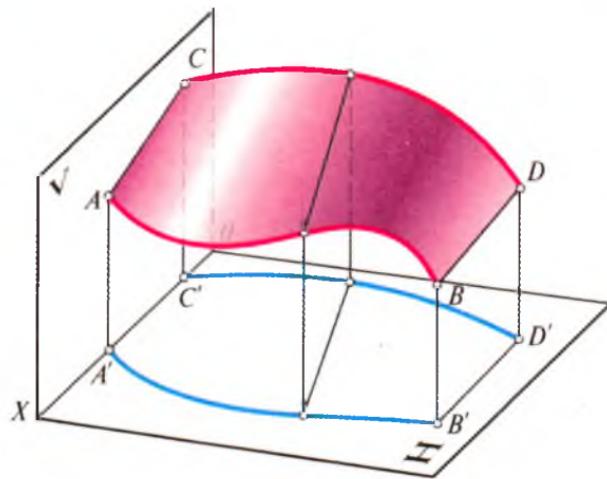


13-177-7  
R-81

B.B. QULNAZAROV

# CHIZMA GEOMETRIYA



**B. B. QULNAZAROV**

# **CHIZMA GEOMETRIYA**

*(Qisqa kursi)*

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi («San'at va qurilish» — 5140900) bakalavriat ta'lim yo'naliishi talabalari uchun o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etgan*

TOSHKENT  
«O'ZBEKISTON»  
2006

22.151.3

K 81

Texnika fanlari nomzodi, dotsent **A. Masariddinov**  
umumiylahri ostida

Ushbu qo'llanma kasbiy ta'lim yo'nalishidagi muhandis-pedagog, talabalar uchun mo'ljallangan bo'lib, chizma geometriya fani bo'yicha tuzilgan namunaviy dastur asosida yozilgan. Undan bakalavr talabalar bilimini reyting asosida baholash, grafik ishlarni mustaqil bajarishda yordamchi adabiyot sifatida foydalanish maqsad qilib qo'yilgan.

Qo'llanma ikki qismidan iborat bo'lib, birinchi qismda ortogonal va aksonometrik proyeksiyalar, ikkinchi qismda ortogonal va aksonometriyada soyalar, perspektiva, unda soyalar haqida qisqacha ma'lumot berilgan.



ISBN 5-640-02043-1

Q **2004020000-164** 2006  
M 351(04) 2006

© «O'ZBEKISTON» NMIU, 2006-y.

## **SO‘ZBOSHI**

Respublikamizda xalq xo‘jaligini rivojlantirish, fan-texnika, kompyuter texnologiyasi va xalqaro «INTERNET» axborot tizimini yanada yuksaltirish maqsadida ta’lim tizimini tubdan isloh qilish masalasi qo‘yildi. Ayni paytda qabul qilingan «Ta’lim to‘g‘risida»gi qonun, «Kadrlar tayyorlash milliy dasturi» bunga amaliy javob bo‘lib, oldimizga ulkan vazifalarni qo‘ydi. Bu vazifalarni bajarishda Oliy o‘quv yurtlari, o‘z ixtisosligi bo‘yicha chuqur nazariy bilimlarga va puxta amaliy malakalarga ega bo‘lgan mutaxassislar tayyorlab yetishtirish vazifasini o‘z zimma-siga oladi.

Zamonaviy, har tomonlama yetuk mutaxassislar tayyorlash uchun oliy o‘quv yurtlarida kasbiy ta’lim yo‘nalishlari ochilib, unda malakali muhandis-pedagoglar tayyorlash masalasi qo‘yildi va unga erishilmoqda. Shu maqsadda ilg‘or pedagogik texnologiyalardan foydalanib, o‘quv jarayonini qiziqarli tashkil qilish, mavjud darsliklar qatorida, talabalarning bilim darajasini reyting asosida baholash va berilgan mavzularni o‘zlashtirishda yordamchi adabiyot sifatida foydalanish ko‘zda tutilgan holda shu yo‘nalishdagi mutaxassislar uchun oliy ta’lim vazirligi tasdiqlagan o‘quv dasturi asosida yozildi.

O‘quv qo‘llanma ikki qismidan iborat bo‘lib, birinchi qismda ortogonal va aksonometrik proyeksiya usullari, ikkinchi qismda esa ortogonal va aksonometriyada soyalar, perspektiva va unda soyalar, sonli proyeksiyalar haqida qisqacha boshlang‘ich tushunchalar berilgan.

Qo‘llanmani tuzishda qimmatli maslahatlari uchun SamDAQI «Chizma geometriya va muhandislik grafikasi» kafedrasi professori X.U.Uzoqovga, dotsent R.U.Alimovga, kafedra mudiri dots. A.Masariddinovlarga muallif o‘z minnatdorchiligini bildiradi. Ushbu qo‘llanma ilk bor yozilayotganligi sababli kamchiliklardan xoli deb bo‘lmaydi. Qo‘llanma haqida bildirilgan fikrmulohazalarining muallif mammunlik bilan qabul qiladi. Samarkand shahar, Lolazor ko‘chasi 70-uy, SamDAQI.

## Kiritilgan shartli belgilar

1. Nuqtalar:

- fazoda  $A, B, C, D, E, F, 1, 2, 3, 4$ ;
- gorizontal tekislikda —  $A', B', C'$ ;
- frontal tekislikda —  $A'', B'', C''$ ;
- profil tekislikda —  $A''', B''', C'''$ , ..

2. Chiziqlar:

- fazoda —  $a, b, c, d, e$ ;
- gorizontal tekislikda —  $a', b', c', d', e'$ ;
- frontal tekislikda —  $a'', b'', c'', d'', e''$ ...;
- profil tekislikda —  $a''', b''', c''', d''', e'''$ ;

3. Gorizontal to'g'ri chiziq —  $h$ ;

4. Frontal to'g'ri chiziq —  $f$ ;

5. Profil to'g'ri chiziq —  $p$ ;

6. Tekisliklar —  $P, R, Q, T$ ...;

7. Burchaklar —  $\alpha, \beta, \gamma$ ;

8. Proyeksiya tekisliklari;

$N$  — gorizontal;

$V$  — frontal;

$W$  — profil tekislik;

9.  $H_1, V_1, W_1, H_2, V_2, W_2$  — gorizontal, frontal, profil proyeksiya tekisliklarining almashtirilgan vaziyatlari;

10.  $P_H, P_V, P_W$  —  $P$  tekislikning, gorizontal, frontal, profil proyeksiya tekisliklaridagi izlari;

11.  $A_0, B_0, 1_0, 2_0, \dots$  — yoyilmadagi yoki haqiqiy kattalikdagи nuqtalar;

12.  $\subset$  — tegishlilik, masalan  $A \subset P$ ,  $A$  nuqta  $P$  tekislikka tegishli yoki  $P$  tekislikda yotibdi.  $\not\subset$  — tegishli emas;

13.  $\equiv$  — ustma-ust tushish, masalan  $A \equiv B$ ,  $A$  va  $B$  nuqtalar ustma-ust proyeksiyalangan.

14.  $\cap$  kesishgan, masalan,  $a \cap b$ ,  $a$  va  $b$  chiziqlar kesishgan;  $\cap$  — kesishmagan.

15.  $//$  ( $\wedge$ ) — parallel (parallel emas);

16.  $\div$  — ayqash to'g'ri chiziqlar;

17.  $\perp$  — perpendikular;

18.  $\wedge$  — to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak.

19.  $\square$  — to'g'ri burchak.

20.  $\angle$  — burchak, ikki yoqli burchak.

## KIRISH

### 1. Chizma geometriya fani va uning ahamiyati

Chizma geometriya — bu grafik tasvirlash fani bo‘lib, u proyeksiyalash usuliga asoslangan holda, fazoviy shakllarni ularning bir-biriga bo‘lgan vaziyatlarini va fazoviy yechimlarini tekislikda tasvirlar orqali o‘rganadi. Chizma geometriya boshqa geometriyalardan asosan tasvirlash usuli bilan farq qiladi va boshqa fanlar qatori matematika bilan ham uzviy bog‘langandir. Chunki, analitik geometriyada metrik va fazitsion masalalar analitik usulda yechilsa, chizma geometriyada grafik usulda bajariladi.

Chizmalar orqali jismlarning fazodagi shaklini tasavvur qilish va o‘lchamlarini aniqlash mumkin. Chizma geometriya fanining yana bir xususiyati shundaki, bo‘lajak muhandis, arxitektor, konstruktor va dizaynerlarning fazoviy tasavvurini kengaytiradi, ularni ijodiy fikrlashga, yangi-yangi modellarni, loyihalarni, konstruksiyalarni yaratishga undaydi, ular o‘zining ijodiy fikrlarini chizmalar yordamida bayon etadilar. Shunday qilib, chizma geometriya qonunlari asosida faqat bor narsalarni emas, balki tasavvur qilin-gan bo‘lajak loyihalarni ham tasvirlash mumkin, bu esa olamshumul yangiliklar yaratish imkonini beradi.

Tarixga nazar tashlansa, narsalarni tasvirlash kishilar hayotida juda qadimdan paydo bo‘lgan. Chizmalarning rivojlanishi tasvirlar chizishdan boshlangan bo‘lib, kishilar hali yozishni bilmaganlari holda, o‘zları ko‘rgan narsalarning tasvirini qoyalar, tog‘ devorlarga va boshqa joylarga tirnab, o‘yib ishlaganlar. Ana shu oddiy rasmlarni tasvirlash asosida birinchi «ieroglif» yozuvlar kelib chiq-qan. Bunday tasvirlar Xitoy, Misr, O‘rta Osiyo va boshqa

joylarda ko‘p uchraydi. Bu kabi grafik uculda, ya’ni tekislikda shartli belgilarni tasvirlash va undan foydalanish g‘oyalari insoniyat rivojlanishida ko‘p asrlik tarixga ega.

Fazoviy shakllarni tekislikda tasvirlash, ularni amalda tatbiq qilish nazariyasini rivojlantirishda bir qancha olimlar ish olib bordilar. Ulardan qadimgi grek olimlari Esxil, Anaksagor, Demokrit va boshqalar shular jumlasidandir. O‘rtal Osiyo olimlaridan Al-Xorazmiy, Al-Forobiy, Abu Rayhon Beruniylar o‘z ilmiy ishlarida proyeksiyalar usulini tatbiq etib, chizmalar chizganlar. Foydalangan asboblari ham chizmalar asosida yaratilgan. Abu Ali ibn Sino tibbiyot fanidan tashqari, o‘z ilmiy-amaliy faoliyatida tasvirlar chizish nazariyasini yaratib, ancha yuqori darajadagi chizmalarini amalda tatbiq qilgan.

Grafik tasvirlash usullarining yanada rivojlanishi uyg‘onish davriga to‘g‘ri keladi. Italyan olimi va rassomi Leonardo da Vinci chizma geometriyaga tegishli bo‘lgan perspektiva nazariyasiga katta hissa qo‘shti.

XVIII asr oxirlarida fransuz muhandisi va matematigi Gaspar Monj proyeksion tasvirlar tuzish bo‘yicha to‘plagan tajribalarini umumlashtirdi va ilmiy asosladi. U 1798-yilda «Chizma geometriya» kitobini yozib, unda birinchi marta o‘zaro perpendikular tekisliklarga to‘g‘ri burchakli (ortogonal) proyeksiyalash usulini qo‘lladi. Bu usul hozirgacha «Monj usuli» deb yuritilib kelinmoqda.

XIX asrda proyeksion tasvirlash usullarini yanada rivojlantirishda rus olimlaridan Y.A.Sevostyanov, N.I. Makarov, V.I. Kurdyumovlar katta hissa qo‘shtilar. 1821-yilda Y.A Sevostyanov tomonidan birinchi marta rus tilida chizma geometriya darsligi nashrdan chiqarildi.

Respublikamizda chizmachilik va chizma geometriya fanini rivojlantirishda Y. Qirg‘izboyev, R. Xorunov va yana boshqa ko‘pgina olimlar katta hissa qo‘shtilar. Ular 1959—1961-yillarda birinchi marta o‘zbek tilida chizma geometriyadan qo‘llanma va darsliklar yaratdilar.

Hayotdagи barcha narsa (buyum)lar, jismlar chizma geometriya nuqtayi nazaridan geometrik jismlardan tashkil topgan, geometrik jismlar esa, geometrik element (nuqta,

to‘g‘ri chiziq va tekislik) lardan iborat deb qaraladi. Haqiqatdan ham piramidaning uchlari nuqtalardan, qirralari to‘g‘ri chiziq kesmalaridan, tomonlari esa tekisliklardan iborat, shu jumladan barcha buyumlar geometrik jismlarning o‘zaro kompleks kesishuvidan hosil bo‘lgan. Demak, buyumlarning tasvirini chizishda «oddiydan murakkabga» tomon nuqtalarning chizmasini chizishdan boshlab o‘rganiladi.

Chizma geometriya fanida quyidagilar o‘rganiladi:

- 1) fazoviy jismlarni tekislikda tasvirlash usullari;
- 2) chizmada geometrik masalalarni grafik usulda yechish;
- 3) jismlarning chizmasi bo‘yicha ularning fazoviy ko‘rinishini tasavvur qilish va yaqqol tasvirini hamda maket va modellarini yasash;
- 4) jismlarning grafik va analitik modellari hamda ularning biridan ikkinchisiga o‘tish usullari.

Chizma geometriyada geometrik masalalarni asosiy uchta guruhga bo‘lish mumkin:

**Pozitsion masalalar.** Bunda geometrik jismlarning o‘zaro joylashish vaziyatiga nisbatan ularning kesishuvi natijasida hosil bo‘ladigan natijalar o‘rganiladi. To‘g‘ri chiziq va tekislik, tekislik bilan tekislikning kesishgan chizqlarini topish kabi masalalar kiradi.

**Metrik masalalar.** Metrik masalalar guruhiga to‘g‘ri chizqlar orasidagi masofa va burchaklarni aniqlash kiradi. o‘zaro perpendikular to‘g‘ri chizqlar yoki tekisliklar yasash, ularning haqiqiy kattaligini aniqlash, sirtlarga normallar o‘tkazish, turli sirtlarning yoyilmalarini yasash va hokazo.

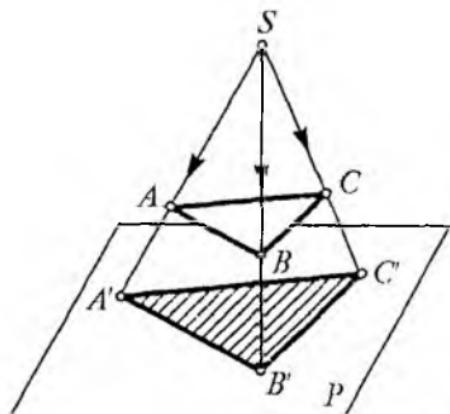
**Konstruktiv masalalar.** Bu masalalarga oldindan berilgan biror shartni qanoatlantiradigan geometrik shakllarni yasash, ma’lum bir texnik talablarga javob beradigan egri chiziq va sirtlar hosil qilish kiradi.

Chizma geometriyada chizmalarni hosil qilish asosan proyeksiyalash usulida amalga oshiriladi. Proyeksiyalovchi nurlarning biror tekislik bilan kesishgan nuqtasi orqali, proyeksiyalash usuli vujudga keladi. Nurlarning yo‘nali shiga qarab ikki xil proyeksiyalash mavjud, ya’ni markaziy va parallel proyeksiyalash.

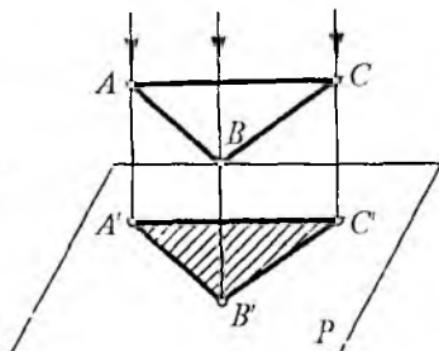
## 2. Asosiy proyeksiyalash usullari

**Markaziy proyeksiyalash.** Fazodagi har qanday jism nuqtalardan tashkil topgan, shuning uchun proyeksiyalashni nuqtalarning proyeksiyasidan boshlab o'rganiladi. Markaziy proyeksiyalash apparati asosan proyeksiyalash tekisligi  $P$  va unda yotmagan  $S$  nuqtadan iborat. Agar proyeksiya nurlari bitta  $S$  nuqtadan taralsa, markaziy proyeksiyalash deb ataladi (1-rasm). Nur taratuvchi manba ( $S$ ) dan o'tuvchi nurlar proyeksiya tekisligi bilan kesishib, fazodagi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqtalarning  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  proyeksiyalarini hosil qiladi. Bunda  $S$  nuqta proyeksiya markazi,  $SA_1$ ,  $SB_1$ ,  $SC_1$  proyeksiyalovchi nurlar  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  lar  $ABC$  nuqtalarning proyeksiyalari va  $P$  esa proyeksiya tekisligi deyiladi.

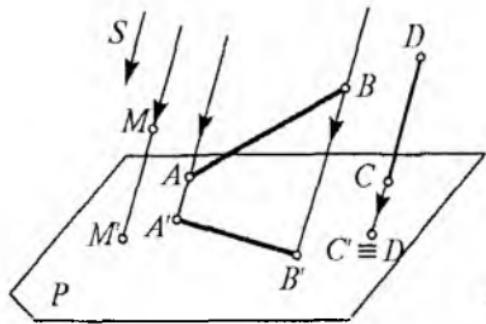
**Parallel proyeksiyalash.** Agar proyeksiya markazi  $S$  cheksiz uzoqlikda deb hisoblansa, keladigan nurlar o'zaro parallel bo'ladi, unda parallel proyeksiyalash deb ataladi. Bunda nurlarning tekislikka tushayotgan qiyalik burchagiga qarab qiyshiq burchakli, agar tik, ya'ni to'g'ri burchak ostida bo'lsa, to'g'ri burchakli proyeksiyalash deb ataladi (2-rasm). Fazoda berilgan  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqtalardan o'tayotgan nurlar  $P$  tekislikda to'g'ri burchakka tushyapti, demak,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  to'g'ri burchakli proyeksiyadir. To'g'ri burchakli proyeksiyalashni chizma geometriyada ortogonal proyeksiyalash deb yuritiladi. Texnika chizmachiligidagi qo'llaniladigan barcha asosiy proyeksiyalashlar ortogonal proyeksiyalash usulida bajariladi.



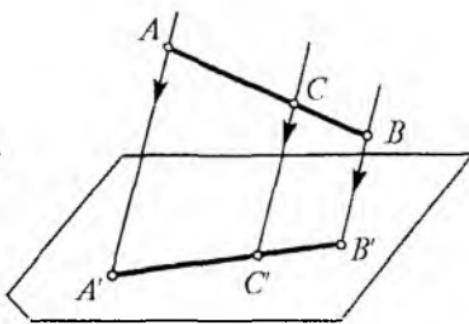
1-rasm.



2-rasm.



3-rasm.



4-rasm.

### Parallel proyeksiyalarning xossalari

1 - xossa. Nuqtaning parallel proyeksiyasi nuqta bo‘ladi.  
3-rasmda M nuqta berilgan, uning proyeksiyasi M' bo‘ladi.

2 - xossa. Proyeksiyalash nuriga parallel bo‘lmagan to‘g‘ri chizmaning proyeksiyasi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi, agar to‘g‘ri chiziq nur yo‘nalishiga parallel bo‘lsa, nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi (3-rasm).

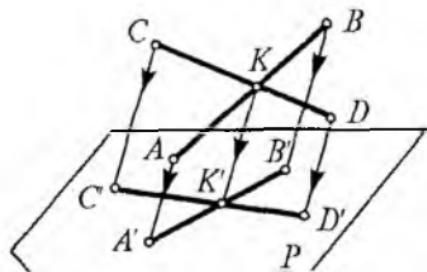
3 - xossa. To‘g‘ri chiziq kesmasida yotgan nuqtaning proyeksiyasi shu to‘g‘ri chiziq proyeksiyasida bo‘ladi.

4 - xossa. Agar nuqta to‘g‘ri chiziqni biror nisbatda bo‘lsa, uning proyeksiyasi ham shu nisbatda bo‘linadi (4-rasm).

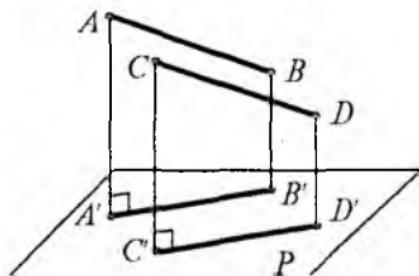
5 - xossa. Kesishgan to‘g‘ri chiziqlar nuqtasining proyeksiyasi, shu to‘g‘ri chiziqlar proyeksiyاسining kesishgan nuqtasida bo‘ladi (5-rasm.)

6 - xossa. Parallel to‘g‘ri chiziqlarning tekislikdagi proyeksiyalari ham parallel bo‘ladi va parallel to‘g‘ri chiziqlarning nisbati bu kesmalar proyeksiyalarining nisbatiga teng (6-rasm).

7 - xossa. To‘g‘ri burchakli parallel proyeksiyalashda to‘g‘ri chiziq kesmasining proyeksiyasi o‘zidan kichik yoki o‘ziga teng bo‘ladi (6-rasm).



5-rasm.



6-rasm.

# I QISM

## ORTOGONAL VA AKSONOMETRIK PROYEKSIYALAR

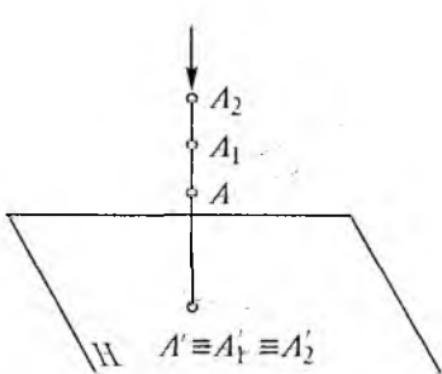
### 1 - BOB. NUQTA VA TO'G'RI CHIZIQNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI

#### 1.1. Nuqtani ikki va uchta o'zaro perpendikular tekisliklarga proyeksiyalash

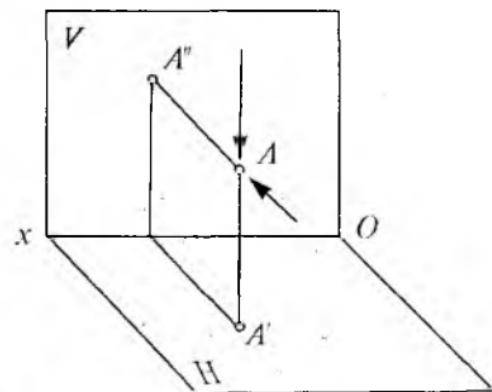
Proyeksiyalovchi nur proyeksiyalar tekisligiga perpendikular bo'lsa, to'g'ri burchakli yoki ortogonal proyeksiyalash deyiladi. Ortogonal proyeksiyalashda proyeksiyalovchi nurlar ko'rsatilmaydi.

Bitta nurda yotuvchi  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  nuqtalarning tekislikka ortogonal proyeksiyalanishi bitta proyeksiyanı tashkil qildi, ya'ni ustma-ust tushadi. Bunda bitta proyeksiya bilan fazodagi  $A$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  nuqtalarning vaziyatini, holatini aniqlash mumkin bo'lmaydi (7-rasm). Uning fazodagi vaziyatini aniqlash uchun kamida ikkita yoki uchta tekislikdan foydalananishga to'g'ri keladi. Buning uchun fazoda bir-biriga perpendikular bo'lgan ikkita ( $H \perp V$ ) tekislik olinadi. Bunda,  $H$  — gorizontal proyeksiya tekisligi,  $V$  — esa frontal proyeksiya tekisligi deb ataladi (8-rasm).

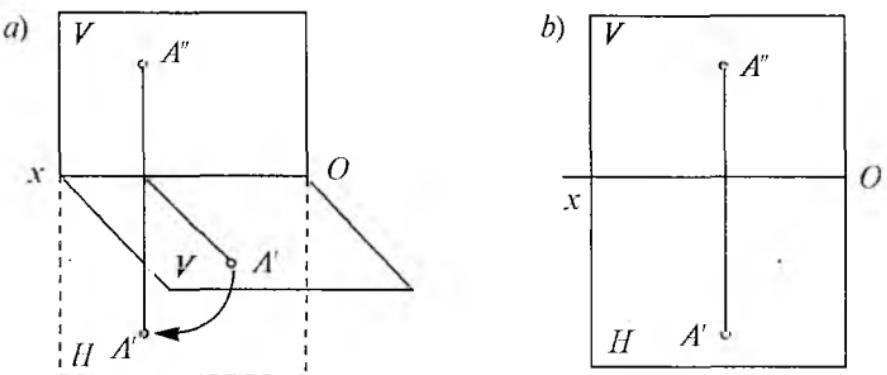
Proyeksiya tekisliklar orasi bo'shliq, ya'ni fazo deb olinib, unda  $A$  nuqta berilgan.  $A$  nuqtaning proyeksiyalarini



7-rasm.



8-rasm.



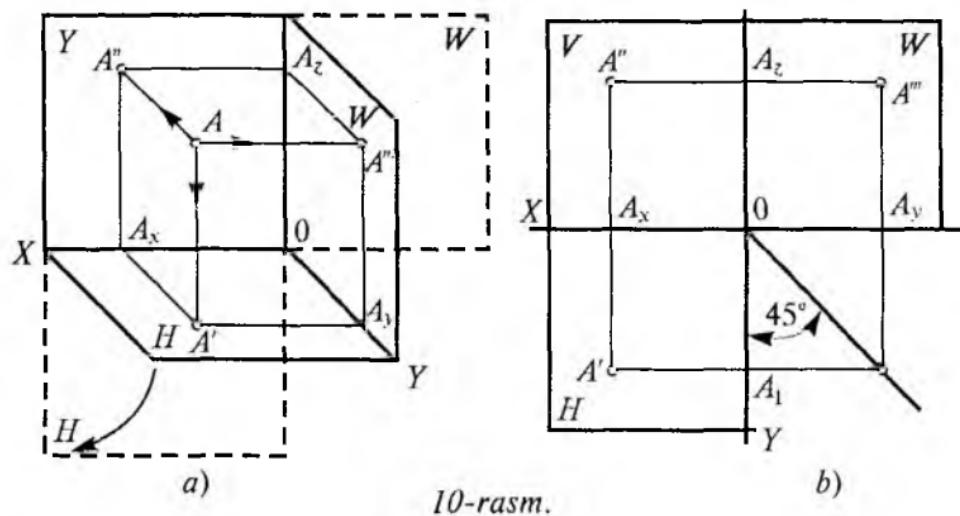
9-rasm.

hosil qilish uchun gorizontal  $H$  tekislikka perpendikular qilib proyeksiyalanadi va  $A'$  gorizontal proyeksiyasini, frontal  $V$  tekislikka perpendikular proyeksiyalab,  $A''$  — frontal proyeksiyasi hosil qilinadi.

Ikkita tekislik kesishishi natijasida  $Ox$  o‘qi hosil bo‘ladi. Ana shu  $Ox$  o‘qi atrofida gorizontal  $H$  tekislikni pastga aylantirib, (9-a, rasm)  $V$  — frontal tekislik bilan bir tekislikka yoyilsa, uning kompleks chizmasi (epyuri) hosil bo‘ladi (9-b, rasm). Bunga MONJ chizmasi ham deyiladi. Epyur — lotincha so‘z bo‘lib, tekis chizma degan ma’noni anglatadi.

Geometriyada nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislik yoki jism-larning fazodagi vaziyatini o‘zaro perpendikular uchta koordinatali tekisliklar sistemasiga nisbatan aniqlash qabul qilingan. Bu metodni fransuz matematigi Fene Dekart (1506—1550) ixtiro qilgani uchun Dekart koordinatalar sistemasi deb yuritiladi. Bu sistemada nuqtaning fazodagi vaziyatini uning  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  koordinatalari bo‘yicha aniqlanadi. Masalan, fazoda A nuqtaning koordinatalari  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  bo‘ladi (10-rasm). Ammo dekart sistemasida steriometrik masalalar fikran bajariladi va chizma asboblari bilan aniq geometrik jismlarni yasash va ularni grafik usullar bilan tahlil (analiz) qilish imkoniyatini bermaydi.

Fransuz geometri va muhandisi G. Monj dekart koordinatalar sistemasi asosida fazodagi har qanday nuqtaning

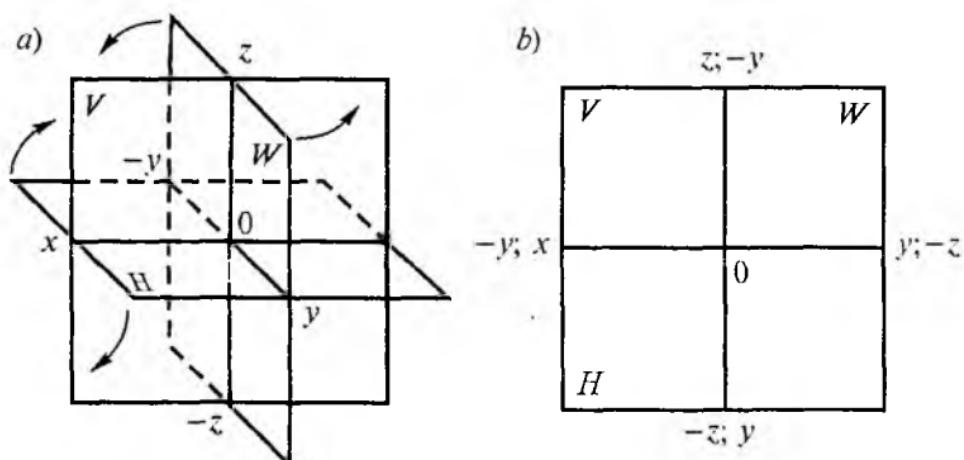


10-rasm.

uchta koordinatasini proyeksiyalar tekisligi sistemasida ortogonal proyeksiyalari bilan o‘zaro grafik bog‘ladi.

Berilgan ( $H$  va  $V$ ) tekisliklarga perpendikular qilib uchinchi  $W$  — profil proyeksiya tekisligi kiritiladi.  $A$  nuqtani unga perpendikular qilib proyeksiyalansa  $A'''$  nuqta, ya’ni  $A$  nuqtaning profil proyeksiyasi hosil bo‘ladi (10-a, rasm). Uning kompleks chizmasi 10-b, rasmida ko‘rsatilgan. Uchala ( $H$ ,  $V$ ,  $W$ ) tekisliklarni yo‘nalish bo‘yicha davom ettirilsa, fazoni sakkiz bo‘lakka bo‘ladi, ya’ni sakkizta oktanta hosil bo‘ladi (11-a, rasm).

Okto — lotincha so‘z bo‘lib «sakkiz» demakdir.  $H$ ,  $V$ ,  $W$  proyeksiya tekisliklari o‘zaro kesishib, koordinata boshi



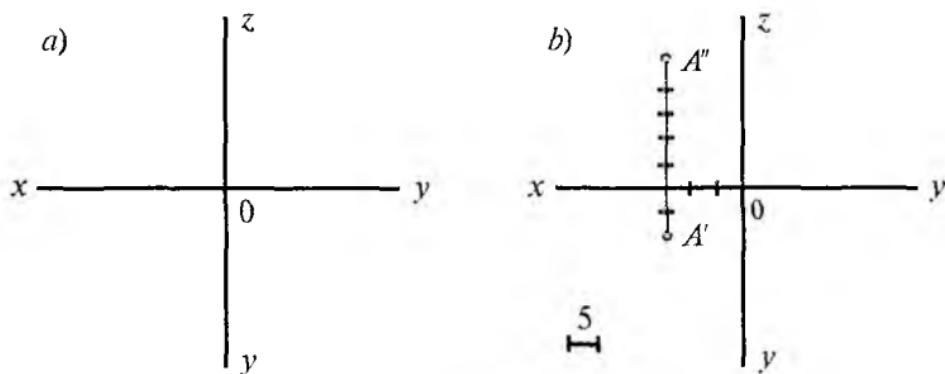
11-rasm.

