac{65}{12}}+\frac{y}{-\frac{65}{5}}=1$

bunda, $a=\frac{65}{12}, b=-\frac{65}{5}=-13$

2) $\mu=-\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ ga asosan,

$$\mu=\frac{1}{\sqrt{12^2+(-5)^2}}=\frac{1}{13}$$

normalovchi ko`paytiruvchini ko`paytirsak, $\frac{12}{13}x-\frac{5}{13}y-5=0$

Bunda $\cos\alpha=\frac{12}{13}$, $\sin\varphi=-\frac{5}{13}$, $p=5$.

**7-masala.** $2x-3y-6=0$ to`g`ri chiziqqa nisbatan $P(-3,2)$ nuqtaga simmetrik $Q(x,y)$ nuqta aniqlansin.

**Yechish.** $P$ nuqtadan o`tib berilgan to`g`ri chiziqqa perpendikulyar to`g`ri chiziq tenglamasini tuzamiz:

$\overline{P}\{-2,3\}$ $$\frac{x+3}{-2}=\frac{y-2}{3} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y+5=0 \\ 2x-3y-6=0 \end{cases} \Rightarrow M_0\left(-\frac{3}{13},-\frac{28}{13}\right)$$

$-\frac{3}{13}=\frac{-3+x}{2} \Rightarrow x=\frac{33}{13}$, Shuningdek $-\frac{28}{13}=\frac{2+y}{2} \Rightarrow y=-\frac{82}{13}$.

***Javob:*** $Q\left(\frac{33}{13};-\frac{82}{13}\right)$.

**8-masala.** $\Delta ABC$ o`rta tomonlarining tenglamalari ma`lum

$(A_0B_0): 2x-y+1=0;$ $(A_0C_0): x+3y=0;$ $(B_0C_0): y-x+2=0$

Uchburchak tomonlari tegishli bo`lgan to`g`ri chiziqlarning tenglamalari tuzilsin.

**Yechish.** $\begin{matrix}(A_0B_0): \\ (A_0C_0):\end{matrix} \begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow A_0\left(-\frac{3}{7}, \frac{1}{7}\right)$

$$\begin{matrix}(A_0B_0): \\ (B_0C_0)\end{matrix} \begin{cases} 2x+y+1=0 \\ y-x+2=0 \end{cases} \Rightarrow B_0(-3,-5)$$

$$\begin{matrix}(A_0C_0): \\ (B_0C_0)\end{matrix} \begin{cases} x+3y=0 \\ y-x+2=0 \end{cases} \Rightarrow C_0(1{,}5;-0{,}5)$$

Ko`ramizki,

$A_0 \in (BC)$, $B_0 \in (AC)$, $C_0 \in (AB)$

$(AB)//(A_0B_0)$; $(AC)//(A_0C_0)$; $(BC)//(B_0C_0)$

$(AB)$ to`g`ri chiziqning tenglamasini tuzamiz: $k=2$, $C_0(1{,}5;-0{,}5)$ ma`lum. $y+0{,}5=2(x-1{,}5) \Rightarrow (AB)$: $4x-2y-7=0$ $(AC)$ tenglamasi: $k=-\frac{1}{3}$, $B_0(-3,-5)$ dan foydalanamiz. $y+5=-\frac{1}{3}(x+3) \Rightarrow (AC): x+3y+18=0$

$(BC)$ tenglamasi: $y-\frac{1}{7}=x+\frac{3}{7} \Rightarrow (BC): 7x-7y+4=0$

***Javob:*** $(AB): 4x-2y-7=0$; $(AC): x+3y+18=0$; $(BC): 7x-7y+4=0$

**9-masala**. Uchburchak uchlaridan biri $A(-3,1)$ birorta medianasi $m: 6x+11y-19=0$ hamda balandliklaridan biri $h: 4x-y-5=0$ bo`lsa, uchburchak uchlarini aniqlang.

**Yechish.** $A$ nuqtadan o`tib $h$ ga perpendikulyar tomonining tenglamasini yozamiz: $y-1=-\frac{1}{4}(x+3) \Rightarrow x+4y-1=0$. Uchburchakning $B$ uchini topish uchun quyidagi sistemani yozamiz. $\begin{cases} x+4y-1=0 \\ 6x+11y-19=0 \end{cases} \Rightarrow x=5,\ y=-1 \quad B(5,-1) \in m$

Uchburchakning $C$ uchi $C(x, 4x-5)$ kooordinatalarga ega. Uchlari $A$ va $C$ nuqtalarda bo`lgan $AC$ kesmaning o`rta nuqtasi $M_0\left(\frac{x-3}{2}, 2(x-1)\right)$

koordinatalarga ega. $M_0$ nuqta mediana $m$ ga tegishli bo`lgani uchun

$$6\left(\frac{x-3}{2}\right)+11\cdot 2(x-1)-19=0 \Rightarrow 25x-50=0 \Rightarrow x=2$$

U holda $y=4x-5=8-5=3$ demak $C(2,3)$.

***Javob:*** $B(5,-1)$, $C(2,3)$

## *1-§. To'g'ri chiziqning turli tenglamalari.*

1. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: $y=2x+3$ va $y=-x+4$. Ularning $A(-1;1)$; $B(+2;-3)$; $C(+4;0)$; $D(+3;+1)$; $E(+2;+7)$; $F(+\frac{1}{3};+\frac{11}{3})$; $O(0;0)$ nuqtalardan o'tish yoki o'masligi tekshirilsin.

2. $P(2;-8)$ va $Q(-1;7)$ nuqtalardan o'tgan to'g'ri chiziqning burchak koeffisenti va ordinatalar o'qidan ajratgan kesmasi topilsin.

3. Tenglamasi bilan berilgan: 1) $2x-y+3=0$; 2) $5x+2y-8=0$; 3) $3x+8y+16=0$ to'g'ri chiziqning burchak koeffisenti va ordinatalar o'qidan kesgan kesmasi topilsin.

4. Quyidagi tenglamalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar yasalsin: $y=3x+1$; $y=x-2$; $y=-5x+3$; $y=-2x-1$; $y=2x$; $y=5$.

5. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan, koordinatalar boshidan o'tuvchi va:

1) $y=4x-3$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan,

2) $y=\frac{1}{2}x+1$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan,

3) $y=2x+5$ to'g'ri chiziq bilan $45°$ li burchak tashkil qilgan,

4) $y=x-1$ to'g'ri chiziqqa $60°$ li burchak ostida og'ma bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

6. A(3,-1) nuqtadan o'tuvchi va:

1) absissalar o'qiga parallel,

2) koordinat burchagi bissektrisasiga parallel,

3) $y = 2x + 7$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

6*. $M(5,1)$ nuqtaga nisbatan $3x - 2y + 1 = 0$ to'g'ri chziqqa simmetrik bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

7. Boshlang'ich o'rni $(3,8)$ koordinatalar bilan aniqlangan nuqta $y = \frac{1}{2}x - 1$ to'g'ri chiziqqa eng qisqa yo'l bilan borishi uchun qanday chiziq bo'ylab harakat qilishi kerak? U bu to'g'ri chiziqqa qaysi nuqtada yotadi va o'tilgan yo'lning uzunligi qancha bo'ladi?

8. $(2,-1)$ nuqtadan o'tgan va $x$ o'qi bilan tashkil qilgan burchagi $y = \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$ to'g'ri chiziqning o'sha o'q bilan tashkil qilgan burchagidan ikki marta katta bo'lgan to'g'ri chiziqning tenglamasi topilsin.

8*. Ushbu $y = 3x - 1$; $x - 7y = 7$ va $x + y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqlar teng yonli uchburchak tomonlari bo'lishi tekshirilsin.

9. $A(6,9)$ nuqtadan $y = 0{,}4x + 0{,}8$ to'g'ri chiziqqa $\frac{\pi}{4}$ burchak ostida nur yo'naltirilgan. Bu to'g'ri chiziqdan qaytgan nur tenglamasi topilsin.

9*. Teng yonli uchburchak yon tomonlarining tenglamalari berilgan: $y = 3$ va $x - y + 4 = 0$. Uchinchi tomoni koordinata boshidan o'tish sharti bilan uning tenglamasi
tuzilsin.

10. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchak gipetenuzasining tenglamasi $y = 3x + 5$ va to'g'ri burchak uchining koordinatalari $(4,-1)$ bo'lsa, katetlarining tenglamalari yuzilsin.

11. To'g'ri burchakli teng yonli uchburchakda o'tkir burchak uchining koordinatalari $(5,7)$ va qarshisida yotgan katetning tenglamasi $6x + 4y - 9 = 0$ berilgan. Uchburchakning qolgan ikki tomoning tenglamasi tuzilsin.

12. Uchburchakning uchlari berilgan. $A(4,6), B(-4,0)$ va $C(-1,-4)$:

1) uning uchala tomoning,

2) C uchidan o'tkazilgan medianasining tenglamasi,

3) B burchagi bissektrisasining tenglamasi,

4) A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandligining tenglamasi tuzilsin.

12*. $A(1,-2)$ va $B(0,-7)$ nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa $D(-3,4)$ nuqtadan perpendikulyar tushirilgan. Bu perpendikulyarning asosi AB kesmani qanday nisbatda bo'lganligi hisoblansin?

13. Uchlarining koordinatalari $(2,-1), (4,5)$ va $(-3,2)$ bo'lgan ABC uchburchakning og'irlik markazi bilan koordinatalar boshini birlashtirishtiruvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

13*. Uchlari berilgan: $A(0,5), B(2,2), C(4,6)$ uchburchak medianasida shunday $D$ nuqta topilsinki, ABCD to'rtburchakning yuzi 14 kv. Birlikka teng bo'lsin.

14. Uchburchakning uchlari berilgan: $A(-1,2)$, $B(3,-1)$ va $C(0,4)$. Uchlarining har biridan unga qarshi yotgan tomonga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

15. To'g'ri chziqlarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin: $4x-3y+10=0$ $5x+12y-39=0$; $6x+8y-15=0$; $x-2y+3=0$; $y-\sqrt{3}x=4$; $x\cdot\cos 10°+y\cdot\sin 10°+4=0$. Koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli.

16. Koordinatalar boshidan $9x-12y+10=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

17. $2x+\sqrt{5}y-15=0$ va $\sqrt{11}x-5y+30=0$ to'g'ri chiziqlar markazi koordinatalar boshida bo'lgan birgina doiraga urinishligi tekshirilsin va bu doiraning radiusi hisoblansin.

18. $P(5,0)$ nuqta orqali $x^2+y^2=9$ aylanaga urinma o'tkazilsin.

19. $P(-2,1)$ nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazilsinki, $C(3,1)$ nuqtadan ungacha bo'lgan masofa 4 ga teng. Bu to'g'ri chiziqning burchak koeffisenti topilsin.

20. Koordinatalar boshidan 5 birlik masofada shunday to'g'ri chiziq o'tkazish kerakki, u $8x+5y-39=0$ to'g'ri chiziqni absissasi $x=-2$ bo'lgan nuqtada kesib o'tsin.

20*. Koordinatalar boshida shunday to'g'ri chiziqlar o'tkazilsinki, ular $M(2\sqrt{2};5\sqrt{2})$ nuqtadan 3 birlik masofada o'tsin.

21. $3x-4y+10=0$ va $6x-8y+15=0$ to'g'ri chiziqlarning o'zoro parallel ekanligi isbotlansin va ular orasidagi masofa topilsin.

22. $12x+5y-52=0$ to'g'ri chiziq berilgan. Bu to'g'ri chiziqqa parallel va undan $d=2$ masofadagi to'g'ri chiziqning tenglamasi topilsin.

23. Koordinatalar boshidan o'tib, Ox o'.qi bilan 1) $30°$, 2) $45°$, 3) , 4) 120°, 5) 135° 6) 150° burchak tashkil qiluvchi to'g'ri chiziqtenglamasi tuzilsin.

24. Abssissa o'qiga 150° burchak ostida og'ishgan va Ox o'qida $-\frac{1}{3}$ ga teng kesma ajratgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin. Bu to'g'ri chiziqning abssissa o'qi bilan kesishish nuqtasini toping.

25. Quyidagi tenglamalar bilan berilgan:

1) 2x-y+4=0; 2) 2x+3y-6=0; 3) x+2y+1=0; 4) -3x+4y-6=0; 5) $3x+\sqrt{3}y+3=0$.

To'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsientlari va koordinatalar o'qlaridan ajratgan kesmalari topilsin.

26. Quyidagi tenglmalar bilan berilgan to'g'ri chiziqlar yasalsin:

1) y=3x+4; 2) y=0.5x+2; 3) $y=\frac{3}{4}x-5$; 4) $y=-\frac{2}{5}x+4$; 5) y=4x; 6) $y=-\frac{1}{2}x$; 7) 3y+2y-9=0; 8) 3y+5x+15=0; 9) $3x+\sqrt{3}y+1=0$; 10) x+2=0; 11) 3x-2=0; 12) y-4=0; 13) 2y+3=0; 14) x+y=0; 15) x-y=0.

27. (2,3) nuqtadan o'tib, burchak koeffitsienti -5 ga teng bo'lgan chiziq tenglamasi tuzilsin.

28. Ox o'qi bilan 135° burchak tashkil qilgan va (-5,3) nuqtadan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

29. Quyidagi hollarda berilgan A nuqtadan o'tib, berilgan burchak koeffisientga ega bo'lgan to'g'ri chiziqni yasang.

1) $A(2,4), k=\frac{2}{3}$; 2) $A(-2,3), k=-\frac{3}{4}$; 3) $A(-5,-2), k=3$; 4) $A(4,-3), k=-2$.

## *2-§. To'g'ri chiziqlarning o'zoro vaziyati.*

1. Parametr $a$ ning qanday qiymatida $3ax-8y+13=0$ va $(a+1)x-2ay-21=0$ tenglamalar parallel to'g'ri chiziqlarni tasvirlaydi?

2. O'zgarmas $a$ ning qanday qiymatida $(3a+2)x+(1-4a)y+8=0$ va $(5a-2)x+(a+4)y-7=0$ to'g'ri chiziqlar bir-biriga perpendikulyar bo'ladi?

3. Koordinatalar boshida $2x-3y+7=0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq *o'tkazilsin.*

4. Koordinatalar boshidan $4x+y-5=0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

5. M(2,-1) nuqtadan $4x-7y+12=0$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

6. Koordinatalar boshidan $6x+5y-19=0$ to'g'ri chiziqqa parallel tushirilgan perpendikulyarning tenglamsi topilsin.

7. A(-5,2) nuqtadan $4x-y+3=0$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi yozilsin.

8. $3x+5y-15=0$ to'g'ri chiziqning koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalarida, bu to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar chiqarilgan. Ularning tenglamalari topilsin.

9. $(x',y')$ nuqtalardan o'tuvchi $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

10. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalari topilsin:

1) $8x-3y-1=0,\ 4x+y-13=0;$

2) $3x+7y-15=0,\ 9x+21y-32=0;$

3) $5x-2y+13=0,\quad x+3y-11=0.$

Berilgan tenglamalar sistemalari oldin tekshirilsin.

11. Uchburchak tomonlarining tenglamalari berilgan: $5x-3y-15=0,\ x+5y-3=0$ va $3x+y+5=0$. Uchlarining koordinatalari hisoblansin.

12.Uchlarining koordinatalari $A(2,3), B(0,-3)$ va $C(5,-2)$ bo'lgan uchburchak tomonlarining o'rtalaridan chiqarilgan perpendikulyarlar kesishgan nuqtaning koordinalari hisoblansin.

13.To'rtburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(-9,0), B(-3,6), C(3,4)$ va $D(6,-3)$. Uning ular orasidagi burchak hisoblansin.

14. Romb ikki tomonining tenglamalari $2x-5y-34=0$ va diagonallaridan birining tenglamasi $x+3y-6=0$ berilgan. Romb uchlarining koordinatalari hisoblansin.

15. $2x+5y-38=0$ to'g'ri chiziqqa nisbatan $Q(-2,-9)$ nuqtaga simmetrik nuqta topilsin.

16. Parallelogramm ikki qo'shni tomoning tenglamalari: $x-y-1=0$; $x-2y=0$ va diagonallarining kesishish nuqtasi $M(3,-1)$ berilgan. Qolgan ikki tomonining tenglamalari yozilsin.

17. Uchburchakning ikki uchi $A(-6,2), B(2,-2)$ A(-6;2), B(2;-2) va balandliklarining kesishish nuqtasi $H(1,2)$ berilgan. Uchinchi $C$ uchining koordinatalari hisoblansin.

18. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan Uchburchak berilgan: $A(-6,-3), B(-4,3), C(9,2)$. $A$ burchakning ichki bissekrisasida shunday $M$ nuqta topish kerakki, $ABMC$ to'rtburchak trapesiya bo'lsin.

# IV-BOB. *FAZODA TEKISLIK VA TO'G'RI CHIZIQ.*

**Asosiy formulalar:**

1. $A(x_1;y_1;z_1)$ *ва* $B(x_2;y_2;z_2)$ nuqtalar orasidagi masofani topish formulasi.

$$d=|AB|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

2. $A(x_1;y_1;z_1)$ *ва* $B(x_2;y_2;z_2)$ nuqtalardan iborat AB kesmani $\lambda$ nisbatda bo`luvchi C nuqtani x va y koordinatalarni topish formulasi.

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\ y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda},\ z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$$

3. Berilgan $M_0(x_0,y_0,z_0)$ nuqtadan o`tib, berilgan kollinear vektorlar $\overline{P_1}\{a_1,b_1,c_1\}$ $\overline{P_2}\{a_2,b_2,c_2\}$ga parallel bo`lgan tekislikning tenglamasi

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}=0$$

4. Tekislikning parametrik tenglamasi:

$$\begin{aligned} x&=x_0+a_1U+a_2V \\ y&=y_0+b_1U+b_2V \qquad -\infty<U<\infty,-\infty<V<\infty \\ z&=z_0+c_1U+c_2V \end{aligned}$$

5. Tekislikning umumiy tenglamasi: $Ax+By+Cz+D=0$ , bunda $\vec{N}\{A,B,C\}$ tekislikning normal vektori.

6. Uch nuqtadan o`tuvchi tekislik tenglamasi:

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix}=0$$

7. Tekislikning koordinat o`qlaridan ajratgan kesmalar bo`yicha tenglamasi

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

8. $M_1(x_1,y_1,z_1)$nuqtadan P: $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikkacha masofa formulasi:

$$\rho(M_1,\Pi)=\frac{|Ax_1+By_1+Cz_1+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

9. Parallel tekisliklar $P_1$: $Ax+By+Cz+D_1=0$

$P_2$: $Ax+By+Cz+D_2=0$

orasidagi masofa formulasi: $d(\Pi_1,\Pi_2)=\dfrac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

10. Tekisliklar dastasining tenglamasi:

$$(\lambda A_1+\mu A_2)x+(\lambda B_1+\mu B_2)y+(\lambda C_1+\mu C_2)z+\lambda D_1+\mu D_2=0$$

11. Tekisliklarning parallellik sharti: $\dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$

12. 1)Agar umumiy tenglamadagi ozod had D=0 bo'lsa, tenglama $Ax+By+Cz=0$ ko'rinishga keladi va bu tenglama koordinatalar boshidan o'tgan tekislikni tasvirlaydi.

2) A=0. Bu holda $By+Cz+D=0$ tenglama Ox o'qiga paralel bo'lgan tekislikni tasvirlaydi. (chunki bu tekislikning normal vektori $\vec{N}=\{o, B, C\}$ *Ox* o'qiga perpendikulyar bo'ladi).

3) B=0. Bu holda $Ax+Cz+D=0$ tenglama hosil bo'ladi u *Oy* o'qiga paralel bo'lgan tekislikni ifodalaydi (chunki uning normal vektori $\vec{N}$={A; O; C} Oy o'qiga perpendikulyar).

4) C=0. Bu holda, $Ax+Cz+D=0$ tenglamaga ega bo'lamiz va u 0z o'qiga paralel tekislik tenglamasi bo'ladi (chunki uning normal vektori $\vec{N}$ {A; B; O} oz o'qiga perpendikulyardir).

5) A=0, B=0. Bu holda, Cz+D=0 tenglamaga ega bo'lamiz. Bu tenglama Oxy tekislikka paralel tekislikni ifodalaydi (chunki bu tekislikk *Ox* va *Oy* o'qlarga paralel bo'ladi).

6) A=0, C=0. Bu holda $By+D=0$ tenglamaga ega bo'lamiz va u Oxz tekisligiga paralel tekislikni ifodalaydi (chunki bu tekislik *Ox* va *Oz* o'qlarga paraleldir).

7) B=0, C=0. Bu holda $Ax+D=0$ tenglama hosil bo'ladi va u *Oyz* tekisligiga pararlel tekislikni ifodalaydi (chunki bu tekislik *oy* va *oz* o'qlarga paraleldir).

8) A=0, B=0, D=0. Bu holda tenglama $Cz=O$ ko'rinishda bo'ladi va u oxy koordinata tekisligini ifodalaydi (chunki bu teksilik $Oxy$ tekislikka paralel va koordinati boshidan o'tadi).

9) A=0, C=0, D=0. Bu holda tenglama By=0 ko'rinishda bo'lib Oxz koordinat tekisligini ifodalaydi (chunki bu tekislik $Oxz$ tekislikka paralel va koordinata boshidan o'tadi).

10) B=0, C=0, D=0. Bu holda tenglma Ax=0 ko'rinishda bo'ladi u Oyz koordinatalar tekisligini ifodalaydi (chunki bu tekislik $Oyz$ tekislikka paralel va koordinata boshidan o'tadi).

13. Fazoda to`g`ri chiziqning parametrik tenglamalari:

$$x = x_1 + at; \quad y = y_1 + a_y t; \quad z = z_1 + a_z t$$

14. Fazoda to`g`ri chiziqning kanonik tenglamasi:

$$\frac{x - x_1}{a_x} = \frac{y - y_1}{a_y} = \frac{z - z_1}{a_z}$$

15.Fazoda ikkita nuqtadan o`tuvchi to`g`ri chiziq tenglamasi:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1};$$

16. Fazoda ikkita to`g`ri chiziq tashkil qilgan burchak formulasi:

$$\cos\varphi = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

18. Fazoda ikkita to`g`ri chiziqlarning ayqashlik sharti:

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \neq 0$$

19. Fazoda $\begin{matrix} \Pi_1 : A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0 \\ \Pi_1 : A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0 \end{matrix}$ tekisliklar kesishish chizig`ining yo`naltiruvchi vektori $\bar{P}\left\{\begin{vmatrix} B_1 C_1 \\ B_2 C_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} C_1 A_1 \\ C_2 A_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} A_1 B_1 \\ A_2 B_2 \end{vmatrix}\right\}$

20. $l$ to`g`ri chiziq kanonik tenglamasi

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$$

berilgan bo`lib, $M_0(x_0,y_0,z_0)\in l$, $\vec{p}\{a,b,c\}//l$. $M_1(x_1,y_1,z_1)\notin l$ nuqtadan tog`ri chiziqqacha bo`lgan masofa;

$$d=\frac{|\vec{u}|}{|\vec{p}|}=\frac{\sqrt{\begin{vmatrix} y_1-y_0 & z_1-z_0\\ b & c\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} z_1-z_0 & x_1-x_0\\ c & a\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} x_1-x_0 & y_1-y_0\\ a & b\end{vmatrix}^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

21.Fazoda $l_1$ va $l_2$ to`g`ri chiziqlar

$$l_1:\frac{x-x_1}{a_1}=\frac{y-y_1}{b_1}=\frac{z-z_1}{c_1}$$
$$l_2:\frac{x-x_2}{a_2}=\frac{y-y_2}{b_2}=\frac{z-z_2}{c_2}$$

tenglamalar orqali berilgan bo`lsin. Bu to`g`ri chiziqlar orasidagi masofa;

$$h=\frac{\bmod\begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_1-z_2\\ a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} b_1 & c_1\\ b_2 & c_2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} c_1 & a_1\\ c_2 & a_2\end{vmatrix}^2+\begin{vmatrix} a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}^2}}$$

## Masala yechish namunalari

**1-masala.**A(-2,3,-2), B(1,2,3) nuqtalardan o`tuvchi $\Pi: 3x-2y+4z-3=0$ tekislikka perpendikulyar bo`lgan tekislikning tenglamasi tuzilsin.

**Yechish:** $\overline{AB}\{3,-1,5\}$, $\vec{N}\{3,-2,4\}$ vektorlar izlangan tekislikka parallel bo`lib, uning eltuvchi vektorlaridir. Tekislikda ixtiyoriy K(x,y,z) nuqta olsak $\overline{AK}\{x+2,y-3,z+2\}$ $\overline{AB}$ va $\vec{N}$ komplanar vektorlar.

$$\begin{vmatrix} x+2 & y-3 & z+2\\ 3 & -1 & 5\\ 3 & -2 & 4\end{vmatrix}=0\Rightarrow 2x+y-z-1=0$$ **Javob:** $2x+y-z-1=0$

**2-masala.** B$\{0,\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\}$ affin reperda $ABCDA_1B_1C_1D_1$ parallelepipedning A(4,0,2), B(0,5,1), C(4,-1,3), $A_1$(3,-1,5) uchlari berilgan. Yoq tekisliklarining tenglamasi tuzilsin.

**Yechish.**A uchidan chiquvchi uchta qirralarining yo`naltiruvchi vektorlari ushbulardir. $\overline{AB}\{-4,5,-1\}$, $\overline{AC}\{0,-1,1\}$, $\overline{AA_1}\{-1,-1,3\}$

Yoqlar parallelogramm ko`rinishida tasvirlangan.

1) $\begin{vmatrix} x-4 & y & z-2 \\ -4 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x+y+z-6=0$ 2) $\begin{vmatrix} x-3 & y+1 & z-5 \\ -4 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x+y+z-6=0$

3) $\begin{vmatrix} x-4 & y & z-2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x+y+z-10=0$ 4) $\begin{vmatrix} x & y & z-2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x+y+z-6=0$

5) $\begin{vmatrix} x-4 & y & z-2 \\ -4 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 14x+13y+9z-74=0$ 6) $\begin{vmatrix} x-4 & y & z-2 \\ -4 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 14x+13y+9z-70=0$

**3-masala.**A(2,1,2) nuqtadan va $\Pi_1: 2x-y+2z-1=0, \Pi_2: x-2y-z-4=0$ tekisliklar aniqlagan to`g`ri chiziqdan o`tuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

**Yechish.** $p(x-2y-4)+q(2x-y+2z-1)=0$ tekisliklar dastasining tenglamasiga A nuqta koordinatalarini qo`yamiz. $q=p$ topiladi. Izlangan tekislik tenglamasi 3x-3y+z-5=0.

**4-masala.**A(-2,3,-2), B(1,2,3) nuqtalardan o`tuvchi $\Pi: 3x-2y+4z-3=0$ tekislikka perpendikulyar bo`lgan tekislikning tenglamasi tuzilsin.

**Yechish.** $\overrightarrow{AB}\{3,-1,5\}$, $\vec{N}\{3,-2,4\}$ vektorlar izlangan tekislikka parallel bo`lib, uning eltuvchi vektorlaridir. Tekislikda ixtiyoriy K(x,y,z) nuqta olsak $\overrightarrow{AK}\{x+2, y-3, z+2\}$ $\overrightarrow{AB}$ va $\vec{N}$ komplanar vektorlar.

$$\begin{vmatrix} x+2 & y-3 & z+2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x+y-z-1=0$$

**5-masala:**Dekart reperda $l_1, l_2$ ayqash to`g`ri chiziqlar

$l_1: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t, \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow l_2: \begin{cases} x-3y+z=0 \\ x+y-z+4=0 \end{cases}$ tenglamalari orqali berilgan. Umumiy perpendikulyarning tenglamasi aniqlansin.

**Yechish:** $l_2$ da $M_2(-3,-1,0)$ nuqtani aniqlaymiz. $l_2$ ning tenglamasini $l_2: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{4}$ ko`rinishga keltiramiz. $l_1: x-3 = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{0}$ $l_1$ ning yo`naltiruvchi vektori $\vec{P}_1\{1,2,0\}$ $l_2$ ning yo`naltiruvchi vektori $\vec{P}_2\{2,2,4\}$ $l_1$ va $l$ umumiy perpendikulyarining yo`naltiruvchi vektori $\vec{P}=[\vec{P}_1,\vec{P}_2]$ $\{8,-4,\ 2\}$ koordinatalarga ega. $l_1$ va $l_2$ umumiy perpendikulyar bo`lgan $\Pi_1$ tekislik tenglamasini yozamiz.

$$\Pi_1: \begin{vmatrix} x-3 & y+1 & z-4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 8 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x-y+10z-47=0$$ $l_2$ va umumiy

perpendikulyar tegishli bo`lgan $\Pi_2$ tekislik tenglamasini yozamiz.

$$\Pi_2: \begin{vmatrix} x+3 & y+1 & z \\ 2 & 2 & 4 \\ 8 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x+3y-2z+6=0$$

**Javob:** $\begin{matrix} \Pi_1: 2x-y+10z-4z=0 \\ \Pi_2: x+3y-2z+6=0 \end{matrix}$ tekisliklarning kesishish chizig`idan iboratdir.

**6-masala**. To`g`ri chiziqni yasang: $\begin{cases} x+3y+3z-6=0 \\ 3x+3y+4z-10=0 \end{cases}$

**Yechish.** Berilgan tenglamalar sistemasining xar bir tenglamasi aloxida tekislikni tasvirlaydi. Bu tekisliklar o`zaro parallel emas.Bu tekisliklarning kesishishi natijasida to`g`ri chiziq hosil bo`ladi.To`g`ri chiziqni yasash uchun berilgan tenglamalarning xar birini aloxida yasab,kesishish nuqtalarini birlashtirsak,izlanayotgan to`g`ri chiziq hosil bo`ladi.Birinchi tekislikni ajratgan kesmalarini aniqlaymiz: $\frac{x}{6}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$, bundan $a=6, b=2, c=2$.

Shunga o`xshash, $a_1=3\frac{1}{3}$, $b_1=3\frac{1}{3}$, $c_1=2\frac{1}{2}$. Bu tekisliklarning kesishish chizig`i MN izlanayotgan to`g`ri chiziq bo`ladi.

2-usul.

$$x=2 \quad deb \quad \begin{cases} 3y+3z=4 \\ 3y+4z=4 \end{cases} \quad z=0,\ y=\frac{4}{3}, \qquad M_1(2;\frac{4}{3};0)$$

$$y=1 \quad deb \quad \begin{cases} x+3z=3 \\ 3x+4z=7 \end{cases} \quad z=0{,}4 \quad y=1{,}8 \qquad M_2(1{,}8;1;0{,}4)$$

$M_1M_2$ nuqtalar orqali o`tuvchi to`g`ri chiziq o`tkazib yasash mumkin.

**7-masala.** To`g`ri chiziqning quydagi tenglamasini kanonik shaklga keltiring: $\begin{cases} 2x-3y-z-9=0 \\ x-2y+z+3=0 \end{cases}$ (*)

**Yechish. 1-usul:** To`g`ri chiziqning biror xususiy nuqtasini aniqlaymiz:

$$\begin{cases} x=0 \\ -3y-z-9=0 \\ -2y+z+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1\frac{1}{5} \\ z=-5\frac{2}{5} \end{cases}$$

Demak, $M_1(0;-1\frac{1}{5};-5\frac{2}{5})$.

To`g`ri chiziqning yo`naltiruvchi vektori esa

$$\vec{S}=\left[\vec{N}_1\cdot\vec{N}_2\right]=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}=-5i-3j-k.$$

Bundan, $\frac{x-0}{-5}=\frac{y+1\frac{1}{5}}{-3}=\frac{z+5\frac{2}{5}}{-1}$ yoki $\frac{x}{5}=\frac{y+1\frac{1}{15}}{3}=\frac{z+5\frac{2}{5}}{1}$.

**2-usul:** (*) ni x va y ga nisbatan yechamiz: $\begin{cases} x=5z+27 \\ y=3z+25 \end{cases}$

Bu tenglamalardan z ni topamiz:

$$\frac{x-27}{5}=z,\quad \frac{y-15}{3}=z \text{ bundan } \frac{x-27}{5}=\frac{y-15}{3}=\frac{z}{1}.$$

**8-masala.** M(2,-5,3) nuqtadan o`tib,Oy o`qqa parallel bo`lgan to`g`ri chiziqning kanonik va parametrik tenglamalarini tuzing.

**Yechish.** $\vec{j}(0,1,0)$, izlanayotgan to`g`ri chiziqni yo`naltiruvchi vektori bo`ladi,chunki shartga asosan, to`g`ri chiziq Oy o`qqa parallel.

Shunga ko`ra to`g`ri chiziqning kanonik tenglamasi:

$$\frac{x-2}{0}=\frac{y+5}{1}=\frac{z-3}{0}$$

Bu tenglamadan

$$\frac{x-2}{0}=\frac{y+5}{1}=\frac{z-3}{0} \text{ bundan } \begin{cases} x=2 \\ y=t-5 \\ z=3 \end{cases}$$

uning parametrik tenglamasi hosil bo`ladi.

**9-masala**. Ikki to`g`ri chiziq orasidagi burchakni toping:

$$\begin{cases} 3x-4y-2z=0 \\ 2x+y-2z+1=0 \end{cases} \quad va \quad \begin{cases} 4x+y-6z-2=0 \\ y-3x-2=0 \end{cases}$$

**Yechish**.Bu to`g`ri chiziqlarni yo`naltiruvchi,vektorlarini aniqlaymiz:

$$\bar{S}_1=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}=10i+2j+11k, \qquad \bar{S}_2=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 1 & -6 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix}=3i+12j+4k.$$

Bundan

$$\cos\varphi=\frac{10\cdot3+2\cdot12+11\cdot4}{\sqrt{10^2+2^2+11^2}\cdot\sqrt{3^2+12^2+4^2}}=\frac{98}{195}, \quad \varphi=\arccos\frac{98}{195}\approx 59^0 48'.$$

**10-masala**. Uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: A(2;3;-1) B(1;-2;0) va C(-3;2;2). AD mediana tenglamasini tuzing.

**Yechish**.D nuqta BC tomoni teng ikkiga bo`ladi . D nuqtaning

koordinatalari $x_0=\frac{1-3}{2}=-1, \quad y_0=\frac{-2+2}{2}, \quad z_0=\frac{0+2}{2}=1$

AD mediana A va D nuqtalardan o`tuvchi to`g`ri chiziqdan iborat.

Demak, $\frac{x-2}{-1-2}=\frac{y-3}{0-3}=\frac{z+1}{-1-1}$ ёки $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+1}{2}$

Bu AD mediananing kanonik tenglamasidir.

## 1-§. Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish. Vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari.

1. *A(3,1,-2),B(-2,1,4),C(-3,-2,1),D(1,0,-4)* nuqtalarni ixtiyoriy dekart koordinatalar sistemasida yasang.

**2**. Parallelepipedning bitta uchidan chiqqan uchta qirrasi koordinata o'qlarning birlik vektorlari deb qabul qilingan. Shu koordinatalar sistemasida uning hamma uchlari topilsin.

3. $M(x,y,z)$ nuqta berilgan. Shu nuqtaga: 1) koordinatalar boshiga: 2) $0xy$ tekisligiga: 3) 0z o'qiga nisbatan simmetrik nuqtaning koordinatalari topilsin.

4. $M(x,y,z)$ nuqta berilgan. Uning 1) $0x$ o'qdagi; 2) $Oyz$ tekisligidagi proyeksiyasi topilsin.

5. M(x,y,z) nuqtadan koordinata o'qlarigacha masofa topilsin.

6. Uchinchi oktantda koordinata o'qlaridan $d_x = 5, d_y = 3\sqrt{5}$ $d_z = 2\sqrt{13}$ masofada joylashgan nuqta topilsin.

7. $\overline{OP} = \{3,2,6\}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

8. Nur ikkita koordinata o'qlari bilan $60^0$ li burchaklar hosil qiladi. Uchinchi o'qqa qanday burchak ostida og'ishgan?

9. $\overline{OM}$ vektor $0x$ o'qiga $45^0$ burchak ostida 0z o'qiga $60^0$ burchak ostida og'ishgan va uning uzunligi 8 ga teng bo'lsa, M ning koordinatalari topilsin.

10. $\overline{OB} = \{6,2,9\}$ vektorning $Oyz$, $Ozx$, $Oxy$ tekisliklari bilan tashkil qilgan burchaklari $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ topilsin.

11. Quydagi hollarning har birida $A,B$ nuqtalar orasidagi masofa topilsin.

1)A(3,5,1), B(7,8,4);

2)A(-3,0,4),B(-2,-4,6).

12. Oy o'qida A(3,1,0) va, B(-2,4,1) nuqtalardan bir xil uzoqlikdagi nuqta topilsin.

13. 0xz tekisligida A(1,1,1),B(-1,1,0) va C(3,1,-1) nuqtalardan teng uzoqlashgan nuqta topilsin.

14. Berilgan to'rtta A(1,2,3),B(5,2,3),C(2,5,3),D(1,2,-1) nuqtalardan o'tuvchi sferaning markazi va radiusi topilsin.

15. Koordinata tekisliklarida, koordinatalar boshi bilan birgalikda qirralari birga teng bo'lgan muntazam tetraedrning uchlari bo'ladigan nuqtalarni toping .

16. Boshi $A(-2;1;3)$, oxiri $B(0;-1;2)$ nuqtalarda bo'lgan $\overline{AB}$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari va uzunligi topilsin.