$O$  ni,  $H$ ,  $V$  tekisliklar kesishib  $OX$  ni,  $V$ ,  $W$  tekisliklar kesishib  $Oz$  ni,  $H$ ,  $W$  tekisliklar kesishib,  $Oy$  koordinata o'qlarini hosil qiladi. Uchala  $H$ ,  $V$ ,  $W$  tekisliklarni bitta tekislikka jipslashtirilsa yoki yoyilsa, ortogonal (kompleks) chizma epyur paydo bo'ladi (11-*b*, rasm).

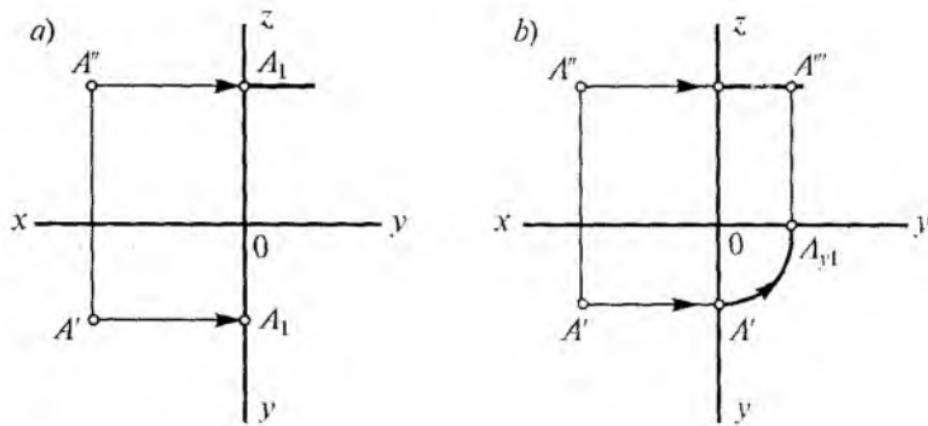
Uchala  $x$ ,  $y$ ,  $z$  o'qlar o'zaro koordinata boshi  $O$  nuqtada kesishadi. Har bir o'qning  $O$  nuqtadan teskari yo'naliish tomoni ( $-$ ) ishora bilan belgilaniladi. Oktantlardan faqat birinchisida uchala koordinata o'qlari ( $+$ ) ishorada bo'ladi va bu oktantda har qanday masalalar yechish qulay hisoblanadi.

Chizma geometriya fanida metrik va pozitsion masalalarni yechish uchun ortogonal proyeksiyalar asosiy rol o'ynaydi. Sababi  $H$  va  $W$  proyeksiya tekisliklari  $V$  — frontal tekisligi bilan bitta tekislikka yoyilganda undagi proyeksiya tekisligiga parallel bo'lgan barcha masofalar o'z haqiqiy kattaligida proyeksiyalanadi. Shuning uchun metrik va pozitsion masalalarni yechish maqsadga muvofiq hisoblanadi.

**Nuqtaning ikki proyeksiyasini bo'yicha uchinchi proyeksiyasini topish.** Buning uchun birinchi navbatda tekislikda o'zaro perpendikular chiziqlar chiziladi, ular kesishgan nuqta  $O$  koordinata boshi hisoblanadi (12-*a*, rasm). Unda  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  koordinat o'qlari hosil bo'lib, bu yerda  $Oy$  o'qi ikkiga ajralib ketadi. Mana shu o'qlarga berilgan koordinata o'lchamlari bo'yicha  $A$  nuqtaning proyeksiyalarini joylashtiriladi.



12-rasm.

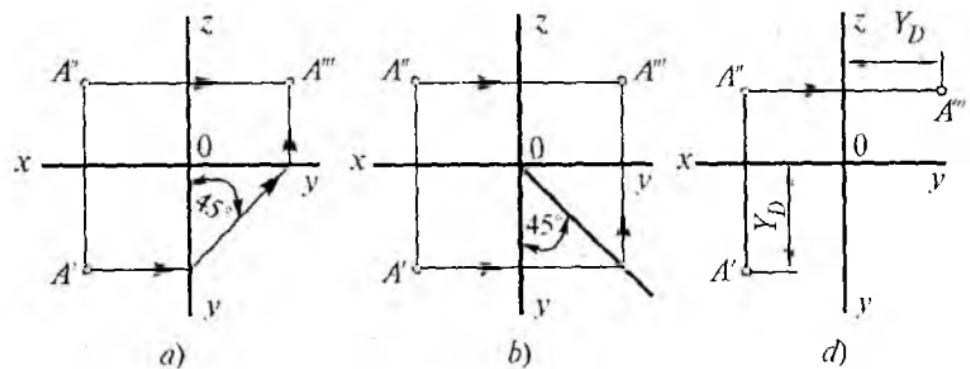


13-rasm.

**Misol:**  $A(15;10;25)$  berilgan. Uning proyeksiyalarini topish talab qilinsin.

Yechish:  $X$  o‘qi bo‘yicha uch katak (har bir katak 5 mm),  $Y$  o‘qi bo‘yicha ikki katak,  $Z$  o‘qi bo‘yicha besh katak o‘lchab qo‘yiladi va  $A$  nuqtaning ikkita proyeksiyasi  $A'$ ,  $A''$  nuqtalar hosil qilinadi (12-b, rasm). Endi  $A$  nuqtaning shu ikki proyeksiyasi bo‘yicha uchinchi proyeksiyasini hosil qilish uchun  $A'$  va  $A''$  proyeksiyalardan  $Ox$  o‘qiga parallel proyeksiya chiziqlari o‘tkaziladi (13-a, rasm),  $A'$  nuqtadan o‘tgan nur  $Oy$  o‘qi bilan  $A_y$  nuqtada kesishadi, sirkul ignasini  $O$  markazga, qalamni  $A_y$  ga qo‘yib soat miliga teskari yoki pastdan yuqoriga aylantirilsa horizontal vaziyatdagi  $Oy$  o‘qi bilan kesishib  $A_{y1}$  nuqtani hosil qiladi, shu nuqtada yuqoriga perpendikular chiqarilsa,  $A''$  nuqtadan kelayotgan nur bilan kesishib  $A$  nuqtaning uchinchi  $A'''$  proyeksiyasi hosil bo‘ladi (13-b, rasm).

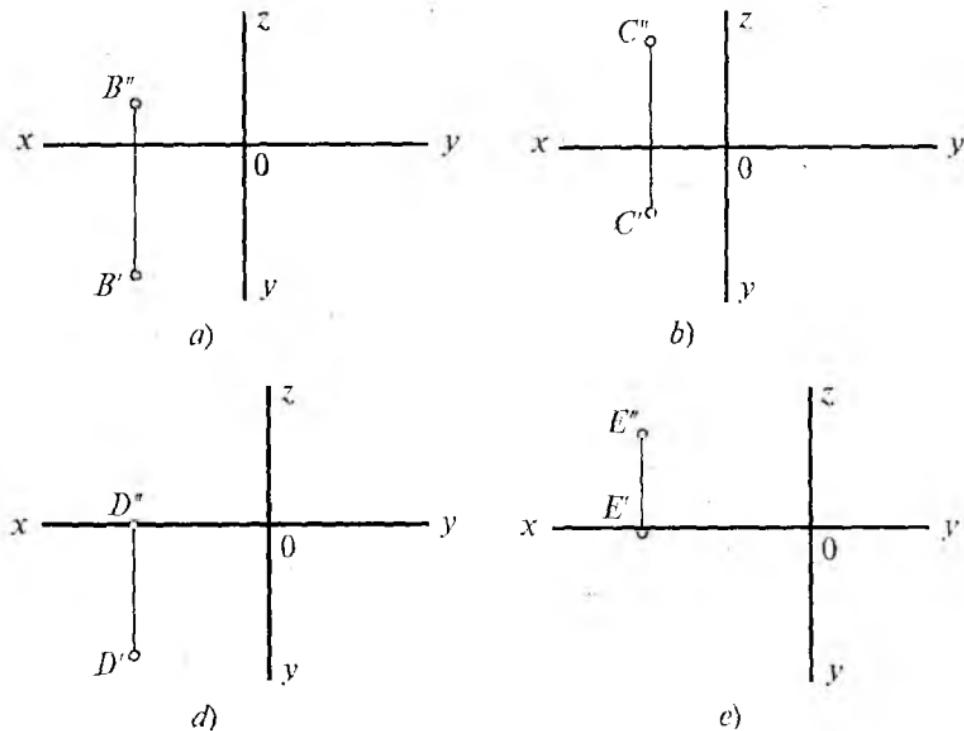
Bundan tashqari nuqtaning uchinchi proyeksiyasini hosil qilishda yana bir necha usullar mavjud.  $A_y$  nuqtadan  $Oy$  o‘qiga  $45^\circ$  burchak ostida to‘g‘ri chiziq chiqarish mumkin (14-a, rasm).  $O$  markazdan  $Oy$  o‘qiga  $45^\circ$  burchak ostida diagonal yasab,  $A'$  nuqtadan kelayotgan nurni diagonal bilan kesishguncha davom ettirib, kesishgan nuqtadan vertikal davom ettirilsa  $A''$  nuqtadan kelayotgan nur bilan kesishib  $A'''$  proyeksiyani hosil qilish mumkin (14-b, rasm).



14-rasm.

Yana bir usul  $A'$  nuqtadan  $Ox$  o‘qigacha bo‘lgan  $Y$  masofani  $A''$  nuqtadan kelayotgan nur bo‘yicha  $Oz$  o‘qidan keyinga o‘lchab qo‘yilsa ham  $A'''$  nuqtani topish mumkin (14-d, rasm).

Misollarni bajaring: Berilgan nuqtalarning ikki proyeksiyasi bo‘yicha uchinchi proyeksiyasini yasang (15-a, b, d, e, rasmlar).



15-rasm.

## 1.2. To‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyasi

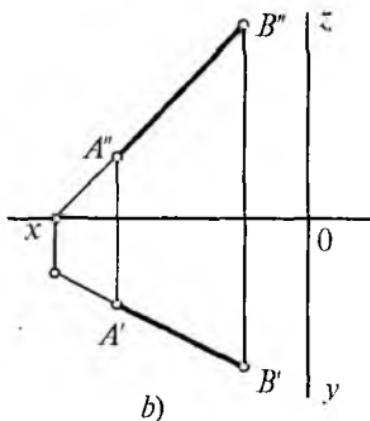
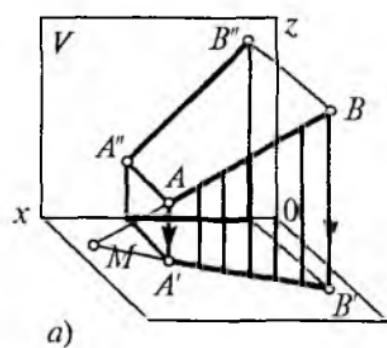
To‘g‘ri chiziqning fazodagi vaziyati kesmaning ikkita nuqtasi bilan aniqlanadi. Uning proyeksiyalari ham to‘g‘ri chiziq kesmasidan iborat bo‘ladi. Fazoda to‘g‘ri chiziqning  $AB$  kesmasi berilgan bo‘lsin (16-a, rasm).

Kesmaning  $A$  va  $B$  nuqtalari tekislikka proyeksiyalansa, uning  $A'B'$  gorizontal proyeksiyasi,  $A''B''$  frontal proyeksiya hosil bo‘ladi. 16-b, rasmida uning ortogonal proyeksiyasi (epyuri) berilgan.

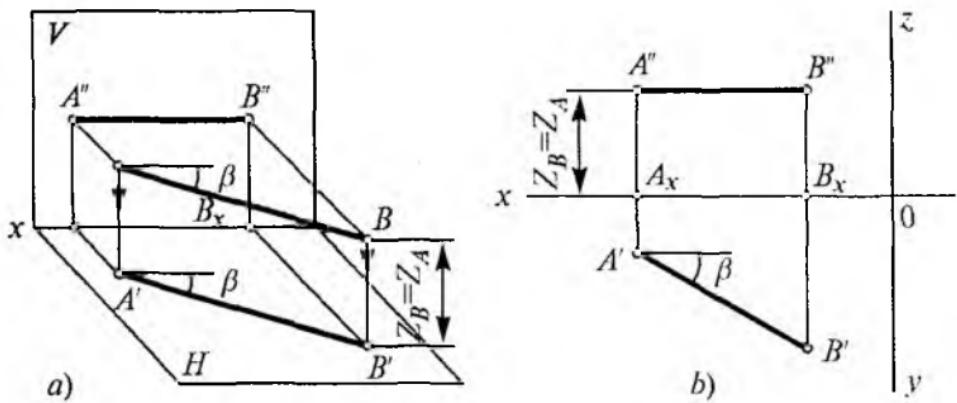
Fazoda to‘g‘ri chiziqlar turli vaziyatda joylashishi mumkin, ularning proyeksiyalari ham turlichcha bo‘ladi. To‘g‘ri chiziqning proyeksiya tekisliklariga nisbatan ikki xil vaziyati o‘rganiladi:

1. Umumiyl vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq.
2. Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq.

**Umumiyl vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq.** Agar to‘g‘ri chiziq proyeksiya tekisliklaridan birortasiga ham parallel yoki perpendikular bo‘lmasa, bunday chiziq umumiyl vaziyatda to‘g‘ri chiziq deyiladi (16-a, rasmida umumiyl vaziyatdagi  $AB$  to‘g‘ri chiziqning barcha proyeksiyalari o‘zidan kichkina bo‘lib proyeksiyalanadi). Chunki, to‘g‘ri burchakli ( $MBB'$ ) uchburchak hosil bo‘lib,  $MB$  gipotenuza  $MB'$  katetdan katta bo‘ladi, ya’ni  $MB > MB'$ , o‘z navbatida  $AB > A'B'$ .



16-rasm.



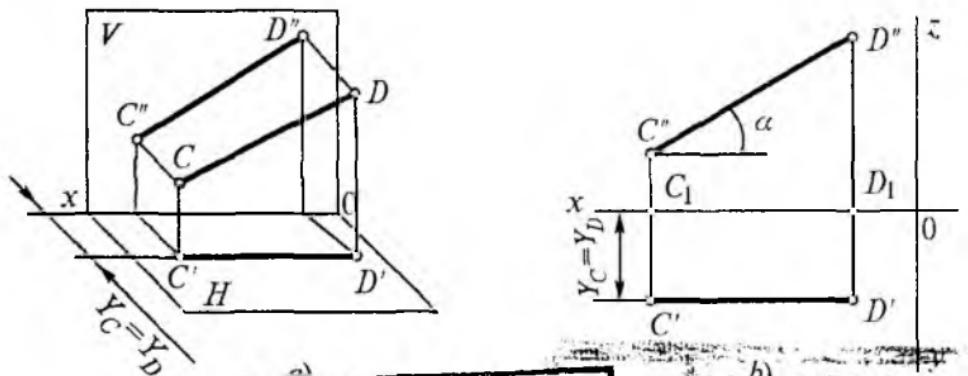
17-rasm.

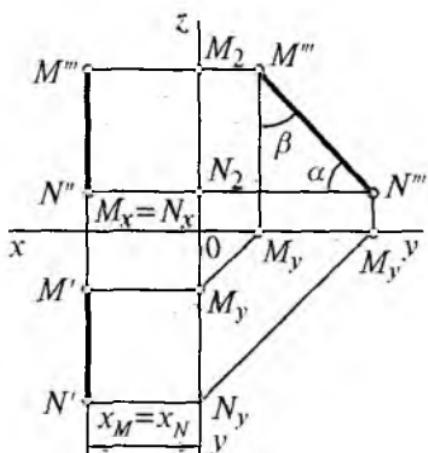
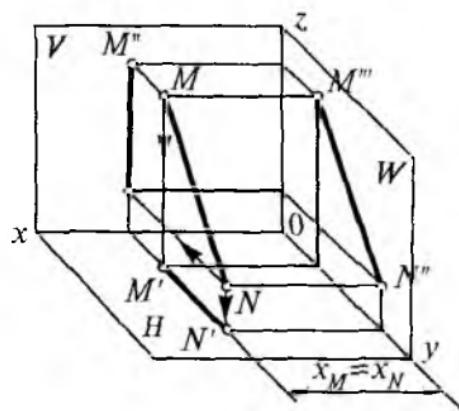
**Xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq.** Agar to‘g‘ri chiziq proyeksiya tekisliklaridan biriga parallel yoki perpendikular bo‘lsa, bunday to‘g‘ri chiziq xususiy vaziyatdagi to‘g‘ri chiziq deyiladi. Agar to‘g‘ri chiziq biror proyeksiya tekisligiga parallel bo‘lsa, to‘g‘ri burchakli to‘rtburchak bo‘lib uning qarama-qarshi tomonlari o‘zaro teng bo‘lib qoladi, demak o‘z haqiqiy kattaligida pröyeksiyalanadi (17-a, rasm).

Bu berilgan  $AB$  to‘g‘ri chiziq gorizontal chiziq deyiladi, chunki  $AB//H$ . 17-b, rasmida uning epyurasi berilgan.

Agar to‘g‘ri chiziq frontal proyeksiya tekisligiga parallel ( $CD//V$ ) bo‘lsa, frontal chiziq deyiladi (18-a, rasm).

Bunda to‘g‘ri chiziqning har bir nuqtasi frontal tekislikdan baravar uzoqlikda bo‘ladi,  $Y_C = Y_D$ . To‘g‘ri chiziqning gorizontal  $CD$  proyeksiyasi  $Ox$  o‘qiga parallel bo‘ladi,



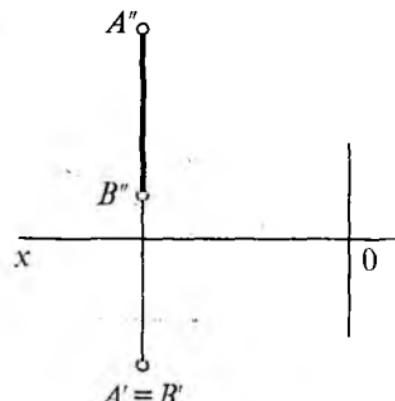
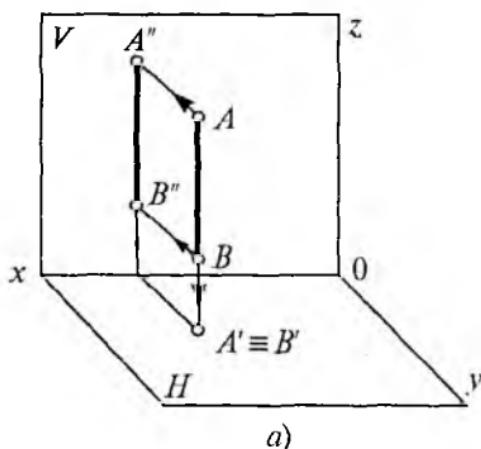


19-rasm.

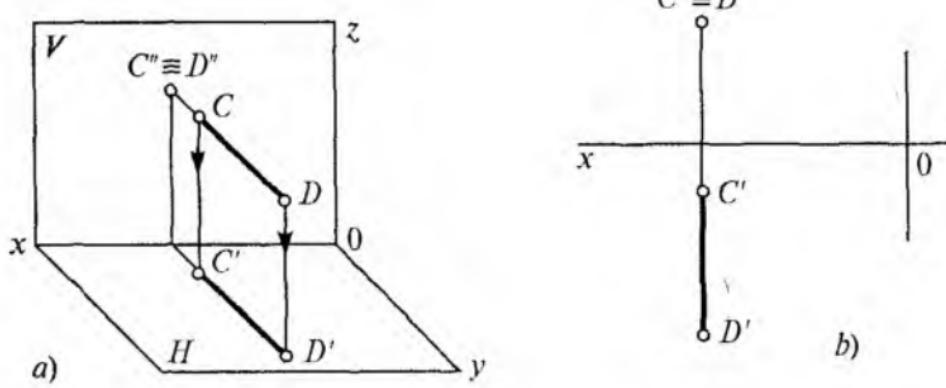
frontal proyeksiyasi esa haqiqiy kattalikda proyeksiyalanadi,  $\alpha$  burchak esa  $H$  gorizontal tekislik bilan hosil qilgan burchak, chunki,  $CD//C'D'$  (18-b, rasm).

Agar to‘g‘ri chiziq profil ( $W$ ) proyeksiya tekisligiga parallel ( $MN//W$ ) bo‘lsa, profil chiziq deyiladi. Bunda  $MN$  to‘g‘ri chiziqning barcha nuqtalari  $W$  profil tekislikdan baravar uzoqlikda yotibdi (19-a, rasm).  $MN$  to‘g‘ri chiziqning frontal  $M''N''$  proyeksiyasi  $Oz$  o‘qiga, gorizontal  $M'N'$  proyeksiyasi esa  $Oy$  o‘qiga parallel (19-b, rasm). Profil proyeksiyasi esa haqiqiy kattaligida proyeksiyalanadi.

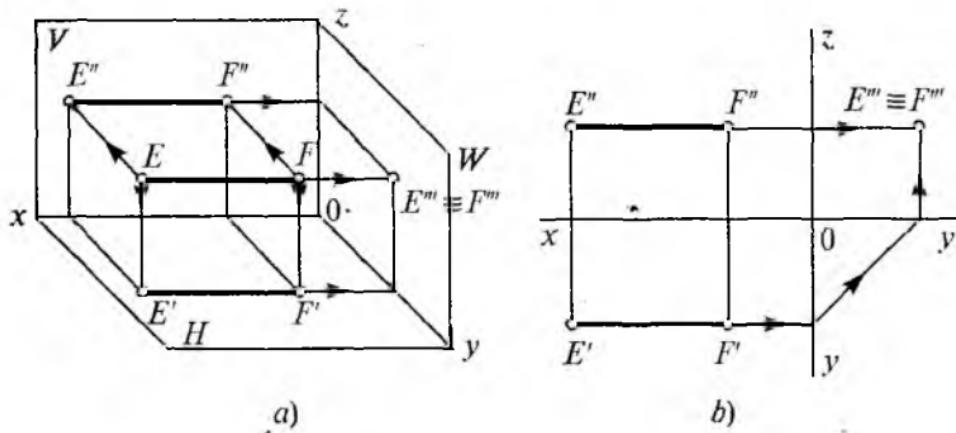
Agar berilgan to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiya tekisliklaridan biriga perpendikular bo‘lsa, proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq deyiladi.



20-rasm.



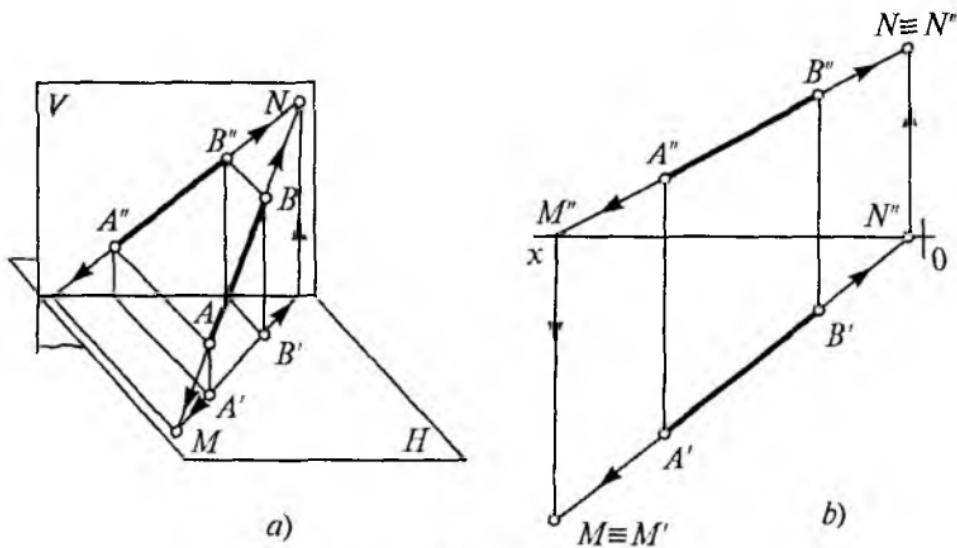
21-rasm.



22-rasm.

Masalan, berilgan  $AB$  to‘g‘ri chiziq gorizontal tekislikka perpendikular bo‘lsa, gorizontal proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziq deyiladi (20-a, rasm). Bunday to‘g‘ri chiziqning frontal  $A''B''$  proyeksiyasi  $Ox$  o‘qiga perpendikular bo‘ladi, gorizontal  $A'B'$  proyeksiyasi esa nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi (20-b, rasm).

Xuddi shu kabi frontal tekislikka perpendikular bo‘lsa, frontal proyeksiyalovchi (21-a, b, rasmlar), profilga perpendikular bo‘lsa, profil proyeksiyalovchi to‘g‘ri chiziqlar deyiladi (22-a, b, rasmlar).



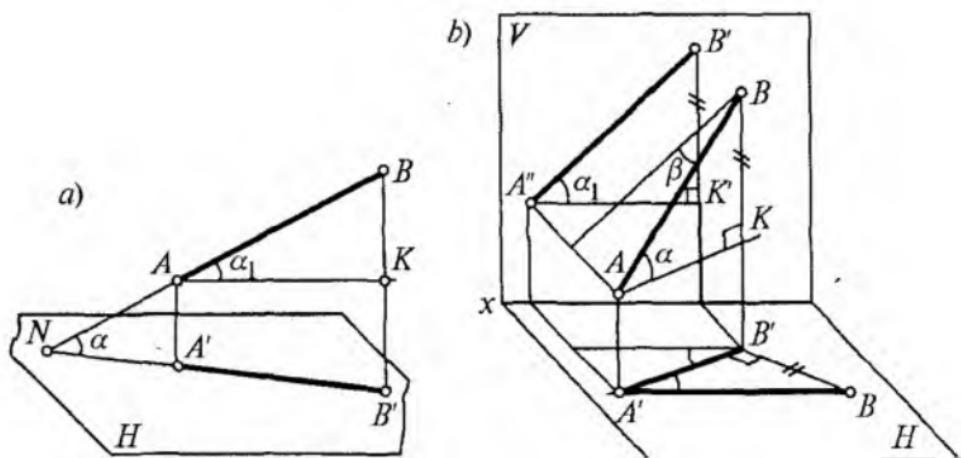
23-rasm.

### 1.3. To‘g‘ri chiziqning izi

To‘g‘ri chiziqning izi deb, uning proyeksiya tekisliklari bilan kesishgan nuqtasiga aytildi. To‘g‘ri chiziqning frontal, gorizontal va profil izlari bo‘lishi mumkin. 23-a, rasmda  $AB$  to‘g‘ri chiziqning gorizontal  $M$ , frontal  $N$  izlarini topish ko‘rsatilgan. Buning uchun  $AB$  to‘g‘ri chiziq bir tomonga davom ettirilib,  $A'B'$  proyeksiyasining davomi bilan kesishgan nuqtasi gorizontal izi  $M$  va ikkinchi tomonga davom ettirilsa frontal izi  $N$  topiladi. 23-b, rasmda uning ortogonal proyeksiyasini  $OX$  o‘q bilan kesishguncha davom ettiriladi va kesishgan nuqtasi pastga proyeksiyalanadi,  $A'B'$  gorizontal proyeksiyasining davomi bilan kesishib gorizontal izi  $M$  nuqtani hosil qiladi. Ikkinchi izi  $N$  nuqta ham xuddi shu tarzda to‘g‘ri chiziqning proyeksiyalarini davom ettirish orqali topiladi.

### 1.4. To‘g‘ri chiziqning haqiqiy kattaligini topish

Fazodagi to‘g‘ri chiziq kesmasi proyeksiya tekisliklari nisbatan umumiy vaziyatda bo‘lganligi sababli uning



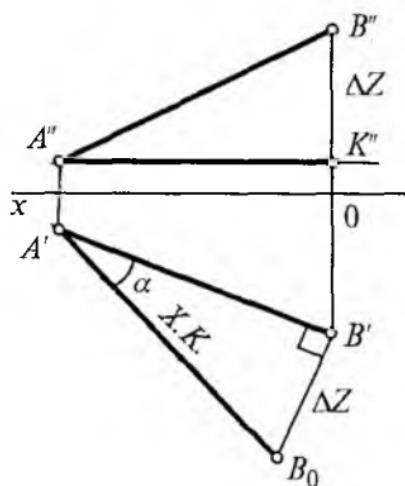
24-rasm.

proyeksiyalari o‘z haqiqiy kattaligidan kichik bo‘lib proyeksiyalish yuqoridagi mavzulardan ma’lum. Ko‘pincha kesmaning haqiqiy kattaligini va proyeksiya tekisliklari ( $H$ ,  $V$ ,  $W$ ) ga nisbatan hosil qilgan o‘tkir burchagini uning proyeksiyalari orqali aniqlashga to‘g‘ri keladi. To‘g‘ri chiziq kesmasining haqiqiy kattaligi va uning tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini to‘g‘ri burchakli uchburchak yasash usuli bilan aniqlanadi.

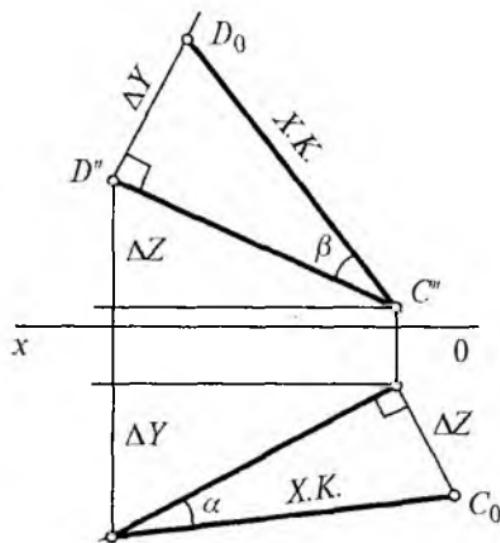
$AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasi va  $H$  tekislik berilgan (24-a, rasm).  $AB$  va  $H$  tekislik orasidagi burchak va  $AB$  to‘g‘ri chiziqning haqiqiy kattaligini topish uchun  $A$  nuqtadan  $H$  tekislikka parallel to‘g‘ri chiziq o‘tkaziladi va  $ABK$  to‘g‘ri burchakli uchburchak hosil qilinadi. Bu uchburchakni  $AK$  atrofida aylantirib  $AB//H$  holatiga keltiriladi va proyeksiyalansa  $AB$  to‘g‘ri chiziqning haqiqiy kattaligi va  $H$  tekislik orasidagi burchak aniqlanadi. Endi  $A$  nuqtadan  $A'B'$ ga parallel qilib to‘g‘ri chiziq o‘tkazilsa,  $ABK$  to‘g‘ri burchakli uch burchak va  $\alpha_1$  o‘tkir burchak hosil bo‘ladi (24-b, rasm).

**To‘g‘ri burchakning proyeksiyalishi.** Agar to‘g‘ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo‘lib, ikkinchi tomoni unga perpendikular bo‘lmasa, bu to‘g‘ri burchak tekislikka haqiqiy kattaligida proyeksiyalanadi.

25-rasmda umumiy vaziyatdagi  $AB$  to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyasi, ya’ni epyurasi berilgan, uning



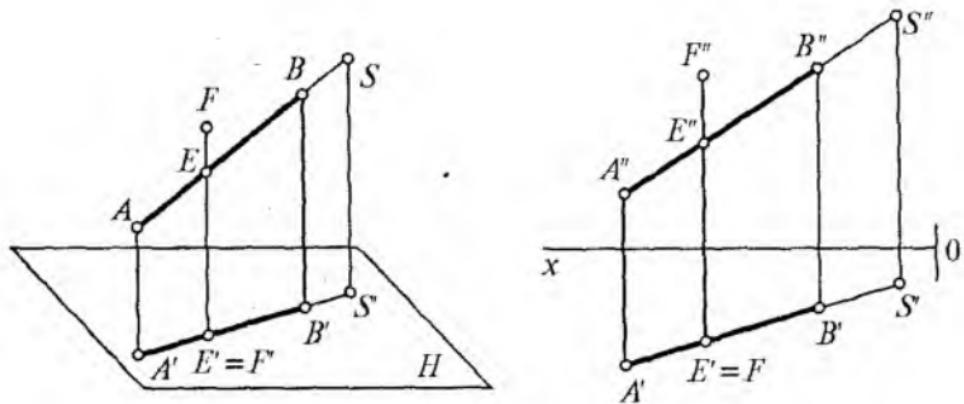
25-rasm.



26-rasm.

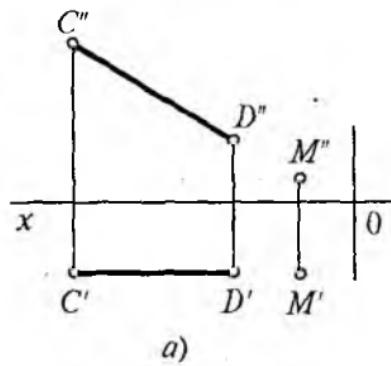
haqiqiy kattaligini topish talab qilinsin. Buning uchun  $A'$  nuqtadan  $OX$  o‘qiga parallel o‘tkazib  $A''B''K''$  uchburchak hosil qilinadi. Gorizontal  $A'B'$ ga perpendikular qilib  $B'$  nuqtadan to‘g‘ri chiziq chiqariladi.  $\Delta Z$  ( $B''B - B_xK$ ) məsofa o‘lchab qo‘yiladi va  $A'$  nuqta bilan tutashtilirildi, hosil bo‘lgan  $A'B_0$  chiziq  $AB$  to‘g‘ri chiziqning haqiqiy kattaligi hisoblanadi. Bunda  $\alpha$  burchak esa,  $AB$  to‘g‘ri chiziq bilan  $H$  tekislik orasidagi burchakdir. 26-rasmda  $CD$  to‘g‘ri chiziqning frontal va gorizontal tekisliklarda haqiqiy kattaligi ni topish ko‘rsatilgan. Profil tekislikda ham shunday usulda bajariladi.

**To‘g‘ri chiziqda yotuvchi va yotmagan nuqtalar.** Be-  
rilgan to‘g‘ri chiziq va nuqtaning ikki proyeksiyasi bo‘yicha  
ularning vaziyatini aniqlash mumkin.  $S$  nuqta  $AB$  to‘g‘ri  
chiziqda yotibdi, chunki  $AB$  to‘g‘ri chiziq davom ettirilsa  
 $S$  nuqtadan o‘tadi (27-a, rasm). Uning ikki proyeksiyasi  
ham to‘g‘ri chiziq proyeksiyalarida yotibdi.  $F$  nuqta to‘g‘ri  
chiziqda yotmaganligi uning bitta proyeksiyasida yotgani  
bilan ikkinchi proyeksiyasida yotmayapti, shuning uchun,  
 $F$  nuqta  $AB$  to‘g‘ri chiziqda emas (27-b, rasm). Demak,  
nuqta to‘g‘ri chiziqqa tegishli bo‘lishi uchun, uning ikkita  
proyeksiyasi ham to‘g‘ri chiziqning proyeksiyalarida yotishi  
shart.

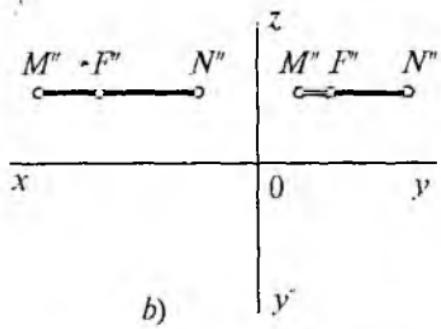


27-rasm.

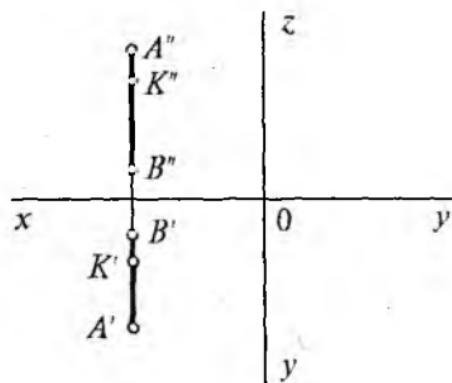
Topshiriqlarni bajaring: 28-rasmda berilgan nuqta to‘g‘ri chiziqda yotgan yoki yotmaganligini aniqlang.



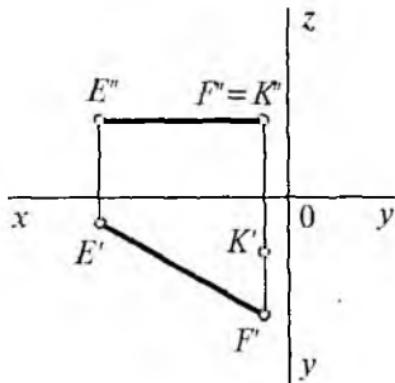
a)



b)

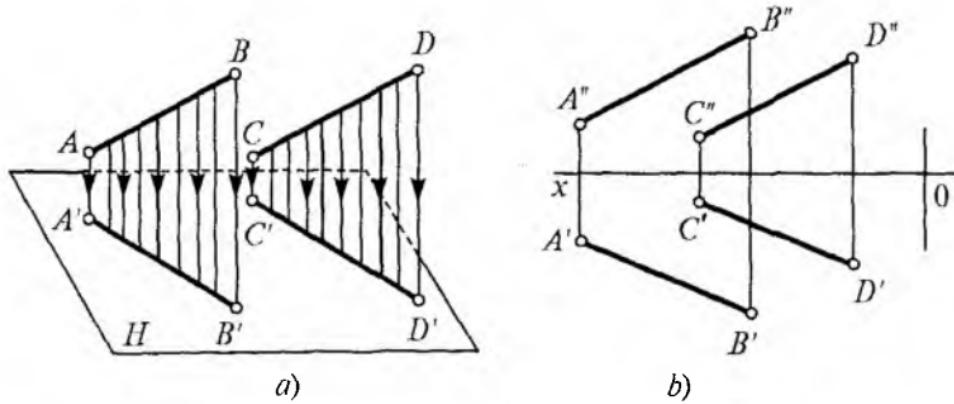


c)



d)

28-rasm.



29-rasm.

### 1.5. To‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro vaziyatlari

Ikki to‘g‘ri chiziq fazoda o‘zaro parallel, kesishuvchi yoki uchrashmas (ayqash) vaziyatlarda bo‘lishi mumkin.

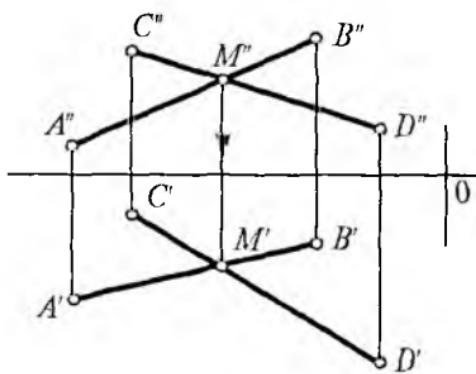
**Parallel to‘g‘ri chiziqlar.** Agar ikki to‘g‘ri chiziq bir tekislikka tegishli bo‘lib, ular umumiyoq nuqtaga ega bo‘lmasa parallel to‘g‘ri chiziqlar deyiladi.

Agar fazoda to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lsa, ularning bir tekislikdagi proyeksiyalari ham parallel bo‘ladi (29-a, b, rasmlar).

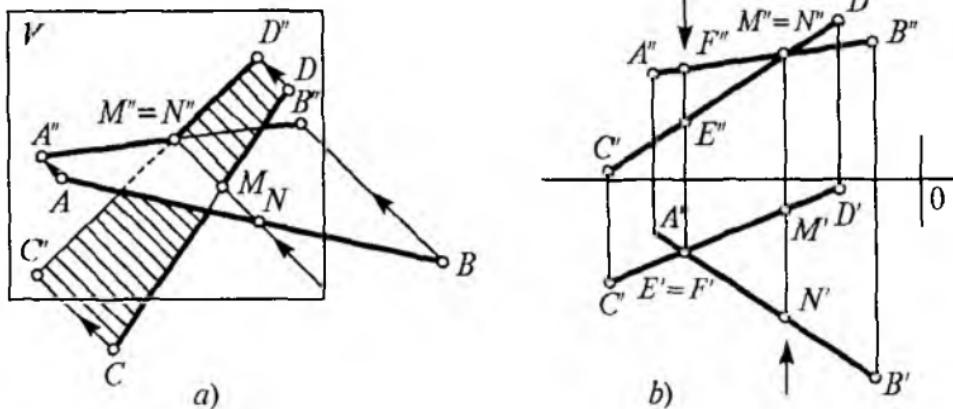
**Kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar.** Kesishuvchi to‘g‘ri chiziqlar o‘zaro umumiyoq nuqtaga ega bo‘ladi. Ular kesishgan nuqta proyeksiyalari bitta  $OX$  o‘qiga perpendikular bo‘lgan to‘g‘ri chiziqdada yotadi. 30-rasmida,  $AB$  va  $CD$  to‘g‘ri chiziq kesmalari berilgan, ularning kesishgan nuq-

tasi  $M'$  va  $M''$  lar bitta vertikal to‘g‘ri chiziqdada yotibdi, demak fazodagi  $AB$  va  $CD$  ikki to‘g‘ri chiziqlar o‘zaro kesishgan.

**Ayqash to‘g‘ri chiziqlar.** Ikki to‘g‘ri chiziq o‘zaro parallel bo‘lmasa yoki kesishmasa ular ayqash (uchrashmas) to‘g‘ri chiziqlar deyiladi. Ular bir tekislikda



30-rasm.



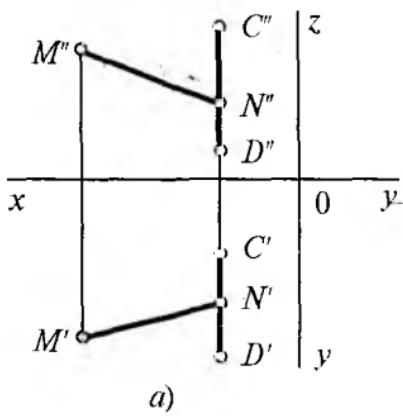
31-rasm.

yotmaydi. Geometrik shakllarning ko‘rinishliliginini *konkurent* nuqtalardan foydalanib aniqlanadi. Bitta proyeksiyalovchi nurda joylashgan nuqtalar konkurent nuqtalar deyiladi. Konkurent nuqtalardan foydalanib ikki to‘g‘ri chiziqning kesishgan yoki kesishmaganligi aniqlanadi.

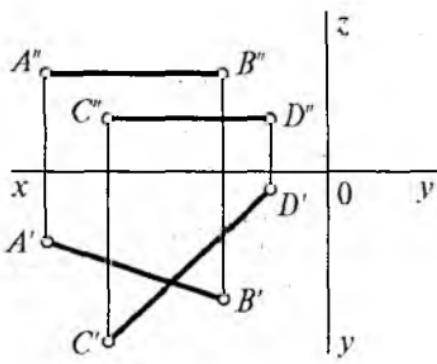
Agar ikki to‘g‘ri chiziq kesmalari proyeksiyalarining kesishgan nuqtalari bitta vertikal chizig‘ida yotmasa, demak to‘g‘ri chiziqlar ayqash, ya’ni kesishmagan to‘g‘ri chiziqlar hisoblanadi.

31-a, rasmda  $AB$  va  $CD$  ayqash to‘g‘ri chiziqlarining vaziyati yaqqol tasvirda ko‘rsatilgan, ikki chiziq kesishganday ko‘rinsa-da, lekin aslida kesishmagan,  $M$  va  $N$  nuqtalar ikkita chiziqdada yotibdi. Ular bitta proyeksiyalovchi nurda yotganligi uchun frontal  $M'$ ,  $N''$  proyeksiyalarini ustma-ust tushadi, go‘yoki kesishganday,  $MN$  nuqtalarining gorizontal proyeksiyalari ikki joyda proyeksiyalanadi.

Gorizontal proyeksiyadagi kesishgan nuqta frontal proyeksiyada ikki joyda ( $E$  va  $F$ ) yotibdi. 31-b, rasmdan shuni ko‘rish mumkinki,  $M'$  nuqta  $N'$  nuqtaga nisbatan frontal tekislikka yaqinroq joylashgan, demak proyeksiyalash tomonidan qaraladigan bo‘lsa, kuzatish nuqtasiga  $N'$  nuqta yaqinroq joylashgan, demak  $N$  nuqta ko‘rinadigan,  $M$  nuqta uning orqasida yotganligi sababli ko‘rinmas hisoblanadi. Xuddi shu kabi  $F$  nuqta ko‘rinadigan,  $E$  nuqta esa ko‘rinmaydigan nuqta deyiladi.



a)



b)

32-rasm.

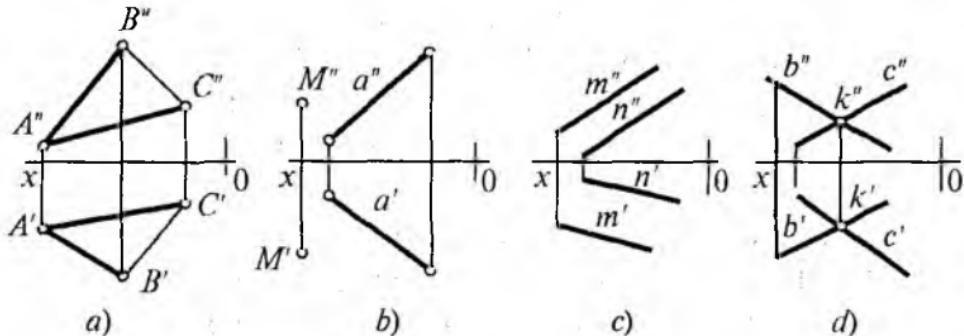
Topshiriqni bajaring: 32-a, b, rasmda berilgan to‘g‘ri chiziqlarning kesishmaganligini aniqlang.

## 2 - BOB. TEKISLIKNING ORTOGONAL PROYEKSIYALARI

### 2.1 Tekisliklar va ularning epyurda tasvirlanishi

Tekisliklar birinchi darajali algebraik tenglama bilan ifodalanganligi sababli, birinchi tartibli sirt hisoblanadi. Fazoda tekislikni cheksiz deb hisoblash mumkin, lekin epyurda tasvirlash uchun uning bir bo‘lagi (uchburchak, to‘rburchak, aylana va h.k.) shakllar bilan tasvirlash yetarli hisoblanadi. Demak, tekisliklar epyurda quyidagicha berilishi mumkin:

1. Bir to‘g‘ri chiziqda yotmagan uchta nuqta (A, B, C) orqali (33-a, rasm).



33-rasm.

2. Bir to‘g‘ri chiziq va unda yotmagan nuqta orqali (33-*b*, rasm).
  3. Ikki parallel to‘g‘ri chiziqlar orqali (33-*d*, rasm).
  4. Kesishgan ikki to‘g‘ri chiziqlar orqali (33-*e*, rasm).
- Bundan tashqari tekisliklar izlari bilan tasvirlanishi mumkin (34-rasm).

## 2.2. Tekislikning izlari

Tekislikning izi deb, fazoda berilgan tekislikning proyeksiya tekisliklari bilan kesishgan chizig‘iga aytiladi.

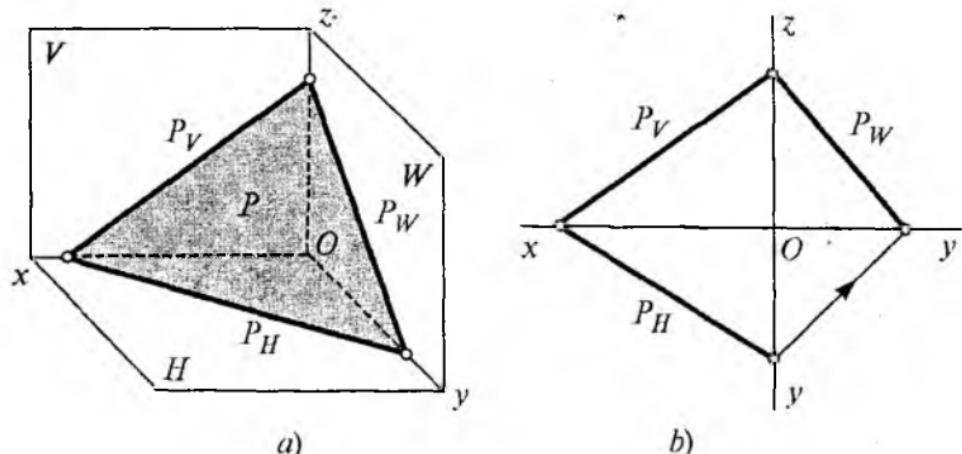
$P$  tekislik proyeksiya tekisliklari bilan kesishib  $P_V$ ,  $P_H$  va  $P_W$  izlari hosil bo‘ladi (34-*a*, *b*, rasm).

Bunda :

$P_H$  —  $P$  tekislikning gorizontal izi;

$P_V$  —  $P$  tekislikning frontal izi;

$P_W$  —  $P$  tekislikning profil izi.

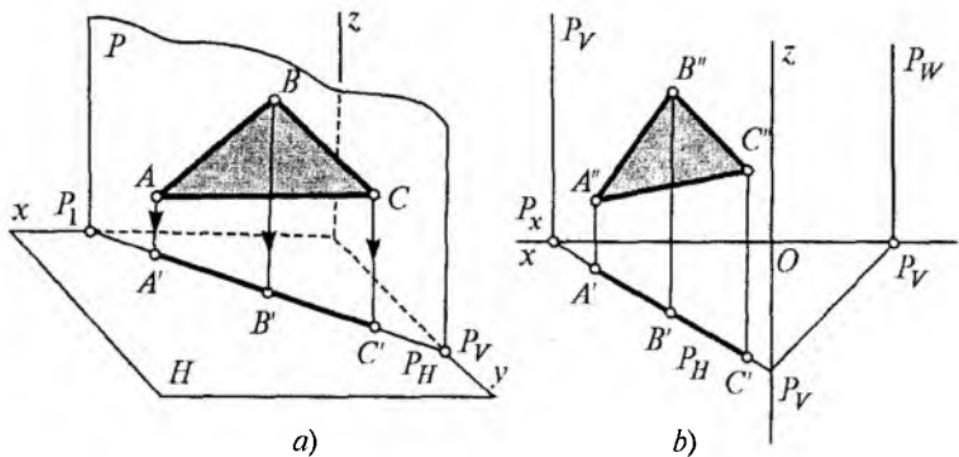


34-rasm.

## 2.3. Tekislikning proyeksiya tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

Tekisliklar fazoda berilishiga qarab, proyeksiya tekisliklariga nisbatan asosan ikki xil ko‘rinishda bo‘ladi:

- 1) umumiyl vaziyatda;
- 2) xususiy vaziyatda.



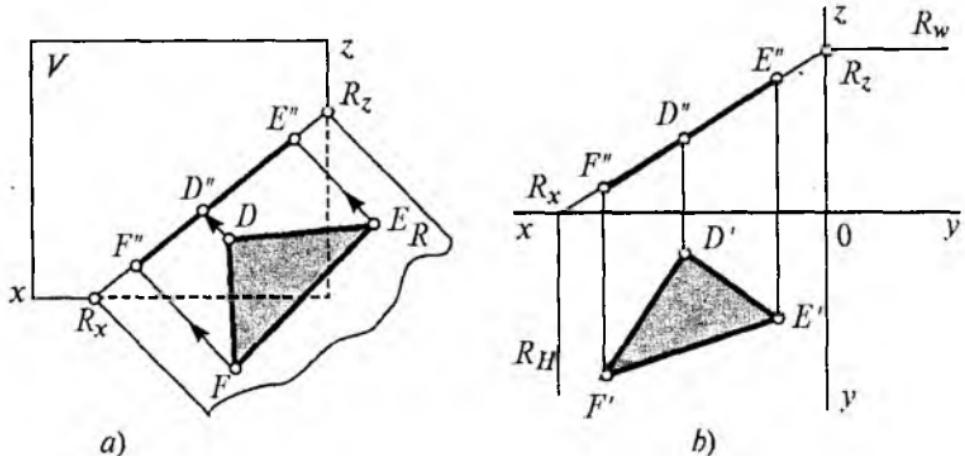
35-rasm.

**Umumiy vaziyatdagi tekislik.** Agar berilgan tekislik proyeysiya tekisliklaridan birontasiga ham parallel yoki perpendicular bo'lmasa, bunday tekislik umumiy vaziyatdagi tekislik deyiladi (34-rasm). Bunday tekislik proyeysiya tekisliklari bilan kesishadi va yuqorida aytilganidek izlari hosil bo'ladi.

Umumiy vaziyatda berilgan tekisliklarning proyeysiylari o'z haqiqiy kattaligida proyeksiyalanmaydi, doimo qisqarib proyeksiyalanadi.

**Xususiy vaziyatdagi tekislik.** Agar berilgan tekislik proyeysiya tekisliklariga perpendicular yoki parallel bo'lsa, xususiy vaziyatdagi tekislik deb yuritiladi. Berilgan tekislik proyeysiya tekisliklaridan birontasiga perpendicular bo'lsa, shu proyeysiya tekisligi nomi bilan proyeksiyalovchi tekislik deb yuritiladi. Masalan, berilgan  $P$  tekislik gorizontallikka ( $P \perp H$ ) perpendicular, demak  $P$  gorizontal proyeksiyalovchi tekislik deb ataladi va shu tekislikka to'g'ri chiziq holatida proyeksiyalanadi. Undagi yotgan barcha nuqta, to'g'ri chiziq va tekis shakllar shu tekislikning gorizontal izida yotadi (35-a, rasm). Epyurda 35-b, rasmda gidek tasvirlanadi.

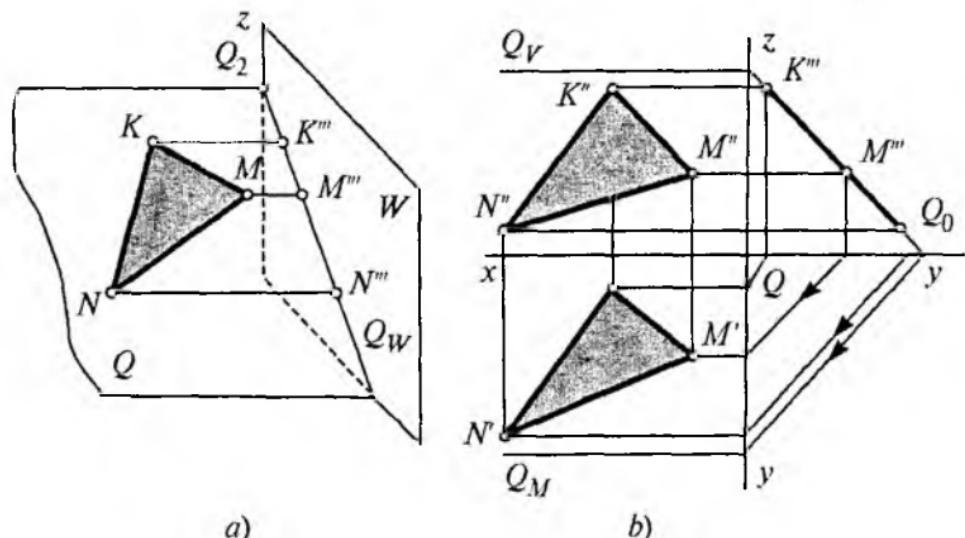
Xuddi shunday berilgan  $R$  tekislik frontal proyeysiya tekisligiga ( $R \perp V$ ) perpendicular bo'lsa, frontal proyeksiyalovchi tekislik deyiladi (36-a, rasm). 36-b, rasmda uning epyuri tasvirlangan.



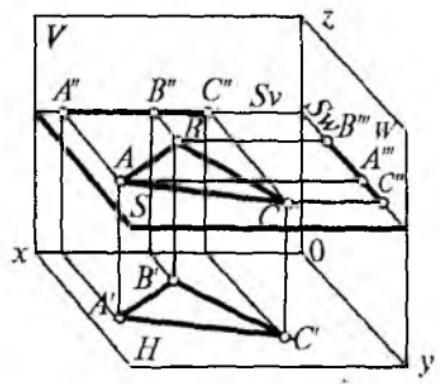
36-rasm.

Berilgan  $Q$  tekislik profil proyeksiya tekisligiga ( $Q \perp W$ ) perpendikular bo'lsa, profil proyeksiyalovchi tekislik deyladi (37-a, rasm). 37-b rasmida uning epyurasi tasvirlangan. Uchala proyeksiyalovchi tekislikda yotuvchi uchburchak ham proyeksiya tekislikka to'g'ri chiziq bo'lib proyeksiyalanadi.

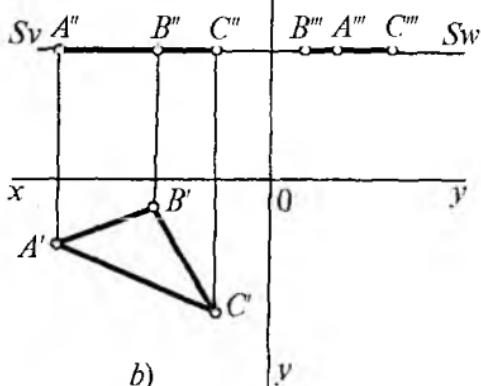
Agar berilgan tekislik bir vaqtning o'zida ikkita proyeksiya tekisligiga perpendikular bo'lsa, unda albatta uchinchi proyeksiya tekisligiga parallel bo'ladi va unda yotgan nuqta, to'g'ri chiziq yoki har xil shakllar (masalan,  $H//ABC$ )



37-rasm.

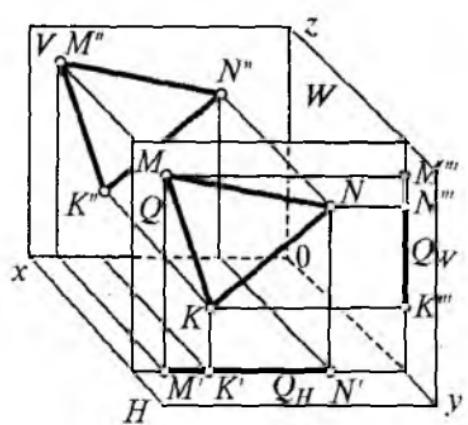


a)

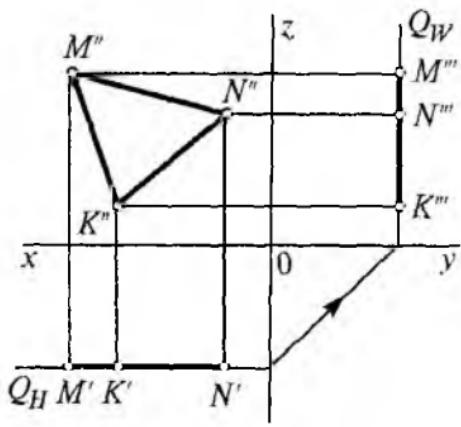


b)

38-rasm.

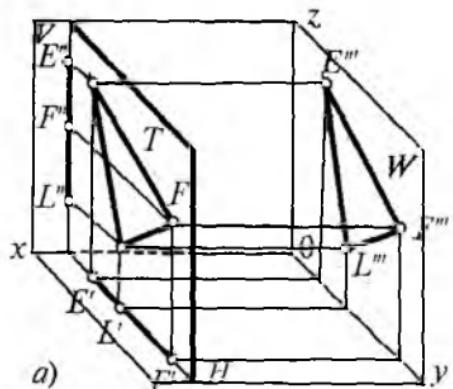


a)

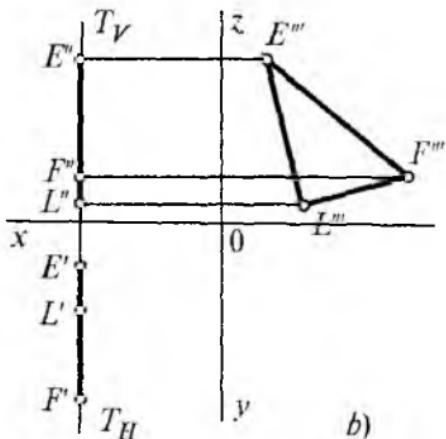


b)

39-rasm.



a)



b)

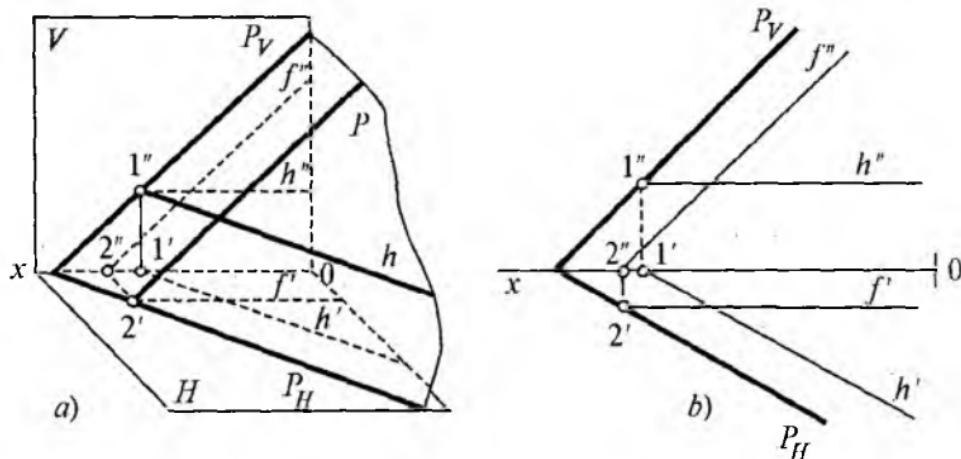
40-rasm.

parallel,  $H$  proyeksiya tekisligiga o‘z haqiqiy kattaligida proyeksiyalanadi (38-a, b, rasmlar). Shu bilan birga berilgan tekislik qaysi proyeksiya tekisligiga parallel bo‘lsa, shu tekislik nomi bilan, masalan, gorizontal tekislik (38-a, b, rasm), frontal tekislik (39-a, b, rasmlar), profil tekislik deb ataladi (40-a, b, rasmlar).

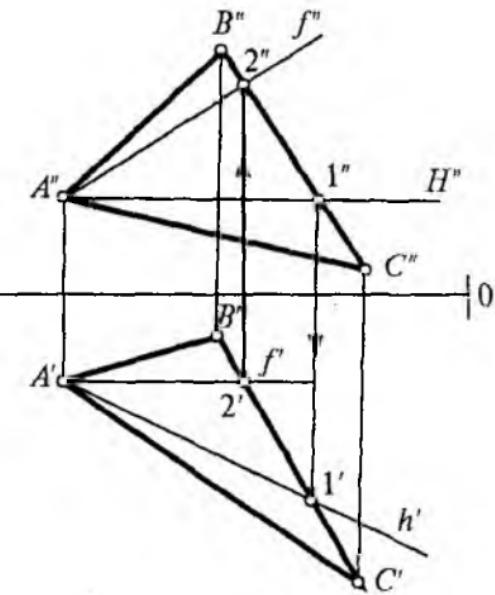
## 2.4 Tekislikning maxsus chiziqlari

Tekislik ustida yotuvchi har qanday to‘g‘ri chiziq proyeksiya tekisliklariga nisbatan umumiy yoki xususiy vaziyatda bo‘lishi mumkin. Berilgan tekislik ustida yotib, proyeksiya tekisliklaridan birortasiga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tekislikning maxsus chizig‘i deb yuritiladi. Tekislikning maxsus chiziqlari ichida gorizontal va frontal proyeksiya tekisliklariga parallel to‘g‘ri chiziqlar eng ko‘p qo‘llaniladi:  $h$  — tekislik gorizontali, ya’ni gorizontal tekislikka parallel chiziq, frontal proyeksiya tekisligiga parallel to‘g‘ri chiziq esa,  $f$  — tekislik frontali deyiladi (41-rasm).

42-rasmida  $ABC$  tekislikka tekislik gorizontali o‘tkazish ko‘rsatilgan. Buning uchun  $A''$  nuqtadan  $OX$  o‘qiga parallel  $h$  to‘g‘ri chiziq o‘tkaziladi, hosil bo‘lgan  $1''$  nuqtani gorizontal tekislikka proyeksiyalash natijasida  $1'$  nuqta hosil qilinadi va  $A'$  bilan tutashtiriladi. Bunda tekislik gori-



41-rasm.