17. Boshi $A(-2;1;3)$ nuqtada bo'lib, koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklari $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = 3:4:5$ shartni qanoatlantiruvchi uzunligi 15 ga teng bo'lgan vektor oxirining koordinatalari topilsin.

18. Birinchi koordinatalari mos ravishda $x=7$, $y=6$ ga teng bo'lib, uzunligi 11 ga teng vektorning uchi $A(2;-1;5)$ nuqtada joylashgan bo'lsa, bu vektor oxirining koordinatalari topilsin.

19. $OM$ vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari $\frac{2}{7};\frac{3}{7};\frac{6}{7}$ ekanini bilgan holda, $A(0;0;12)$ nuqtadan 7 birlik masofada joylashgan $M$ nuqtaning koordinatalari topilsin.

20. $Ox$ o'qi bilan $30^0$ li burchak tashkil qiluvchi $Oxy$ tekislikdagi nur va $Ox$ o'qi bilan $60^0$ li burchak hosil qiluvchi $Oxz$ tekislikda joylashgan nur orasidagi burchak topilsin.

21. Uchlari $A(2;-1;3)$, $B(4,0,1)$, $C(-10,5,3)$ nuqtalarda joylashgan uchburchak berilgan. Uning $B$ burchagi bissektrisasining yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

22. $AB$ kesma besh bo'lakka bo'lingan: birinchi bo'luvchi nuqtasi $C(3;-5;7)$ va oxirgi bo'luvchi nuqtasi $F(-2;4-8)$ ma'lum. Kesma uchlarining koordinatalari va qolgan bo'luvchi nuqtalarning koordinatalari topilsin.

23. Uchburchakning ikkita $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-16)$ uchlari berilgan. $AC$ tomon o'rtasi $Oy$ o'qda, va $BC$ tomonning o'rtasi $Oxy$ tekislikda yotganligini bilgan holda uning uchinchi $C$ uchi topilsin.

24. Uchlari $A(2;-1;7)$, $B(4;5;-2)$ nuqtalarda bo'lgan $AB$ kesmani koordinata tekisliklarining har biri qanday nisbatda bo'ladi?

25. Ikkita to'g'ri chiziq berilgan: ulardan biri $A(-3;5;15)$, $B(0;0;7)$ nuqtalardan, ikkinchisi esa $C(2;-1;4)$, $D(4;-3;0)$ nuqtalardan o'tadi. Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish, kesishmasligi aniqlansin. Kesishgan holda kesishish nuqtasi topilsin.

## *2-§. Tekislik.*

1. Ushbu tekislik $4x-y+3z+1=9$ quyidagi nuqtalarning birortasidan o'tadimi: A(-1,6,3), B(3,-2,-5), C(0,4,1), D(2,0,5), E(2,7,0), F(0,1,0)?

2. Boshlang'ich vaziyati $M_0(5,-1,2)$ bo'lgan nuqta u o'qiga parallel harakat qiladi. Uning $x-2y-3z+7=0$ tekislik bilan uchrashish nuqtasi topilsin.

3. Har qanday birinchi darajali tenglama $Ax+By+Cz+D=0$ tekislikni ifodalashi isbotlansin. Bunda, agar biror to'g'ri chiziq ikki nuqtasining koordinatalari bu tenglamani qanoatlantirsa, bu to'g'ri chiziqning boshqa har bir nuqtasining koordinatalari ham bu tenglamani qanoatlantirishidan foydalaning.

4. Quyidagi tekisliklarning koordinata nisbatan joylanishidagi hususiyat ko'rsatilsin:

1) $3x-5y+1=0$; 2) $9y-2=0$; 3) $x+y-5=0$; 4) $2x+3y-7z=0$; 5) $8y-3z=0$.

5. 1) ($xz$) tekislikka parallel va (2,-5,3) nuqtadan o'tuvchi;

2) $z$ o'qidan va (-3,1,-2) nuqtadan o'tuvchi;

3) $x$ o'qiga parallel va (4,0,-2), (5,1,7) nuqtalardan o'tuvchi tekislik tenglamasi yozilsin.

6. Quyidagi tekisliklarning koordinata o'qlaridan kesgan kesmalari hisoblansin:

1) $2x-3y-z+12=0$; 2) $5x+y-3z-15=0$; 3) $x-y+z-1=0$;

4) $x-4z+6=0$; 5) $5x-2y+z=0$; 6) $x-7=0$.

7. Koordinata tekisliklarning $5x+2y-3z-10=0$ tekislik bilan kesishish chiziqlari yasalsin.

8. $3x+y-2z-18=0$ tekislik koordinata tekisliklari bilan birga bir tetraedr tuzadi. Shu tetraedr ichiga kub shunday joylashtirilganki, uning uch yog'i koordinata tekisliklarida yotib, koordinatalar boshi qarshisidagi uchi haligi tekislikda yotadi. Bu kubning qirrasi hisoblansin.

9. P(7,-5,1) nuqtadan shunday tekislik o'tkazilsinki, u koordinata o'qlaridan musbat va o'zoro teng kesmalar hosil qilsin.

10. Ikkinchi oktantga joylashgan tetraedrning uch yog'i koordinata tekisliklarida yotadi. To'rtinchi yo'g'ining chegaralovchi qirralarining berilgan $AB=6; BC=\sqrt{29}; CA=5$ uzunliklaridan foydalanib, shu yo'g'ining tenglamasi tuzilsin.

11. Quyidagi tekisliklarining tenglamalari normal shaklga keltirilsin:

1) $2x-9y+6z-22=0$;

2) $10x+2y-11z+60=0$;

3) $6x-6y-7z+33=0$.

12. $15x-10y+6z-190=0$ tekislikning koordinatalar boshidan masofasi hisoblansin.

13. Koordinatalar boshidan 6 birlik masofada o'tib, koordinata o'qlaridan kesgan kesmalari $a \div b \div c = 1 \div 3 \div 2$ munosabat bilan bog'langan tekislikning tenglamasi tuzilsin.

14. $2x-y+2z+9=0$ tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin.

15. Tekislik koordinata o'qlaridan mana bunday kesmalar ajratgan: $a=11; b=55; c=10$. Bu tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi kosinuslari hisoblansin.

16. $x-y+\sqrt{2}z-5=0$ tekislik bilan $(yz)$ tekisligi orasidagi burchak topilsin.

17. $6x+2y-9z+121=0$ tekislikka nisbatan koordinatalar boshi bilan simmetrik bo'lgan nuqta topilsin.

18. Koordinatalar boshidan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi $P(3,-6,2)$. Bu tekislikning tenglamasi topilsin.

19. Quyidagi masofa topilsin:

1) $(3;1;-1)$ nuqtadan $22x+4y-20z-45=0$ tekislikkacha,

2) $(4;3;-2)$ nuqtadan $3x-y+5z+1=0$ tekislikkacha,

3) $\left(2;0;-\frac{1}{2}\right)$ nuqtadan $4x-4y+2z+17=0$ tekislikkacha.

20. Uchlarini quyidagi nuqtalarda yotgan piramidaning balandligi ($h_s$) topilsin: $S(0,6,4)$, $A(3,5,3)$, $B(-2,-11,-5)$, $C(1,-1,4)$.

21. $A(1,3,-2)$ va $B(7,-4,4)$ nuqtalar berilgan. B nuqtadan AB kesmaga perpendikular qilib tekislik o'tkazilgan.

22. Oynaning vaziyati $2x-6y+3z-42=0$ tenglama bilan aniqlanadi. $A(3,-7,5)$ nuqtaga bu oynaga nisbatan simmetrik bulgan nuqtaning vaziyati aniqlansin.

23. Quyidagi tekisliklar orasidagi masofa xisoblansin:

$11x-2y-10z+15=0$ va $11x-2y-10z-45=0$

24. $3x-6y-2z+14=0$ tekislikdan uch birlik masofada unga parallel bo'lgan tekislikning tenglamasi tuzilsin.

25. Koordinatalar boshidan va $A(3,-2,1), B(1,4,0)$ nuqtalardan o'tuvchi tekislikning tenlamasi yozilsin.

26.Tetraedrning uchlari berilgan : $A(0,0,2), B(3,0,5), C(1,1,0)$ va $D(4,1,2)$. Shu tetraedr yoqlarining tenglamalari tuzilsin.

27. Bundan oldingi masalada berilgan *tetraedrning xajmini* xisoblang.

28. Quyidagi to'rtala nuqta orqali bir tekislik o'tkazish mumkin emasligi tekshirib ko'rilsin:

1) $(3,1,0), (0,7,2), (-1,0,-5)$ va $(4,1,5)$,

2) $(1,-1,1), (0,2,4), (1,3,3)$ va $(4,0,-3)$.

29. Quyidagi uchta tekislikning kesishish nuqtasi topilsin:

1) $5x+8y-z-7=0,\ x+2y+3z-1=0,\ 2x-3y+2z-9=0,$

2) $x-4y-2z+3=0,\ 3x+y+z-5=0,\ -3x+12y+6z-7=0,$

3) $2x-y+5z-4=0, 5x+2y-13z+23, 3x-z+5=0.$

30. Quyidagi to'rtta tekislikning bir umumiy nuqtaga ega yoki ega emasligi tekshirib ko'rilsin:

1) $5x-z+3=0, 2x-y-4z+5=0, 3y+2z-1=0, 3x+4y+5z-3=0,$

2) $5x+2y-6=0, x+y-3z=0, 2x-3y+z+8=0, 3x+2z-1=0.$

31. Mana bu $4x-y+3z-1=0$ va $x+5y-z+2=0$ tekiskisliklarning kesishish chizigi orqali shunday tekislik o'tkazilsinki, u tekislik:

1) koordinatalar boshidan o'tsin;

2) $(1,1,1)$ nuqtadan o'tsin;

3) y o'qiga parallel bo'lsin;

4) $2x-y+5z-3=0$ tekislikka perpendikular bo'lsin.

32. Mana bu $3x+y-2z-6=0$ va $x-2y+5z-1=0$ tekisliklar bilan aniqlanuvchi dastada shunday tekisliklar topilsinki, ular shu asosiy tekisliklarga perpendikulyar bo'lsin.

33. Mana bu $2x+y-3z+2=0$ va $5x+5y-4z+3=0$ tekisliklar bilan aniqlanuvchi dastada bir-biriga perpendikulyar bo'lgan shunday ikki tekisliktopilsinki, ularning biri (4,-3,1) nuqtadan o'tsin.

34. $5x-y+3z-2=0$ tekislikka perpendikulyar va uni $(xy)$ tekisligida yotuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha kesuvchi tekislikning tenglamasi tuzilsin.

35. Ushbu $x+28y-2z+17=0$ va $5x+8y-z+1=0$ tekisliklarning kesishish chizig'idan $x^2+y^2+z^2=1$ sferaga urinuvchi tekislik o'tkazilsin.

36. Mana bu $x+3y-5+k(x-y+2z+4)=0$ dastada $x$ va $y$ o'qlaidan teng kesmalar ajratuvchi tekislik topilsin.

36*. Koordinata tekisliklaridan qaysi biri $4x-y+2z-6+k(6x+5y+3z-9)=0$ dastaga tegishli ekanligi aniqlansin.

37. Mana bu $x+5y+z=0$ va $x-z+4=0$ tekisliklarning kesishish chizig'idan $x-4y-8z+12=0$ tekislik bilan $\frac{\pi}{4}$ burchak tashkil etuvchi tekislik o'tkazilsin.

38. A va D parametrlarning qanday qiymatlarida:
$2x+y-z+3=0,$ $x-3y+5=0$ va $Ax+y-2z+=0$ tekisliklar bitta dastaga qarashli bo'ladi?

38*. Quyidaigi tekisliklarning bitta dastaga qarashli ekanligi tekshirib ko'rilsin: $3x-4y+5=0,$ $x-2z+1=0$ va $2y-3z-1=0$.

39. Ushbu $x+y-z+2=0$, $4x-3y+z-1=0$ va $2x+y-5=0$ tekisliklar bilan aniqlanuvchi bog'lamada shunday tekislik topilsiniki, u:

1) absissalar o'qidan o'tsin;

2) $(xz)$ tekisligiga parallel bo'lsin;

3) koordinatalar boshidan va P(1,3,2) nuqtadan o'tsin.

## 3-§. Fazoda to'g'ri chiziq tenglamalari.

1. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning joylanishishdagi xususiyati ko'rsatilsin:

1) $\begin{cases} Ax+By+Cz=0, \\ A_1x+B_1y+C_1z=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} Ax+D=0, \\ B_1y+D_1=0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} Ax+By+Cz+D=0, \\ B_1y+D_1=0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} By+Cz+D=0, \\ B_1y+C_1z+D_1=0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} Ax+Cz=0, \\ A_1x+C_1z=0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 3y+2z=0, \\ 5x-1=0; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 5x+y-3z-7=0, \\ 2x+y-3z-7=0. \end{cases}$

2. Ozod had D ning qanday qiymatida quyidagi $\begin{cases} 3x-y+2z-6=0, \\ x+4y-z+D=0 \end{cases}$

to'g'ri chiziq $z$ o'qini kesadi?

3. B va D koeffisentlarning qanday qiymatlarida ushbu $\begin{cases} x-2y+z-9=0, \\ 3x+By+z+D=0. \end{cases}$ to'g'ri

chiziq $(xy)$ tekisligida yotadi?

4. To'g'ri chiziqning ushbu $\begin{cases} Ax+By+Cz+D=0, \\ A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 \end{cases}$ tenglamalardagi koeffisentlar

qanday shartni qanoatlantirganda to'g'ri chiziq:

1) $x$ o'qiga parallel bo'ladi;

2) $y$ o'qini kesadi;

3) $z$ o'qi bilan ustma-ust tushadi;

4) $(yz)$ tekisligiga parallel bo'ladi;

5) $(xz)$ tekisligida yotadi;

6) koordinatalar boshidan o'tadi?

5. Quyidagi to'g'ri chiziqni koordinata tekisliklariga proeksiyalovchi tekisliklarning tenglamalari yozilsin:

$$\begin{cases} 5x+8y-3z+9=0, \\ 2x-4y+z-1=0. \end{cases}$$

6. Quyidagi to'g'ri chiziqning koordinata tekisliklaridagi proeksiyalari qanday tenglamalar bilan ifodalaanadi:

$$\begin{cases} 3x+2y-z+5=0 \\ x-y-z+1=0? \end{cases}$$

7. Quyidagi to'g'ri chiziqning ildizlari topilsin va bu to'g'ri chiziq yasalsin:

$$\begin{cases} 6x+2y-z-9=0, \\ 3x+2y+2z-12=0. \end{cases}$$

8. Kuyidagi

$$\begin{cases} x-4y+2z-5=0 \\ 3x+y-z+2=0 \end{cases}$$

tugri chiziqning $2x+3y+z-6=0$ tekislikdagi proeksiyasining tenglamasi tuzilsin.

9. Koordinatalar boshidan va $(a,b,c)$ nuqtadan o'tuvchi to'gri chiziqning tenglamasi tuzilsin.

10.Uchlarining koordinatalari kuyidagi berilgan tetraedr qirralarining tenglamalari yozilsin: $A(0,0,2), B(4,0,5), C(5,3,0), D(-1,4,-2)$.

11. Quyidagi uchta nuqtaning bir tog'ri chiziqda yotishi yoki yotmasligi tekshirib ko'rilsin: $(3;0;1), (0;2;4), (1;\frac{4}{3};3)$.

12. To'gri chiziqning ikki koordinata tekisligi bilan kesishgan nuqtalari $(x_1;y_2;0)$ $(x_1;y_1;0;)$ va $(x_2;0;z_2)$ berilgan . Shu to'g'ri chiziqning uchinchi koordinata tekisligi bilan kesishgan nuqtasi topilsin.

13. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning yo'naltiruvchi kosinuslari topilsin:

$$1)\ \frac{x-1}{4}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z+2}{12};$$

$$2)\ \frac{x}{12}=\frac{y-7}{-3}=\frac{z+3}{20}$$

14. $A(1,-5,3)$ nuqtadan o'tuvchi va koordinata o'qlari bilan mos ravishda $60^0$, $45^0$ va $120^0$ li burchaklar tuzuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi tuzilsan.

15. Quyidagi tug'ri chiziqlar bilan tuzilgan burchak topilsin:

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{6}=\frac{z-5}{2} \quad \text{va} \quad \frac{x}{2}=\frac{y-3}{9}=\frac{z+1}{6}$$

16. Uchlari $A(3,-1,0), B(0,-7,3), C(-2,1,-1), D(3,2,6)$ nuqtalarda yotgan tetraedrning qarama-qarshi qirralari orasidagi burchaklar topilsin.

17. To'g'ri chiziqning quyidagi tenglamalari kanonik shakilga keltirilsi :

$$\begin{cases} 2x-3y-3z-9=0 \\ x-2y+z+3=0 \end{cases}$$

18.Quyidagi to'g'ri chiziqning yo'naltiruvchi kosinuslari hisoblab topilsin:

$$\begin{cases} 5x-6y+2z+21=0 \\ x-z+3=0 \end{cases}$$

19. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak topilsin:

$$\begin{cases} 3x-4y-2z=0 \\ 2x+y-2z=0 \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} 4x+y-6z-2=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases}$$

20. (2,-5,3) nuqtadan

1) $z$ o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin;

2) $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{-6}=\frac{z+3}{9}$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin;

3) $\begin{cases} 2x-y+3z-1=0 \\ 5x+4y-z-7=0 \end{cases}$ to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsin.

21. $(xz)$ tekisligida koordinatalar boshidan o'tuvchi va $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-5}{1}$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq topilsin.

22. Quyidagi to'g'ri chiziqlarning kesishish yo kesishmasligi tekshirib ko'rilsin:

1) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z}{4}$ va $\frac{x-6}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{1}$;

2) $\begin{cases} 4x+z-1=0, \\ x-2y+3=0 \end{cases}$ va $\begin{cases} 3x+y-z+4=0, \\ y+2z-8=0. \end{cases}$

23. A(2,3,1) nuqtadan $\frac{x-5}{4}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{3}$ to'g'ri chiziqqa o'tkazilgan perpendikulyarning tenglamalari tuzilsin.

24. Koordinatalar boshidan $\frac{x-5}{4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{-2}$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin.

25. A(4,0,-1) nuqtadan shunday to'g'ri chiziq o'tkazilsinki, u quyidagi ikki to'g'ri chiziqni kessin: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-5}{3}$ va $\frac{x}{5}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

26. Quyidagi ikki to'g'ri chiziqni $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z}{1}$ va $\frac{x-10}{5}=\frac{y+7}{4}=\frac{z}{1}$, kesuvchi hamma to'g'ri chiziqlar ichidan mana bu $\frac{x+2}{8}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-3}{1}$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgani topilsin.

27. Quyidagi to'g'ri chiziq umumiy perpendikulyarning tenglamalari tuzilsin: $\frac{x-7}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-9}{-1}$ va $\frac{x-3}{-7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{3}$.