42-rasm.

zontalining  $h'$  gorizontal proyeksiyasi hosil bo‘ladi, tekislik frontali  $f(A2)$  ham shu usulda bajariladi.

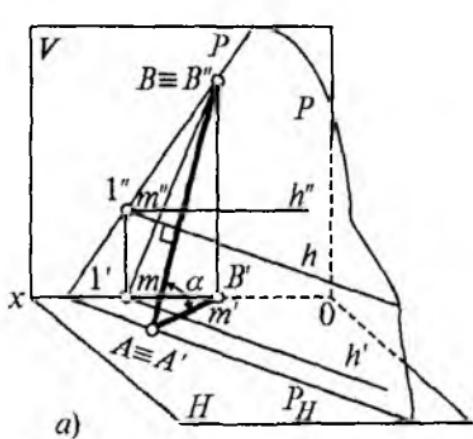
Tekislikda yotuvchi proyeksiya tekisliklariga parallel cheksiz chiziqlar o‘tkazish mumkin. Demak, cheksiz tekislik gorizontallari yoki frontalari o‘tkazish mumkin ekan.

Ko‘pgina geometrik masalalarni bajarishda tekislikning maxsus chiziqlari muhim ahamiyatga

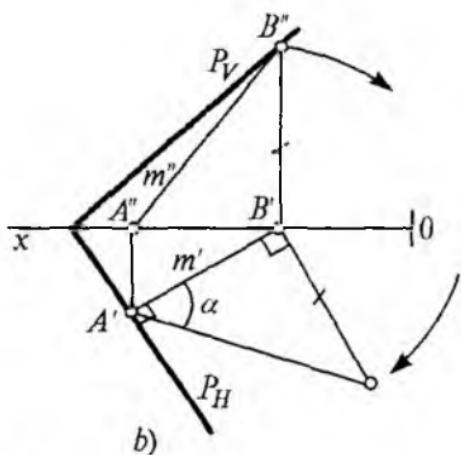
ega, bu chiziqlarsiz ayrim masalalarni yechib bo‘lmaydi.

**Tekislikning eng katta og‘ma chiziqlari.** Tekislik ustiда yotib, uning gorizontal yoki fontal izlariga perpendikular bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tekislikning eng katta og‘ma chiziq‘i deyiladi.

Tekislikning eng katta og‘ma chiziqlari uning gorizontal va frontal proyeksiya tekisliklariga nisbatan hosil qilgan og‘ish burchaklarini aniqlashga yordam beradi. Ikki tekislik orasidagi burchak chiziqli burchak bilan o‘lchanadi.



a)



b)

43-rasm.

Tekislikning gorizontall chiziqlariga nisbatan perpendikular joylashgan eng katta og'ma chiziqlarining gorizontal proyeksiyalari ularning gorizontal proyeksiyalariiga perpendikular bo'ladi. Frontal chiziqlarga nisbatan perpendikular joylashgan eng katta og'ma chiziqlarning frontal proyeksiyalari esa ularning frontal proyeksiyalariga perpendikular bo'ladi (43-a, rasm). 43-b, rasmida epyurasi tasvirlangan.

## 2.5 Tekisliklarning o'zaro vaziyatlari

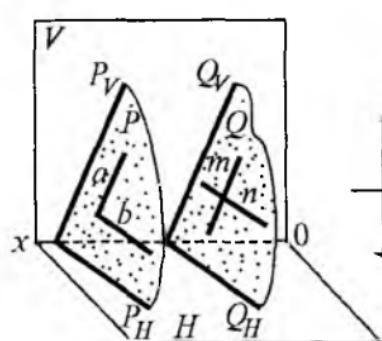
Tekisliklar qanday bo'lishidan qat'iy nazar ular o'zaro parallel, kesishgan bo'lishi mumkin.

**O'zaro parallel tekisliklar.** Agar birinchi tekislikda yotgan kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq, ikkinchi tekislikda yotgan kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, ikkala tekislik ham o'zaro parallel bo'ladi (44-rasm). 45-rasmida epyuri tasvirlangan.

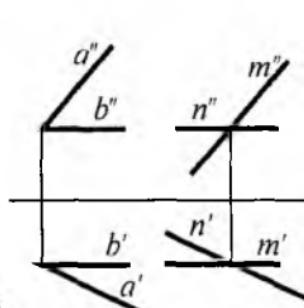
Agar tekisliklar parallel bo'lsa, ularning bir nomli izlari ham parallel bo'ladi (46-rasm).

Agar tekisliklar parallel bo'lmasa, albatta kesishadi va bitta umumiy chiziqqa ega bo'ladi.

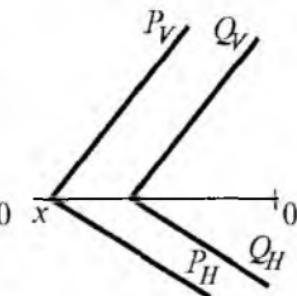
**Ikki tekislikning kesishuv chizig'i.** Har qanday ikkita tekisliklar kesishishi natijasida to'g'ri chiziq hosil bo'lishi geometriya kursidan ma'lum, ular ikki umumiy nuqtaga ega bo'ladi. Shuning uchun ikki tekisliklarning kesishgan



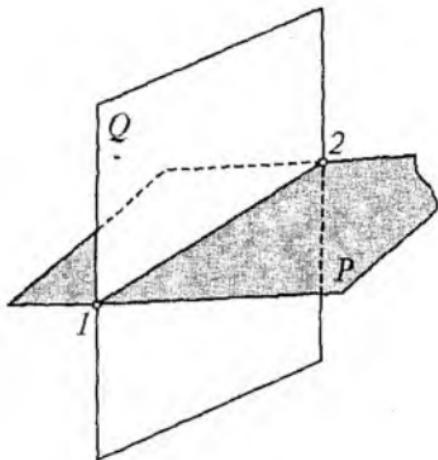
44-rasm.



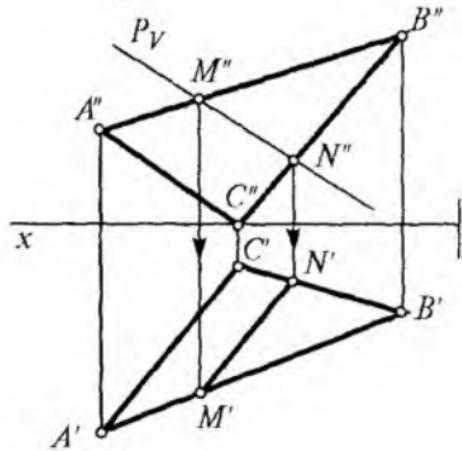
45-rasm.



46-rasm.



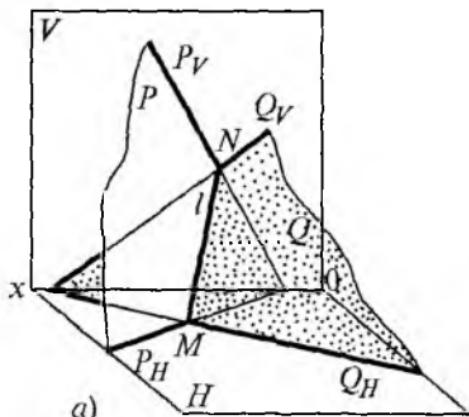
47-rasm.



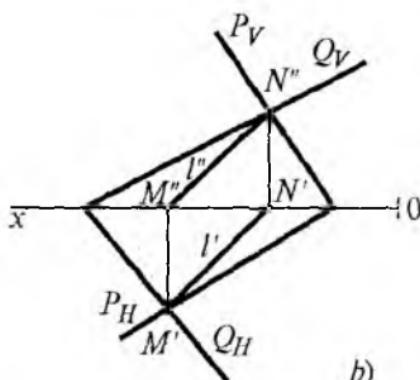
48-rasm.

nuqtasini topish kifoya, o‘z navbatida chiziq ikki nuqta orqali ifodalanadi (47-rasm).

$P$  frontal proyeksiyalovchi va  $ABC$  umumiyl vaziyatdagi tekisliklar berilgan, ularning kesishgan chizig‘ini topish talab qilinsin (48-rasm). Bunda  $P$  tekislik frontal proyeksiyalovchi bo‘lganligi sababli ularning kesishgan nuqtalari  $M''N''$  aniq ko‘rinib turibdi, ular gorizontall proyeksiya tekisligiga proyeksiyalansa  $M'N'$  nuqtalar hosil bo‘ladi, ular tutashtirilsa ikki tekislikning kesishgan chizig‘i hosil bo‘ladi. 49-rasmida  $Q$  umumiyl vaziyatdagi tekislik va  $P$  tekislik berilgan. Ularning kesishgan chizig‘ini topish kerak bo‘lsin.  $P$  tekisliklarning gorizontall tekislikdagi izi bilan



a)



b)

49-rasm.

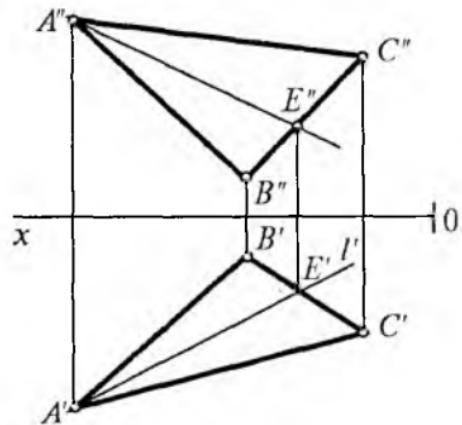
kesishgan nuqtalari  $M'N'$  topiladi va ularning frontal proyeksiyalari  $M''N''$  nuqtalar topiladi,  $MN$  to‘g‘ri chiziq ikki tekislikning kesishgan chizig‘i hisoblanadi.

## 2.6 Tekislik va to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari

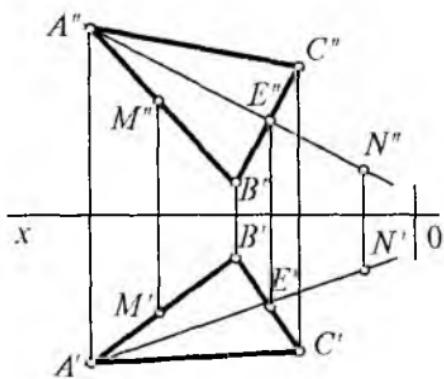
Geometriya kursidan ma’lumki, agar berilgan to‘g‘ri chiziqning ixtiyoriy ikki nuqtasi tekislikda yotsa, to‘g‘ri chiziq tekislikda yotibdi deb hisoblanadi. Uchburchak  $ABC$  tekislikning  $A$  va  $E$  nuqtalaridan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq shu tekislikda yotibdi. Chunki, to‘g‘ri chiziq uchburchak  $ABC$  tekislik bilan umumiyligi ikki nuqtaga ega (50-rasm).

Tekislikda yotuvchi to‘g‘ri chiziqning xar bir nuqtasi tekislikda yotibdi deb hisoblanadi. Masalan,  $M$  nuqta berilgan  $ABC$  uchburchak tekisligining  $AB$  tomonida yotibdi, buni  $M''$  va  $M'$  nuqtalar  $A''B''$  va  $A'B'$  to‘g‘ri chiziqdagi yotganligidan bilsa bo‘ladi (51-rasm).  $N$  nuqta ham  $ABC$  tekislikda yotgan  $AE$  to‘g‘ri chiziqdagi yotibdi, chunki  $N''$  va  $M'$  nuqtalar  $AE$  to‘g‘ri chizig‘ining bir nomli proyeksiyalarida yotibdi.

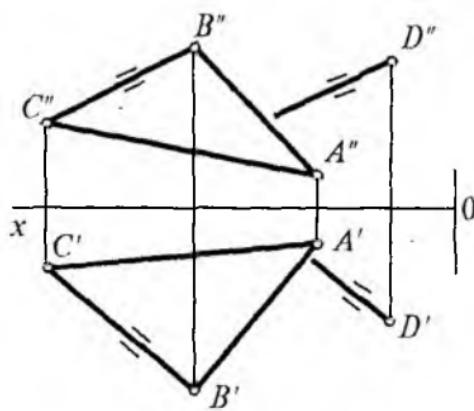
Agar fazodagi to‘g‘ri chiziq berilgan tekislikda yotuvchi bironta to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lsa, fazodagi to‘g‘ri chiziq tekislikka parallel hisoblanadi. Fazoda uchburchak  $ABC$  tekislik berilgan, unda yotmagan  $D$  nuqtadan tekislikka parallel chiziq o‘tkazish kerak bo‘lsin (52-rasm). Buning uchun  $D$  nuqtadan tekislikning  $BC$  tomoniga  $DE$  chi-



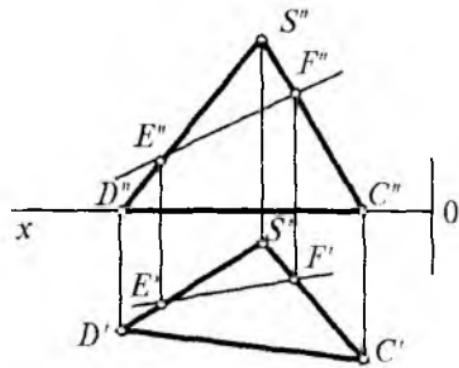
50-rasm.



51-rasm.



52-rasm.



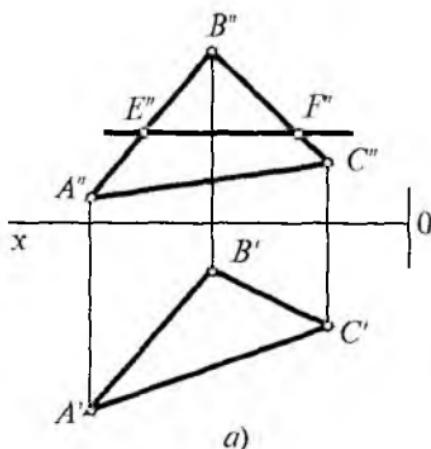
53-rasm.

ziq o'tkazilsa kifoya, demak tekislikka parallel to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

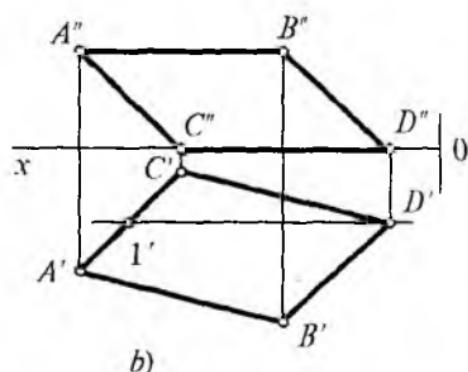
DSC uchburchak tekisligida yotuvchi  $EF$  to'g'ri chiziq o'tkazilsin. Buning uchun tekislikning  $D''S''C''$  frontal proyeksiyasidan xohlagan ikki nuqtasini kesib o'tuvchi  $E''F''$  to'g'ri chiziq o'tkaziladi (53-rasm). Bu nuqtalarning gorizontal  $E''F''$  proyeksiyalari topiladi, demak tekislikda yotuvchi to'g'ri chiziq o'tkaziladi.

Topshiriqlarni bajaring (54-a, b, rasmlar): tekislikka tegishli to'g'ri chiziqlarning yetishmagan proyeksiyasini toping.

**To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishuvi.** To'g'ri chiziqning proyeksiyalovchi tekislik bilan kesishgan nuqtasi-

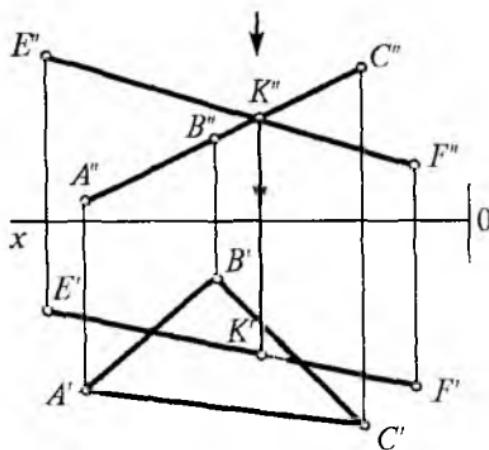


a)

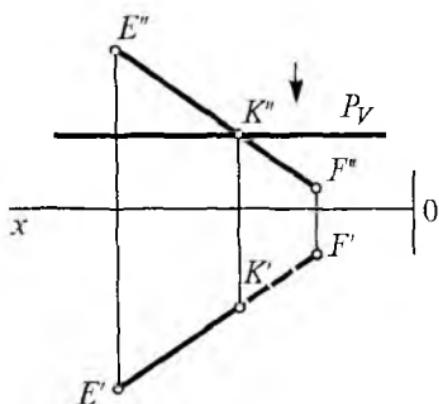


b)

54-rasm.



55-rasm.

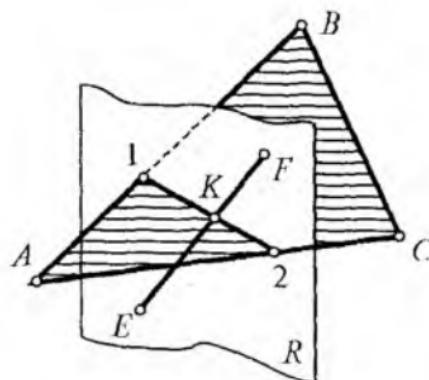


56-rasm.

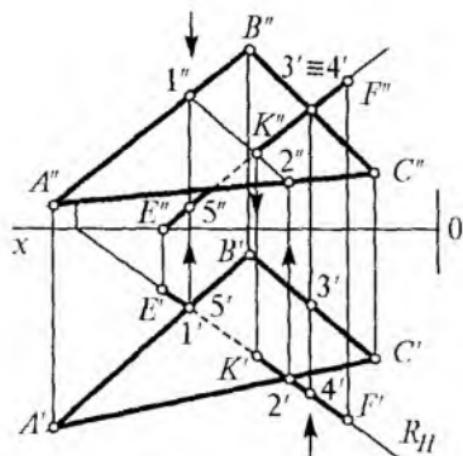
ni topish uchun to‘g‘ri chiziqning tekislik izi bilan kesishgan nuqtasini topib, uning ikkinchi tekislikdagi proyeksiyasini topish kerak bo‘ladi (55-rasm).  $ABC$  frontal proyeksiyalovchi tekislik bilan  $EF$  to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtasini topish ko‘rsatilgan. Ma’lumki, proyeksiyalovchi tekislikning izi to‘g‘ri chiziq bo‘ladi, undagi barcha nuqtalar iziga proyeksiyalanadi.  $ABC$  tekislikning frontal proyeksiyası  $A''B''C''$  ko‘rinib turibdiki, to‘g‘ri chiziq holatida, u bilan  $E''F''$  to‘g‘ri chiziq  $K''$  nuqtada kesishyapti, nuqtaning gorizontal proyeksiyasini topish uchun pastga proyeksiyalanadi. Proyeksiyalanuvchi nur  $E'F'$  to‘g‘ri chiziq bilan kesishgan nuqtasi  $K'$  topiladi. Bunda strelka bilan ko‘rsatilgan yuqori  $C''$  nuqta tomoni ko‘rinadigan  $F'$  pastda bo‘lganligi sababli ko‘rinmas hisoblanadi.

56-rasmda  $EF$  to‘g‘ri chiziq frontal proyeksiyalovchi yoki gorizontal  $P$  tekislik bilan kesishgan nuqtasini topish ko‘rsatilgan. Bunda ham yuqoridan strelka yo‘nalishida qaralsa  $K$  nuqtadan pastdagи  $F$  nuqta ko‘rinmas bo‘ladi.

**To‘g‘ri chiziqning umumiyligi vaziyatdagi tekislik bilan kesishgan nuqtasini topish.**  $EF$  to‘g‘ri chiziqning umumiyligi vaziyatdagi  $ABC$  tekislik bilan kesishgan nuqtasini topish uchun berilgan  $EF$  to‘g‘ri chiziq ustidan proyeksiyalovchi  $R$  tekislik o‘tkaziladi va berilgan  $ABC$  tekislik bilan kesishgan chizig‘i 1 2 topiladi. Bu (1 2) nuqtalar ikkita tekislik uchun ham umumiylidir (57-rasm).

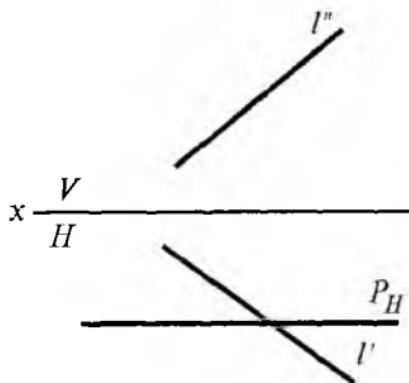


57-rasm.

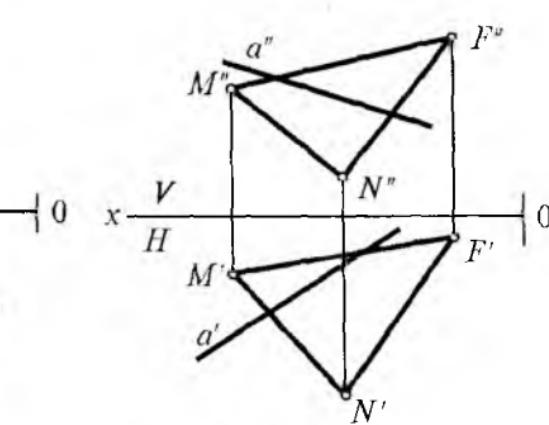


58-rasm.

Berilgan  $EF$  to‘g‘ri chiziq ustidan  $R$  tekislik o‘tkazilganligi sababli 1, 2 to‘g‘ri chiziq bilan  $EF$  to‘g‘ri chiziq  $K$  nuqtada kesishadi. Demak,  $EF$  to‘g‘ri chizig‘ining  $ABC$  tekislik bilan kesishgan nuqtasi  $K$ ,  $ABC$  tekislik uchun ham,  $EF$  to‘g‘ri chiziq ustidan o‘tkazilgan  $R$  tekislik uchun ham umumiyyidir. Endi, shu vaziyat epyurda qanday bajariлади (58-rasm)? Buning uchun  $EF$  to‘g‘ri chizig‘ining gorizontal proyeksiyasi  $E'F'$  bo‘yicha gorizontal proyeksiyalovchi  $R$  tekislikning gorizontal proyeksiyasi  $R_H$  o‘tkaziladi va  $1'2'$  nuqtalar hosil qilinadi. Bu nuqtalarning frontal proyeksiyaları  $1''2''$  topilib, ular tutashtirilsa,  $E'F'$  to‘g‘ri chiziq bilan  $K''$  nuqtada kesishadi. Endi  $K$  nuqtaning gorizontal proyeksiyasi  $K'$  topiladi. Demak, tekislik va to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtasi topildi. Endi ularning ko‘rinar va ko‘rinmas tomonlarini aniqlash kerak, buning uchun  $E''F''$  va tekislik tomoni  $B''C''$  larning kesishgan  $3''=4''$  nuqtalari topiladi. Pastdan strelka yo‘nalishi bo‘yicha qaralsa, frontal tekislikka nisbatan 4 nuqta 3 nuqtadan uzoqda joylashgan, demak 4 nuqta ko‘rinadigan, 3 nuqta esa ko‘rinmaydigan bo‘ladi. Xuddi shu usulda  $1'5'$  nuqtalar ham aniqlanadi, ya’ni  $1''$  nuqta yuqorida,  $5''$  nuqta pastda joylashganligi sababli 1 nuqta ko‘rinadigan, 5 nuqta ko‘rinmaydigan bo‘ladi. Bundan ko‘rinib turibdiki,  $EF$  to‘g‘ri chizig‘ining  $F$  dan  $K$  nuqtagacha qismi ko‘rinadi,  $K$  nuq-



59-rasm.



60-rasm.

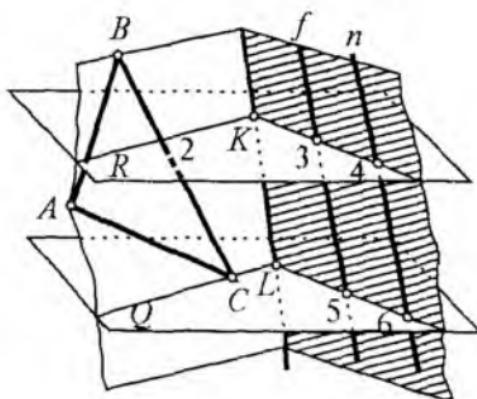
tadan \$E\$ nuqtagacha qismi ko‘rinmaydigan bo‘ladi va shtrix chiziq bilan tasvirlanadi.

**Topshiriqni bajaring:**

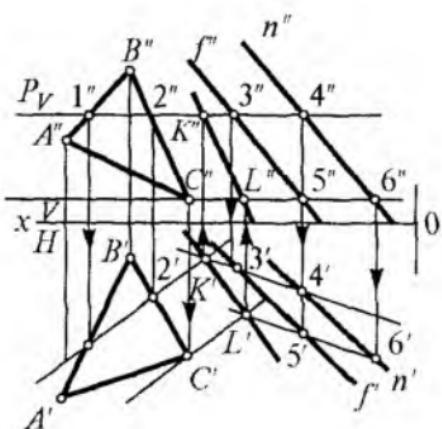
59-rasmda \$P\$ tekislik bilan \$l\$ to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtasini toping.

60-rasmda berilgan \$NMF\$ tekislik bilan \$a\$ to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtasini toping.

**Ikkita umumiy vaziyatdagi tekisliklarning o‘zaro kesishgan chizig‘ini topish.** Ikki umumiy vaziyatdagi tekisliklarning o‘zaro kesishgan chizig‘ini topish uchun yordamchi proyeksiyalovchi tekisliklar o‘tkazish usulidan foydalilaniladi. Buni osonroq tushuntirish uchun yaqqol tasvirda ifodalash maqsadga muvofiq bo‘ladi (61-a, rasm). Bunda, uchburchak \$ABC\$ va \$f\$ va \$n\$ parallel to‘g‘ri chiziqlar orqali ikkita umumiy vaziyatdagi tekisliklar berilgan. \$ABC\$ tekisliklarning kesishgan chizig‘ini topish uchun yordamchi frontal proyeksiyalovchi \$R\$ tekislik o‘tkaziladi, natiжada \$ABC\$ tekislik bilan 1 va 2 nuqtalarda kesishadi, ikkinchi (\$f//n\$) tekislik esa 3 va 4 nuqtalarda kesishadi. Hosil bo‘lgan 1, 2 va 3, 4 nuqtalar tutashtirilsa, ularning kesishgan nuqtasi \$K\$ topiladi. Endi \$R\$ tekislikka parallel \$Q\$ tekislik o‘tkaziladi va yuqorida ko‘rsatilgani kabi berilgan tekislik bilan kesishgan chiziqlarning kesishgan \$L\$ nuqtasi topiladi. Topilgan \$K\$ va \$L\$ nuqtalar tutashtirilsa, berilgan



a)



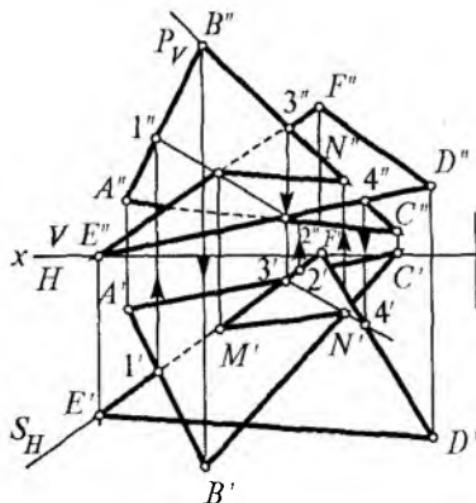
b)

61-rasm.

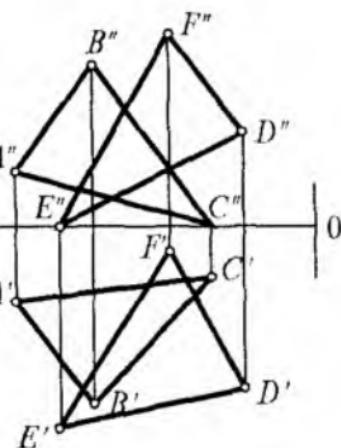
( $ABC$  va  $f//n$ ) tekisliklarning kesishgan chizig'i hosil bo'ladi. Bu masala epyurda quyidagicha bajariladi.

61-b, rasmida yordamchi frontal proyeksiyalovchi  $R$  va  $Q$  frontal izlari bilan ( $R_v$ ,  $Q_v$ ) tasvirlanganligi uchun ikkala tekislik o'zaro parallel to'g'ri chiziq holatida proyeksiyalanyapti.  $R$  proyeksiyalovchi tekislikning izi  $R_v$ , berilgan tekisliklarning frontal proyeksiyasi  $A''B''C''$  va ( $f'//n'$ ) proyeksiyalari bilan  $1''2''3''4''$  nuqtalarda kesishadi, o'z navbatida bu nuqtalarning gorizontal  $1'2'3'4'$  proyeksiyalari topiladi. Bu chiziqlar tekisliklarning kesishgan chiziqlari hisoblanadi. Ana shu  $1'2'$  nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq,  $3'4'$  nuqtalardan o'tuvchi chiziq bilan kesishib  $K$  nuqtani hosil qiladi.

Endi  $Q$  proyeksiyalovchi tekislikning  $Q_v$  izi, berilgan tekislikning frontal proyeksiyalari  $A''B''C''$  va ( $f'//n'$ )lar bilan  $C''$  va  $5''$  nuqtalarda kesishyapti. Yuqoridagi usul bilan  $C'$  va  $5'$  nuqtalar aniqlanadi va  $C'$  dan  $1'2'$  to'g'ri chiziqqa,  $5'$  nuqtadan esa  $3'4'$  to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi va ular kesishib  $L$  nuqtani hosil qiladi.  $L'$  nuqta  $K'$  nuqta bilan tutashtiriladi, bu  $K'L'$  to'g'ri chiziq  $ABC$  va ( $f//n$ ) tekisliklar kesishgan chizig'inining gorizontal proyeksiyasidir. Endi bu nuqtalarning frontal proyeksiyasi  $K''$  va  $L''$  nuqtalar topilib birlashtiriladi, bu  $K''L''$  to'g'ri chiziq ikki tekislik kesishgan chizig'inining frontal proyeksiyasidir. Shunday qilib berilgan  $ABC$  va ( $f'//n'$ )



62-rasm.



63-rasm.

tekisliklari kesishgan chizig‘ining frontal proyeksiyasi  $K''L''$ , gorizontal proyeksiyasi  $K'L'$  lar aniqlanadi.

Epyurda uchburchak tekisliklar berilgan, birinchisining bir qirrasi ikkinchisining tomonini kesib o’tgan nuqtasi topiladi va ikkinchi tekislik qirrasining birinchi tekislik tomoni bilan kesishgan nuqtasi topiladi va ular tutash-tiriladi.

62-rasmda ana shunday  $ABC$  va  $EFD$  uchburchak tekisliklarining kesishgan chizig‘ini topish ko‘rsatilgan. Bunda uchburchak  $EFD$  tekislikning gorizontal proyeksiyasi-dagi  $E'F'$  tomoni bo‘yicha gorizontal proyeksiyalovchi tekislik izi  $S_H$  o’tkazildi. Bu  $A'B'$  chiziqni  $1'$  nuqtada  $A'C'$  chiziqni esa  $2'$  nuqtada kesib o’tyapti,  $1'$ ,  $2'$  nuqtalarning frontal proyeksiyalari  $1''2''$  nuqtalar topiladi va ular tutash-tiriladi. Ana shu  $1''2''$  to‘g‘ri chiziq  $EFD$  tekislikning  $E''F''$  qirrasi bilan kesishib  $M''$  nuqtani hosil qiladi.

Endi  $ABC$  tekislikning  $B''C''$  qirrasi bo‘yicha  $P$  frontal proyeksiyalari tekislikning  $P_V$  izi o’tkaziladi. Bu tekislik izi  $EFD$  tekislikning  $E''F''$  qirrasi bilan  $3''$  nuqtada,  $E''D''$  qirrasi bilan esa  $4''$  nuqtada kesishadi. Bu nuqtalarning gorizontal  $3'4'$  nuqtalari topiladi va tutashtiriladi. Bu  $3'4'$  to‘g‘ri chiziq  $B'C'$  qirra bilan  $N'$  nuqtada kesishadi, uning frontal  $N''$  nuqtasi topiladi. Endi bir xil shtrixli nuqtalar

$M''$  bilan  $N''$  va  $M'$  bilan  $N'$  tutashtiriladi. Demak  $ABC$  va  $EFD$  tekisliklarning kesishgan chizig'i  $MN$  to'g'ri chizig'i ekan. Ularning ko'rinar-ko'rinnmasligini topish o'tgan mavzularda bajarilganidek topiladi, ya'ni 5, 6 nuqtalar gorizontalliy proyeksiyada ustma-ust tushyapti. 5" nuqta yuqorida bo'lganligi sababli 5 nuqta yotgan  $B'N'$  qirra ko'rindigan 6 nuqta yotgan  $ED$  qirra ko'rinnmaydigan hisoblanadi. 4, 7 nuqtalar ham xuddi shu usulda topiladi.

Topshiriqni bajaring: 63-rasmida berilgan ikki tekislikning o'zaro kesishgan chizig'ini yasang.

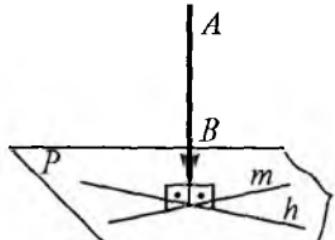
**To'g'ri chiziq bilan tekislikning o'zaro perpendikularligi.** Elementar geometriyadan ma'lumki, agar to'g'ri chiziq tekisikda yotgan kamida ikkita kesishgan to'g'ri chiziqlarga perpendikular bo'lsa, berilgan to'g'ri chiziq tekislikka perpendikular hisoblanadi. Bu perpendikular to'g'ri chiziq orqali cheksiz tekisliklar o'tkazish mumkin.

64-rasmida ko'rsatilganidek,  $P$  tekislikka  $AB$  to'g'ri chiziq perpendikular bo'lishi uchun unda yotuvchi kesish-

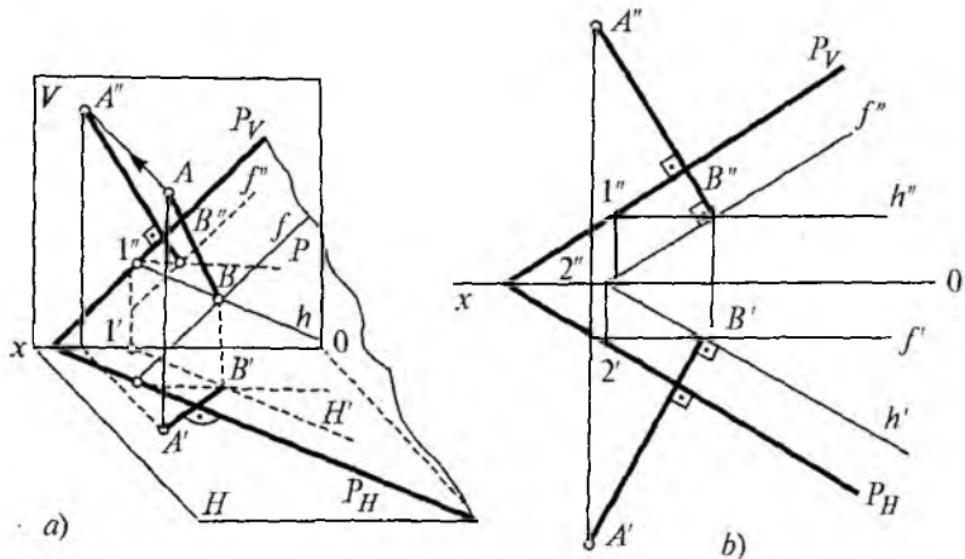
gan ikki ( $m \cap n$ ) to'g'ri chiziqlarga perpendikular bo'lishi kerak.

65-a, rasmida  $P$  tekislik va unga perpendikular  $AB$  to'g'ri chiziqning yaqqol tasviri berilgan. Bunda  $AB$  to'g'ri chiziqning  $B$  nuqtasidan tekislikning maxsus chiziqlari  $h$  va  $f$  o'tkaziladi.

$AB$  to'g'ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi  $A'B'$  tekislik gorizontallining gorizontal  $h'$  proyeksiyasiga perpendikular bo'ladi. Frontal  $A''B''$  proyeksiyasi esa tekislik frontal frontal  $f''$  proyeksiyasiga perpendikular bo'ladi. Bundan quyidagi qoida kelib chiqadi. Agar to'g'ri chiziq tekislikka perpendikular bo'lsa, bu chiziqning gorizontal proyeksiyasi tekislik gorizontallining gorizontal proyeksiyasi va gorizontal iziga, frontal proyeksiyasi esa tekislik frontallining frontal proyeksiyasiga va frontal iziga perpendikular bo'ladi. 65-b, rasmdagi epyurasida  $A'$  dan  $h'$  ga perpendikular,  $A''$  dan  $f''$  ga



64-rasm.

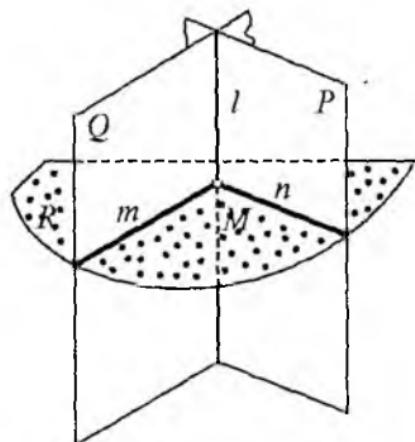


65-rasm.

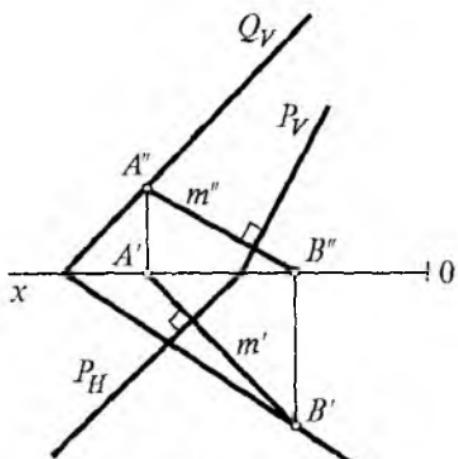
perpendikular o'tkazilgan. Demak, tekislikka tushirilgan perpendikular uning izlariga ham perpendikular bo'ladi. ( $A''B'' \perp P_V$ ,  $A'B' \perp P_H$ )

## 2.7. O'zaro perpendikular tekisliklar yasash

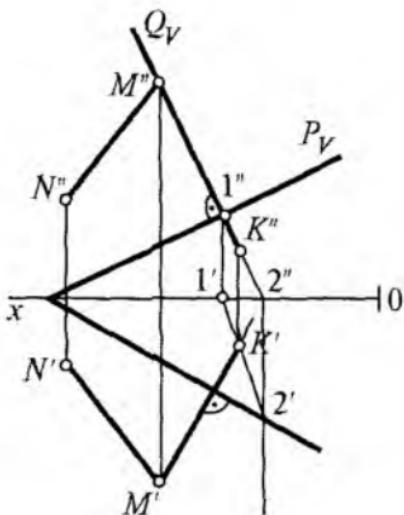
Ikki tekislikning bir-biriga nisbatan perpendikularlik shartini quyidagicha ta'riflash mumkin: Agar biror tekislik ikkinchi tekislikka perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziq



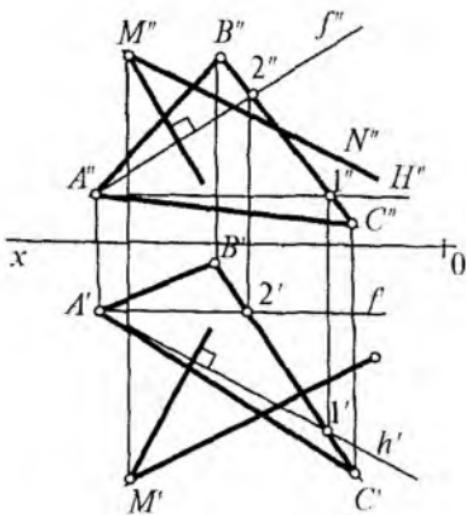
a)



66-rasm.



67-rasm.



68-rasm.

orqali o'tsa, bu tekisliklrl o'zaro perpendikular bo'ladi. Bundan quyidagi xulosaga kelish mumkin: tekislikka tegishli to'g'ri chiziqa perpendikular bo'lgan har qanday tekislik mazkur tekislikning o'ziga ham perpendikular bo'ladi (66-a, rasm). 66-b, rasmda  $P(P_H, P_V)$  tekislikka perpendikular va  $O_x$  nuqtadan o'tuvchi  $Q$  tekislik izlari bilan o'tkazish ko'rsatilgan. Bunda  $P$  tekislikka perpendikular ixtiyoriy  $m$  chiziq o'tkazilib,  $A''B''$  va  $A'B'$  nuqtalar topiladi. Izlangan  $Q$  tekislikning  $Qn$  izini  $Qx$ ,  $B'$  nuqtalardan,  $Qv$  izini esa  $QxA''$  nuqtalardan o'tkaziladi. Natijada  $P \cap Q$  bo'ladi. 67-rasmida  $MN$  to'g'ri chiziq orqali  $P$  tekislikka perpendikular tekislik yasash ko'rsatilgan. Buning uchun  $M''$  nuqtadan  $P_V$  iziga,  $M'$  nuqtadan esa  $P_H$  ga perpendikular tushirilsa kifoya, unda tushirilgan perpendikular bilan tekislik kesishgan  $K$  nuqtasining proyeksiyasini topiladi. Keyin  $MN$  to'g'ri chiziqning  $P$  tekislik bilan kesishgan 1 va 2 nuqtasi topilib tutashtirilsa, o'zaro perpendikular  $P$  va  $Q$  ( $ABC$ ) tekisliklarning kesishgan (12) chizig'i hosil bo'ladi.

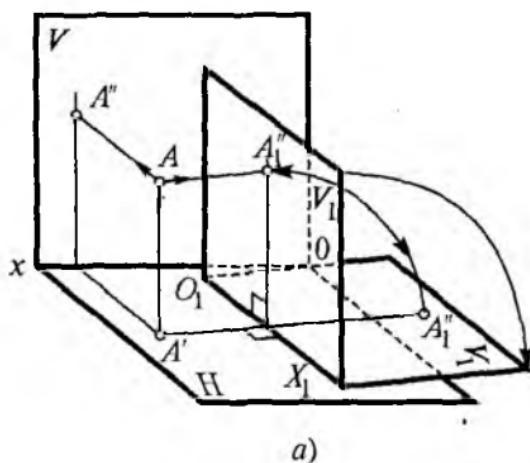
$ABC$  tekislik va  $MN$  to'g'ri chiziq berilgan,  $MN$  to'g'ri chiziqdan  $ABC$  tekislikka perpendikular tekislik yasash talab qilinsin. Buning uchun  $ABC$  tekislikning maxsus chiziqlariga  $MN$  to'g'ri chiziqning biron nuqtasidan, masalan  $M$  dan perpendikular tushiriladi (68-rasm).

Epyurlarni qayta tuzishdan maqsad ayrim masalalarini oddiy usulda bajarish proyeksiya tekisliklarida qiyinlashib qoladi. Shuning uchun berilgan geometrik elementlar (to‘g‘ri chiziq kesmasi, to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak, tekis shakllar va h.k.) ga nisbatan proyeksiya tekisliklarini qulay vaziyatga keltirib olish masala yechishni ancha osonlashtiradi. Shuning uchun ko‘p hollarda tekisliklarni almashtirish usuli qo‘llaniladi.

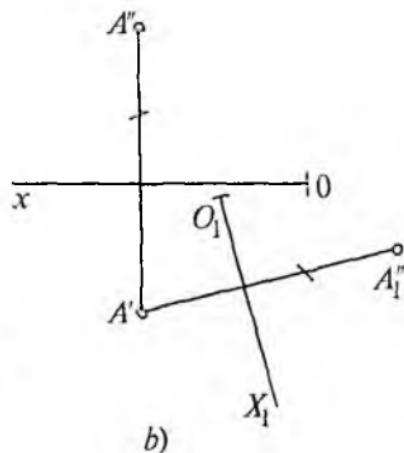
Chizmalarni qayta tuzish asosan ikki xil usulda bajariladi. Birinchi usul — qo‘sishmcha proyeksiya tekisliklarini kiritib, geometrik elementlarning vaziyatini o‘zgartirmasdan almashtirishdir. Ikkinci usul — proyeksiya tekisliklari ni o‘zgartirmasdan chizma elementlarini qulay vaziyatga keltirishdir. Bunga aylantirish, tekis harakat usuli, jipslashirish usuli va h.k.lar misol bo‘la oladi.

### 3.1. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli

Proyeksiyalar tekisligini almashtirishning asl maqsad va mazmuni shundan iboratki, proyeksiyalash, asosiy proyeksiya tekisliklari qolib boshqa yangi proyeksiya tekisliklariga o‘tadi. Unda barcha proyeksiyalash qonuniyatlari masofa, perpendikularlik, parallellik xossalari



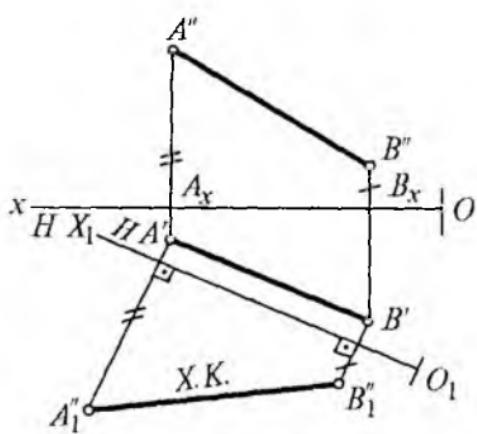
69-rasm.



saqlanib qolinadi. Kiritilayotgan yangi proyeksiya tekisligi, V yoki H tekisliklariga perpendikular qilib olinishi kerak. Yangi tekislikning qanday vaziyatda olinishi masalaning shartiga qarab bajariladi. Bu usulni osonroq tushunish uchun chizmani yaqqol tasvirda bajarish maqsadga muvofiqdir. 69-rasmida  $A$  nuqtaning  $V_1$  tekislikdagi proyeksiyasini yasash uchun berilgan nuqtadan mazkur tekislikka perpendikular o'tkazib, ya'ni frontal proyeksiyasi  $A''$  topiladi. Bunda  $A''$  dan  $OY$  o'qigacha bo'lган, masofa  $A''$  dan  $O_1X_1$  gacha bo'lган masofaga teng ekanligini ko'rishi mumkin, ya'ni  $A''A_{x_1} = A''A_x$ .

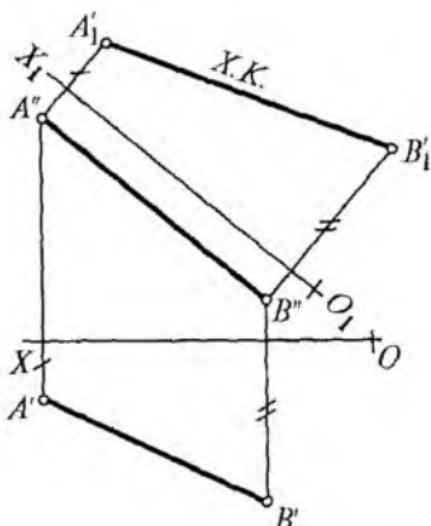
Bu masalani epyurda yasash uchun yangi proyeksiya tekisligi ( $V_1$ ) ni  $O_1X_1$  o‘q bo‘yicha  $H$  tekislikka jipslash-tiriladi. A nuqtadan  $O_1X_1$  ga perpendikular tushirib, uning davomiga  $A''A_x$  masofa o‘lchab,  $A''$  nuqta topiladi, bu  $A$  nuqtaning yangi proyeksiyasi hisoblanadi (69-*b*, rasm). 70-rasmida  $AB$  to‘g‘ri chiziqqa parallel qilib  $V_1$  tekislik, ya’ni  $O_1X_1$  o‘q olindi va unga perpendikular qilib  $A'$  va  $B'$  nuqtalar proyeksiyalanadi,  $A'$  dan chiqarilgan perpendikular chiziqqa  $A''A_x$  masofa,  $B'$  dan chiqarilgan chiziqqa esa  $B''B_x$  masofa o‘lchab qo‘yildi. Hosil bo‘lgan  $A''B''$  nuqtalarni tutashtirilsa,  $AB$  to‘g‘ri chiziqning yangi proyeksiyasi, ya’ni haqiqiy kattaligi hosil bo‘ladi.

Frontal proyeksiya tekisliklarida ham xuddi shunday bajariladi (71-rasm). Frontal proyeksiyalovchi *DCE* tekislik berilgan, uning haqiqiy kattaligini tekislikni almash-

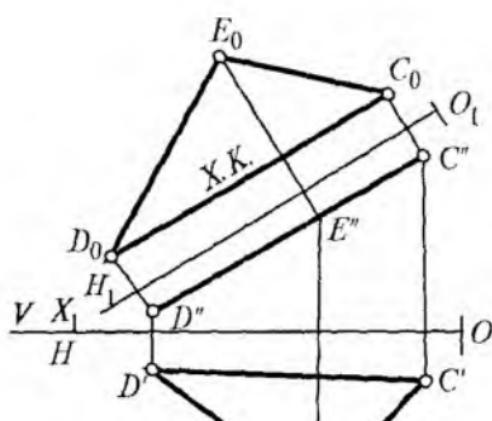


70-rasm-

tirish usulida topish talab qilinsin (72-rasm). Uch-burchak *DCE* tekislik frontal proyeksiyalovchi bo‘lganligi sababli uning frontal proyeksiyasi *D''C''E''* to‘g‘ri chiziq bo‘lib proyeksiyalanadi. Uning haqiqiy kattaligini tekislikni almash-tirish usuli bilan topish uchun yangi *H<sub>1</sub>* tekisligini *D''C''E''* ga parallel qilib



71-rasm.

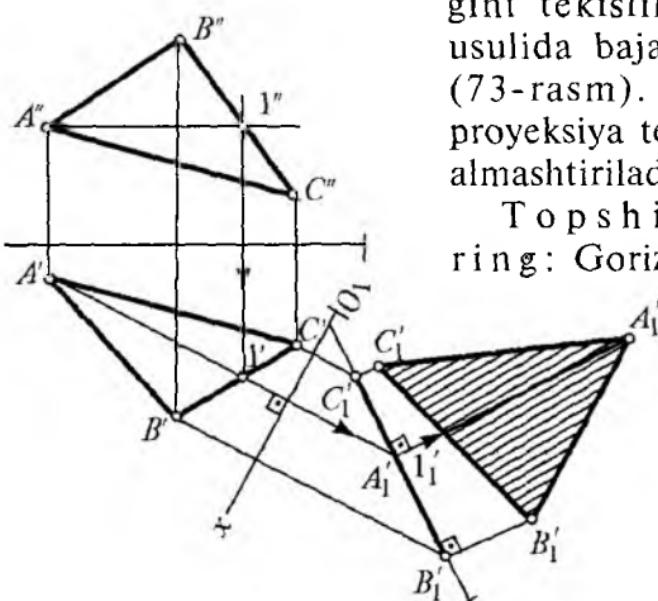


72-rasm.

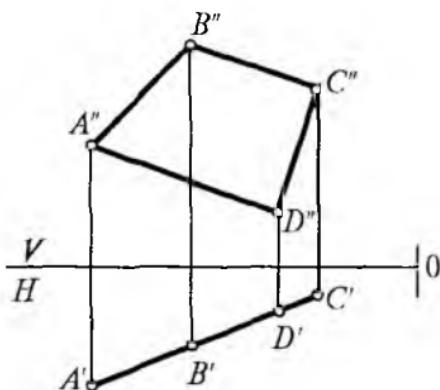
o'tkaziladi, ya'ni  $C''E''//H_1$ , bunda  $O_1X_1$  o'qi  $D''C''E''$ ga parallel qilib chiziladi va tekislikning har bir uchidan  $O_1X_1$  o'qqa perpendikular qilib proyeksiya chiziqlari o'tkaziladi. Shu chiziqlarga  $OX$  o'qidan  $D''C''$  va  $E''$  masofalar o'lchanib olib,  $O_1X_1$  o'qidan perpendikular chiziqlarga o'lchanib qo'yiladi. Unda  $D_0$ ,  $C_0$ ,  $E_0$  nuqtalar hosil bo'ladi, ular o'zaro tutashtirilsa tekislikning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi.

Umumiy vaziyatdagi  $ABC$  tekislikning haqiqiy kattaligini tekislikni almashtirish usulida bajarish ko'rsatilgan (73-rasm). Buning uchun proyeksiya tekisligi ikki marta almashtiriladi

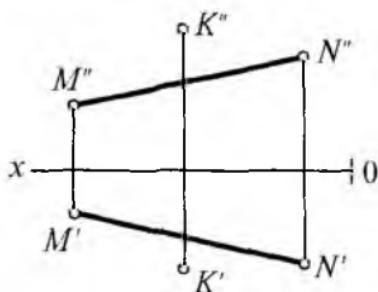
**Topshiriqni bajaring:** Gorizontal proyeksiya-



73-rasm.



74-rasm.



75-rasm.

lovchi to‘rtburchak  $ABCD$  berilgan, uning haqiqiy kattaligini tekislikni almashtirish usuli bilan topping (74-rasm).

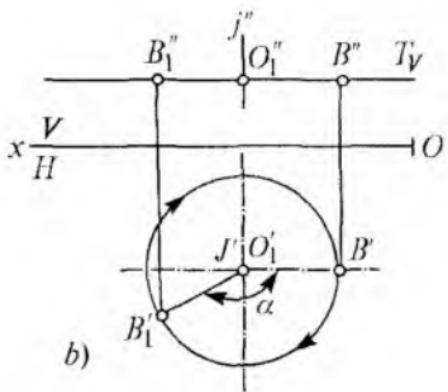
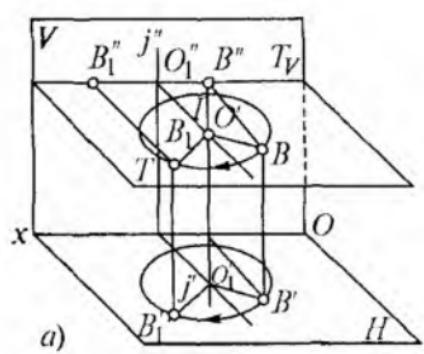
75-rasmda berilgan  $K$  nuqtadan  $NM$  to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani tekislikni almashtirish usuli bilan aniqlang.

### 3.2. Aylantirish usuli

Aylantirish usulining mohiyati shundan iboratki, geometrik elementni proyeksiya tekisliklariga nisbatan biron ta proyeksiya tekisligiga perpendikular o‘q atrofida tekis aylantiriladi. Proyeksiya tekisliklari o‘z holatida qoladi. Epyurda burilgan elementning yangi proyeksiyasi yasaladi, xolos.

76-a, rasmda yaqqol tasvirda  $B$  nuqtani  $j$  o‘qi atrofida aylantirilgani tasvirlangan. Bunda fazodagi  $B$  nuqta ustidan gorizontal  $T$  tekislik o‘tkaziladi. Unga perpendikular  $I$  o‘qi olinib,  $B$  nuqta  $I$  o‘qi atrofida aylantiriladi va yangi  $B_1$  nuqta hosil bo‘лади.  $O_1$  nuqta esa aylantirish markazi hisoblanib,  $O_1B$  radius bo‘yicha  $T$  tekislikda yoy hosil bo‘лади.  $I$  o‘q o‘z navbatida  $H$  tekislikka perpendikulardir. 76-b, rasmda epyurda tasvirlanish ko‘rsatilgan.

Aylantirish o‘qi i gorizontal tekislikka perpendikularligi sababli  $O_1$  markazda nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi.  $O_1$  nuqtani  $B'$  nuqta bilan tutashtirib  $O_1$  nuqta atrofida  $\alpha$  burchak ostida  $B_1$  vaziyatga kelguncha aylantiriladi va

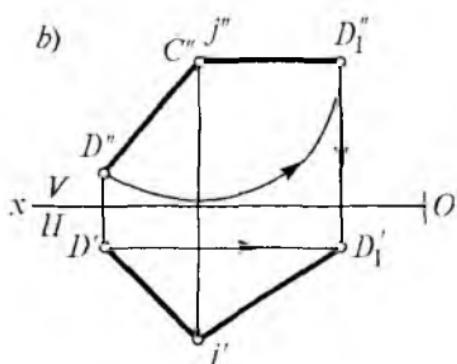
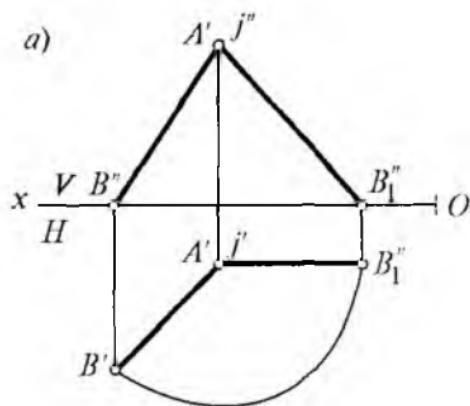


76-rasm.

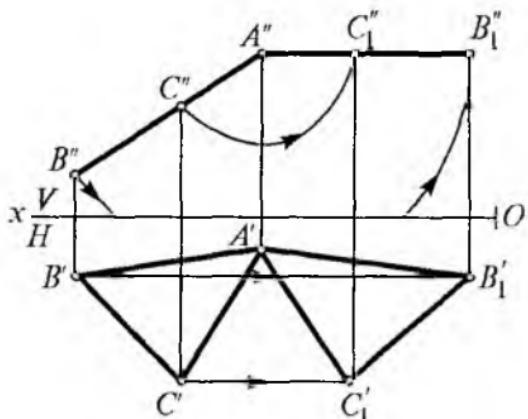
aylana hosil bo'ladi.  $T$  tekislik frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi sababli undagi barcha nuqtalar  $T_V$  iziga proyeksiyalanadi, bunda aylana (trayektoriyasi) to'g'ri chiziq  $B''B_1$  kesmasi hosil bo'ladi. Demak,  $B$  nuqtani aylantirish usuli bilan yangi  $B_1$  proyeksiyasi hosil qilindi.

77-a, rasmda umumiy vaziyatda joylashgan  $AB$  to'g'ri chizig'i berilgan. Uni aylantirish usulida haqiqiy kattaligini topish kerak bo'lsin. Buning uchun to'g'ri chiziqning  $A$  uchidan  $H$  ga perpendikular  $j$  o'qi o'tkaziladi va  $B''$  nuqta  $A''$  nuqta atrofida  $B$  tekislikka parallel vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bunda gorizontalda yangi  $A'$ ,  $B'_1$ , frontal tekislikda esa  $A''B'_1$  to'g'ri chiziq kesmasi hosil bo'ladi. Ma'lumki,  $AB$  to'g'ri chiziq  $V$  tekislikka parallel bo'lsa,  $A''B'_1$  haqiqiy kattalikdagi proyeksiyasi hisoblanadi.

77-b, rasmda ham xuddi shunday  $CD$  to'g'ri chiziq kesmasi berilgan. Bunda  $j$  o'qi frontal teksilikka perpendikular



77-rasm.



78-rasm.

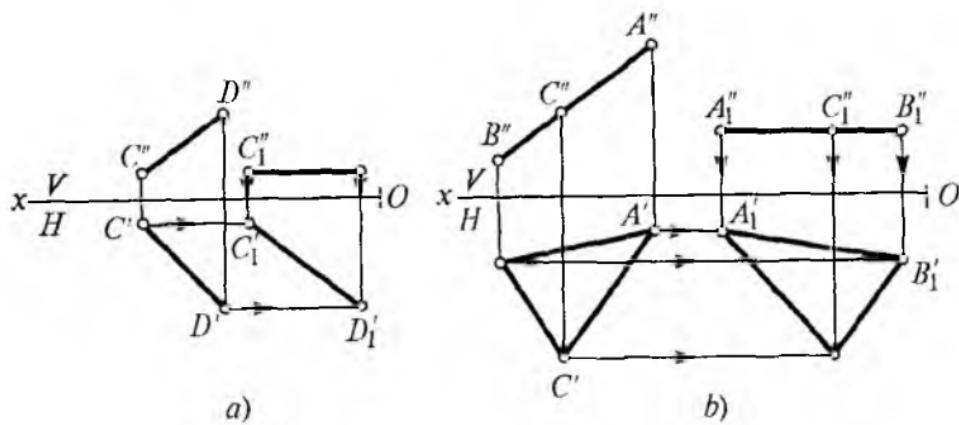
$V \perp j$  qilib olingan. Bu ham yuqorida aytilgan usulda bajariladi.

Frontal proyeksiyalovchi vaziyatda  $ABC$  tekislik berilgan, uni aylantirish usuli bilan haqiqiy kattaligini topish talab qilinsin (78-rasm). Buning uchun  $ABC$  tekislikning  $A''$  nuqtasi dan  $V$  tekislikka perpendikular qilib aylantirib, jo 'qi o'tkaziladi va shu o'q atrofida tekislikning  $B$  va  $C$  nuqtalari gorizontal tekislikka nisbatan  $A$  nuqta holatigacha aylantirilib,  $B''C''$  nuqtalari topiladi, umuman olganda  $ABC$  tekislik gorizontal tekislikka parallel bo'lguncha aylantiriladi. Keyin  $B'_C'$  nuqtalar  $A'$  nuqta bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan  $A'B'_C'$  uchburchak tekislikning haqiqiy kattaligi bo'ladi.

dikular qilib aylantirib, jo 'qi o'tkaziladi va shu o'q atrofida tekislikning  $B$  va  $C$  nuqtalari gorizontal tekislikka nisbatan  $A$  nuqta holatigacha aylantirilib,  $B''C''$  nuqtalari topiladi, umuman olganda  $ABC$  tekislik gorizontal tekislikka parallel bo'lguncha aylantiriladi. Keyin  $B'_C'$  nuqtalar  $A'$  nuqta bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan  $A'B'_C'$  uchburchak tekislikning haqiqiy kattaligi bo'ladi.

### 3.3.Tekis parallel harakat usuli

Bu aylantirish o'qlarini ko'rsatmasdan almashtirish usuli tekis parallel harakat usuliga kiradi. Bunda  $CD$  to'g'ri chiziqning frontal  $C''D''$  proyeksiyasini tekislikning biror bo'sh joyiga olib borib,  $C'_D'$  vaziyatda joylashtirib, gorizontal tekislikda uning yangi  $C'_D'$  proyeksiyasi topilsa  $CD$  to'g'ri chiziqning haqiqiy kattaligi topilgan bo'ladi (79-rasm). Bunda aylantirish o'qi ko'rsatilmaydi. Xuddi shunday aylantirish o'qi ko'rsatilmaydigan usulda  $ABC$  tekislikning haqiqiy kattaligini topish 79-a, rasmida ko'rsatilgan. Unda  $ABC$  tekislik frontal proyeksiyalovchi vaziyatda tasvirlanganligi uchun  $A''B''C''$  to'g'ri chiziq bo'lib proyeksiyalanyapti, lekin  $H$  tekislikka og'ma holda joylashgan. Endi tekislikning  $A''B''C''$  frontal proyeksiyasini frontal tekislikning bo'sh joyiga shunday joylashtirish kerakki, u gorizontal tekislikka parallel bo'lsin, ya'ni  $A''B''C'' \parallel OX$ . Keyin



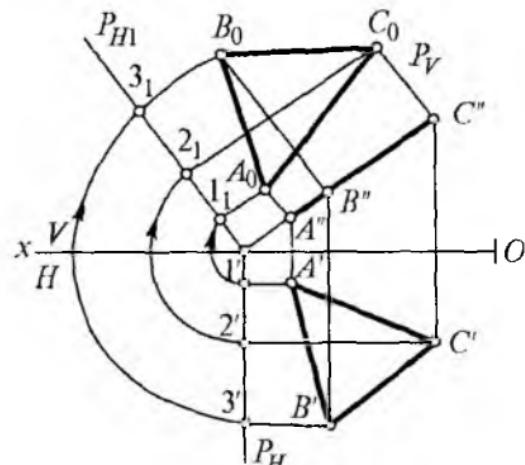
79-rasm.