### *4-§. To'g'ri chiziq bilan tekislik.*

1. $\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ to'g'ri chiziq bilan $3x+55y-z-2=0$ tekislikning kesishish nuqtasi topilsin.

2. Kesishish nuqtasi topilsin:

1) $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z}{3}$ to'g'ri chiziq bilan $3x-3y+2z-5=0$ tekislikning;

2) $\frac{x-12}{8}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{3}$ to'g'ri chiziq bilan $x+2y-4z+1=0$ tekislikning;

3) $\frac{x-7}{5}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{4}$ to'g'ri chiziq bilan $3x-y+2z-5=0$ tekislikning.

3. $2x+y-3z+1=0$ tekislik bilan $\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z+1}{2}$ va $\frac{x-5}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z+4}{-6}$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalaridan o'tuvchi to'g'ri chiziqning tenglamalari tuzilsin.

4. A koeffisentning qiymati qanday bo'lganida $Ax+3y-5z+1=0$ tekislik $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{1}$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi?

5. A va B koeffisentlarning qiymatlari qanday bo'lganida $Ax+By+6z-7=0$ tekislik $\frac{x-2}{2}=\frac{y+5}{-4}=\frac{z+1}{3}$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'ladi?

6. (3,-2,4) nuqtadan $5x+3y-7z+1=0$ tekislikka perpendikulyar tushirilsin.

7. Koordinatalar boshidan $\frac{x+2}{4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-1}{-2}$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislik o'tkazilsin.

8. A(4,-3,1) nuqtaning $x+2y-z-3=0$ tekislikdagi proeksiyasi topilsin.

9. Tekshirib ko'rilsin:

1) $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z+2}{5}$ to'g'ri chiziq $4x+3y-z+3=0$ tekislikda yotadimi;

2) $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{7}=\frac{z-2}{3}$ to'g'ri chiziq $5x-8y-2z-1=0$ tekislikda yotadimi;

3) $\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{4}=\frac{z}{1}$ to'g'ri chiziq $3x-2y-z+5=0$ tekislikda yotadimi?

10. (3,1,-2) nuqtadan $\frac{x-4}{5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z}{1}$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislikning tenglamasi tuzilsin.

11. Mana bu $\frac{x-2}{5}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{2}$ to'g'ri chiziqdan $x+4y-3z+7=0$ tekislikka perpendikulyar tekislik o'tkazilsin.

12. $\frac{x}{4}=\frac{y-4}{3}=\frac{z+1}{-2}$ to'g'ri chiziqning $x-y+3z+8=0$ tekislikdagi proeksiyasi topilsin.

13. Ushbu $\frac{x-3}{5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{4}$ va $\frac{x-8}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-6}{-2}$ to'g'ri chiziqlarning bir-biri bilan kesishuvi tekshirilsin va bular orqali o'tuvchi tekislikning tenglamasi tuzilsin.

14. (-3;+2;+5) nuqtadan $4x+y-3z+13=0$ va $x-2y+z-11=0$ tekisliklarga tushirilgan perpendikulyarlar orqali tekislik o'tkazilsin.

15. Quyidagi ikki parallel to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislikning tenglamasi tuzilsin: $\frac{x}{7}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{5}$ va $\frac{x-1}{7}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+2}{5}$

16. P(4,-3,1) nuqtadan o'tuvchi hamda $\frac{x}{6}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-3}$ va $\frac{x+1}{5}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{2}$ to'g'ri chiziqlarga parallel tekislikning tenglamasi tuzilsin.

17. $\frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-2}{-3}$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi va $\frac{x+5}{4}=\frac{y-2}{7}=\frac{z-1}{2}$ to'g'ri chiziqqa parallel tekislikning tenglamasi tuzilsin.

18. Mana bu $\frac{x+5}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{4}$ to'g'ri chiziq orqali $x+y-z+15=0$ tekislikka parallel tekislik o'tkazilsin.

19. Mana bu $\frac{x-7}{4}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-1}{6}$ to'g'ri chiziq orqali $2x+y-7z+1=0$ tekislikka parallel tekislik o'tkazish mumkinmi?

20. P(1,0,7) nuqtadan $3x-y+2z-15=0$ tekislikka parallel shunday to'g'ri chiziq o'tkazilsinki, u quyidagi to'g'ri chiziqni kesib o'tsin: $\frac{x-1}{4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{1}$.

21. P(7,9,7) nuqtadan $\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{2}$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa topilsin.

22. Mana bu $\frac{x}{1}=\frac{y+7}{2}=\frac{z}{2}$ to'g'ri chiziqda $(3,2,6)$ nuqtaga eng yaqin nuqta topilsin.

23. Mana bu $\begin{cases} x+2y+z-1=0 \\ 3x-y+4z-29=0 \end{cases}$ to'g'ri chiziqda $A(3,11,4)$ va $B(-5,-13,-2)$ nuqtalardan teng uzoqlikdagi nuqta topilsin.

24. Ushbu $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{5}$ to'g'ri chiziqqa nisbatan $P(4,3,10)$ nuqtaga simmetrik bo'lgannuqta topilsin.

25. Quyidagi ikki parallel to'g'ri chiziq orasidagi masofa topilsin: $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{2}$ va $\frac{x-7}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-3}{2}$.

26. Quyidagi kesishmaydigan ikki to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa topilsin: $\frac{x-9}{4}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z}{1}$ va $\frac{x}{-2}=\frac{y+7}{9}=\frac{z-2}{2}$.

27. Quyidagi to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa topilsin: $\frac{x+3}{4}=\frac{y-6}{-3}=\frac{z-3}{2}$ va $\frac{x}{-2}=\frac{y+7}{9}=\frac{z-2}{2}$.

28. Uchburchak uchlari berilgan: $A(4,1,-2), B(2,0,0), C(-2,3,-5)$.. Uning B uchidan unga qarshi yotgan tomonga tushirilgan balandlikning tenglamasi tuzilsin.

# V-BOB. *IKKINCHI TARTIBLI CHIZIQLAR.*

**Asosiy formulalar:**

1.a) Markazi *O(a,b)* nuqtada radiusi *r* bo`lgan aylananing kanonik tenglamasi:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

b) Markazi *O(0,0)* nuqtada radiusi *r* bo`lgan aylananing kanonik tenglamasi

$$x^2+y=r^2$$

c) Aylananing $M_1(x_1,y_1)$ nuqtadagi urinmasi:

$$x_1x+y_1y=r^2$$

2. a)Ellips kanonik tenglamasi:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, *a, b* ellipsning katta va kichik yarim o`qlari;

b) Fokal radiuslari: $r_1=a-ex$, $r_2=a+ex$ ,$e=\frac{c}{a}$ , *e*-ekstsentrisiteti

c) Direktrissalari: $x=\pm\frac{a}{e}$,

d)Ellipsning parametrik tenglamalari: $x=a\cos t$, $y=b\sin t$

e) Ellipcning $M_1(x_1,y_1)$ nuqtadagi urinmasi:

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

3.a) Kanonik tenglamasi: Giperbola va qo`shma giperbola: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\pm1$

*a, b* haqiqiy va mavhum yarim o`qlari;

b) Fokal radius vektorlari:

O`ng tarmoq $(x\geq0)$ uchun: $r_1=ex-a, r_2=ex+a$; bunda $e=\frac{c}{a}>1$

Chap tarmoq $(x\leq0)$ uchun: $r_1=-(ex-a), r_2=-(ex+a)$;

c) Asimptotalari: $y=\pm\frac{b}{a}x$

d) Urinmasi: $\frac{x_1x}{a^2}-\frac{y_1y}{b^2}=1$

4.a) Parabolaning sodda tenglamasi: $y^2=2px$ bu yerda *p* parabolaning parametri;

Parabola fokusi: $F\left(\frac{p}{2},0\right)$, o`qi: $(OX)$ Direktrissasi: $x=-\frac{p}{2}$

b) O`qi $(OY)$ bo`lgan parabola: $x^2 = 2qy$, fokusi $F\left(0,\frac{q}{2}\right)$;

c) Parabola urinmasi: $y_0 y = p(x + x_0)$

d) Parabolaning umumiy tenglamasi: $y = ax^2 + bx + c$

Uchi $\left(-\frac{b}{2a};\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$, Simmetriya o`qi: $x = -\frac{b}{2a}$

5.Ikkinchi tartibli chiziqlarning qutb koordinatalardagi tenglamasi : $r = \frac{P}{1 - e\cos\varphi}$

a) e < 1 – ellips, $P = \frac{b^2}{a}$ b) e > 1 – giperbola, $P = \frac{b^2}{a}$ c) e = 0 – $P$ radiusli aylana d) e =1 – parabola, $P$-parabola parametri;

### Masala yechish namunalari

**1-masala.**Ushbu $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$ tenglama bilan berilgan aylananing radiusini toping.

**Yechish:** Tenglamani to`la kvadratga ajratamiz: $x^2 + 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 3 = 4 + 9$

$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 16$, $R^2 = 16$, R=4. **Javob**: R=4

**2-masala.** $2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y - 4 = 0$ ikkinchi tartibli egri chiziqni aylana ekanini ko`rsatib,aylana markazi va radiusini topilsin.

**Yechish.** Berilgan tenglamadan to`la kvadrat ajratamiz:

$$2x^2 + 2y^2 - 8x + 5y = 4, \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + \frac{5}{2}y = 2$$

$$(x^2 + 4x + 4) + (y^2 + \frac{5}{2}y + \frac{25}{16}) = 2 + 4 + \frac{25}{16}$$

bundan $(x-2)^2 + (y + \frac{5}{4})^2 = \frac{121}{16}$

Demak,aylana markazi $A(2;-\frac{5}{4})$ nuqtada bo`lib, radiusi $r = \frac{11}{4}$ ga teng bo`ladi.

**3-masala.** Aylana diametrlaridan biri uchlarining koordinatalari bilan berilgan A(1;4) va B(-3;2).Shu aylananing tenglamasini tuzing.

**Yechish**.AB kesma aylana diametri bo`lgani uchun uning O markazi AB kesma o`rtasida yotadi. Kesma o`rtasini koordinatalaroini topish formulasiga asosan: O(a,b) uchun:

$$a=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{1-3}{2}=-1$$

$$b=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{4+2}{2}=3,\quad O(-1;3)$$

Aylana radiusini aniqlash uchun ikki nuqta orasidagi masofani formulasidan foydalanamiz:

$$R=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-1-1)^2+(3-4)^2}=\sqrt{5}$$

Demak izlanayotgan aylana tenglamasi:

$$(x+1)^2+(y-3)^2=5$$

**4-masala.** $x^2+y^2-4x-12=0$ aylana bilan $y=x+2$ to`g`ri chiziqning kesishish nuqtasini aniqlang.

**Yechish**. Aylana bilan to`g`ri chiziqning kesishish nuqtasining koordinatalarini aniqlash uchun ularni tenglamalarini birlikda yechamiz:

$$\begin{cases} x^2+y^2-4x-12=0 \\ y=x+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ y_1=4 \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=0 \end{cases}$$

Demak kesishish nuqtalari: A(-2;0) va B(2;4)

**5-masala.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{9}=1$ ellipsga A(-6,3) nuqtadan o`tkazilgan urinma tenglamasi qaysi javobda to'g;ri ko'rsatilgan.

**Yechish**:Urinma tenglamasini y-3=k(x+6) ko`rinishda izlaymiz.

$$\begin{cases} 3x^2+5y^2-45=0 \\ y=k(x+6)+3 \end{cases} \Rightarrow (3+5k^2)x^2+30k(1+2k)x+180k(1+k)=0$$

$$D=225k^2(1+2k)^2-180(3+5k^2)(k^2+k)=0\Rightarrow$$

$$315k^2+540k=0\Rightarrow k(351k+540)\Rightarrow k_1=0, k_2=-\frac{12}{7}.$$ urinmalar ikkita

$$\begin{cases} y-3=0 \\ 12x+7y+5=0 \end{cases}$$

**Javob:** $y-3=0{,}12x+7y+5=0$

**6-masala.** $M(\frac{5}{2},\frac{\sqrt{6}}{4})$ va $N(-2;\frac{\sqrt{15}}{5})$ nuqtalardan o`tuvchi ellipsning kanonik tenglamasini tuzing.

**Yechish.** M va N nuqtalarning koordinatalari $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$- ellips tenglamasini qanoatlantirishi kerak.

$$\begin{cases} \frac{25}{4a^2}+\frac{3}{8b^2}=1 \\ \frac{4}{a^2}+\frac{3}{5b^2}=1, \end{cases} \text{ bundan } \begin{cases} a^2=10 \\ b^2=1 \end{cases}$$

natijaga kelamiz.

Demak, ellips tenglamasi: $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{1}=1$ ko`rinishda ekan.

**7-masala.** Ellipsning katta yarim o`qi $a=12$ ,ekssentrisiteti $e=0{,}5$ .Ellipsning tenglamasini hamda fokuslari orasidagi masofani toping.

**Yechish.** Ekssentrisitet $e=\frac{c}{a}$ ga teng ekanini ma`lum . Bundan

$c=\varepsilon\cdot a=12\cdot 0.5=6$. Endi $c^2=a^2-b^2$ dan $b^2=a^2-c^2=12^2-6^2=108$

Demak, ellipsning tenglamasi: $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{108}=1$ *ва* $|FF_1|=2\cdot c=2\cdot 6=16$

**8-masala.** $\frac{x^2}{10}+\frac{y^2}{12}=1$ ellipsga (2,-3) nuqtada urinuvchi to`g`ri chiziq tenglamasini tuzing.

**Yechish.** Ellipsning $M_0(x_0;y_0)$ nuqtasiga o`tkazilgan urinma tenglamasi $\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$ ga ko`ra, $\frac{2x}{16}+\frac{-3y}{12}=1$

Bundan, $x-2y-8=0$ kelib chiqadi.

**9-masala.** Asimptotalari $y=\pm\frac{1}{2}x$ tenglama bilan berilgan bo`lib, $M(12;3\sqrt{3})$ nuqta orqali o`tuvchi giperbolaning tenglamasi yozilsin.

**Yechish:** $y=\pm\frac{b}{a}x \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=2b \Rightarrow a^2=4b^2$

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} \frac{144}{a^2}-\frac{27}{b^2}=1 \\ a^2=4b^2 \end{cases} \Rightarrow b^2=9, a^2=36$$

giperbola tenglamasi: $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{9}=1$ **Javob** : $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{9}=1$

**10-masala**. Giperbolaning $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ tenglamasi berilgan.Bu giperbola elementlarini aniqlang.

**Yechish**. Giperbola tenglamasiga asosan a = 3, b = 4 fokuslar esa absissalar o`qida yotadi. $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{9+16}=5$

giperbola ekssentrisiteti: $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{3}$

Fokusi va uchlarining koordinatalari quyidagicha:

$$F(5;0); F_1(-5;0), A(3;0), A_1(-3;0), B(0;4), B_1(0;-4)$$

giperbola assimptotalarining tenglamalari $y=\pm\frac{b}{a}x$ formulaga ko`ra;

$$y=\frac{4}{3}x,\ y=-\frac{4}{3}x$$

Giperbola ixtiyoriy M(x,y) nuqtasining fokal radiuslari

$$r=-3+\frac{5}{3}x,\ r_1=3+\frac{5}{3}x$$

direktrisalarining tenglamalari

$$x=\pm\frac{a}{e} \text{ ga ko`ra } x=\frac{9}{5}, \qquad x=-\frac{9}{5};$$

**11-masala.** $9x^2-25y^2-18x-100y-316=0$ giperbola tenglamasini kanonik ko`rinishga keltiring.

**Yechish.**To`la kvadrat ajratamiz:

$$(9x^2-18x+9)-9-(25y^2+100y+100-100)=316$$

$$9(x-1)^2-25(y+2)^2=216+9 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{25}-\frac{(y+2)^2}{9}=1;$$

**12-masala**. Giperbola asimptotalarining tenglamalari $4y+3x=0$ va $4y-3x=0$ hamda fokuslari orasidagi masofa 10. Uning kanonik tenglamasin tuzing.

**Yechish.**Asimptota tenglamasiga ko`ra $y=\pm\frac{3}{4}x$ bundan $b=\frac{3}{4}a$ (1)

Masala shartiga ko`ra $2c=10, c=5, c^2=a^2+b^2, 25=a^2+b^2$ (2)

(1) va (2) dan a va b ni topamiz: $\begin{matrix} a^2=16 \\ b^2=9 \end{matrix}$

Demak, izlanayotgan giperbola tenglamasi $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$

**13-masala.**$y^2=64x$ parabola va $4x+3y+46=0$ to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa aniqlansin.

**Yechish**:Parabolaning $(x_0,y_0)$ nuqtasidagi urinmasi $yy_0=p(x+x_0)$ bo'lib $P=32$ urinmaning burchak koeffitsienti $k=\frac{32}{y_0}$. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti $k'=-\frac{4}{3}, k=k'$

bo'lgani uchun $\frac{32}{y_0}=-\frac{4}{3}\Rightarrow y_0=-24,$

$x=\frac{y^2}{64}=\frac{576}{64}=9$ urinish nuqtasi (9,-24) bo'lib $d=\frac{|4{,}9+3(-24)+46|}{5}=\frac{182}{5}=2$.

**Javob:** d=2

**14-masala.** $y^2=4x$ parabola fokusi koordinatalarini aniqlang va direktrisasi tenglamasini tuzing.

**Yechish**. Parabola tenglamasidan $2p=4$ bu yerdan $p=2$. Shunday qilib, F(1;0) nuqta parabolaning fokusi, $x+1=0$ to`g`ri chiziq uning direktrissasi.

**15-masala.**Uchi koordinatalar boshida,fokusi F(0,-8) nuqtada bo`lgan parabolaning tenglamasi tuzilsin.

**Yechish.**Parabola fokusi ordinatalar o`qida,uchi esa koordinatalar boshida yotadi, shuning uchun parabola tenglamasi $x^2=-2py$ ko`rinishida izlash kerak.

Parabolaning fokus masofasi: $\frac{q}{2}=-8$, $2p=-32$. Demak, $x^2=-32y$

parabola tenglamasi hosil bo`ladi.

**16-masala.**Markazi qutb bilan, fokal o`qi qutb o`qi bilan ustma-ust tushuvchi ellipsning qutb koordinatalar bo`yicha tenglamasi yozilsin.

**Yechish:** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ tenglamaga $x=\rho\cos\varphi, y=\rho\sin\varphi$ qutb tenglamalarni qo`yamiz.

$$\frac{\rho^2\cos^2\varphi}{a^2}+\frac{\rho^2\sin^2\varphi}{b^2}=1\Rightarrow\rho^2(b^2\cos^2\varphi+a^2\sin^2\varphi)=a^2b^2\Rightarrow\rho^2\left[(b^2-a^2)\cos^2\varphi+a^2\right]=a^2b^2\Rightarrow$$

$$\rho^2=\frac{a^2b^2}{a^2-(a^2-b^2)\cos^2\varphi}=\frac{a^2b^2}{a^2-c^2\cos^2\varphi}=\frac{b^2}{1-e^2\cos^2\varphi}$$

**Javob:** $\rho^2=\frac{b^2}{1-e^2\cos^2\varphi}$

### *1-§. Aylana.*

1. 1) Markazi (2,-5) nuqtada va radiusi 4 birlikka teng bo'lgan;

2) markazi (-3;4) nuqtada bo'lgan va o'zi koordinatalar boshidan o'tgan;

3) markazi (0;4) nuqtada bo'lgan va o'zi (5,-8) nuqtadan o'tgan aylananing tenglamasi tuzilsin.

2. Aylana diametrlaridan biri uchlarining koordinatalari berilgan: A(1,4) va B(-3,2). Shu aylananing tenglamasi tuzilsin.

3. A(2,3) va B(5,2) nuqtalardan o'tuvchi shunday aylana topilsinki, uning markazi absissalar o'qida yotsin; shu aylananing tenglamasi yozilsin.

4. (3,0) va (-1,2) nuqtalardan o'tgan va markazi $x-y+2=0$ to'g'ri chiziqda yotgan aylaning tenglamasi yozilsin.

5. Berilgan uchta A(0,2), B(1,1) va C(2,-2) nuqtalardan o'tuvchi aylaning tenglamasi tuzilsin.

6. Uchlarning koordinatalar:

1) (7,7), (0,8) va (-2,4);

2) (0,4), (1,2) va (3,-2)

bo'lgan uchburchakka tashqi chizilgan aylananing tenglamasi topilsin.

7.Ushbu $(x+1)^2+(y-2)^2=25$ aylanaga nisbatan A(-3,0), B(5,0), C(4,2), (2,7), E(-4,6), F(3,-1), G(-2,3) nuqtalar qanday joylashgan?

8. Ushbu $x^2+y^2-8x+6y+21=0$ tenglama bilan berilgan aylananing markazi va aniqlansin.

9. Quyidagi aylanalarning tenglamalari normal shaklga keltirilsin:

1) $x^2+y^2-4x=0;$ 2) $x^2+y^2+6y-7=0;$

3) $x^2+y^2+2x-10y+1=0;$ 4) $3x^2+3y^2-4x-6y-15=0.$

10. Ushbu tenglamalar bilan qanday chiziqlar tasvirlanishi tekshirilsin:

1) $x^2+y^2=0;$ 2) $x^2+y^2=-1;$ 3) $x^2+y^2+2x-10y+1=0;$ 4) $x^2+y^2-2x+6y+14=0.$

11. Agar koordinatalar boshi $A(-1;3)$ nuqtaga yoki $B(-4;3)$ nuqtaga ko'chirilsa, aylananing $x^2+y^2+2x-6y+1=0$ tenglamasi qanday shakl oladi? Berilgan nuqtalar aylanaga nisbatan qanday joylashgan?

12. Agar koordinatalar boshi aylananing markaziga ko'chirilsa, aylananing tenglamasi $x^2+y^2+4x-12y-9=0$ qanday almashinadi?

13. Agar aylananing $A(x^2+y^2)+Dx+Ey+F=0$ umumiy tenglamasining bazi koeffisentlari nolga aylansa, aylananing koordinata o'qlariga nisbatan joylashishida qanday hususiyatlari belgilash mumkin?

14. Quyidagi aylanalardan har birining koordinata o'qlari bilan kesishish nuqtalari topilsin:

1) $(x-4)^2+(y+3)^2=25;$ 2) $x^2+y^2-6x-10y+9=0;$ 3) $x^2+y^2-4x+4y+4=0;$ 4) $(x-5)^2+(y-3)^2=1.$

15. $x$ o'qiga koordinatalar boshida urinuvchi va $y$ o'qini $A(0;4)$ nuqtada kesishuvchi aylananing tenglamasi tuzilsin.

16. $A(2;9)$ nuqtadan o'tuvchi va ikkala koordinata o'qlariga urinuvchi aylananing tenglamasi topilsin.

17. $x$ o'qiga $(5;0)$ nuqtada urinuvchi va $y$ o'qidan uzunligi 10 birlikka teng vatar ajratuvchi aylananing tenglamasi yozilsin.

18. Radiusi $r=50$ bo'lgan aylana $A(0;8)$ nuqtadan o'tadi va $x$ o'qidan 28 birlikka teng vatar ajratadi. Aylananing markazi topilsin.

19. Markazi $(6;7)$ nuqtada va $5x-12y-24=0$ to'g'ri chiziqqa urinuvchi aylananing tenglamasi yozilsin.

20. Ushbu $x^2+y^2+2x-4y-20=0$ aylananing: 1) $x-y-4=0$; 2) $3x-4y+36=0$; 3) $x-y-5=0$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalari topilsin.

21. 1) $x-2y+5=0$; 2) $5x-12y+26=0$; 3) $3x-4y+30=0$; 4) $x+y-17=0$ to'g'ri chiziqlar $x^2+y^2=36$ aylanaga nisbatan qanday joylashgan?

22. Ushbu $(x-1)^2+y^2=4$ aylana berilgan. $A\left(2;-\frac{1}{2}\right)$ nuqta orqali shunday vatar o'tkazish kerakki, u vatar shu nuqtaga teng ikkiga bo'linsin.

23. $x^2+y^2=5$ aylananing $(1;-2)$ nuqtasida o'tgan urinmaning tenglamasi yozilsin.

24. $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ aylana berilgan. Uning $(5;5)$ nuqtasidan o'tuvchi urinmaning tenglamasi tuzilsin.

25. $x^2+y^2-2x-3y=0$ aylanaga uning $(0;3)$ nuqtasida urinma o'tkazilsin.

26. Koordinatalar boshidan $x^2+y^2-10x-4y-25=0$ aylanaga o'tkazilgan urinmalarining tenglamalari yozilsin.

27. Koordinatalar boshi atrofida $r=12$ radiusli aylana chizilgan. Bu aylanaga shunday urinma o'tkazilsinki, bu urinmaning urinish nuqtasidan $x$ o'qining musbat qismi bilan kesishish nuqtasigacha bo'lgan kesmaning uzunligi $l=35$ bo'lsin.

28. $(1;1)$nuqtadan o'tuvchi hamda $7x+y-3=0$ va $x+7y-3=0$ To'g'ri chiziqlarga urinuvchi aylananing tenglamasi yozilsin.

29. $4x-3y-38=0$ to'g'ri chiziq $(x-1)^2+(y+3)^2=25$ aylanaga urinishi ma'lum. Ularning urinish nuqtasi topilsin.

30. Biror kuch tasirida $M$ nuqta $A(2;1)$ nuqtaga kelgan paytda kuchning tasiri kesiladi. Harakatlanuvchi nuqtaning bundan keyingi terktoriyasi aniqlansin.

31. M nuqta $(x-4)^2+(y-8)^2=20$ aylana bo'ylab harakat qiladi, so'ngra undan chiqib ketadi va bundan keyingi erkin harakatida $x$ o'qini $(-2;0)$ nuqtada kesib o'tgani malum. Harakatlanuvchi nuqta aylanning qaysi nuqtasidan chiqib ketadi?

32. $x^2+y^2=16$ aylana $(8;0)$ nuqtadan qanday burchak ostida ko'rinadi?

33. Ikki aylana: $x^2+y^2-6x+8y=0$ va $x^2+y^2+2x-12y+1=0$ markazlari chizig'ining tenglamasi yozilsin.

34. Ikki aylana: $x^2+y^2=10$ $x^2+y^2-10x-10y+30=0$ umumiy vatarning tenglamasi topilsin.

35. $x^2+y^2-4x-5=0$ aylana va $C(5,4)$ nuqta berilgan. Markazi $C$ nuqtada va berilgan aylanaga tashqi ravishda uringan aylananing tenglamasi yozilsin.

36. $M(2,1)$ nuqta orqali radiusi birga teng bo'lgan va $x^2+y^2-8x-4y+19=0$ aylanaga urinuvchi aylana o'tkazilsin.

37. Ushbu $x^2+y^2=16$ va $(x-5)^2+y^2=9$ aylanalar qanday burchak ostida kesishadi?

## *2-§. Ellips.*

1. Quyidagi malumotlarga ko'ra, ellipsning eng sodda tenglamasi tuzilsin:

1) Uning yarim o'qlari 4 va 2 ga teng;

2) Fokuslari orasidagi masofa 6 ga va katta yarim o'qi 5 ga teng;

3) katta yarim o'qi 10 ga va eksentrissasi $e=0{,}8$ gat eng;

4) kichik yarim o'qi 3 ga va eksentrissasi $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

5) yarim o'qlarining yig'indisi 8 ga va fokuslari orasidagi masofa ham 8 ga teng.

2. Ellipsning tenglamasi berilgan: $25x^2+169y^2=4225$; O'qlarining uzunliklari, fokuslarining koordinatalari va eksentrissasi hisoblansin.

3. Ellips fokuslarining biridan katta o'qining uchlarigacha bo'lgan masofalar 7 ga va 1 ga teng. Bu ellipsning tenglamasi tuzilsin.

4. Ellips $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ tenglama bilan berilgan. Uning fokuslari, koordinatalarini hisoblamasdan yasalsin.

5. Rombning tomoni 5 ga va balandligi 4,8 ga teng. Rombning ikki qarama-qarshi yotgan uchlaridan ellips o'tadi va uning fokuslari rombning qolgan ikki uchi bilan ustma-ust tushadi. Rombning diagonallari koordinata o'qlari deb olib, ellipsning tenglamasi tuzilsin.

6. Qo'zg'almas asosga ega bo'lgan uchburchakning uchi shunday siljitiladiki, uning perimetri o'zgarmas miqdorni saqlaydi. Asosi 24 sm va perimetri 50 sm bo'lish shartida uchburchak uning trektoriyasi topilsin.

7. Ellipsni, uning ta'rifidan foydalanib chizilsin.

8. Ellipsning direktrissalari fokal o'qqa perpendikulyar bo'lib, uni ellipsning uchlariga nisbatan fokuslari to'rtinchi gormonik bo'lgan nuqtalarda kesadi. Shu ellips direktrisalarining tenglamasi tuzilsin.

9. Ellips $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ berilgan. Shu ellips direktrisalarining tenglamasi tuzilsin.

10. $x=\pm 8$ to'g'ri chiziqlar kichik o'qí 8 ga teng bo'lgan ellipsning direktrissalaridir. Shu ellipsning tenglamasi topilsin.

11. Ellipsning:

1) kichik o'qi fokusdan to'g'ri burchak ostida ko'rinishi;

2) fokuslari orasidagi masofa katta va kichik o'qlarining uchlari orasidagi tengligining;

3) direktrisalari orasidagi masofa fokuslari orasidagi masofadan 4 marta katta ekanini bilgan holda, uning ekssentrisiteti aniqlansin.

12. Yer sharining meridiani ellips shaklida bo'lib, o'qlarining nisbati $\frac{299}{300}$ ga teng. Yer meridianining ekssentrisiteti aniqlangan.

13. $\frac{x^2}{30}+\frac{y^2}{24}=1$ ellipsda uning kichik o'qidan 5 birlik masofadagi nuqta topilsin.

14. Ellips $M(\sqrt{3};-2)$ va $N(-2\sqrt{3};1)$ nuqtalardan o'tadi. Uning o'qlarini koordinata o'qlari qilib, ellipsning tenglamasi tuzilsin.

15. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning ichida yotgan har bir P($x_1, y_1$) nuqta uchun $\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}\prec 1$ tengsizlik va tashqarisida yotgan har bir Q($x_2, y_2$) nuqta uchun $\frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}\succ 1$ tengsizlik o'rinli ekanligi isbotlansin.

16. A(6;-3), B(-2;5), C(3;-6), D($\sqrt{50}$ ;0), E(-4;2) va G(1; $\sqrt{26}$) nuqtalarning vaziyat $\frac{x^2}{48}+\frac{y^2}{36}=1$ ellipsga nisbatan aniqlangan.

17. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ ellipsga ichki muntazam uchburchak chizilgan; uning uchlaridan biri ellips katta o'qining o'ng uchiga tushadi. Bu uchburchakning qolgan ikki uchining koordinatalari topilsin.

18. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$ ellipsda shunday nuqta topilsinki, uning o'ng fokusidan masofasi chap fokusdan bo'lgan masofasiga nisbatan 4 marta katta bo'lsin.

19. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsda fokal radius-vektorlarning ko'paytmasi kichik yarim o'qning kvadratiga teng bo'lgan nuqta topilsin.

20. Fokuslaridan birining koordinatalari (3,0) bo'lgan ellipsda (4,2,4) nuqta olingan. Ellipsning markazini koordinatalar boshi deb qabul qilib, M nuqtadan mos direktrisagacha bo'lgan masofa topilsin.

21. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{12}=1$ ellipsning $2x-y-9=0$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari topilsin.

22. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning F(c,0) fokusi orqaali katta o'qiga perpendikulyar qilib vatar o'tkazilgan. Shu vatarning uzunligi topilsin

23. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ ellips berilgan. Shu ellipsning koordinat burchagi bissektrissasi bo'yicha yo'nalgan diametrining uzunligi topilsin.

24. $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$ ellipsga ichki to'g'ri to'rtburchak chizilgan, uning ikkita qarama-qarshi tomoni fokuslardan o'tadi. Shu to'g'ri to'rtburchakning yuzi hisoblansin.

25. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga ichki chizilgan kvadrat tomonining uzunligi hisoblansin.

26. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ ellips berilgan. Uning $(1,1)$ nuqtasidan o'tuvchi va shu nuqtada teng ikkiga bo'linuvchi vatar o'tkazilsin.

27. A(-6;+3) nuqtadan $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{9}=1$ ellipsga o'tkazilgan urinmalarning tenglamalari tuzilsin.

28. $\frac{x^2}{30}+\frac{y^2}{24}=1$ ellipsning $2x-y+17=0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinmalari topilsin.

29. $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{25}=1$ ellipsga shunday urinmalarni o'tkazilsinki, ular $13x+12y-115=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsin.

30. $4x-5y-40=0$ to'g'ri chiziqning $\frac{x^2}{50}+\frac{y^2}{32}=1$ ellipsga urinishi malum. Ularning urinish nuqtasi topilsin.

31. $3x^2+8y^2=45$ ellipsning shunday urinmalarning tenglamalari topilsinki, bu urinmalarning ellips markazidan bo'lgan masofalari 3 ga teng bo'lsin.

32. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips bir diametrining uchlaridan o'tkazilgan urinmalar o'zaro parallel ekanligi va aksincha, ellipsning ikkita urinmasi o'zaro parallel bo'lsa, ularning urinish nuqtalari bir diametrda yotishi isbotlansin.

33. $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$ ellipsga tashqi chizilgan kvadrat tomonlarining tenglamalari topilsin.

34. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ellipsning shunday urinmasining tenglamasi topilsinki, bu urinmaning ikki fokusdan bo'lgan masofalarining nisbati 9 ga teng bo'lsin.

35. Ellips ixtiyoriy urinmasining ikki fokusdan bo'lgan masofalarining ko'paytmasi o'zgarmas son bo'lib,kichik yarim o'qning kvadratiga tengligi isbotlansin.

36. $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsga urinish sharti topilsin.

37. Ellips $P(3;\frac{12}{5})$ nuqtadan o'tadi va $4x+5y=25$ to'g'ri chizqqa urinadi. Bu ellipsning tenglamasini yozilsin. V auning shu to'g'ri chiziqqa urinadigan nuqtasi topilsin. Koordinata o'qlari ellipsning o'qlari bilan ustma-ust tushadi.

38. Ellips ikkita $x+y=5$ va $x-4y=10$ to'g'ri chiziqqa urinadi. Ellipsning o'qlari koordinata o'qlari bilan ustma-ust tushish shartida uning tenglamasi topilsin.

39. Quyidagi ikki $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ va $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$ ellipsga umumiy bo'lgan urinmalar topilsin.

40. Ikkita $\frac{x^2}{6}+y^2=1$ va $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ ellips umumiy urinmalarning tenglamalari tuzilsin.

41. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellipsning urinmalari uning katta o'qining uchlaridan o'tkazilgan ikkita urinmadan kesgan kesmalarining ko'paytmasi $b^2$ teng bo'lgan o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlansin.

42. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips katta o'qining uchlaridan o'tkazilgan urinmalar orasiga joylashgan ixtiyoriy urinmasining kesmasi fokuslaridan to'g'ri burchak ostida urinishi isbotlansin.

43. Shunday nuqtalarning geometric o'rni topilsinki, ularning har birida $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ellips to'g'ri burchak ostida ko'rinsin.

### *3-§. Giperbola.*

1. O'qlari koordinata o'qlari bilan ustma-ust tushadigan va

1) Uchlari orasidagi masofa 8 ga, fokuslari orasidagi masofa 10 ga teng bo'lgan;

2) haqiqiy yarim o'qi 5 ga teng va uchlari markaz bilan fokuslar orasidagi masofalarini teng ikkiga bo'ladigan;

3) haqiqiy o'qi 6 ga teng va $(+9,-4)$ nuqtadan o'tadigan;

4) $P(-5;+2)$ va $Q(+2;+)$ nuqtalardan o'tadigan giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

2. Gierbolaning $F_1(+10;0), F_2(-10;0)$ fokuslarini va nuqtalaridan biri $M(+12;+3)$ ni bilgan holda, uning tenglamasini tuzing.

3. Giperbolaning uning tarifiga asosan yasalsin.

4. $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$ ellips bilan umumiy fokuslarga ega va eksentrisiteti $e=1{,}25$ bo'lgan giperbolaning tenglamasi yozilsin.

5. $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ ellipsning fokuslaridan o'tuvchi va fokuslari shu ellipsning uchlarida bo'lgan giperbolaning tenglamasi yozilsin.

6. $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}=1$ giperbolaning fokuslari va asimtotalari yasalsin.

7. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ giperbola berilgan:

1) fokuslarining koordinatalari hisoblansin;

2) eksentrisiteti hisoblansin;

3) asimtotalarining va drektisalarining tenglamalari yozilsin;

4) qo'shma giperbolaning tenglamasi yozilsin va uning eksentrisiteti hisoblansin;

8. Giperbola asimptotalarining $y=\pm\frac{1}{2}x$ tenglamalarini va $M(+12;+3)$ nuqtasini bilgan holda uning tenglamasi yozilsin.

9. Giperbolaning asimptotalarida drektisalari bilan ajratilgan kesmalar (giperbolaning markazidan hisoblaganda) giperbolaning haqiqiy yarim o'qiga teng ekanligi isbotlansin. Bu hossadan foydalanib, giperbolaning drektisalari yasalsin.