$AB''C''$  nuqtalardan gorizontal tekislikka perpendikular nurlar o'tkaziladi,  $A'B'C'$  nuqtalardan esa  $OX$  o'qiga parallel chiziqlar o'tkaziladi, bu chiziqlar frontal nurlar bilan kesishib  $A'_1B'_1C'_1$  nuqtalarni hosil qiladi, ular tutashdirilsa  $ABC$  tekislikning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi (79-b, rasm).

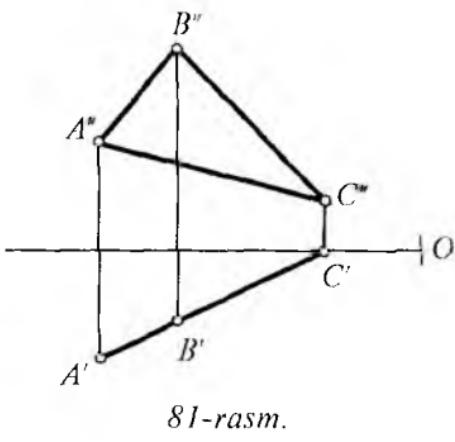
### 3.4. Tekislikni jipslashtirish usuli

Bu usulni aylantirishning xususiy holi deb qaralsa bo'ladi, chunki geometrik shaklning haqiqiy kattaligini topish uchun shu tekislik izi atrofida gorizontal yoki frontal tekislik bilan jipslashguncha aylantiriladi, shunda geometrik shaklning haqiqiy kattaligi aniqlanadi. Frontal proyeksiyalovchi  $ABC$  tekislik berilgan. Uning haqiqiy kattaligini jipslashtirish usulida topish talab qilinsin (80-rasmda shu masalaning bajarilishi ko'rsatilgan).

Berilgan  $ABC$  tekislik ustidan frontal proyeksi-



80-rasm.



81-rasm.

nisbatan chiqarilgan perpendikular chiziqlar  $A''B''C''$  nuqtalardan chiqarilgan perpendikular chiziqlar bilan kesishib,  $A_1''B_1''C_1''$  nuqtalarini hosil qiladi. Ularni tutashtirilsa haqiqiy kattaligi topiladi.

**Topshiriqni bajaring:** 81-rasmida berilgan  $ABC$  tekislikning haqiqiy kattaligini aylantirish usulida bajaring.

### Savollar

1. To‘g‘ri chiziqning haqiqiy kattaligini aniqlash uchun yangi o‘q qanday joylashtiriladi?
2. Tekislikni almashtirish usuli necha xil?
3. Aylantirish usuli qanday bajariladi?
4. Jipslashtirish usuli nimadan iborat?
5. Tekislikning haqiqiy kattaligini topishda necha marta tekislik almashtiriladi?

## 4 - BOB. TEKIS VA FAZOVIY CHIZIQLAR HAMDA SIRTLAR

### 4.1. Egri chiziqlar

Egri chiziqlar asosan biror nuqtaning harakati (trayektoriyasi) izidan hosil bo‘ladi deb qarash mumkin. Egri chiziqlarning turiga qarab, ularni qonuniy va qonunsiz guruhlarga bo‘lish ma’qul bo‘ladi, chunki qonuniy egri chiziqlar ma’lum bir qonun-qoidaga muvofiq hosil bo‘ladi va u

yalovchi  $P$  tekislik o‘tkaziladi.  $P$  tekislikning frontal izi  $P_V$  atrofida  $P$  tekislikni aylantirib frontal tekislik bilan jipslashtirish usulida  $ABC$  tekislikning haqiqiy kattaligini aniqlamoqda. Bunda  $P_N$  izi  $P_{H_1}$  vaziyatga keltirilib, unga  $1'2'3'$  nuqtalarini aylantirib  $1'2'3'$  nuqtalar hosil qilinadi va ulardan  $P_{H_1}$  ga

grafik yoki analitik usulda, ya'ni tenglama bilan berilishi mumkin. Qonunsiz egri chiziqlar empirik (amaliy) tabiiy xarakterda bo'lib, ularni chizmada faqat grafik usulda berish mumkin, analitik usulda berib bo'lmaydi.

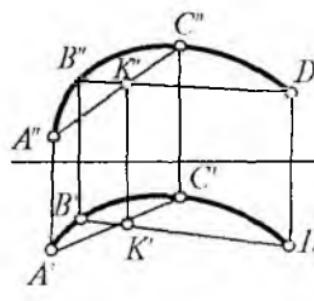
Qonuniy egri chiziqlar algebraik tenglamalar bilan aniqlab bo'ladigan, algebraik va bu tenglamalar bilan aniqlab bo'lmaydigan transsedenit egri chiziqlarga bo'linadi. Algebraik egri chiziqlar tenglamasining darajasiga bog'liq holda aniqlanadi.

Siniq chiziqlar kabi egri chiziqlar ham tekis yoki fazoviy, yopiq va ochiq bo'lishi mumkin. Tekis egri chiziqlarga doira, uning yoyilmasi (evolventa), ellips, parabola, giperbola, turli spirallar va siklik egri chiziqlar kiradi. Fazoviy egri chiziqlarga esa, bitta tekislikda yotmagan, ayrim sirtlarda yotgan egri chiziqlar kiradi. Fazoviy egri chiziqlarning tartibi shu egri chiziqning umumiyligi vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishgan nuqtalarning soniga bogliq holda aniqlanadi.

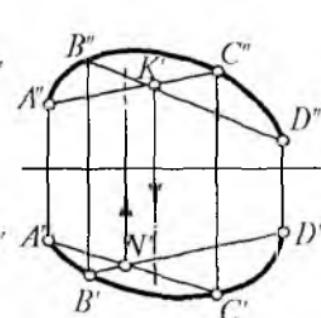
Egri chiziqlarning tekis yoki fazoviy ekanligini aniqlash xuddi siniq chiziqlarni aniqlash kabi bo'ladi (82-rasm).

83-rasmida egri chiziq vatarlari kesishgan nuqtalar to'g'ri proyeksiyalanmayapti, demak, egri chiziq fazoviy egri chiziqdir. Agar egri chiziqning nuqtasi orqali o'tkazilgan ikkita yarim urinma chiziq birga qo'shilib bir to'g'ri chiziqni tashkil qilsa, egri chiziq bu nuqtada ravon bo'ladi, birga qo'shilmasa ravon bo'lmaydi.

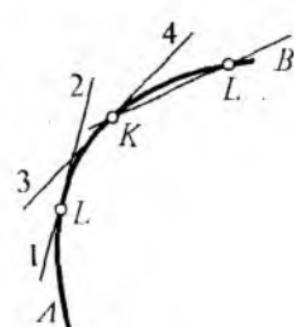
84-rasmida  $AB$  egri chiziq ravon egri chiziqdir, chunki uning  $LK$  nuqtalari orqali o'tgan yarim urinma chiziqlar



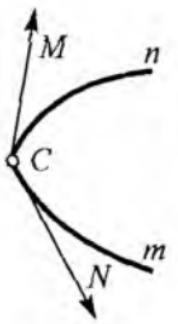
82-rasm.



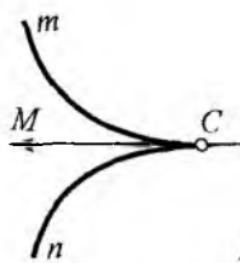
83-rasm.



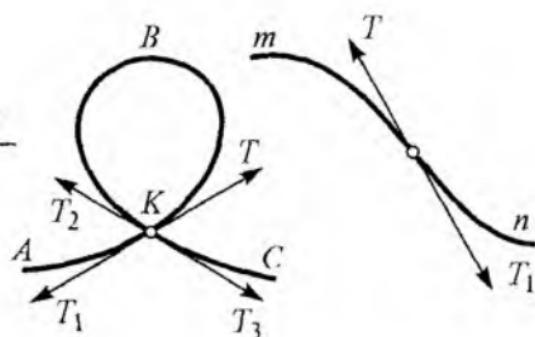
84-rasm.



85-rasm.



86-rasm.



87-rasm.

88-rasm.

bir butun chiziqni tashkil qiladi. Ya’ni  $L_1$  va  $L_2$ ,  $K_3$  va  $K_4$  yarim urinmalar o‘zaro tegishlicha qo‘shilgan.

85-rasmda  $m$  egri chiziq  $C$  nuqta orqali o‘tgan.  $CM$  va  $CN$  yarim urinma chiziqlar bir-birlari bilan qo‘shilmas-  
gan, shuning uchun bu chiziq ravon bo‘lmaydi. Bu yerda  
 $C$  nuqta sinish nuqtasi deyiladi.

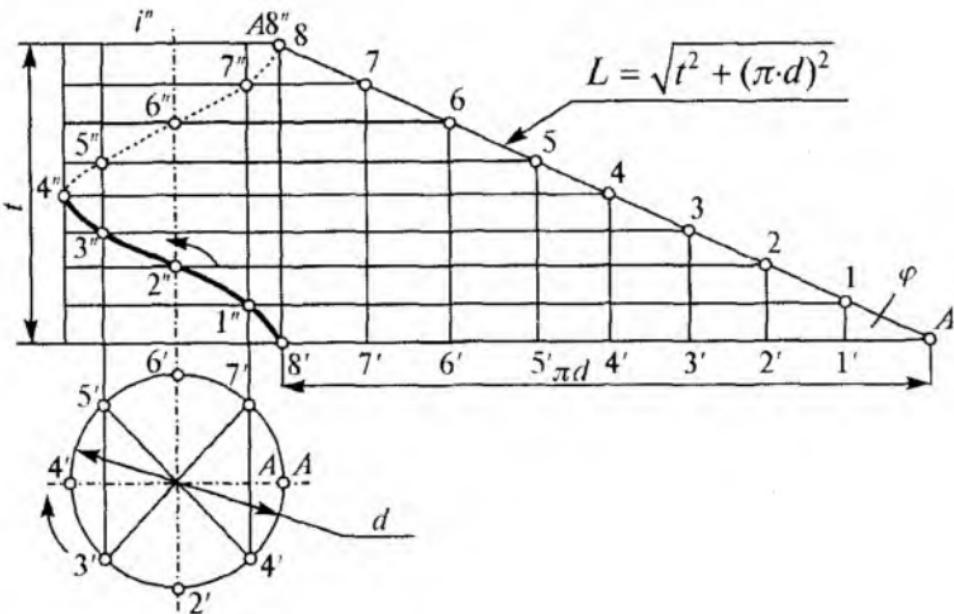
Tekis ravon egri chiziqlarda quyidagi «Maxsus nuqtal-  
lar»ni uchratish mumkin:

1) **qaytish nuqtasi.** Egri chiziq bu nuqtada o‘zining  
yo‘nalishini o‘zgartiradi. Qaytish nuqtasi  $C$  orqali o‘tgan  
 $CM$  to‘g‘ri chiziq egri chiziqning har ikki ( $m$  va  $n$ ) tar-  
mog‘iga ham urinma bo‘ladi (86-rasm);

2) **qo‘shaloq nuqta** yoki **to‘g‘ri nuqta**. Bu nuqtada  $ABC$   
egri chiziq o‘z-o‘zini kesib o‘tadi. Tugun nuqta  $K$  orqali  
 $TT_1$  va  $TT_2T_3$  urinma chiziqlar o‘tadi (87-rasm);

3) **qayrilish nuqtasi.** Egri chiziq o‘zining  $TT_1$  urinma  
chizig‘ini shu  $S$  nuqtadan kesib, uning ikkinchi tomoniga  
o‘tadi (88-rasm).

**Fazoviy egri chiziqlar.** Egri chiziqni hosil qiluvchi  
nuqtalar ikkita va undan ko‘p tekisliklarga tegishli bo‘lsa,  
fazoviy egri chiziqlar deyiladi. Bunga vint chiziqlar va  
boshqa chiziqlarni misol qilish mumkin.  $A$  nuqta i (o‘q)  
to‘g‘ri chiziq atrofida tekis aylanib, bir vaqtning o‘zida  
o‘qqa nisbatan parallel yo‘nalishda tekis ilgarilanma  
harakat qilsa, nuqtaning bu davrida chizgan trayektoriyasi  
*vint chiziq* deb ataladi (89-rasm). Vint chiziq o‘ramining  
yoymasi to‘g‘ri burchakli uchburchakning gipotenuzasi



89-rasm.

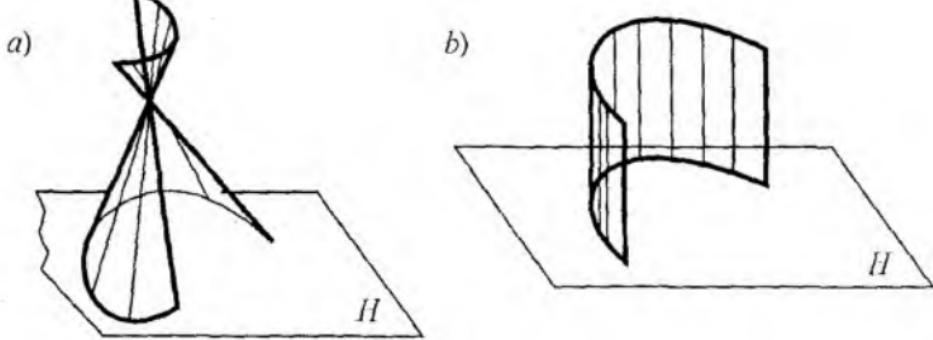
hisoblanib, uning uzunligi  $L = \sqrt{t^2 + (\pi \cdot d)^2}$  ga teng. Bunda:  $t$  — qadami,  $d$  — aylana diametri. Bundan tashqari konus vint chiziqlar mavjud.

#### 4.2. Sirtlar haqida umumiy tushuncha

Chizma geometriya fani nuqtayi nazaridan sirtlarni o‘rganish uchun, biror chiziqning fazodagi harakatidan hosil bo‘ladi deb qarash mumkin. Bu sirtlar haqidagi tushunchani osonlashtiradi.

Sirt hosil qiluvchi egri chiziq, yasovchi chiziq deb yuritiladi. Yasovchi chiziqning har qanday nuqtasi biror qo‘zg‘almas siniq yoki egri chiziq bo‘ylab harakatlanadi, bu qo‘zgalmas chiziq yo‘naltiruvchi chiziq deyiladi.

Yasovchi va yo‘naltiruvchi chiziqning turiga hamda yasovchi chiziqning harakatlariga qarab, sirtlar har xil bo‘ladi. Yasovchi va yo‘naltiruvchi chiziqlar tekis yoki fazoviy egri chiziq yoki, xususiy hollarda, to‘g‘ri chiziq bo‘lishi mumkin. Ularning harakati esa turlicha ilgarilanma yoki aylanma, yoki bir vaqtning o‘zida ham ilgarilanma, ham aylanma harakatda bo‘lishi mumkin.

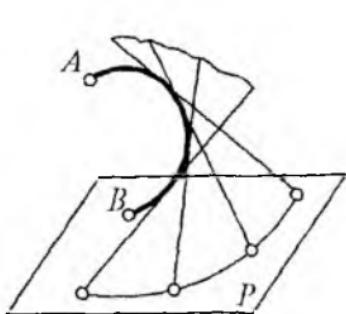


90-rasm.

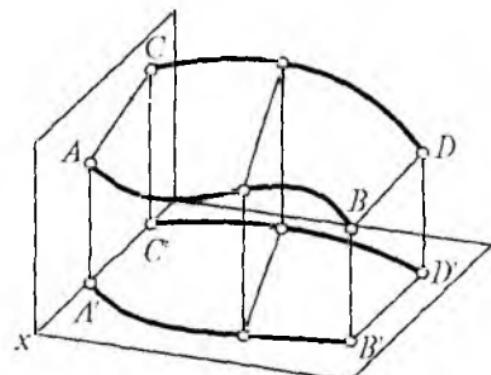
To‘g‘ri chiziqning harakatidan hosil bo‘lgan sirt chiziqli sirt deb ataladi. Chiziqli sirt o‘z navbatida yoyiluvchi va yoyilmaydigan sirtlarga bo‘linadi.

To‘g‘ri chiziqli yoyiluvchi sirtlarning cheksiz yaqin yasovchilari bir tekislikda yotadi, ya’ni yasovchilar bir nuqtada kesishadi yoki ular o‘zaro parallel bo‘ladi (90-a, b, rasmlar). Yasovchi chiziqlarning kesishgan nuqtalari ma’lum fazoviy egri chiziqni hosil qiladi. Bunday egri chiziq **qaytish qirrasasi** deb ataladi. Demak, chiziqli yoyiluvchi sirtlar to‘g‘ri chiziqning qaytish qirrasiga hamma vaqt urinma harakat qilish natijasida hosil bo‘ladi. 91-rasmida qaytish qirrasasi bor sirtlar (tors sirtlar) yoyiladigan sirtlar jumlasiga kiradi.

Eng yaqin yondosh yasovchilari tekis element hosil qilmaydigan ya’ni yasovchilar o‘zaro uchrashmaydigan to‘g‘ri



91-rasm.



92-rasm.

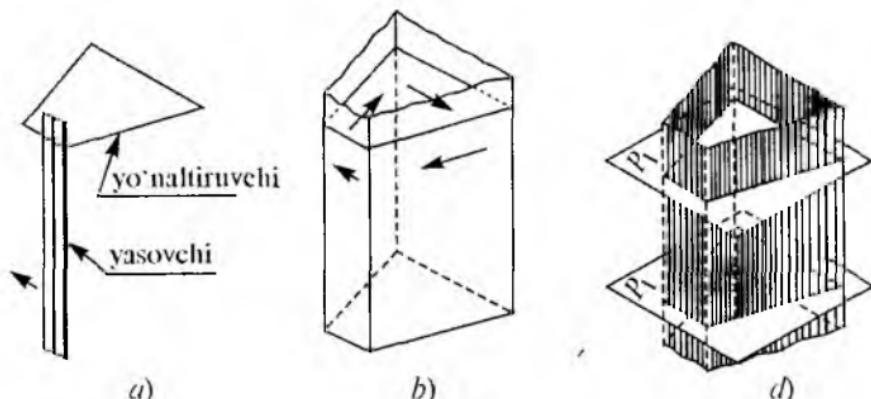
chiziqli sirtlar **chiziqli yoyilmaydigan sirtlar yoki qiyshiq sirtlar** deb ataladi. Ularni tekislik ustida bir tekislikda yoyib bo'lmaydi (92-rasm). Texnikada bunday sirtlardan ko'p foydalanib bo'lmaydi. Ko'proq chiziqli yoyiluvchi sirtlardan foydalaniladi, chunki bu sirtlarni hosil qilish oddiy harakat qonunlariga bo'ysunadi.

## 5 - BOB . GEOMETRIK JISMLARNING PROYEKSIYALARI VA YOYILMALARI

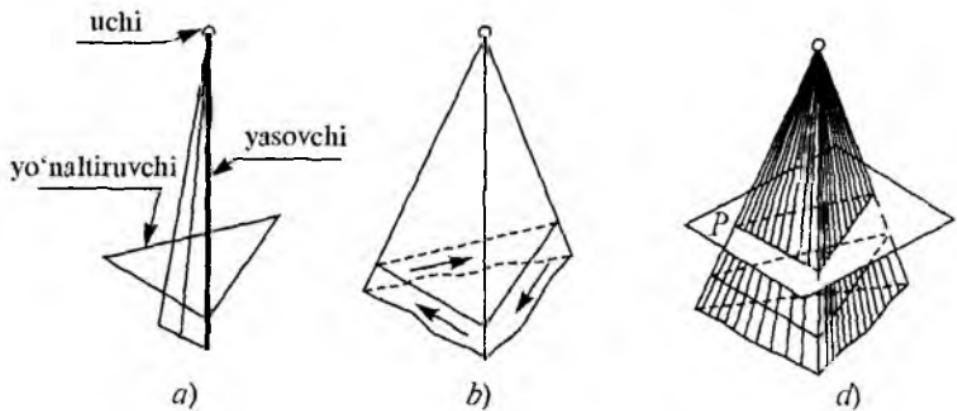
### 5.1.Ko'pyoqliklar

Ko'pyoqlik — fazoviy geometrik shaklga ega bo'lib, hamma tomondan ko'pburchaklar, ya'ni yoqlar bilan chegaralangan bo'ladi. Hayotda eng ko'p qo'llaniladigan ko'pyoqliklardan piramida va prizmadir. Yon qirralarini yopiq siniq chiziq bo'yicha harakatlanuvchi yasovchi asosida hosil bo'lgan deb qarash mumkin (93-a, rasm). Prizma hosil qilishda yo'naltiruvchi bo'yicha yasovchilar o'tkazish bilan prizma hosil bo'ladi (93-b, rasm). Tekislik bilan kesilgan tomonlari esa prizma asoslari deyiladi.

Qirraning bir uchini  $S$  nuqtada qoldirib, ikkinchi uchini yopiq siniq chiziq bo'yicha yo'naltirsa piramida hosil bo'ladi. Endi piramida balandligiga perpendikular holatda



93-rasm.



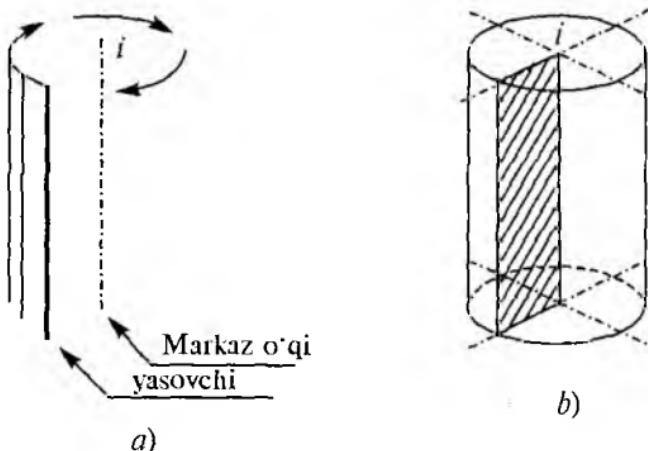
94-rasm.

kesuvchi  $P$  tekislik o'tkazilsa, barcha qirralarni kesib o'tib, piramidaning asosini hosil qiladi (94-rasm).

## 5.2. Aylanish sirtlar

Aylanish sirtlar deb biror chiziqning ikkinchi qo'zg'almas o'q (to'g'ri chiziq) atrofida aylanishidan hosil bo'lishiga aytildi. Unda ikkita chiziq asosiy rol o'ynaydi, qo'zg'almas o'q va yasovchi chiziqlar, yasovchi chiziqlarning turli-tumanligiga qarab, turlicha sirtlar hosil bo'ladi, masalan, silindrik, konus shaklidagi sirtlar.

**Aylanish sirtlarining proyeksiyasi va yoyilmalarini yasash.** Silindr — aylanma sirt bo'lib, qo'zg'almas  $i$  o'q atrofida unga parallel to'g'ri chiziqni aylana bo'yicha ay-



95-rasm.

lantirishdan silindrik sirt hosil bo'ladi. Yasovchilariga perpendikular ikkita parallel tekisliklar bilan kesilsa, to'g'ri doiraviy silindr hosil bo'ladi. 95-rasmida to'g'ri doiraviy silindrni hosil qilish ko'rsatilgan. Bundan tashqari elliptik, og'ma va h.k. silindrik sirtlar mavjud.

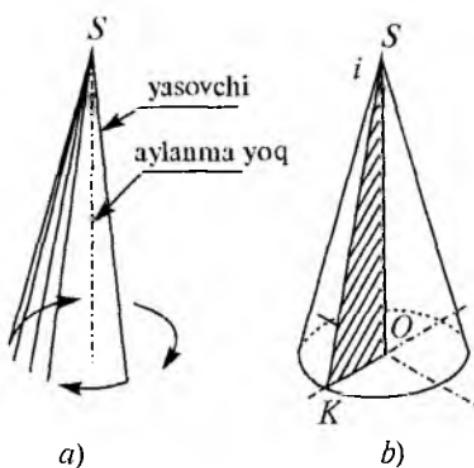
**To'g'ri doiraviy konus** — aylana sirt bo'lib, qo'zg'al-

mas  $i$  o'q va unda yotgan  $S$  nuqtadan o'tgan yasovchining aylana bo'yicha aylanishidan hosil bo'lgan sirtga aytildi. Konus sirtini uning o'qiga perpendikular qilib qirqilsa, to'g'ri doiraviy konus hosil bo'ladi (96-a, rasmlar).

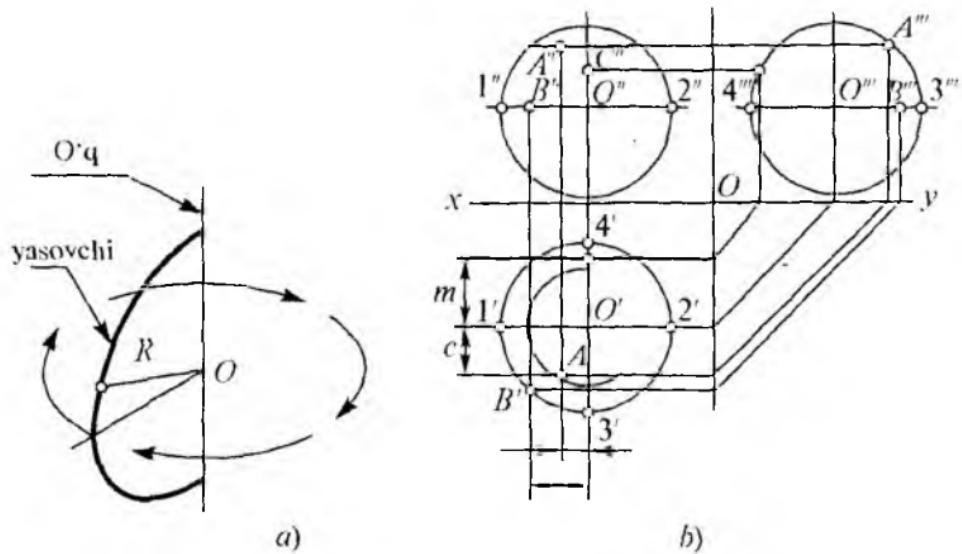
Konus uchi deb atalmish  $S$  nuqtada barcha konus yasovchilari kesishadi.  $S$  nuqtadan 'asos markazi  $O$  nuqtagacha bo'lgan masofa konus balandligi deyiladi. To'g'ri konusni, to'g'ri burchakli uchburchakni bitta kateti atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan deb ham hisoblash mumkin (96-b, rasm). To'g'ri doiraviy konusdan tashqari elliptik konuslar ham mavjud.

**Shar** (sfera). Agar yarim aylana yasovchi o'z o'qi, ya'ni diametri atrofida aylantirilsa, sferik sirt hosil bo'ladi, buni shar sirti yoki shunchaki shar deb yuritiladi. Aylana diametrini bir vaqtning o'zida aylantirish o'qi deb hisoblash mumkin. 97-a, rasmda qo'zg'almas  $i$  o'qi atrofida yasovchi yarim aylana va yo'naltiruvchi bo'yicha hosil bo'lgan shar sirti tasvirlangan. Shar yasovchisida yotuvchi har qanday nuqta  $O$  markazidan baravar uzoqlikda yotadi. Sharda ekvator chizig'i bilan meridian chizig'i bir xil radiusda bo'ladi. Agar sharda ekvator chizig'iga parallellar o'tkazilsa (yasalsa) ularning kesilgan yuza diametrlari turlicha bo'ladi.

Shar sirtida yotuvchi  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nuqtalarni ortogonal proyeksiyasida yasash uchun frontal yoki profil nuqtalar



96-rasm.



97-rasm.

proyeksiyalari ustidan gorizontal tekislik o'tkaziladi, hosil bo'lgan kesim yuzasi aylana radiuslari bo'yicha sharning gorizontal proyeksiyasida aylanalar chiziladi va shu aylanalarga nuqtalar proyeksiyalansa, nuqtalarning gorizontal proyeksiyasi hosil bo'ladi (97-b, rasm).

### 5.3. Ko'pyoqliklarni proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesish va yoyilmasini yasash

**Prizmani proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish.** Asosi to'rburchakdan iborat bo'lgan to'g'ri prizmaning asosi gorizontal tekislikda yotibdi. Uni izlari bilan berilgan frontal proyeksiyalovchi  $P$  tekislik bilan kesish 98-rasmda ko'r-satilgan.

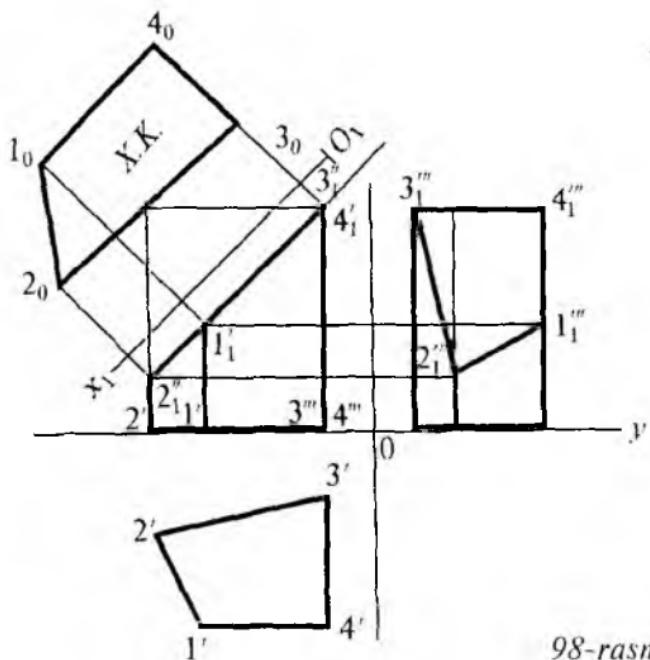
Shu prizmaning tekislik bilan kesishishini ortogonal proyeksiyalarda bajarish talab etilsa, uning kesib olingan yuqori qismi ingichka chiziqlar bilan kesilgan prizma chiziladi. Uning pastki tomoni yo'g'on chiziq bilan chiziladi.

Kesuvchi  $P$  tekislik frontal tekislikka perpendikular bo'lGANI sabab, undagi kesim yuza ham frontal teksilikka to'g'ri chiziq bo'lib proyeksiyalandi. Undagi eng chetki nuqtalar kesim yuzanining haqiqiy uzunligi hisoblanadi. Prizmaning gorizontal proyeksiyasida hosil bo'lgan kesim

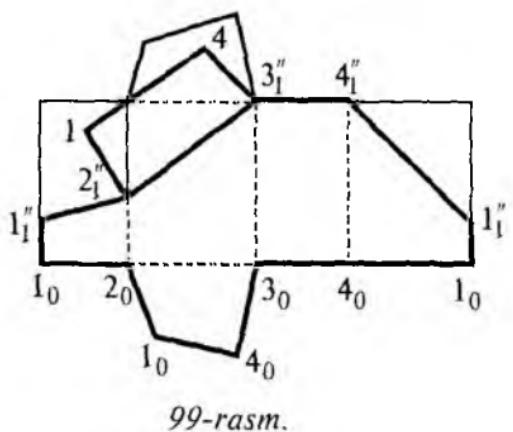
yuza uning qirralari proyeksiyalari bilan ustma-ust tushib qoladi, chunki qirralar u tekislikka perpendikular.