10. Giperbolaning drektisasi uning mos asimptotaga tushirilgan perpendikulyarning asosidan o'tishi isbotlansin. Shu perpendikulyarning uzunligi hisoblansin.

11. Giperbola haqida quiydagilar ma'lum bo'lsa uning yarim o'qlari hisoblansin:

1) Fokuslari orasidagi masofa 8 ga drektisalari orasidagi masofa 6 ga teng;

2) drektisalari $x=\pm3\sqrt{2}$ tenglamalar bilan asimptotalari orasidagi burchak-to'g'ri burchak;

3) asimptotalari $y=\pm 2x$ tenglamalar bilan berilgan va fokuslari markazlardan 5 birlik masofada;

4) asimptotalari $y=\pm\frac{5}{3}x$ tenglamalar bilan berilgan va giperbola N(+6,+9) nuqtadan o'tadi.

12. Ikkita qo'shma giperboladan birning drektisalari orasidagi masofa 7,2 ga, ikkinchisining drektisalari orasidagi masofa 12,8 ga tengligini bilgan holda, ularning tenglamalari yozilsin.

13. Giperbolaning asimptotalari orasidagi burchak topilsin, uning:

1) eksentrisiteti $e=2$;

2) fokuslari orasidagi masofa drektisalari orasidagi masofadan ikki marta katta.

14. Quyidagi shartda giperbolaning eksentrisiteti hisoblansin:

1) asimptotalari orasidagi burchak $60^0$ ga teng;

2) asimptotalari orasidagi burchak $90^0$ ga teng;

3) giperbolaning haqiqiy o'qi qo'shma giperbolaning fokusidagi $60^0$ li burchak ostida ko'rinadi.

15. Teng tomonli giperbola $x^2-y^2=8$ berilgan. M(-5,+3) nuqtadan o'tuvchi fokusdosh giperbolaning tenglamasi topilsin.

16. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{24}=1$ giperbolada absissasi 10 ga teng va ordinatasi musbat bo'lgan nuqta olingan. Shu nuqtaning fokal radius-vektorlari va ular orasidagi burchak hisoblansin.

17. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ giperbolada:

1) fokal radius-vektorlari o'zaro perpendikulyar bo'lgan;

2) chap fokusgacha bo'lgan masofasi o'ng fokusgacha bo'lgan masofasidan ikki marta katta bo'lgan nuqta topilsin.

18. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning o'ng tarmog'ida uning o'ng fokusidan va chap drektisasidan bir hil uzoqlikda turuvchi nuqta mavjud bo'lishi uchun giperbolaning eksentrisiteti qanday shartni qanoatlantirishi kerak?

19. Giperbolaning ixtiyoriy nuqtasidan ikki asimtotagacha bo'lgan masofalarining ko'paytmasi o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlansin.

20. $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{16}=1$ giperbolada shunday nuqta topilsinki, u bir asimptotadan va ikkinchi asimptotaga 3 marta yaqin bo'lsin.

21. $\frac{x^2}{90}-\frac{y^2}{36}=1$ giperbolaning quyidagi to'g'ri chiziqlar bilan keishish nuqtalari topilsin:

1) $x-5y=0$; 2) $2x+y-18=0$; 3) $x-y+5=0$; 4) $\sqrt{10}x-5y+15=0$.

22. $(+2,-5)$ nuqtadan $x^2-4y^2=4$ giperbolaning asimptotalariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilsin.

23. $A(+3,-1)$ nuqtadan $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ giperbolaning shunday vatari o'tkazilsinki u A da teng ikkiga bo'linsin.

24. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaning o'qlari ular bilan teng ikkiga bo'lingan vatarlarga perpendikulyar bo'lgan birdan-bir diametrlari ekanligi tekshirilsin.

24*. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga ichki chizilgan ixtiyoriy to'g'ri to'rtbuchakning tomonlari giperbolaning o'qlariga parallel ekanligi isbotlansin.

25. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga ichki chizilgan kvadratning uchlari topilsin va qanday giperbolalarga ichki kvadrat chizish mumkinligi tekshirilsin.

26. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$ giperbolaga $(+5,-4)$ nuqtada urinuvchi to'g'ri chiziqning tenglamasi yozilsin.

27. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{9}=1$ giperbolaga $(+2,0), (-4,+3), (+5,-1)$ nuqtalarning har biridan urinmalar o'tkazilsin.

28. Berilgan $\frac{x^2}{15}-\frac{y^2}{6}=1$ giperbolaga:

1) $x+y-7=0$ to'g'ri chiziqqa parallel;

2) $x-2y=0$ to'g'ri chiziqqa parallel;

3) $x-2y=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan urinmalar o'tkazilsin.

29. $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga ixtiyoriy yo'nalishda urinmalar o'tkazish mumkinmi? Agar mumkin bo'lmasa u holda giperbolaga o'tkazilgan urinmalarning burchak koefisentlariga qanday shart qo'yilgan?

30. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{9}=1$ giperbolada shunday nuqtalar topish kerakki ulardan o'tgan absissalar o'qiga $\frac{\pi}{3}$ burchak ostida og'ishgan bo'lsin.

31. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ giperbolaga shunday urinma o'tkazilsinki, u giperbolaning markazidan va o'ng folusidan bir xil masofada bo'lsin.

32. Giperbola $x-y-2=0$ to'g'ri chiziqqa $M(4;2)$ nuqtada urinadi. Shu giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

33. $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqning $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ giperbolaga urinish sharti topilsin.

34. Giperbola asimptotalarining tenglamalari $y=\pm\frac{1}{2}x$ va urinmalaridan birining tenglamasi $5x-6y-8=0$ bo'lsa, giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

## *4-§. Parabola.*

1. Quyidagilarni bilgan holda parabolaning tenglamasi tuzilsin:

1) parabolaning uchidan fokusigacha bo'lgan masofa 3 ga teng;

2) fokuslsrining koordinatalari $(5;0)$ bo'lib, ordinatalar o'qi direktrisa xizmatini qiladi;

3) parabola $x$ o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, $M(1;-4)$ nuqtadan va koordinatalar boshidan o'tadi;

4) parabola $y$ o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, fokusi $(0;2)$ nuqtada va uchi koordinatalar boshida yotadi;

5) parabola $y$ o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, $M(6;-2)$ nuqtadan va koordinatalar boshidan o'tadi.

2. $y^2 = 8x$ parabola fakal radius-vektori 20 ga teng bo'lgan nuqta topilsin.

3. $y^2 = 4{,}5x$ parabola direktrisadan $d = 9{,}125$ masofada bo'lgan $M(x;y)$ nuqta olingan. Parabola uchidan nuqtagacha bo'lgan masofa hisoblansin.

4. $y^2 = 18x$ parabolaning quiydagi to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalari topilsin:

1) $6x + y - 6 = 0$; 2) $4x - y + 5 = 0$; 3) $9x - 2y + 2 = 0$; $y - 3 = 0$.

5. $y^2 = 12x$ parabolaning $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ ellips bilan kesishish nuqtalari topilsin.

6. $y^2 = 18x$ parabola bilan $(x+6)^2 + y^2 = 100$ aylana umumiy vatarining tenglamasi tuzilsin.

7. $y^2 = 2px$ parabalaning fokusidan uning o'qiga perpendikulyar qilib vatar o'tkazilgan. Shu vatarning uzunligi hisoblansin.

7*. $y^2 = 8x$ parabolaga ichki chizilgan uchburchakning bir uchi parabolaning uchi bilan va balandliklarining kesishish nuqtasi parabolaning fokusi bilan ustma-ust tushadi. Shu uchburchak tomolarining tenglamalari tuzilsin.

8. $A(2;1)$ nuqtadan $y^2 = 4x$ parabolaning shunday vatari o'tkazilsinki, bu vatar shu nuqtada teng ikkiga bo'linsin.

9. $P(5;-7)$ nuqtadan $y^2 = 8x$ parabolaga urinma o'tkazilsin.

10. $y^2 = 4x$ parabola va unga urinma $x + 3y + 9 = 0$ berilgan. Ularning urinish nuqtasi topilsin.

11. $y^2 = 2px$ parabolaning ixtiyoriy urinmasi $x$ o'qining manfiy qismidan urinish nuqtasining absissasiga teng va $y$ o'qidan urinish nuqtasi ordinatasining yarmiga teng kesmalar ajratishi isbotlansin.

12. $y^2 = 12x$ parabola berilgan. Bu parabolaga

1) absissasi $x = 3$ bo'lgan nuqtada urinma o'tkazilsin;

2) $3x - y + 5 = 0$ to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinma o'tkazilsin;

3) $2x + y - 7 = 0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan urinma o'tkazilsin;

4) $4x-2y+9=0$ to'g'ri chiziq bilan $\frac{\pi}{4}$ burchak tashkil etgan urinma o'tkazilsin.

13. $y=kx+b$ to'g'ri chiziqning $y^2=2px$ parabolaga urinish sharti topilsin.

14. $y^2=64x$ paraboladan $4x+3y+46=0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofa topilsin.

15. $y^2=2px$ parabolaning $x-2y+5=0$ to'g'ri chiziqqa urinishi ma'lum. Parabolaning parametric hisoblansin.

16. $\frac{x^2}{45}+\frac{y^2}{20}=1$ ellips bilan $y^2=\frac{20}{3}x$ parabolaning umumiy urinmalari topilsin.

### *5-§. Ikkinchi tartibli chiziqlarning qutb tenglamalari.*

1. Qutb koordinatalar sistemasiga nisbatan, radiusi $a$ gat eng va markazi:

1) qutbda, 2) $(a;0)$ nuqtada, 3) $(\rho_1;\varphi_1)$ nuqtada bo'lgan aylanananing tenglamasi tuzilsin.

2. Qutb koordinatalar sistamasiga nisbatan markazi qutb bilan va fakal o'qi bilan ustma-ust tushgan ellipsning tenglamasi tuzilsin.

3. $\rho^2=\frac{288}{16-\cos^2\varphi}$ ellipsning uzunligi 10 birlikka teng bo'lgan diametri fakal o'qqa qanday burchak ostida og'ishgan?

4. Ellipsning fakal o'qini qutb o'qi deb va qutbni:

1) ellipsning chap fokusiga joylashtirib,

2) ellipsning o'ng fokusiga joylashtirib, ellipsning tenglamasi tuzilsin.

5. $\rho=\frac{3\sqrt{2}}{2-\cos\varphi}$ ellips yarim o'qlarining uzunligi va ikkila focus orasidagi masofa hisoblansin.

6. Markazi qutb bilan va haqiqiy o'qi qutb o'qi bilan ustma-ust tushgan giperbolaning tenglamasi tuzilsin.

7. $\rho^2=\frac{48}{4\cos^2\varphi-1}$ giperbolaning asimptotalari orasidagi burchak hisoblansin.

8. Giperbolaning fakal o'qini qutb o'qi qabul qilib va qutbni giperbolaning o'ng fokusida olib, uning tenglamasi tuzilsin.

9. $\rho=\dfrac{2}{1-\sqrt{2}\cos\varphi}$ giperbola asimptotalarining va direktrisalarining tenglamalari tuzilsin.

10. Parabolaning o'qini qutb o'qi uchini qutb deb olib, uning tenglamasi tuzilsin.

11. $\rho=\dfrac{8\cos\varphi}{\sin^2\varphi}$ parabolada shunday nuqta topilsinki, uning parabola diretrisasidan bo'lgan masofasi shu nuqtaning radius-vektoriga teng bo'lsin.

12. Fokusi qutb bilan ustma-ust tushgan va o'qi qutb o'qidan iborat bo'lgan parabolaning tenglamasi tuzilsin.

13. $\rho=\dfrac{p}{1-\cos\varphi}$ parabolada shunday nuqta topilsinki, u:

1) eng kichik radius-vektorga;

2) parabolaning parametriga teng bo'lgan radius-vektorga ega bo'lsin.

14. Parabolaning parametriga teng bo'lgan radius-vektorga ega bo'lsin.

15. Parbolaning ixtiyoriy fakal vatarining uchlaridan uning o'qiga tushirilgan perpendikulyarning ko'paytmasi o'zgarmas miqdor ekanligi isbotlansin.

16. To'g'ri burchakli koordinatalar sistemasiga nisbatan quiydagi egri chiziqlarning eng sodda tenglamalari yozilsin:

1) $\rho=\dfrac{25}{13-12\cos\varphi}$; 2) $\rho=\dfrac{1}{3-3\cos\varphi}$; 3) $\rho=\dfrac{9}{4-5\cos\varphi}$ 4) $\rho=\dfrac{4}{\sqrt{5}-\cos\varphi}$.

## Javoblar va ko'rsatmalar

### *I bob. 1-§. To`g`ri burchakli koordinatalar sistemasi..*

**4.** $M_1(3;-2)$, $M_2(3;2)$, $M_3(-3;-2)$. **5.** 1) $M_1(1;5)$ va $M_2(-5;5)$; 2) $M_1(-2;8)$ va $M_2(-2;2)$.

**6.** $x=y$ yoki $x=-y$. **10.** $A(0;0), B(1;0), C\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right), D(1;\sqrt{3}), E(0;\sqrt{3}), F\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

**11.** $A(0;0), B(1;0), C\left(\frac{1}{3};1\right), D(0;1), O\left(\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right), S\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

**12.** $A(-4;0), B(4;0), C(1;3), D(-1;3), M\left(0;\frac{12}{5}\right), S(0;4)$.

**14.** 1) $(-x;-y)$; 2) $(x;-y)$; 3) $(-x;y)$ 4) $(y;x)$ 5) $(-y;-x)$. **13.** $C(5;3), D(2;7)$ yoki $C(-1;-5), D(-4;-1)$. **15.** $D(1;-2)$;

### *2-§. Ikki nuqta orasidagi masofa.*

**1.** Q uchidagi burchak o'tamas, chunki $PR^2 \succ PQ^2 + QR^2$.
**2.** Masalani yechimi ikkita: $y_1 = 11, y_2 = -1$.
**3.** $M_1(0;-3)$, $M_2(0;-9)$.
**4.** $(6;6), (-8;-8), (-8;8), (6;-6)$.
**5.** $AB = 5\sqrt{2}, \varphi = \frac{\pi}{4}$
**6.** $\varphi = \frac{3\pi}{4}$
**7.** $B(6;4)$
**8.** $x_1 = 3 + 4\sqrt{3}$; $y_1 = 4$ yoki $x_2 = 3 - 4\sqrt{3}; y_2 = -4$.
**9.** $M(5;0)$
**10.** $18x - 8y = 53$.
**11.** $M_1(8;0)$ yoki $M_2(-1;3\sqrt{3})$
**12.** $M(-5;4)$. Ko'rsatma M nuqtani $AB = MB$ va $AC = MC$ shartlardan aniqlaymiz.
**13.** $B(2;5)$ va $D(16;3)$.
**14.** $M(-1;-2)$.
**15.** $M(2;10)$. Ko'rsatma markaz urinmaga urinish nuqtasidan o'tkazilgan perpendikulyarda yotadi; Bunda markazning absissasi 2 ga teng, ordinatasi $MA = MB$ shartidan aniqlanadi.
**16.** Masala shartlarini qanoatlantiruvchi ikki diora mavjud. Ularning markazlari: $M_1(1;-1)$ va $M_2(5;-5)$ nuqtada va radiuslari $r_1 = 1$ va $r_2 = 5$ ga teng.
**17.** $S = 7$ kv. Birlik.
**18.** $P = 15 + 5\sqrt{5}; S = 25$ kv. birlik.
**19.** (1) va (2)-yotadi, (3) yotmaydi.
**20.** $(-5;0)$.22. 1) 5; 2) $\sqrt{34}$; 3) 13; 4) $\sqrt{2}$.
23. 1) $\sqrt{137}$; 2) 5; 3) 11; 4) 13.
24. $(14;0)$ VA $\left(0;\frac{14}{3}\right)$
25. $(0;-10)$

26. $ABC$ uchburchak to'g'ri burchakli.
27. $(7;0),(-17;0),(0;9+10\sqrt{2}),(0;9-10\sqrt{2})$
28. 5.
29. $(2;2),(-12;-12),(6;-6),(-4;4)$.
30. $M(-5;4)$.
31. Markazi $(-1;-2)$ nuqtada, radiusi $r=5$ ga teng.
32. $B(2;5),D(16;3)$.
33. $M(2,10)$.
34. $M_1(1;-1),r_1=1,\ \ M_2(5;-5),r_2=5$.

### *3-§. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish.*

1. $M(4;-2,5),N(2;1),P(1;3,5)$.
2. $\sqrt{26},\sqrt{17},\sqrt{41}$.
3. $B(11;5)$
4. $A(8;3),B(-2;-1)$. Ko'rsatma: $A$ uchi $x$ o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'ylab siljish shartidan bu nuqtaning $y_1=3$ ordinatasi aniqlanadi, $B$ nuqtaning absissasi $(x_2=-2)$ ham shunga o'xshash aniqlanadi. Masala $AB$ kesmaning o'rtasini bilgan holda $A(x_1;3)$ va $B(2;y_2)$ nuqtalarning noma'lum koordinatalarini hisoblashdan iborat.
5. $x_1=-2;y_2=-6;x_2=8;y_2=2;x_3=-6;y_3=10$.
6. $C(2x_2-x_1;y_1)$ va $D(x_2;2y_1-y_2)$ yoki $C'(x_1;2y_2-y_1)$ va $D'(2x_1-x_2;y_2)$.
7. $C(10,5;10),D(4;-3)$
8. $D(-4;-1)$.
9. $M_1(5,4;2,8),M_2(7,8;3,6),M_3(10,2;4,4),M_4(12,6;5,2)$
10. $P(7,2;5,4)$.
11. $M\left(\frac{196}{65};\frac{112}{65}\right)$.
12. $(-2;1)$
13. $x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3};y=\frac{y_1+y_2+y_3}{4}$.
14. $C(-a;-b)$.
15. $M\left(3\frac{1}{3};5\frac{2}{3}\right)$.
16. $B_1(11;0),C_1(8;11,5)$.
17. $M(-2;1)$.
18. $C(6;0)$.
19. $(5;-7)$
20. $M(1;2)$.
21. $D(8;-18)$.
22. $C(0;-1),D(4;-4)$.
23. $A(3;-1),B(0;8)$.

24. $B\left(-3;\frac{16}{3}\right)$.

25. $\lambda=-2$.

26. $A(160;-131), B(-225;184)$.

27. $\overrightarrow{AK}:\overrightarrow{KM}=3, \overrightarrow{BK}:\overrightarrow{KN}=\frac{3}{5}$.

28. $AD=\frac{\sqrt{157}}{2}$.

29. $(-8;-7)$ VA $(0;-1)$.

30. $\left(\frac{7}{13};-\frac{4}{13}\right)$ VA $\left(-\frac{33}{13};-\frac{100}{13}\right)$.

31. $\frac{10}{3}\sqrt{2}$.