Prizma kesim yuzasining profil proyeksiyasini topish uchun frontal tekislikda ( $1' 2'$  va hokazo) nuqtalar profil qirralarda topiladi va tutashtiriladi. Lekin kesim yuza har uchala tekislikda ham haqiqiy kattalikda proyeksiyalanmaydi. Uning haqiqiy kattaligini topish uchun kesuvchi  $P$  tekislik,  $P$  izi bo'yicha frontal ( $V$ ) tekislik bilan jipslashtiladi va ( $1_0, 2_0, \dots$ ) nuqtalar topilib tutashtiriladi, shunda kesim yuzasining haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi. Buning uchun frontal proyeksiyada to'g'ri chiziq holatidagi kesim yuzaga parallel qilib, ya'ni  $0_1 X_1$  o'qi chiziladi, unga perpendikular qilib har bir nuqtalardan chiziqlar o'tkaziladi. Unga  $OX$  o'qidan ( $1', 2'$ , va hokazo) nuqtalargacha bo'lgan masofa o'lchab  $O_1 X_1$  o'qidan yuqoriga qo'yiladi va ular  $1_0, 2_0, \dots$  tutashtiriladi, natijada kesim yuzasining haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi (98-rasm).

Kesilgan prizmaning yoyilmasini yasash uchun horizontal to'g'ri chiziqqa gorizontal proyeksiyadagi  $1' 2'$  va h.k. nuqtalar orasidagi masofalar o'lchab qo'yiladi. Shu nuqtalardan frontal proyeksiyadagi qirralarning ( $3'' 3'_1; 4'' 4'_1$  va h.k.) balandligi o'lchab qo'yiladi, unda prizmaning



98-rasm.



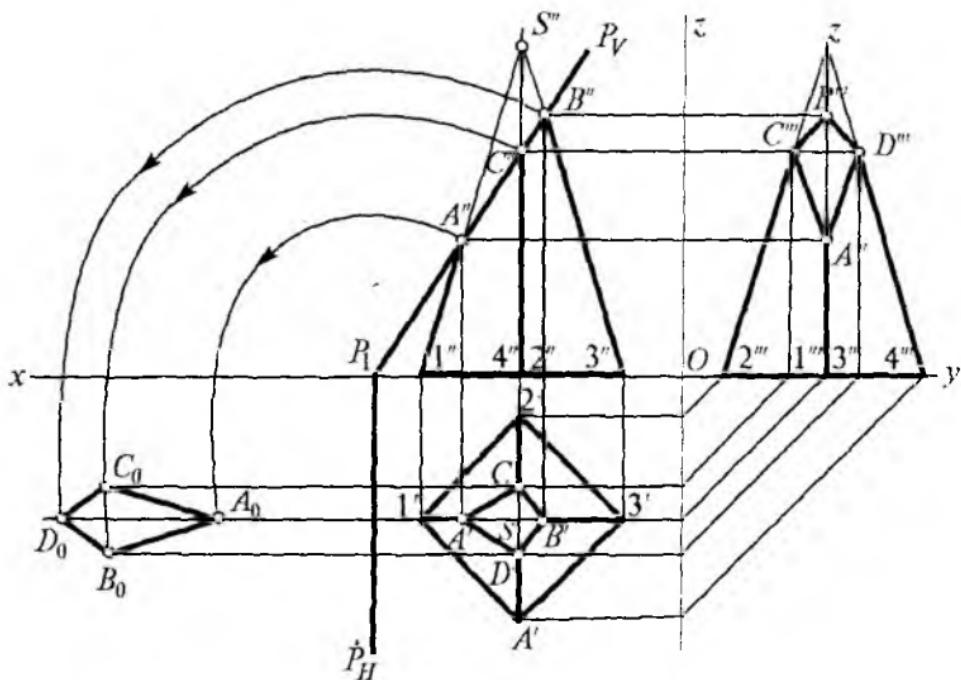
99-rasm.

to'liq yoyilmasi hosil bo'ladi, endi kesilgan qirralar haqiqiy o'lchamini ( $1''1_1$ ;  $2''2_1$  va h.k.) frontal proyeksiyadan olib har bir mos qirralarga qo'yib chiqilsa va tutashtilrsa, kesilgan prizmaning yoyilmasi hosil bo'ladi (99-rasm).

### Muntazam piramidanı proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish.

Muntazam piramidanı proyeksiyalovchi  $P$  tekislik bilan kesish hamda kesim yuzasi va uning haqiqiy kattaligini topish talab qilinsin. Unda asosi kvadratdan iborat gorizontal tekislik ustida turgan piramida va uni frontal proyeksiyalovchi  $P$  tekislik izlari ( $P_v$ ,  $P_H$ ) bilan berilgan (100-rasm).

Kesuvchi tekislikning  $P_v$  izi, piramidaning qirralarini  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$  va  $D''$  nuqtalarda kesib o'tayapti, ularning gorizontal ( $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ ) va profil ( $A'''$ ,  $B'''$ ,  $C'''$ ,  $D'''$ )



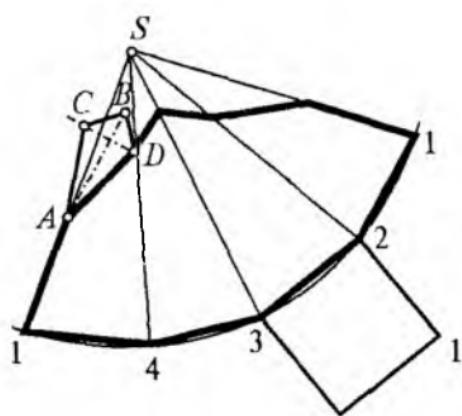
100-rasm.

proyeksiyalari topilib tutashtirilsa, kesilgan yuzanining mos proyeksiyalari hosil bo'ladi.

Endi kesim yuzanining haqiqiy kattaligini yasash uchun prizmadagidek  $P$  tekislikni gorizontal tekislik bilan jipslashtirib haqiqiy kattaligi hosil qilinadi, buning uchun  $P$  izini aylan-

tirib,  $A''$ ,  $B''$ ,  $C''$ ,  $D''$  nuqtalar bilan  $OX$  o'qigacha tushiriladi, ular vertikal chiziqlar bilan pastga proyeksiyalanadi, mos  $A'$   $B'$   $C'$   $D'$  nuqtalardan chiqarilgan chiziqlar bilan kesishib kesim yuzanining haqiqiy kattaligi ( $A_0$ ,  $C_0$ ,  $B_0$ ,  $D_0$ ) hosil bo'ladi.

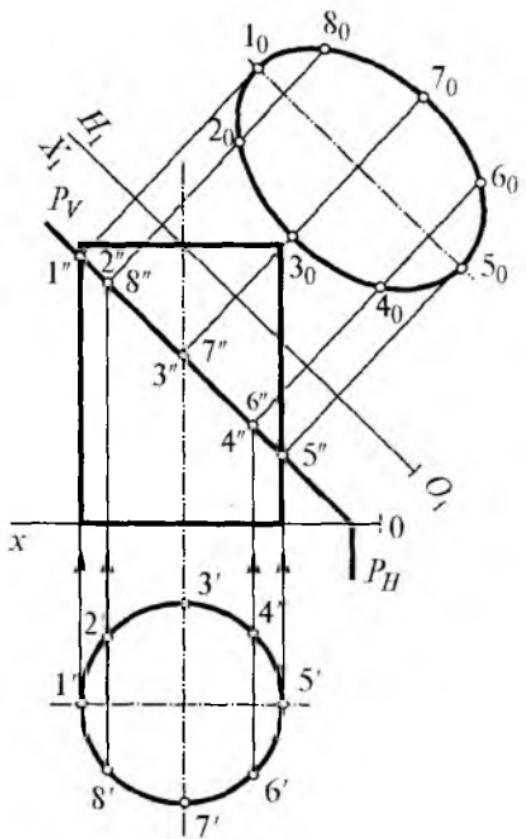
Kesilgan piramidaning yoyilmasi 101-rasmda ko'rsatilganidek bajariladi. Ixtiyoriy  $S_0$  nuqtadan to'g'ri chiziq o'tkazilib bitta qirra  $S''$  1" haqiqiy kattaligida  $S_0$  markaz bo'yicha yoy chiziladi, unga gorizontal proyeksiyadagi 1' 2', 2' 3' va h.k. masofalar o'lchab qo'yiladi va  $S_0$  nuqta bilan tutashtiriladi. Ularga kesilgan piramida qirralarinining haqiqiy kattaligi 1"  $A''$ , 3"  $B''$ , 2"  $C''$  va 4"  $D''$ lar o'lchab qo'yilib,  $A_0$ ,  $C_0$ ,  $B_0$ ,  $D_0$  nuqtalar topiladi. Keyin  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$  nuqtalar tutashtiriladi, ularga mos holda asos ham chizilib, kesilgan yuza ham chiziladi, shunda kesilgan piramidaning to'liq yoyilmasi hosil bo'ladi.



101-rasm.

#### 5.4. Aylanish sirtlarini proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish va yoyilmasini yasash

**Silindrni proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish.** To'g'ri doiraviy silindrni turli vaziyatdagi tekisliklar bilan kesilsa yuzalar turlicha hosil bo'ladi, Masalan: asosiga parallel tekislik bilan kesilsa kesim yuza *doira*, kesuvchi tekislik og'ma bo'lib hamma yasovchilarini kesib o'tsa *ellips*, yasovchilar bo'yicha o'tsa *to'g'ri burchakli to'rtburchak* hosil bo'ladi. To'g'ri doiraviy silindr kesimini ortogonal



104-rasm.

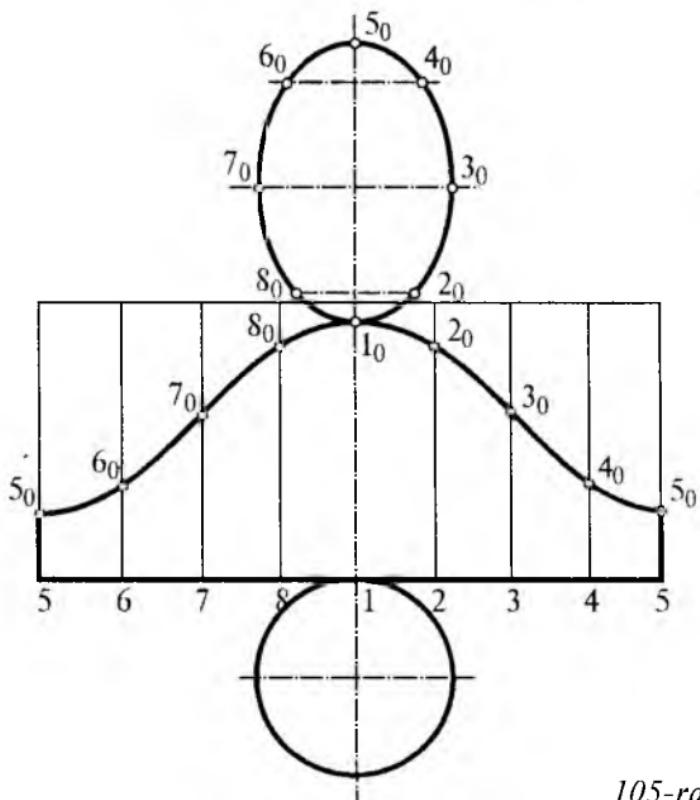
siyasi silindr asosi bo'yicha aylana ko'rinishida, profil proyeksiyasi esa ellips ko'rinishida namoyon bo'ladi. Har uchala proyeksiyada ham kesim yuza haqiqiy kattalikda emas, chunki kesuvchi tekislik uchala proyeksiya tekisligida birontasiga ham parallel emas. Endi kesim yuzasining haqiqiy kattaligini topish uchun  $P_v$  tekislikka, ya'ni kesim yuzining frontal proyeksiyasiga parallel qilib  $H_1$  tekislik o'tkaziladi, unda  $O_1X_1//P_v$ . Silindr kesim yuzasidagi 1'', 2'', ... va h.k. nuqtalardan  $O_1X_1$  o'qiga perpendikular chiqariladi va  $OX$  o'qidan 1', 2', va h.k. nuqtalargacha bo'lган masofani  $OX$  o'qidan yuqoriga o'lchab qo'yilsa 1<sub>0</sub>, 2<sub>0</sub>, va h.k. nuqtalar hosil bo'ladi ular lekalo yordamida tutashtiriladi. Bunda kesim yuzaning haqiqiy kattaligi ellips bo'lib shakllanadi.

Kesilgan silindrning yoyilmasini yasash uchun qog'ozning bo'sh joyiga gorizontal ixtiyoriy chiziq chiziladi. Unga

proyeksiyalarda bajarish 102-rasmda ko'rsatilgan. Unda silindr o'qi gorizontal tekislikka perpendicular, ya'ni asosi shu tekislik ustida yotadi va aylana ko'rinishida proyeksiyalanadi, qolgan proyeksiyalar to'g'ri to'rtburchak bo'lib proyeksiyalanadi. Kesuvchi  $P$  tekislik frontal proyeksiyalovchi bo'lganligi uchun  $P_v$  izida to'g'ri chiziq holatda proyeksiyalanadi, silindrning asosi teng sakkizda bulinadi,  $P$  tekislik silindr yasovchilar bilan kesishgan nuqtalar, ya'ni kesim yuzi ham to'g'ri chiziq holatidadir. Uning gorizontal proyek-

silindr balandligi o'lchamida parallel chiziq chiziladi, unda biror nuqta tanlanib, masalan,  $1_0$  nuqta undan o'ng va chap tomonlarga navbatdagi nuqtalar silindrning gorizontal proyeksiyasidan haqiqiy o'lchamni olib, shu gorizontal chiziq bo'yicha qo'yib chiqiladi va har bir  $1_0$ ,  $2_0$ , va h.k. nuqtalardan vertikal chiziqlar, ya'ni yasovchilar o'tkaziladi, shu yasovchilarga kesilgan silindr nuqtalarini frontal proyeksiyasidan haqiqiy o'lchamni olib qo'yib chiqiladi. Ular lekalo yordamida tutashtirilsa, o'ziga xos egri chiziq hosil bo'ladi. Yoyilmaning pastki qismiga silindr asosini, yuqori qismiga esa haqiqiy kattalikdagি kesim yuzanining chizmasi chiziladi, shunday qilib kesilgan silindrning to'liq yoyilmasi hosil bo'ldi (103-rasm).

**Konusni proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish.** To'g'ri doiraviy konusni tekislik bilan kesganda konus o'qiga nisbatan kesuvchi tekislikning vaziyatiga bog'liq holda, agar kesuvchi tekislik konus asosiga parallel bo'lsa, *doira*, og'ma bo'lib barcha yasovchilarini kesib o'tsa, *ellips*, konus uchi-



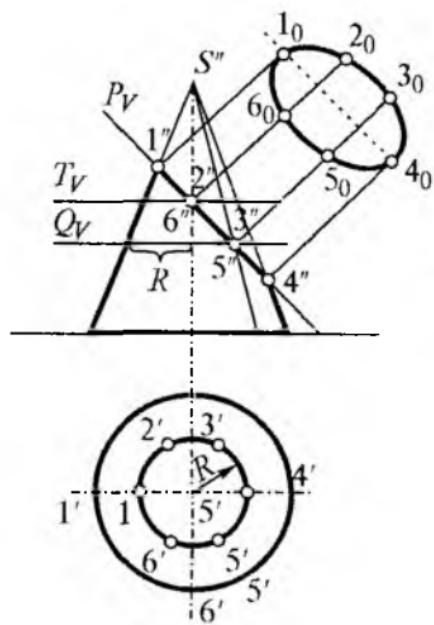
105-rasm.

dan o'tib yasovchilar bo'yicha o'tsa, *uchburchak*, konus o'qiga parallel bo'lsa, *giperbola*, konus yasovchilaridan bittasiga parallel bo'lsa, *parabola* hosil bo'ladi. Shunday qilib, kesuvchi tekislik vaziyatiga bog'liq holda konus ke-simda turlichcha ikkinchi tartibli egri chiziqlar paydo bo'ladi.

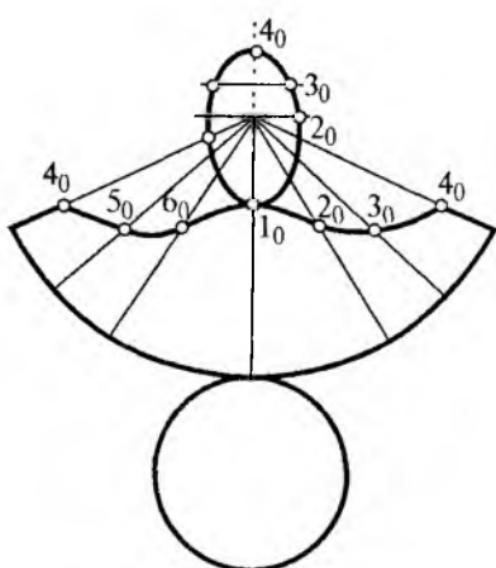
To'g'ri doiraviy konusni proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish ortogonal proyeksiyada 104-rasmdagidek bajariladi. Unda konus asosi gorizontal tekislikka parallel, aylana o'qi esa perpendikular joylashgan, frontal va profil proyeksiyalari teng yonli uchburchaklardan iborat bo'ladi.

Kesuvchi  $P$  tekislik frontal tekislikka perpendikular, ya'ni proyeksiyalovchi vaziyatda. Shu bilan birga barcha yasovchilarini kesib o'tadi, demak, kesim chizig'i ellipsni hosil qiladi.

Kesim yuzani hosil qilish uchun proyeksiyalovchi  $P$  tekislik bilan konus yasovchilarining kesishgan nuqtalari ( $1'', 2'', 3''$  va h.k.) topiladi. Shu yasovchilarining gorizontal proyeksiyalari chiziladi va nuqtalar proyeksiyalanib  $1', 2', 3'$  va h.k. nuqtalar topiladi. Profil proyeksiyasi ham xuddi shu tarzda proyeksiyalanib ( $1'', 2'', 3''$ , va h.k.) nuqtalar topiladi va ular lekalo yordamida tutashtiriladi, hosil bo'lgan egri chiziq konus kesim yuzasini tashkil qiladi.



104-rasm.



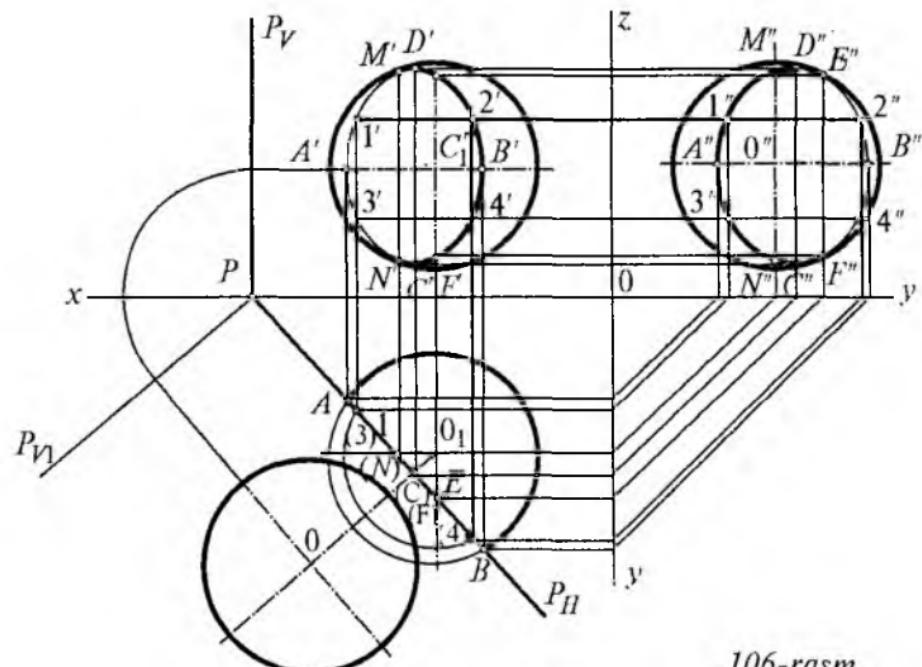
105-rasm.

Lekin kesim yuza haqiqiy kattalikda emas, chunki kesuvchi tekislik proyeksiya ( $H$  va  $W$ ) tekisliklariga og'ma holatda. Uning haqiqiy kattaligini topish bundan oldingi mavzulardagidek topiladi. Kesilgan konus izometriyasini yasash 104-rasmida ko'rsatilgan.

105-rasmida kesilgan konus yoyilmasi ko'rsatilgan, bu yerda ixtiyoriy  $S_0$  nuqta olinib konus yasovchisining haqiqiy kattaligida yarim aylana chiziladi, bitta yasovchidan boshlab gorizontaldi aylana uzunligi, unga esa kesilgan konus yasovchilarining haqiqiy kattaliklari o'lchab qo'yiladi va tutashtiriladi. Pastiga konus asosi, undan keyin kesim yuza chiziladi. Shunday qilib kesilgan konusning to'liq yoyilmasi hosil bo'ladi.

**Sharni proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish.** Sharning boshqa jismlardan farqi shundaki, uning uchala proyeksiyasi ham aylana bo'lib proyeksiyalanadi. Sharning yana bir xususiyati shundan iboratki, uni har qanday tekislik bilan qirqqanda ham kesim yuza doira ko'rinishida bo'ladi. Kesuvchi tekislik sharning vertikal o'qi bo'yiga o'tsa uning meridianlari bo'yicha, agar vertikal o'qiga perpendikular bo'lsa, parallelari bo'yicha kesiladi.

Ortogonal proyeksiyada sharni proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish 106-rasmida ko'rsatilganidek bajariladi.



106-rasm.

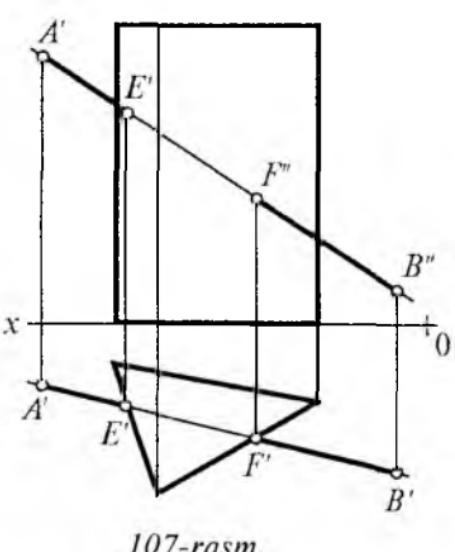
Unda kesuvchi  $P$  tekislik gorizontal proyeksiyalovchi bo'lib  $P_v$ ,  $P_H$  izlari balan berilgan. Shar bilan kesishgan nuqtalar  $P_H$  izida 1'; 2'; 3'; va h.k. nuqtalar topiladi. Bu nuqtalar frontal va profil proyeksiya tekisliklarda topiladi. Bunda ham kesim yuzaning haqiqiy kattaligini topish uchun  $P$  tekislikni  $P_H$  izi bo'yicha aylantirib gorizontal tekislik bilan jipslashtiriladi.  $O_0$  nuqta topiladi va  $AO_2$  radius bo'yicha aylana chiziladi. Ana shu doira kesim yuzining haqiqiy kattaligi hisoblanadi.

### **Savollar**

1. Ko'pyoqlarning tekislik bilan kesishgan chizig'i qanday ko'rinishida bo'ladi?
2. Aylanish sirtlari tekislik bilan kesishganda qanday chiziqlar hosil bo'ladi?
3. Aylanish sirtlar yoyilmasi nimaga asoslanib bajariladi?
4. Sharning qanday xususiyatlari bor?

### **5.5. Geometrik jismlar bilan to'g'ri chiziqning kesishuvi**

**To'g'ri chiziqning prizma sirti bilan kesishishi.** Prizma sirti bilan to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtalarini topish uchun berilishiga bog'liq holda masalaning yechimi topiladi. Masalan, prizma og'ma bo'lishi mumkin, unda qo'shimcha tekislik o'tkaziladi. Agar biror proyeksiya tekisligiga prizmaning tomonlari proyeksiyalovchi bo'lsa, unda o'sha tekislikdagi proyeksiyasida to'g'ri chiziq bilan prizma tomonning kesishgan nuqtasi aniq ko'rini turadi (107-rasm).

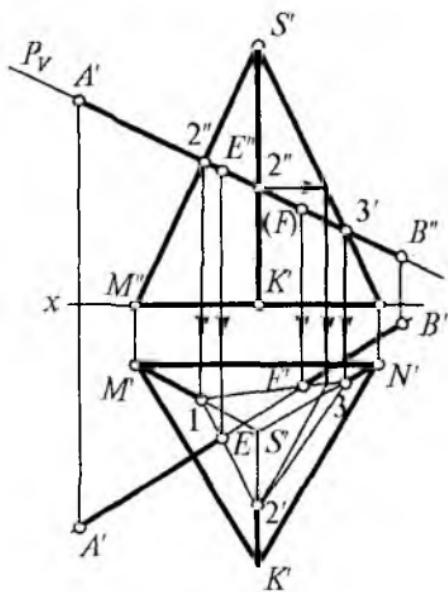


Aniq bo'lgan  $E'F'$  nuqtalarni to'g'ri chiziqning frontal

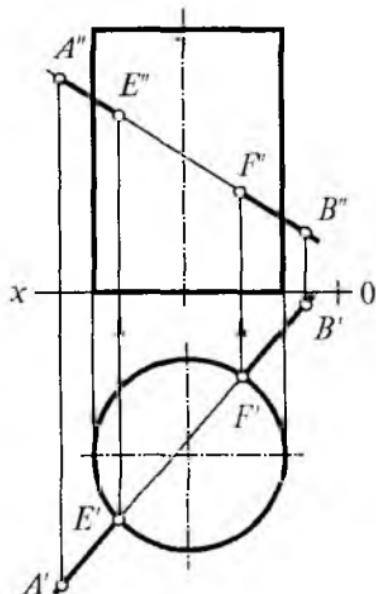
tal  $A''B''$  proyeksiyasiga olib chiqilsa, kesishgan nuqtalarning frontal  $E'', F''$  proyeksiyalari hosil bo‘ladi. Bunda ikkinchi nuqtani kirish va chiqish nuqtalari deb hisoblasa bo‘ladi. Masalaning yechimi bundan oldingi o‘tilgan mavzularda, ya’ni geometrik sirtlarni tekislik bilan, yoki to‘g‘ri chiziqning tekislik bilan kesishgan nuqtalarini topishga o‘xshab ketadi.

**Piramida sirtining to‘g‘ri chiziq bilan kesishishi.** To‘g‘ri chiziqning piramida bilan kesishgan nuqtasini topish bir necha usullarda, masalan, berilgan to‘g‘ri chiziq ustidan yordamchi proyeksiyalovchi tekislik o‘tkazish, to‘g‘ri chiziq ustidan yasovchi o‘tkazish usullarida topish mumkin. Yordamchi tekislik o‘tkazish usuli 108-rasmda ko‘rsatilgan. Unda  $A''B''$  chiziq ustidan frontal proyeksiyalovchi  $P_v$  izi bilan tekislik o‘tkazilgan.  $P_v$  tekislik bilan kesishgan chiziqning gorizontal proyeksiyasi topiladi. Bu chiziq  $A'B'$  chiziq bilan  $E'F'$  nuqtalarda kecishadi, ular frontal proyeksiyada ham topiladi.

**Silindr sirti bilan to‘g‘ri chiziqning kesishishi.** Silindr sirti bilan to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtalarini topish, xuddi prizma sirti bilan to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtalarini topishga aynan o‘xshab ketadi. Chunki prizma



108-rasm.



109-rasm.

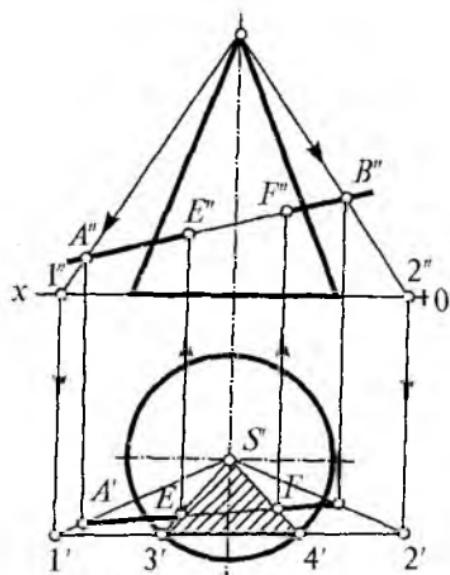
silindrning xususiy holdir, asosi gorizontal proyeksiya tekisligida yotuvchi to‘g‘ri doiraviy silindr va umumiy vaziyatidagi  $AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasi berilgan. Ularning kesishgan nuqtasini topish sharti qo‘yilgan (109-rasm). Ma’lumki, bunday paytda silindr yon sirti gorizontal proyeksiya tekisligida aylana ko‘rinishida proyeksiyalanadi. Shuning uchun to‘g‘ri chiziqning gorizontal  $A'B'$  proyeksiyasini bilan silindr gorizontal proyeksiyasini o‘zaro kesishgan.  $E'$  va  $F'$  nuqtalari aniq ko‘rinib turibdi, ularni to‘g‘ri chiziqning frontal  $A''B''$  proyeksiyasiga proyeksiyalab,  $E''F''$  nuqtalar topiladi. Demak, to‘g‘ri chiziqning silindr sirti bilan kesishgan  $EF$  nuqtalar topiladi. Ulardan biri kirish, ikkinchisi chiqish nuqtalari deyiladi va bunda ko‘rinar-ko‘rinmas nuqtalar aniqlanadi.

**To‘g‘ri doiraviy konus sirtining to‘g‘ri chiziq bilan kesishishi.** Konus sirtining to‘g‘ri chiziq bilan kesishgan nuqtalarini topish konus sirtining proyeksiya tekisliklariغا nisbatan vaziyatiga bog‘liq.

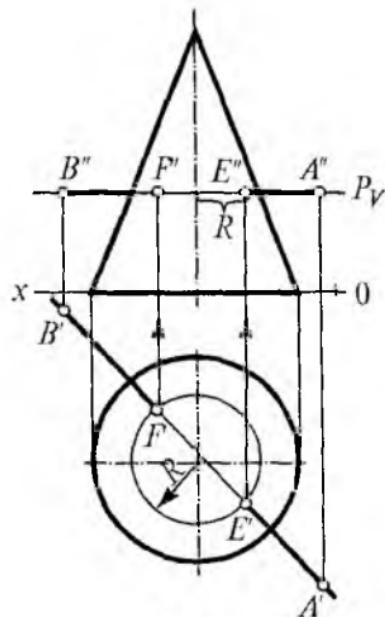
Asosi gorizontal tekislikda bo‘lgan to‘g‘ri doiraviy konus va umumiy vaziyatidagi  $AB$  to‘g‘ri chiziq berilgan. Ularning kesishgan nuqtalarini topish talab qilinsin. Konus sirti proyeksiya tekisliklariga nisbatan silindr sirtiga o‘xshab proyeksiyalovchi emas, shuning uchun berilgan  $AB$  to‘g‘ri chiziq ustidan yordamchi tekislik o‘tkaziladi (110-rasm).

Epyurda quyidagicha bajariladi. Frontal proyeksiyada  $A'S'$  va  $S'B'$  chiziq  $OX$  o‘qi bilan kesishguncha davom ettiriladi. Gorizontal proyeksiya  $A'S'$  va  $S'B'$  nuqtalardan ham xuddi shunday chiziqlar o‘tkaziladi.  $1''$  va  $2''$  nuqtalardan pastga qarab gorizontal tekislikka chiziq o‘tkazilib  $A'S'$  va  $S'B'$  chiziqlar bilan kesishguncha davom ettirilsa, kesishgan  $1'$  va  $2'$  nuqtalar hosil bo‘ladi, ular tutashtiriladi, bu chiziq konus asosini  $3'$  va  $4'$  nuqtalarda kesib o‘tadi. Shu nuqtalar  $S'$  bilan tutashtirilsa  $A'B'$  to‘g‘ri chiziq bilan kesishish  $E'F'$  nuqtalari ularni frontal  $A''S''$  to‘g‘ri chiziqqa proyeksiyalab,  $E''F''$  lar hosil qilinadi. Natijada konus sirti bilan  $AB$  to‘g‘ri chiziqning kesishgan  $EF$  kirish va chiqish nuqtalari topildi.

Asosi gorizontal tekislikda yotuvchi to‘g‘ri doiraviy konus va gorizontal vaziyatidagi  $AB$  to‘g‘ri chiziq beril-



110-rasm.