32. Markazi $M(0;5)$ nuqtada, radiusi $r=3\sqrt{5}$ ga teng.

***4-§ Uchburchak yuzi***

1. 7.
2. 12,5.
3. 1) 4; 2) 13,5; 3) 13.
4. 1,4.
5. $3\sqrt{2}$.
6. $(32;0), (-8;0)$.
7. $(5;2)$ yoki $(2,2)$.

***5-§ Qutb koordinatalar sistemasi***

2. $(a;0), \left(a\sqrt{3};\frac{\pi}{6}\right), \left(2a;\frac{\pi}{3}\right), \left(a\sqrt{3};\frac{\pi}{2}\right), \left(a;\frac{2\pi}{3}\right)$.

3. 1) $AB=\sqrt{3}$, 2) $CD=10$, 3) $EF=5$.

4.

5. 1) $B\left(5;\frac{5\pi}{3}\right)$, 2) $C\left(5;\frac{4\pi}{3}\right)$.

6. $A\left(2;\frac{17\pi}{12}\right), B\left(3;\frac{7\pi}{12}\right), C\left(1;\frac{3\pi}{4}\right), D\left(5;\frac{\pi}{4}\right), E\left(5;\frac{5\pi}{4}\right)$.

7. $A\left(\sqrt{2};\frac{3\pi}{4}\right), B\left(2;\frac{\pi}{2}\right), C(5;0)$.

8. $\rho=10, \cos\varphi=\frac{4}{5}, \sin\varphi=-\frac{3}{5}$.

9. $\left(2+5\sqrt{3};8\right)$

10. $M_1\left(6\sqrt{2};\frac{5\pi}{4}\right), M_2\left(4;\frac{7\pi}{6}\right)$.

***II-BOB.1-§ Vektorlarni qo'shish va ayirish. Vektorni songa ko'paytirish. Radius vektor.***

1. $\overrightarrow{MA}=-\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2};\overrightarrow{MB}=\frac{\vec{a}-\vec{b}}{2};\overrightarrow{MC}=\frac{\vec{b}+\vec{a}}{2};\overrightarrow{MD}=\frac{\vec{b}-\vec{a}}{2}$.

2. 154-chizmaga qaralsin. 1) $\Delta ACE$ dan; 2) $\Delta ACF$ dan; 3) $\Delta ABD$ dan; 4) $AB_1ND_1$ parallelogrammdan; 5) $\Delta MBC$ dan; 6) va 7) $\Delta APQ$ dan.

3. 1) $\vec{a}\perp\vec{b}$; $\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b}$ ni $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlardan yasalgan parallelogrammning diagonalllari bilan tasvirlash mumkin. Parallelogramning diagonallari uzunliklarining tengligidan uning to''gri to'rtburchak ekanligi ma'lum bo'ladi;
2) $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar kollineardir. Parallelogramning diagonallari collinear bo'lishi uchun uning tomonlari kollinear bo'lishi kerak;
3) $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning yo'nalishlari bir xil, chunki ular yo'nalishlarining birlik vektorlari tengdir;
4) $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar kollinear va bir xil yo'nalishga egadir;
5) va 6) $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar kollinear, lekin yo'nalishlari qarama-qarshidir.

5. $\overrightarrow{AB}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2},\overrightarrow{BC}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2},\overrightarrow{CD}=\frac{\vec{b}-\vec{a}}{2},\overrightarrow{DA}=-\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$.

6. $\overrightarrow{BC}=\frac{4\vec{l}-2\vec{k}}{3},\overrightarrow{CD}=\frac{2\vec{l}-4\vec{k}}{3}$..

7. $\overrightarrow{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}$.

8. 0.

9. $\overrightarrow{BC}=\vec{p}+\vec{q},\overrightarrow{CD}=-\vec{q},\overrightarrow{DE}=-\vec{p},\overrightarrow{EF}=-\vec{p}-\vec{q}$.

12. Uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi.

13. Diagonallarining kesishish nuqtasi.

14. $\overrightarrow{OM}=\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$.

15. $\overrightarrow{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}|\overrightarrow{AC}|+\overrightarrow{AC}|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|}$.

16. $\overrightarrow{A'B'}=\vec{p},\overrightarrow{A'D'}=-\vec{q},\overrightarrow{A'C'}=\vec{p}+\vec{q},\overrightarrow{A'B}=\vec{p}-\vec{r},\overrightarrow{A'D}=\vec{q}-\vec{r},\overrightarrow{A'C}=\vec{p}+\vec{q}-\vec{r}$.

17. $\overrightarrow{BC}=\vec{c}-\vec{b},\overrightarrow{CD}=\vec{d}-\vec{c},\overrightarrow{DB}=\vec{b}-\vec{d},\overrightarrow{DM}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}-\vec{d},\overrightarrow{AQ}=\frac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$.

18. $\overrightarrow{MN}=\frac{\vec{b}+\vec{c}-\vec{a}}{2},\overrightarrow{PQ}=\frac{\vec{c}+\vec{a}-\vec{b}}{2},\overrightarrow{RS}=\frac{\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}}{2}$.

19. $\overrightarrow{EF}=\frac{\vec{m}+\vec{p}}{2}-\frac{\vec{n}+\vec{q}}{2}$.

20. $\vec{r}=\frac{\vec{r}_1+\vec{r}_2+\vec{r}_3}{3}$.

21. $x=\frac{[\vec{r}_3[\vec{r}_2\vec{r}_3]](\vec{r}_1\vec{r}_2)+[[\vec{r}_2\vec{r}_3]\vec{r}_2](\vec{r}_1\vec{r}_3)}{[\vec{r}_2\vec{r}_3]^2}$.

22. $\vec{r}=\frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2+\ldots+m_n\vec{r}_n}{m_1+m_2+\ldots+m_n}$.

23. $\vec r=\dfrac{\vec r_1+\vec r_2+\vec r_3}{3}$.

24. $\vec r=\dfrac{\vec r_1+\vec r_2}{2}$.

25. $\vec r_4=\vec r_1+\lambda(\vec r_3-\vec r_2),\vec r'=\dfrac{\vec r_1+\lambda\vec r_3}{1+\lambda},\vec r''=\dfrac{\vec r_1-\lambda\vec r_2}{1-\lambda}$.

26. $\vec r_C=\vec r_D-\vec r_A,\vec r'_B=\vec r_B-\vec r_A+\vec r_{A'},\vec r'_C=\vec r_B+\vec r_D+\vec r_{A'}-2\vec r_A,\vec r_{D'}=\vec r_D-\vec r_A+\vec r_{A'}$

27. $\vec r=\dfrac{\vec r_1+\vec r_2+\vec r_3}{3}$.

## 2-§ Vektorning koordinatalar bilan berilishi

1. $\{-30;21\},\{0;0\}$.
2. $\alpha=2,\gamma=-3$.
3. 1) $\vec c=\vec a-\vec b$; 2) $\vec c=2\vec a-3\vec b$; 3) $\vec c=-\dfrac{3}{2}\vec a$.
4. $\{0,6;-0,8\},\{-0,6;0,8\}$.
5. $\left\{\dfrac{3}{\sqrt{130}},\dfrac{11}{\sqrt{130}}\right\}$.
6. $\vec b=\{-2;-5\}$.
7. 1) $\{3,22;-3\}$; 2) $\{19;39;30\}$
8. 1) $\vec d=\vec a+\vec b-\vec c$; 2) $\vec d=5\vec a+4\vec b$ 3) $\vec d=4\vec a-\vec c$
9. 1) $\vec a;\vec b;\vec c$ vektorlar chiziqli bog'liq emas. 2) $\vec a;\vec b;\vec c$ vektorlar chiziqli bog'liq va $\vec c=\dfrac{1}{2}\vec a+\dfrac{2}{3}\vec b$ 3) $\vec a;\vec b;\vec c$ vektorlar chiziqli bog'liq, lekin $\vec c$ vektorni $\vec a$va$\vec b$ vektorlarining chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishida tasvirlab bo'lmaydi, chunki $\vec a;\vec b$ vektorlar o'zaro kolleniar ammo $\vec c$ vektor ularga kollinear emas.

12. $\alpha=2,\beta=3,\lambda=5$.

13. $\left\{-\dfrac{8}{9};\dfrac{4}{8};\dfrac{1}{9}-\right\}$.

14. $\left\{-\dfrac{2}{\sqrt6};-\dfrac{1}{\sqrt6}-\dfrac{1}{\sqrt6}\right\}$.

## *3-§. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi*

1. $\vec p\vec q=9$.
2. Isbot.
3. $|\vec a|=5$.
4. $|\vec P|=\sqrt{\alpha^2a^2+\beta^2b^2+\gamma^2c^2}$.
5. $|\vec A+\vec B|=15;|\vec A-\vec B|=\sqrt{593}\approx 24,35$.
6. $|\vec R|=\sqrt{37}$.
7. Teng ta'sir etuvchi kuch nolga teng.
8. $(a\hat{\ }b)=\dfrac{\pi}{4}$.

9. $\cos\varphi = \frac{4}{5}$.

10. $\angle A = \frac{\pi}{2}; \angle B = \arccos\frac{2\sqrt{5}}{5}$ va $\angle C = \arccos\frac{\sqrt{5}}{5}$.

11. $Q = 7, \cos(Q\hat{}m) = \frac{6}{7}; \cos(Q\hat{}n) = -\frac{2}{7}; \cos(Q\hat{}p) = \frac{3}{7}$.

12. Ko'rsatma. Romb bo'lgan holda, yani $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ bo'lganda diagonallarining skalyar ko'paytmasi nolga tengligini ko'rsatish kifoya.

13. Ko'rsatma. $\vec{p}\vec{q}$ skalyar ko'paytmani hisoblab, uning nolga tengligi ko'rsatilsin.

14. $\alpha = 40$.

15. $(s\hat{}t) = \frac{\pi}{3}$.

16. 1) 20 2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) 0 4) 18 5) -3.

17. -19.

18. $\cos\alpha = \frac{4}{5}$.

20. $\frac{\pi}{3}$.

21. $-\frac{3}{2}$.

22. 0.

23. $\overline{CH} = \frac{\vec{a}^2\vec{b} + \vec{b}^2\vec{a}}{\vec{c}^2}$.

## *4-§. Vektorlarning vektor ko'paytmasi.*

1. $|[\vec{p}\vec{q}]| = 11$.
2. $CD = 3{,}8$.
3. $\vec{p} = 3\vec{a} - 17\vec{b} - 4\vec{c}$.
4. $|\vec{q}| = 21$.
5. $\sin\varphi = \sqrt{\frac{248}{273}}$.
6. Agar $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ o'ng uchlikni tuzsa, $pr_{\bullet B}A = \frac{6}{7}$ bo'ladi; agar $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ o'ng uchlikni tuzsa, $pr_{\bullet B}A = -\frac{6}{7}$ bo'ladi.
7. Isbot.
8. Ko'rsatma. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanar bo'lsa, bularning aralash ko'paytmasini hisoblashda $\vec{c}$ ni $\vec{a}$ va $\vec{b}$ ga almashtirish, yani $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ ni olish mumkin.
9. $\vartheta = 4|([CB]A)|$.
10. 1) $\vartheta = 25$ kub birlik; 2) $\vartheta = 0$;
11. $h = \frac{49}{\sqrt{323}}$.

12. 1) va 3) vektorlar komplanar; 2) komplanar emas.

13. 1) $-2[\vec{a}\vec{b}]$ 2) $[\vec{a}\vec{b}]$ 3) $\frac{3}{4}[\vec{a}\vec{b}]$

20. $\vec{c}=\frac{[\vec{a}\vec{b}]}{|\vec{a}|}$.

21. 1) {6,-3,-3}; 2) {-12; -26; 8} 3) {0; 0; 0}.

22. $18\sqrt{2}$.

### *5-§. Vektorlarning aralash ko'paytmasi.*

2. Ko'rsatma. $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ komplanar bo'lsa, bularning aralash ko'paytmasini hisoblashda $\vec{c}$ ni $\vec{a}$ va $\vec{b}$ ga almashtirish, yani $\vec{c}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$ ni olish mumkin.

3. $\vartheta=4|([CB]A)|$.

4. 1) $\vartheta=25$ kub birlik; 2) $\vartheta=0$;

5. $h=\frac{49}{\sqrt{323}}$.

6. 1) va 3) vektorlar komplanar; 2) komplanar emas.

7. 1) -7 2) {- 46; 29; -12} 3) -7; 7; 7}

8. Tenglik quyidagi ikki shatrlardan kamida bittasi bajarilganda o'rinli bo'ladi:
1) $\vec{b}$ vektor a va c vektorlarga perpendikulyar;
2) a va c vektorlar kllinear.

9. $x=\frac{\alpha[\vec{b}\vec{c}]+[\vec{c}\vec{a}]+\partial[\vec{a}\vec{b}]}{\vec{a}\vec{b}\vec{c}}$

### *III-BOB. 1-§. To'g'ri chiziqning turli tenglamalari.*

1. To'g'ri chiziqlarning birinchisi $A,E,F$ nuqtalardan, ikkinchisi $C,D,F$ nuqtalardan o'tadi. $F$ nuqta ikkala to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi.

2. $y=-5x+2$.

3. 1) $k=2; b=3$; 2) $k=-\frac{5}{2}, b=4$, 3) $k=-\frac{3}{8}, b=-2$.

4. Ko'rsatma. To'g'ri chiziqni chizish uchun uning ikkita nuqtasini bilish kerak. Berilgan to'g'ri chiziqlarning ordinatalar o'qi bilan kesishish nuqtalarining koordinatalari $(0;b)$ ma'lum. Demak, har bir to'g'ri chiziq uchun yana bittadan nuqta topish kerak.

5. 1) $y=4x$; 2) $y=-2x$; 3) $y=-3x$ yoki $y=\frac{1}{3}x$; 4) $y=-(2+\sqrt{3})x$ yoki $y=-(2-\sqrt{3})x$.

6. 1) $y=-1$; 2) $y=x-4$ yoki $y=-x+2$ 3) $y=3x-10$.

6*. $3x-2y=27$.

7. $y=-2x+14; x_2=6; y_2=2; d=3\sqrt{5}$.

8. $y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}$.

9. $y=\frac{-3}{7}x+\frac{23}{7}$ yoki $y=\frac{7}{3}x-\frac{73}{3}$.

9*. $y=(-1\pm\sqrt{2})x$.

10. $y=-2x+7$ va $y=0{,}5x-3$.

11. Ikkinchi katet: $2x-3y+11=0$, gipetenuza $x+5y-40=0$ yoki $5x-y-18=0$.

12. 1) $3x-4y+12=0$, $4x+3y+16=0$, $2x-y-2=0$; 2) $7x-y+3=0$; 3) $x+7y+4=0$; 4) $3x-4y+12=0$.

12*. $\lambda=-\frac{1}{2}$.

13. $y=2x$.

13*. $D(6;3)$.

14. $3x+4y-6=0$; $5x+3y-1=0$; $2x-y-7=0$.

15. $\frac{4x-3y+10}{-5}=0$; $\frac{5}{13}x+\frac{12}{13}y-3=0$; $0{,}6x+0{,}8y-1{,}5=0$; $\frac{x-2y+3}{-\sqrt{5}}=0$; $y-x\sqrt{3}-4=0$; $-x\cos 10^\circ-y\sin 10^\circ-4=0$ yoki $x\cos 190^\circ+y\sin 190^\circ-4=0$.

16. $p=\frac{2}{3}$.

17. $r=5$.

18. $\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}y-3=0$ va $\frac{3}{5}x-\frac{4}{5}y-3=0$.

19. $k=\pm\frac{4}{3}$.

20. $4x+3y-25=0$ va $24x-7y+125=0$.

20*. $y\pm x=0$.

21. $d=0{,}5$

22. $12x+5y-26=0$ $12x+5y-78=0$.

## IV-BOB. 1-§. Ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish. Vektorning yo'naltiruvchi kosinuslari.

2. (0;0;0), (1;0;0), (0,1,0), (0,0,1), (0;1;1), (1;0;1), (1;1;0), (1;1;1).

3. 1) (- x, - y, - z); 2) (x, y, - z); 3) (- x, - y, z).

4. 1) (x, 0, 0); 2) (0, y, z).

5. $d_x=\sqrt{y^2+z^2}$ $d_y=\sqrt{x^2+z^2}$ $d_z=\sqrt{y^2+x^2}$

6. M(-6, -4, 3).

7. $\frac{3}{7},\frac{2}{7},\frac{6}{7}$.

8. $45^0$ va $135^0$.

9. $M_1\left(4\sqrt{2};4;4\right)$ va $M_2\left(4\sqrt{2};-4;4\right)$.

10. $\sin\varphi_1=\frac{6}{11};\sin\varphi_2=\frac{2}{11};\sin\varphi_3=\frac{9}{11}$.

11. $\sqrt{33},\sqrt{21}$.

12. $\left(0;\frac{11}{6};0\right)$.

13. $\left(\frac{5}{6};0;-\frac{7}{6}\right)$.

14. (3,3,1) R=3.

15. $\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}};\pm\frac{1}{\sqrt{2}};0\right),\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}};0;\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right),\left(0;\pm\frac{1}{\sqrt{2}};\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right).$

16. $AB=3, \cos\alpha=\frac{2}{3}; \cos\beta=-\frac{2}{3}; \cos\gamma=-\frac{1}{3}.$

17. $B_1(9{,}5{,}11); B_2(9{,}5{,}-1).$

18. $M_1(2{,}3{,}6); M_2\left(\frac{190}{49};\frac{285}{49};\frac{570}{49}\right).$

19. $\cos\varphi=\frac{\sqrt{3}}{4}.$

20. $-\frac{2}{\sqrt{5}};0;\frac{1}{\sqrt{5}}.$

21 $A\left(\frac{14}{3};-8;12\right), B\left(-\frac{11}{3};7;13\right)$ va qolgan bo'linish nuqtalari:

$D\left(\frac{4}{3};-2;2\right), E\left(-\frac{1}{3};1;3\right).$

22. $C(4;-5;2).$

23. $\lambda=\frac{7}{2}; \lambda=\frac{1}{5}; \lambda \quad \frac{1}{2}.$

23. Berilgan to'g'ri chiziqlar $\left(-\frac{3}{2};\frac{5}{2};11\right)$ nuqtada kesishadi.

## 2-§. Tekislik.

1. Tekislik $A, B, C, F$ nuqtalardan o'tadi.
2. $(5;3;2).$
3. Ko'rsatma. Agar to'g'ri chiziqning, berilgan tenglamani qanoatlantiruvchi nuqtalarning koordinatalari $(x_1, y_1, z_1)$ va $(x_2, y_2, z_2)$ orqali belgilasak va bu to'g'ri chiziqning boshqa har qanday nuqtasining koordinatalarini quyidagicha ifodalash mumkin: $x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}, y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$ va $z=\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}.$
4. 1) Tekislik $y$ o'qiga parallel; 2) tekislik $(xz)$ tekisligiga parallel; 3) tekislik $z$ o'qiga parallel; 4) tekislik koordinatalar boshidan o'qidan o'tadi; 5) tekislik absissa o'qi orqali o'tadi.
5. 1) y+5=0; 2) x+3y=0; 3) 9y-z-2=0.

8. $a=3.$

9. $x+y+z-3=0.$

10. $\frac{x}{4}-\frac{y}{2\sqrt{5}}+\frac{z}{3}=1.$

11. 1) $\frac{2}{11}x-\frac{9}{11}y+\frac{6}{11}z-2=0;$ 2) $-\frac{2}{3}x-\frac{2}{15}y+\frac{11}{15}z-4=0;$ 3) $-\frac{6}{11}x+\frac{6}{11}y+\frac{7}{11}z-3=0;$

12. $p=10.$

13. $6x+2y+3z\pm42=0.$

14. $\cos\alpha=-\frac{2}{3}; \cos\beta=\frac{1}{3}; \cos\gamma=-\frac{2}{3}.$

15. $\cos\alpha = \frac{10}{15}; \cos\beta = \frac{2}{15}; \cos\gamma = \frac{11}{15}.$

16. $\alpha = \frac{\pi}{3}.$

17. $P(-12;-4;18).$

18. $3x - 6y + 2z - 49 = 0.$

19. 1) $d = \frac{3}{2}$; 2) $d = 0$ nuqta tekislikda yotadi; 3) $d = 4.$

20. $h_s = 3.$

21. $6x - 7y + 6z - 94 = 0.$

22. $A'\left(\frac{9}{7}; -\frac{13}{7}; \frac{17}{7}\right).$

23. $d = 4.$

24. $3x - 6y - 2z + 35 = 0$ va $3x - 6y - 2z - 7 = 0.$

25. $4x - y - 14z = 0.$

26. $x - 3y - z + 2 = 0, (ABC)$; $x - 4y - z + 2 = 0, (ABD)$; $2x - 8y - 3z + 6 = 0, (ACD)$; $2x - 11y - 3z + 9 = 0, (BCD).$

27. $V = \frac{1}{2}$ kub birlik.

28. 1) Mumkin emas; 2) mumkin.

29. 1) $(3;-1;0)$ 2) uchala tekislikning kesishish nuqtasi yo'q, chunki I va III tekisliklar o'zaro parallel; 3) kesishish nuqtasi aniqmas.

30. 1) To'rtala tekislik bitta nuqtadan o'tadi; 2) berilgan tekisliklar umumiy nuqtaga ega emas.

31. 1) $9x + 3y + 5z = 0$; 2) $23x - 32y + 26z - 17 = 0$; 3) $21x + 14z - 3 = 0$; 4) $7x + 14y + 5 = 0.$

32. $41x - 19y + 52z - 68 = 0$ va $33x + 4y - 5z - 63 = 0.$

33. $3x + 4y - z + 1 = 0$ va $x - 2y - 5z + 3 = 0.$

34. $15x - 3y - 26z - 6 = 0.$

35. $3x - 4y - 5 = 0$ va $387x - 164y - 24z - 421 = 0.$

36. $2x + 2y - 2z - 1 = 0.$

36*. $(xz)$ tekisligi.

37. $x + 20y + 7z - 12 = 0$ va $x - z + 4 = 0.$

38. $A = \frac{13}{3}; D = \frac{23}{3}.$

39. 1) $2y - z = 0$; 2) $y - 3 = 0$; 3) $3x - y = 0.$

## 3-§. Fazoda to'g'ri chiziq tenglamalari.

1. 1) to'g'ri chiziq koordinatalar boshidan o'tadi; 2) to'g'ri chiziq $z$ o'qiga parallel; 3) to'g'ri chiziq $(xz)$ tekisligiga parallel; 4) to'g'ri chiziq $x$ o'qiga parallel; 5) to'g'ri chiziq $y$ o'qi bilan ustma-ust tushadi; 6) to'g'ri chiziq $x$ o'qiga perpendikulyar va uni kesib o'tadi; 7) to'g'ri chiziq $(yz)$ tekisligida yotadi.

2. $D = 3.$

3. $B=-6;D=-27$. Agar to'g'ri chiziq $(x;y)$ tekislikda yotsa,u absisasa va ordinata o'qlarni kesadi. SHuningdek $(x;y)$ tekisligining $x-2y+z-9+k(3x+By+z+D)=0$ tekislikning dastasiga qarashligidan foydalanish mumkin.

4. 1) A=0 va $A_1=0$,yani ikkala tekislik xam x o'qiga parallel; 2) $\frac{B}{B_1}=\frac{D}{D_1}$,yani ikkala tekislik $u$ o'qini koordinatalari quyidagilardan iborat bo'lgan bir umumiy nuqtada kesadi: $x=0$, $y=-\frac{D}{B}=-\frac{D_1}{B_1}$, $z=0$;

3) $C=D=0$,yani ikkala tekislik z o'qidan o'tadi: 4) $\frac{B}{B_1}=\frac{C}{C_1}$. Agar tog'ri chiziq$(x;y)$ tekisligiga parallel bo'lsa, bu to'qri chiziq orqali o'tadigan tekisliklar dastasi bo'lgan $Ax+By+Cz+D+\lambda(A_1x+B_1y+C_1z+D_1)=0$ da$(yz)$ tekisligiga parallel tekislik mavjud bo'lishi kerak,yani $\lambda$ ning bitta qiymatida $B+\lambda B_1=0$ va $C+\lambda C_1=0$ bo'ladi; 5) $\frac{A}{A_1}=\frac{C}{C_1}=\frac{D}{D_1}$ chunki $Ax+By+Cz+D+\lambda(A_1x+B_1y+C_1z+D_1)=0$ ga ega bo'lamiz. 6) $D=D_1=0$ yani ikkala tekislik koordinatalari boshidan o'tadi.

5. $11x-4y+6=0$; $9x-z+7=0$ va 36y-11z+23=0.

6. $\begin{cases}2x+3y+4=0\\ z=0\end{cases}$ $\begin{cases}5y+2z+2=0\\ x=0\end{cases}$ $\begin{cases}5x-3z+7=0\\ y=0\end{cases}$ 7. A(-1;+7.5;0), B(+2;0;+3) va C(0;+5;+1)

8. $\begin{cases}4x-3y+z-3=0\\ 2x+3y+z-6=0\end{cases}$ Izlangan proeksia- berilgan to'g'ri chiziqdan o'tib proeksia tekisligi (2x+3y+z-6=0) ga perpendikulyar bo'lgan tekislikning proeksiyasiya tekisligi bilan kesishishi chizig'idan iborat.

9. $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$

10. $\frac{x}{4}=\frac{z-2}{3}$ $y=0$; $x-4=\frac{y}{3}=\frac{z-5}{-5}$; $\frac{x}{5}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-2}$; $-x=\frac{y}{4}=\frac{z-2}{-4}$

$\frac{x-4}{-5}=\frac{y}{4}=\frac{z-5}{-7}$

$\frac{x-5}{-6}=\frac{y-3}{1}=\frac{z}{-2}$

11. Berilgan uchala nuqta bitta $\frac{x-3}{-3}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{3}$ to'g'ri chiziqda yotadi.

12. $x_3=0; y_3=\frac{x_2y_1}{x_2-x_1}; z_3=-\frac{x_1z_2}{x_2-x_1}$

13. 1) $\cos\alpha=\frac{4}{13}; \cos\beta=\frac{3}{13}; \cos\lambda=\frac{12}{13}$; 2) $\cos\alpha=\frac{12}{25}; \cos\beta=\frac{9}{25}; \cos\lambda=\frac{20}{25}$

14. $x-1=\frac{y+5}{\sqrt{2}}=-(z-3)$

15. $\cos\varphi=\frac{72}{77}$

16. $\varphi_1=\varphi_2=\varphi_3=\frac{\pi}{2}$

17. $\frac{x}{9}=\frac{y}{5}=\frac{z+3}{1}$ . To'g'ri chiziqning tenglamalarining tuzishda bu to'g'ri chiziqda yotuvchi (0;0;-3) nuqtadan foydalandik biroq shu to'g'ri chiziqning boshqa to'g'ri chiziqnining boshqa nuqtasini olish xam mumkin edi. Burchak koeffitsientlari esa ko'rsatilgan maxrajlar bilan proporsional yani $m:n:p=9:5:1$ bo'lishi kerak.

18. $\cos\alpha=\frac{6}{11};\cos\beta=\frac{7}{11};\cos\lambda=\frac{6}{11}$

19. $\cos\varphi=\frac{98}{195}$

20. 1) $\begin{cases} x-2=0 \\ y+5=0. \end{cases}$ 2) $\frac{x-2}{4}=\frac{y+5}{-6}=\frac{z-3}{9};$ 3) $\frac{x-2}{-11}=\frac{y+5}{17}=\frac{z-3}{13}.$

21. $\begin{cases} 3x+z=0 \\ y=0 \end{cases}$ yoki $\frac{x}{1}=\frac{y}{0}=\frac{z}{-3}.$

22. 1) va 2) kesishadi.

23. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{-1}.$

24. $\frac{x}{33}=\frac{y}{-26}=\frac{z}{27}.$

25. $\frac{x-4}{13}=\frac{y}{37}=\frac{z+1}{58}.$

26. $\frac{x}{8}=\frac{y+8}{7}=\frac{z+9}{1}.$

27. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+3}{4}.$

## *4-§. To'g'ri chiziq bilan tekislik*

1. $(0;0;2)$.
2. 1) to'g'ri chiziqqa parallel; 2) kesishgan nuqtasi mavjud emas: to'g'ri chiziq tekislikda yotadi; 3) $(2;3;1)$.
3. $\frac{x-3}{5}=\frac{y+1}{-7}=\frac{z-2}{1}.$
4. $A=-1.$
5. $A=4;B=-8.$
6. $\frac{x-3}{5}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-7}.$
7. $4x+5y-2z=0.$
8. $(5;-1;0)$.
9. 1) yotadi; 2) va 3) yotmaydi.
10. $8x-9y-22z-59=0.$
11. $5x+7y+9z-44=0.$
12. $17x-13y-16z-10=0.$
13. $16x-27y+14z-159=0.$

14. $23x-16y+10z-153=0$.

15. $x+y-z+3=0$.

16. Mumkin emas, chunki berilgan to'g'ri chiziq tekislikni chekli nuqtada kesadi; shuning uchun bu to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi har qanday tekislik ham berilgan tekislik bilan kesishadi.

17. $\frac{x-1}{68}=\frac{y}{70}=\frac{z-7}{-67}$.

18. $d=\sqrt{22}$.

19. $M(3;-1;0)$.

20. $M(2;-3;5)$.

21. $(2;9;6)$.

22. $d=3$.

23. $d=7$.

24. $d=13$.

25. $\frac{x-2}{74}=\frac{y}{7}=\frac{z}{-110}$.

### *VI-BOB. 1-§. Aylana.*

1. 1) $(x-2)^2+(y+5)^2=16$. 2) $(x+3)^2+(y-4)^2=25$. 3) $x^2+(y-4)^2=169$.

2. $(x+1)^2+(y-3)^2=5$. AB ning o'rtasi aylana markazidir.

3. $a=\frac{8}{2},b=0;\ \left(x-\frac{8}{3}\right)^2+y^2=\frac{85}{9}$.

4. $(x-3)^2+(y-5)^2=25$.

5. $(x+3)^2+(y+2)^2=25$.

6. 1) $(x-3)^2+(y-4)^2=25$. 2) berilgan uchta nuqta bir to'g'ri chiziqda yotadi.

7. $C,E,F$ nuqtalar aylanada yotadi; $A,G$ nuqtalar aylana ichida yotadi; $B,D$ nuqtalar aylana tashqarisida yotadi.

8. $a=4; b=-3, r=2$.

9. 1) $(x-2)^2+y^2=4$. 2) $x^2+(y+3)^2=16$. 3) $(x+1)^2+(y-5)^2=25$.

4) $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+(y-1)^2=\frac{58}{9}$.

10. 1) Nol radiusli doira; koordinatalar boshida bitta haqiqiy nuqtaga ega; 2) Mavxum doira; bitta ham haqiqiy nuqtaga ega emas; 3) bitta haqiqiy $(-5;2)$ nuqtaga ega bolagan nol radiusli doira; 4) mavxum $r=\sqrt{-4}$ radiusli doira.

11. 1) $x^2+y^2=9$. 2) $x^2+y^2-6x=0$.

12. $x^2+y^2=49$.

13. $F=0$ bo'lsa, aylana koordinatalar boshidan o'tadi. $D=0$ yoki $E=0$ bo'lsa, u holda aylana ordinatalar o'qiga yoki absissalar o'qiga simmetrik bo'ladi,yani aylana markazi shu o'qlarning birida yotadi. $A=0$ aylanani ifodalamaydi, shuning uchun bu holni qaramaymiz.

14. 1) $x$ o'qi aylanani koordinatalar boshida va $(8;0)$ nuqtada kesadi; $y$ o'qi esa koordinalar boshida va $(0;-6)$ nuqtada kesadi; 2) aylana $x$ o'qiga $(3;0)$ nuqtada

urinadi va $y$ o'qini $(0;9)$ va $(0;1)$ nuqtalarda kesadi; 3) aylana $x$ o'qiga $(2;0)$ nuqtada va $y$ o'qiga $(0;-2)$ nuqtada urinadi; 4) aylana ikkala o'q bilan haqiqiy kesishish nuqtalariga ega emas.

15. $x^2+(y-2)^2=4.$

16. $(x-17)^2+(y-17)^2=17^2$ va $(x-5)^2+(y-5)^2=25.$

17. $(x-5)^2+\left(y\pm5\sqrt{2}\right)^2=50.$

18. $a=30;b=48$ yoki $a=-30;b=48.$

19. $(x-6)^2+(y-7)^2=36.$

20. 1) $(3;-1)$ va $(2;-2)$ 2) to'g'ri chiziq aylanaga $(-4;6)$ nuqtada urinadi; 3) haqiqiy kesishish nuqtalari yoq.

21. 1) va 2) to'g'ri chiziqlar aylananin kesib o'tadi; 3) to'g'ri chiziq aylanaga urinadi; 4) to'g'ri chiziq aylananing tashqarisidan o'tadi.

22. $4x-2y-9=0.$

23. $x-2y-5=0.$

24. $4x+3y-35=0.$

25. $2x-3y-9=0.$

26. $y=0$ va $20x-21y=0.$

27. $12x\pm35y=444.$

28. $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$ va $\left(x-\frac{13}{18}\right)^2+\left(y-\frac{13}{18}\right)^2=\frac{25}{162}$

29. $(5;-6)$.

30. $3x-4y-2=0.$

31. Agar M nuqtada aylana bo'yicha soat strelkasiga qarama-qarshi harakat qilsa, u $(-0,4;8,8)$ nuqtada vas oat strelkasi bo'yicha harakat qilsa $(6;4)$ nuqtada ajralib ketgan.

32. $\varphi=\frac{\pi}{3}.$

33. $5x+2y-7=0.$

34. $x+y-4=0.$

35. $x^2+y^2-10x-8y+37=0.$

36. $(x-2)^2+(y-2)^2=1$ va $(x-2,8)^2+(y-0,4)^2=1.$

37. $\varphi=\frac{\pi}{2}.$

## 2-§. *Ellips.*

1. 1) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1;$ 2) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1;$ 3) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1;$ 4) $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1;$ 5) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1;$

2. $2a=26;\ 2b=10;\ e=\frac{12}{13};\ F_1(12;0),F_2(-12;0).$

3. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1.$

4. $c^2=a^2-b^2$

5. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1;\ \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1;$

6. Yarim o'qlari 13 sm va 5 sm.

8. $cx \pm a^2 = 0$.

9. $x = \pm 9$.

10. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{16} = 1$.

11. 1) $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $e = \frac{\sqrt{10}}{5}$; 3) $e = \frac{1}{2}$.

12. $e \approx 0{,}08$.

13. $(\pm 5; \pm 2)$.

14. $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{5} = 1$.

15. A va E nuqtalar ellipsda yotadi; B va G nuqtalar ellips ichida yotadi; C va D nuqtalar ellipsdan tashqarida yotadi.

16. $A(6;0)$, $B\left(\frac{6}{7}; \frac{12\sqrt{3}}{7}\right)$, $C\left(\frac{6}{7}; -\frac{12\sqrt{3}}{7}\right)$.

17. $M_1\left(-\frac{15}{2}; \frac{3\sqrt{7}}{2}\right)$ va $M_2\left(-\frac{15}{2}; -\frac{3\sqrt{7}}{2}\right)$.

18. Katta o'qining uchlari.

19. $d = 4\frac{1}{3}$.

20. $M_1(3;-3)$ va $M_2\left(\frac{69}{13}; \frac{21}{13}\right)$.

21. $M_1M_2 = \frac{2b^2}{a}$.

22. $M_1M_2 = \frac{24\sqrt{2}}{5}$.

23. $S = 68\frac{4}{7}$ kv. birlik.

24. $a_1 = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

25. $4x + 9y - 13 = 0$.

26. $x - 2y - 8 = 0$.

27. $y = 3$ va $12x + 7y + 51 = 0$.

28. $2x - y \pm 12 = 0.2$

29. $12x - 13y \pm 169 = 0$.

30. $(-5;-4)$.

31. $\pm 3x \pm 4y + 15 = 0$.

32. Ko'rsatma. Bir diametrning uchlari koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik, yani ularning mos koordinatalari absolyut qiymati bo'yicha teng, ishiralari teskaridir.

33. $x \pm y \pm 3 = 0$.

34. $x \pm 5 = 0$.

36. $A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$.

37. 1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$; $\left(4; \frac{9}{5}\right)$; 2) $\frac{16x^2}{225} + \frac{y^2}{16} = 1$; $\left(\frac{9}{4}; \frac{16}{5}\right)$.

38. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

39. $x \pm y \pm 3 = 0$.

40. $2x \pm y \pm 3 = 0$.

41. $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$.

## *3-§. Giperbola.*

1. 1) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$; 2) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{75} = 1$; 3) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{2} = 1$; 4) $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$.

2. $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$;

4. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$;

5. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$;

7. 1) $F_1(5;0), F_2(-5;0)$ 2) $e = \frac{5}{3}$; 3) $y = \pm\frac{4}{3}x; x = \pm\frac{9}{5}$; 4) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$; $e' = \frac{5}{4}$.

## Foydalanilgan adabiyotlar

1. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. T. O'zbekiston Respublikasi faylasuflar milliy jamiyati nashriyoti, 2008 y.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии М.: Физматлит, 2005 г.
3. Baxvalov S.V., Modenov P.S., Parxomenko A.S. Analitik geometriyadan masalalar to'plami T. Universitet, 2006.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия М. Наука, 2004 г.
5. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., Гостехиздат, 1962 г.
6. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М. Наука, 1976 г.