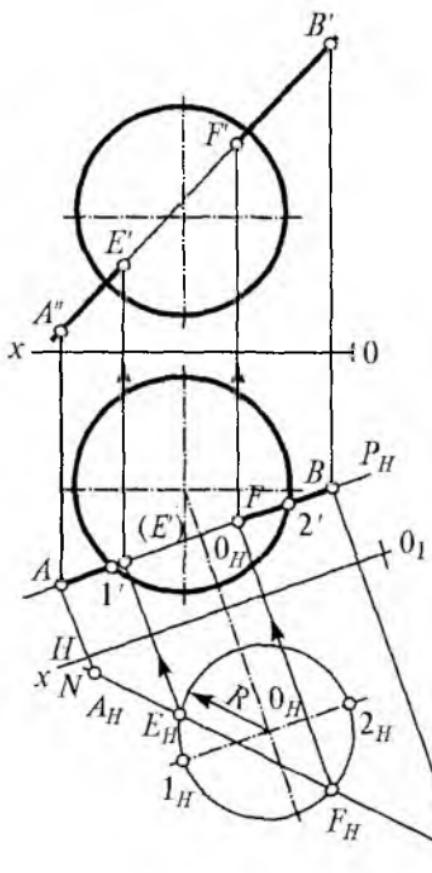


111-rasm.

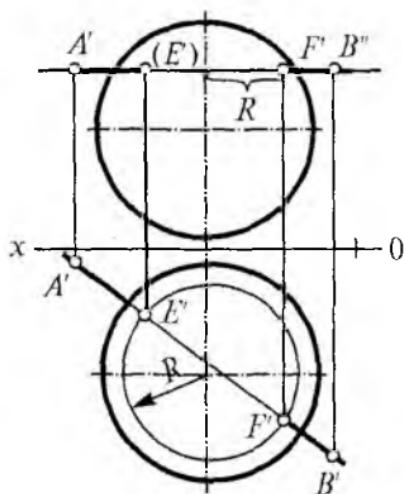
gan, ularning kesishgan nuqtalarini topish talab qilinsin (111-rasm). Masalani yechish uchun  $AB$  to‘g‘ri chiziqning frontal  $A''B''$  proyeksiyasini ustidan frontal proyeksiyalovchi  $P$  tekislikning  $P$  izi o‘tkaziladi. O‘tkazilgan  $P$  tekislik konus asosiga parallel bo‘lganligi sababli konusni doira shaklda kesib o‘tadi, ya’ni gorizontal proyeksiyada konus markazidan  $R$ , radius bo‘yicha aylana chiziladi. Bu aylana  $A'B'$  to‘g‘ri chizig‘ini  $E'F'$  nuqtalardan kesib o‘tadi, ularni frontal tekisligida topilsa  $E''F''$  nuqtalar hosil bo‘ladi. Shu tariqa konus sirti bilan  $AB$  to‘g‘ri chiziqning kirish va chiqish nuqtalari topiladi. Agar to‘g‘ri chiziq gorizontal proyeksiyalovchi bo‘lsa, ikki xil usulda bajarish mumkin.

**Shar sirtining to‘g‘ri chiziq bilan kesishishi.** Shar sirtining to‘g‘ri chiziq bilan kesishishi to‘g‘ri chiziqning proyeksiyasini tekisliklariga nisbatan, vaziyatga bog‘liq holda turlichcha bo‘lishi mumkin.

Agar to‘g‘ri chiziq umumiy vaziyatda berilgan bo‘lsa, shar bilan kesishgan nuqtasini topish, tekislikni almashtirish usulida bajarilsa oson topiladi. Bunday holatda shuni esdan chiqarmaslik kerakki, sharni har qanday vaziyatdagi tekislik bilan kesishganda ham kesim yuzasi doira bo‘ladi. Shuni hisobga olib to‘g‘ri chiziqning gorizontal  $A'B'$



112-rasm.



113-rasm.

proyeksiyasidan gorizontal proyeksiyalovchi  $P$   $P_H$  tekislik o'tkaziladi va unga parallel tekislikka proyeksiyalanadi, ya'ni tekislikni almashtirish usulida,  $O_1 X_1$  o'qi  $A' B'$  ga parallel qilib

o'tkaziladi.  $OX$  o'qidan  $A''$  va  $B''$  masofalar  $O_1 X_1$  o'qidan o'lchab  $A'_1$  va  $B'_1$  nuqtalar topiladi. Ular tutashtirilsa,  $1' 0$  masofaga teng  $R$  radius bo'yicha chizilgan aylana bilan kesishib  $E''$ ,  $F''$ , nuqtalarni hosil qiladi, ularni teskariga proyeksiyalab  $E''$  va  $F''$  nuqtalarda topiladi (112-rasm). Ana shu nuqtalar shar va  $AB$  to'g'ri chizig'inining izlanayotgan kirish va chiqish nuqtalari hisoblanadi. Agar shar sirti bilan kesishuvchi to'g'ri chiziq gorizontal vaziyatda bo'lsa, unda to'g'ri chiziqning  $A'' B''$  ustidan frontal proyeksiyalovchi  $P$  tekislik o'tkaziladi.

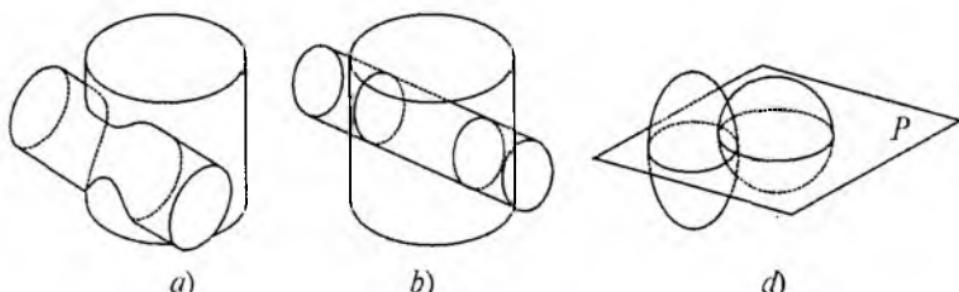
Natijada sharning tekislik bilan kesishgan chizig'i  $R$  radiusli aylana hosil bo'ladi. Sharning gorizontal proyeksiyasida  $R$  radius bilan aylana chizilsa  $A' B'$  bilan  $E'' F''$  nuqtalarda kesishadi, ularni frontal tekislikka proyeksiyalab  $E'' F''$  nuqtalar topiladi (113-rasm). Agar to'g'ri chiziq frontal proyeksiyalovchi bo'lsa ham xuddi shunday bajariladi.

## 5.6. Geometrik jism sirtlarining o'zaro kesishuvi

Texnikada, asbob-uskunalar, mashina mexanizmlarida aksariyat detallar har xil geometrik jismlarning kesishuvi dan hosil bo'lган. Bunday jismlarda kesishgan sirt chiziqlari yoki o'tish chiziqlari paydo bo'ladi. Bu chiziqlar ikkala sirt uchun ham umumiy chiziq hisoblanib, shakl jihatidan ular tekis, fazoviy yoki har xil siniq chiziqlar dan iborat bo'lishi mumkin.

Geometrik jism va sirtlarning o'zaro joylashuviga qarab kesishuv chizig'i ko'p hollarda fazoviy yoki tekis egri chiziqlar bo'lishi, agar ular bir tomonlama kesishgan bo'lسا, yopiq siniq yoki egri chiziq hosil bo'ladi (114-a, rasm). Agar geometrik jismlardan birontasi ikkinchisini bir tomonidan kirib, ikkinchi tomonidan chiqsa, unda alohida yopiq siniq yoki egri chiziq hosil bo'ladi (114-b, rasm).

Geometrik jismlarning o'zaro kesishish chizig'ini topish uchun avvalambor yordamchi proyeksiyalovchi tekisliklar o'tkaziladi (114-d, rasm). Birinchi navbatda har ikkala sirtga tegishli xarakterli, ya'ni eng chetki, eng yuqorigi, eng pastki va hokazo nuqtalar aniqplanadi. Undan keyin shu nuqtalar orasida yana yordamchi proyeksiyalovchi tekisliklar o'tkazilsa, bu tekislik birinchi jismni biror chiziq orqali kesadi; ikkinchi jismni ham o'z navbatida ikkinchi chiziq orqali kesadi, ana shu ikki jismdagi chiziqlarning kesishgan nuqtasi ikki jismga ham tegishli bo'lib, ikki jism sirtlarining kesishgan nuqtalaridan biri bo'ladi. Ikki sirt kesishish nuqtalarining qolganlari ham shu tarzda topiladi va tutashtiriladi.



116-rasm.

**Ikkita ko‘pyoqlikning o‘zaro kesishuv chizig‘ini yasash.**  
 Ikkita ko‘pyoqlikning o‘zaro kesishuv chizig‘ini topish quyidagi ko‘rinishlarda bo‘lishi mumkin:

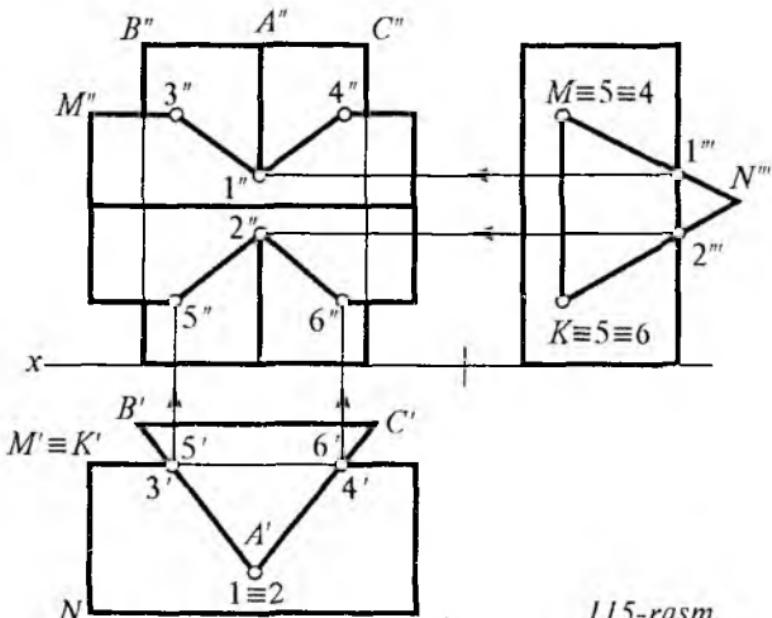
1. Ko‘pyoqlikning qirrasi ikkinchi ko‘pyoqlikning tomoni bilan kesishuvi, bu to‘g‘ri chiziq bilan tekislikning kesishgan nuqtasini topish demakdir.

2. Ikkita ko‘pyoqlikning qirralari kesishgan nuqta, bu ikki to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtalari demakdir.

3. Ikki ko‘pyoqlikning tomonlari kesishganda to‘g‘ri chiziq hosil bo‘ladi, bu ikki tekislikning o‘zaro kesishgan chizig‘i demakdir.

**Ikkita prizmaning kesishgan chizig‘ini yasash.** Berilgan ko‘pyoqlar proyeksiyalovchi vaziyatda bo‘lsa, ularning kesishgan chizig‘ini topish ancha oson kechadi. Ikkita prizma berilgan, birining qirralari gorizontal proyeksiyalovchi, ikkinchisi profil proyeksiyalovchi holatda. Bunda birinchi profil proyeksiyalovchi qirralar ikkinchi vertikal holatdagi prizmaning tomonlarini kesib o‘tadi.

Vertikal  $ABC$  asosli prizmaning  $A$  qirrasi MNK asosli prizma tomonlarini  $1''$  va  $2''$  nuqtalarda kesib o‘tyapti, bu profil proyeksiyada topiladi va frontal, gorizontal tekislikdagi proyeksiyalarani aniqlanadi (115-rasm).  $3'$ ,  $4'$ ,  $5'$ ,  $6'$  nuqtalar gorizontal proyeksiyada topiladi va bu nuq-



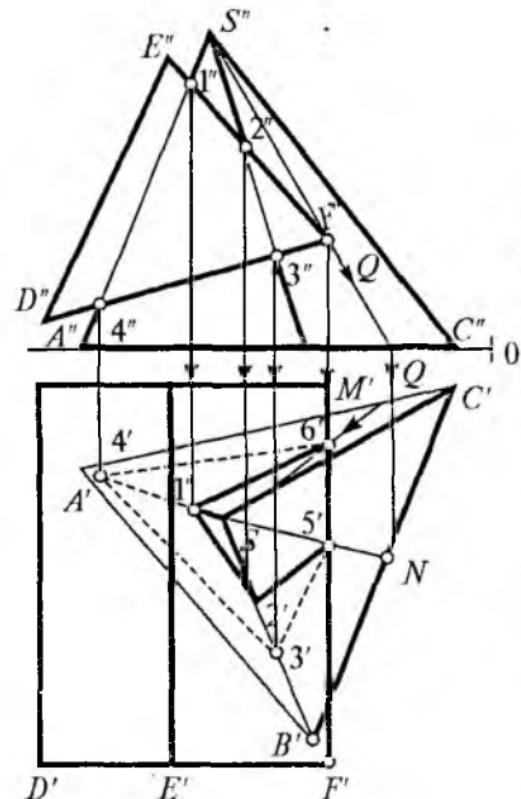
115-rasm.

talarning frontal  $3'', 4'', 5'', 6''$ , profil  $3'', 4'', 5'', 6''$ , proyeksiyalari topiladi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, ikki prizmaning o'zaro kesishgan siniq chizig'i hosil bo'ladi.

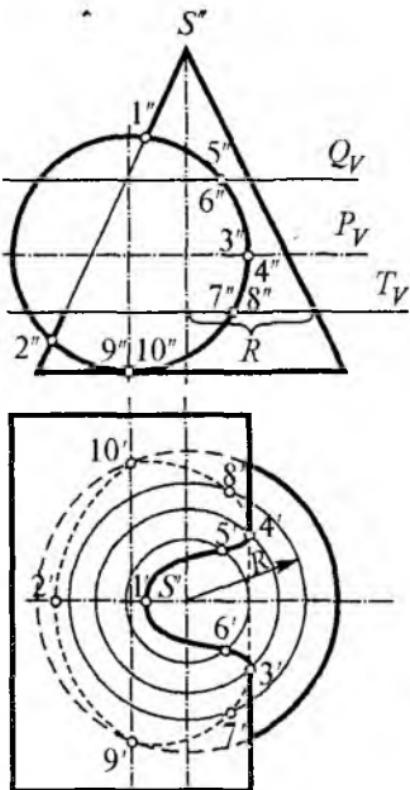
**Prizma va piramidaning kesishgan chizig'ini yasash.** Prizma va piramidaning kesishgan chizig'ini topishdan oldin ularning proyeksiya tekisliklariga nisbatan vaziyatlari o'rGANilib chiqiladi.

Vertikal vaziyatda piramida, gorizontal vaziyatda prizma berilgan. Ularning kesishgan chizig'ini topish uchun birinchi ko'pyoqlikning tomoni ikkinchi ko'pyoqlikning qirrasi bilan kesishgan nuqtasini topishdan boshlanadi, shunda masalani bajarish yanada osonlashtiradi (116-rasm).

**Aylanish sirtlarining kesishgan chizig'ini yasash** o'qi frontal proyeksiya tekisligiga perpendikular, silindr va o'qi gorizontal proyeksiya tekisligiga perpendikular bo'lgan konus berilgan, ikkala sirtning kesishgan chizig'ini topish talab qilinsin (117-rasm).



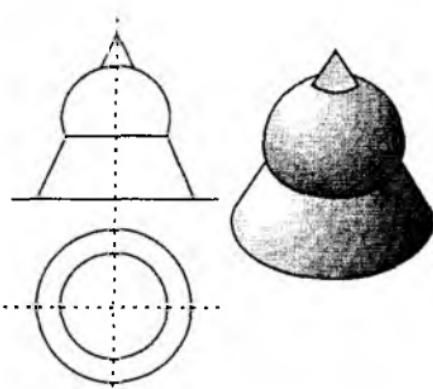
116-rasm.



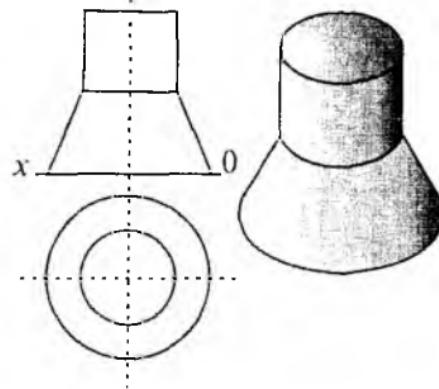
117-rasm.

Bunda silindrning frontal proyeksiyasi aylana bo'lib proyeksiyalanadi, shunda ikki sirt kesishgan chizig'i silindrning frontal proyeksiyasida aniq ko'rindi, ya'ni silindr sirti bilan konus yasovchilarining kesishgan nuqtalari (1'', 2'' va h.k.)ni aniqlab ularni gorizontall proyeksiyada topiladi. Masalan, 1'' va 2'' nuqtalar konusning eng chetki yasovchisida yotibdi, demak, bu yasovchi frontal tekislikka parallel joylashgan. 1'' va 2'' nuqtalar ana shu yasovchida bo'ladi. Frontaldagi 3'' va 4'' nuqtalarning gorizontal proyeksiyalarini topish uchun gorizontalga parallel bo'lgan frontal proyeksiyalovchi  $P$  ( $P_v$ ) tekisligi o'tkaziladi. Bu tekislik konus sirti bilan  $R$  radiusli aylana bo'yicha kesishadi, ana shu  $R$  radius bilan konusning gorizontal proyeksiyasida aylana chiziladi va 3'' va 4'' nuqtalarning gorizontal proyeksiyasi 3' va 4' nuqtalar shu aylanada topiladi. 5, 6, 7, 8, 9, 10 nuqtalarni topish uchun ham xuddi shu usulda  $P$  tekislikdan masofada unga parallel qilib  $Q$  va  $M$  frontal proyeksiyalovchi tekisliklar o'tkaziladi, ular silindrning frontal proyeksiyasi bilan kesishib 5'', 6'', 7'', 8'', 9'', 10'' nuqtalarni hosil qiladi. Ularning gorizontal proyeksiyasi topish uchun yuqorida aytilgan usulda ish yuritiladi. Gorizontal tekislikda tопилган барча nuqtalar ketma-ket tutashtirilsa, konus va silindrning kesishgan yopiq fazoviy egri chizig'i hosil bo'ladi.

**Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtining kesishgan chizig'ini yasash.** Yuqorida aytib o'tilganidek, aylanish sirtlarining o'zaro kesishuv chizig'i tekis yopiq va fazoviy yopiq chiziqdan iborat bo'lishi mumkin. Bu ikki



118-rasm.



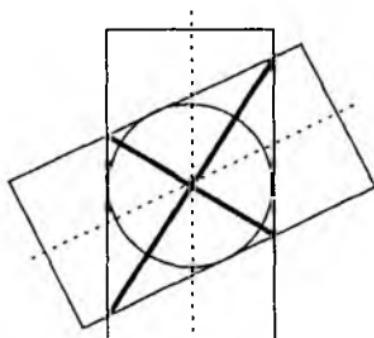
119-rasm.

aylanish sirtlarining o'zaro joylashuviga va ular shaklining katta-kichikligiga bog'liq. Misol uchun, konus va shar (118-rasm) yoki konus va silindrning o'qlari umumiy bo'lса, kesishgan chizig'i aylanadan iborat bo'ladi (119-rasm).

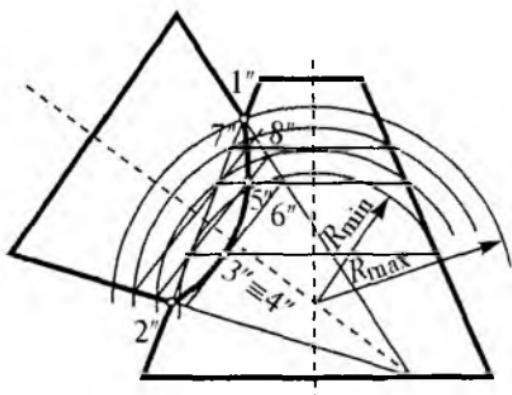
Ikki silindr berilgan bo'lsa, birinchi navbatda ularning vaziyatlari, diametrlerining katta, kichikligi o'rganiladi, shunga qarab, ularning kesishgan chizig'i topiladi. Agar silindrler (biri vertikal, ikkinchisi og'ma bo'lsa ham) diametrleri teng bo'lsa, ularning kesishgan chizig'i ikkita kesishgan ellipsdan iborat bo'ladi (120-rasm).

**Aylanish sirtlarining kesishgan chizig'ini yordamchi sfera usulida yasash.** Aylanish sirtlarining o'qlari bir nuqta da kesishib proyeksiya tekisliklaridan birontasiga parallel bo'lsa, ularning kesishgan chizig'ini topish konsentrik shar (sfera) usulida ancha oson kechadi. Bu paytda yordamchi proyeksiyalar tekisligidan foydalanish maqsadga muvofiq emas, chunki konusning tekisliklar bilan kesishgan chizig'i murakkablashib ketadi.

121-rasmda bri vertikal kesik, ikkinchisi og'ma vaziyatdagi konus berilgan, ularning kesishgan chizig'ini topish ko'rsatilgan. Birinchi navbatda eng chetki yasovchilarining kesishgan ( $1''$ ,  $2''$ ,  $3''$ ,  $4''$ ) nuqtalari topiladi. Keyin ular orasida sferalar chiziladi, vertikal kesik konusga ichki urinma qilib,  $R_{\min}$  va konus yasovchilarining eng chetki kesishgan nuqta ( $1''$ ) sidan  $R_{\max}$  radusli sferalar o'tkaziladi. Qolgan yordamchi sferalar shular orasida bo'lishi kerak. Bu sferalarlarning berilgan konuslar bilan kesishgan chiziqlari o'zaro



120-rasm.



121-rasm.

kesishib, ikki sirt konuslar kesishgan chizig‘ining nuqtalari 5”, 6”, 7”, 8” larni hosil qiladi, ular tutashtirilsa, ikki konusning kesishgan chizig‘i hosil bo‘ladi.

## 6 - B O B . AKSONOMETRIK PROYEKSIYALAR<sup>1</sup>

### 6.1. To‘g‘ri va qiyshiq burchakli aksonometrik proyeksiyalar

Ortogonal proyeksiyalash texnik chizmalarda tasvirlar yasashning asosiy usuli hisoblansa-da, lekin ortogonal proyeksiyalardagi chizmalar detalning yetarli darajada yaqqolligini namoyon qila olmaydi. Ayniqsa mashinalarning murakkab detallari yoki qurilishda ishlataladigan turli konstruksiyalarni, ortogonal chizmalariga ko‘ra ularning fazoviy shaklini tasavvur qilish birmuncha qiyin kechadi. Bunday hollarda detallarning chizmasini uning yaqqol tasviri bilan to‘ldirish zaruriyati tug‘iladi, bunday tasvir **aksonometriya** deyiladi.

Detal va uning ortogonal proyeksiyalari hamda u joylashgan dekart koordinatalar sistemasining biror yo‘nalish bo‘yicha ixtiyoriy olingan tekislikdagi tasviri aksonometriya deb ataladi.

«Aksonometriya» — grekcha so‘zdan olingan bo‘lib, «o‘qlar bo‘yicha o‘lchash» degan ma’noni anglatadi. Mazzumi shundaki, narsa yoki geometrik jism biror  $P$  tekislikka to‘g‘ridan-to‘g‘ri o‘z holicha biror  $S$  yo‘nalish bo‘yicha proyeksiyalansa, proyeksiyalash nuri uchala o‘q ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ )ning birortasiga ham parallel bo‘lmaydi va yaqqol tasviri hosil bo‘ladi. Bunda  $P$  — aksonometriya tekisligi bo‘lib, o‘qlar proyeksiya tekislikka parallel bo‘liganligi sababli o‘z haqiqiy kattalikda proyeksiyalanmaydi, ya’ni qisqarib tushadi.

Parallel aksonometrik proyeksiyalar to‘g‘ri burchakli ( $S$  proyeksiyalash yo‘nalishi bilan  $P$  tekislik orasidagi burchak  $\varphi^\circ = 90^\circ$  bo‘lgan hol) va qiyshiq burchakli ( $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ ) bo‘lgan hollar bo‘lishi mumkin. Fazoda biror  $A$  nuqta

<sup>1</sup> Aksonometrik proyeksiyalar, Sh. Murodovning «Gidrotexnikalar uchun chizma geometriya» kitobidan foydalanildi.

o'zining ortogonal proyeksiyalari bilan berilgan bo'lib sin (122-rasm).  $A$  nuqta uning proyeksiyalari va koordinata o'qlarini biror  $S$  yo'nalishi bo'yicha ixtiyoriy olingan  $P$  tekislikka proyeksiyalanadi.

Bunda  $P$  — aksonometriya tekisligi,  $S$  — nur yo'nalishi,  $O$  nuqtaning aksonometrik proyeksiyası  $O_p$  bo'lib,  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  o'qlarning aksonometrik proyeksiyalari esa  $O_p X_p$ ;  $O_p Y_p$ ;  $O_p Z_p$  bo'ladi va ular aksonometrik o'qlar deb ataladi. Bunda  $A(A')$  nuqtaning aksonometrik proyeksiyasi  $A_p(A'_p)$  nuqtalar bo'ladi.  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  o'qlarning har biriga biror natural mashtab birligiga teng ( $e$ ) kesma o'lchab qo'yilgan.

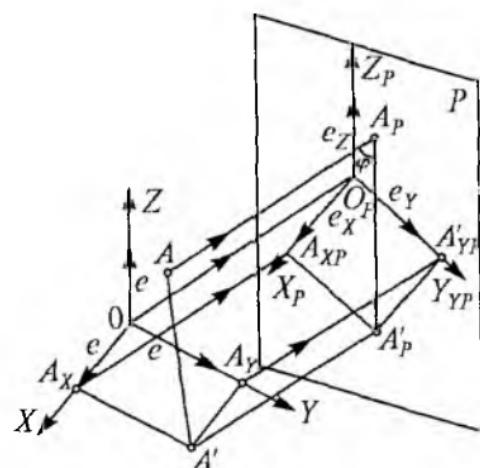
Demak, Dekart koordinata sistemasidagi  $e$  natural birlik kesmasi aksonometriya o'qlariga o'zgarib tushadi. Buning uchun  $e_x/e$ ,  $e_y/e$  va  $e_z/e$  nisbatlar olinadi. Bunda  $k_x = e_x/e$ ,  $k_y = e_y/e$  va  $k_z = e_z/e$  deb belgilanadi va aksonometriyada o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari deb ataladi. O'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari va aksonometrik o'qlar orasidagi burchaklar ham har xil bo'ladi. O'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari va aksonometrik o'qlar orasidagi burchaklar ham har xil bo'ladi.

- Agar uchala o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari o'zaro teng bo'lsa ( $K_x = K_y \neq K_z$ ), unda izometriya deyiladi.

- Agar ikkita o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari o'zaro teng bo'lib, uchinchisi farq qilsa ( $K_x = K_y \neq K_z$ ), unda dimetriya deyiladi.

- Agar uchala o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari har xil bo'lsa ( $K_x \neq K_y \neq K_z$ ), bunda trimetriya deyiladi.

Proyeksiyalash yo'nalishi ( $S$ ) ning  $P$  aksonometriya tekisligiga nisbatan vaziyatiga qarab aksonometriya ikkiga bo'lingan. Agar nur yo'nalishi aksonometriya tekisligiga



122-rasm.

perpendikular bo'lsa, to'g'ri burchakli, og'ma bo'lsa qiy-shiq burchakli aksonometriya deyiladi.

**Standart aksonometrik proyeksiyalar.** To'g'ri burchakli aksonometrik proyeksiyalarda o'zgarish koeffitsiyenti kvadratlarining yig'indisi 2 ga teng, ya'ni  $K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2$  bo'ladi<sup>1</sup>. To'g'ri burchakli aksonometrik proyeksiyalar uch turga bo'linadi:

**1. To'g'ri burchakli aksonometriya.** Izometriyada uchala o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsiyentlari o'zaroteng bo'l-gani uchun  $K_x = K_y = K_z$  bo'ladi. Unda  $K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = 2$  formulaga asosan,  $3K_x^2 = 2$  yoki  $K_x = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82$  bo'ladi. Demak,  $K_x = K_y = K_z = 0,82$  marta o'zgaradi. Biror detalning izometriyasini yasash uchun uning eni, bo'yi, balandliklari va boshqa o'lchamlarini 0,82 ga ko'paytirish kerak bo'ladi, bunda izometriya yasash murakkablashadi. Shuning uchun muhandislik tajribasida 0,82 o'rniga o'zgarish koeffitsiyentlari  $K_x = K_y = K_z = 1$  deb olinadi.

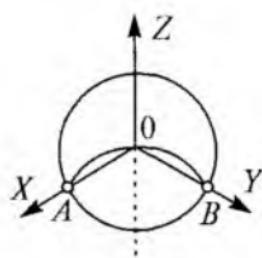
Bunda keltirilgan koeffitsiyentlar  $m = 1/K_x = 1 : \sqrt{\frac{2}{3}} = 1 : 0,82 = 1,22$  bo'ladi, demak, yasalgan izometriya ha-qiqiy tasvirdan 1,22 marta katta bo'ladi. To'g'ri burchakli izometriyada o'qlar orasi  $120^\circ$  ga teng. Izometrik o'qlarni yasashda ikki usuldan foydalanish mumkin.

**Sirkulda bajarish:** 1)  $O$  nuqtadan  $Oz$  o'q vertikal qilib o'tkaziladi; 2)  $O$  markaz bo'yicha ixtiyoriy aylana chiziladi va  $O_1$  nuqta belgilanadi; 3)  $O_1$  nuqtadan aylana radusiga teng radius bilan yoy chizilib aylana ustida  $A_v B_x$  nuqtalar hosil qilinadi.  $OA$  va  $OB$  to'g'ri chiziqlar  $OX$  va  $OY$  o'qlar holatini belgilaydi (123-rasm).

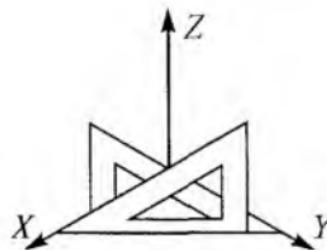
**Uchburchak usuli:** 1)  $O$  nuqtadan vertikal  $OZ$  o'qi o'tkaziladi; 2)  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  li uchburchakning kichik kateti  $OZ$  o'qi parallel qo'yiladi. Uchburchak gipotenuzasi bilan  $O$  nuqta orqali  $OX$  va  $OY$  o'qlar o'tkaziladi (124-rasm). Demak o'qlar orasi  $120^\circ$  ga teng bo'ladi (125-rasm).

**2. To'g'ri burchakli (ortogonal) dimetriya.** To'g'ri burchakli dimetriya o'zgarish koeffitsiyentlaridan ikkitasi o'za-

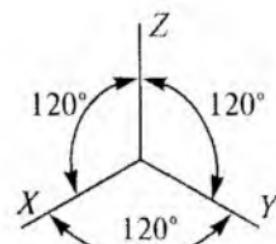
<sup>1</sup> Isbotini Sh. Murodov va boshqalar, «Chizma geometriya kursi», «O'qituvchi», 1988-y., kitobidan qaralsin.



123-rasm.



124-rasm.



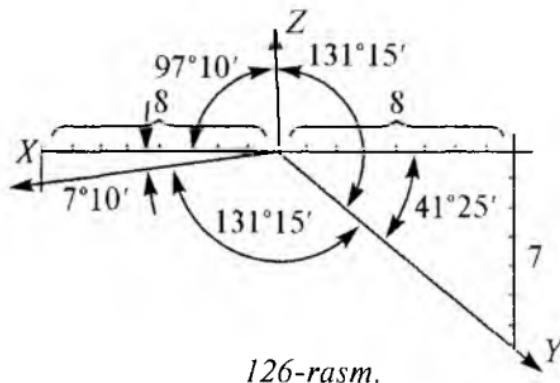
125-rasm.

ro teng bo'ladi, uchinchisi farq qiladi, ya'ni  $K_x = K_y \neq K_z$ ,  $K_x = K_z \neq K_y$  yoki  $K_x = K_z \neq K_y$ .

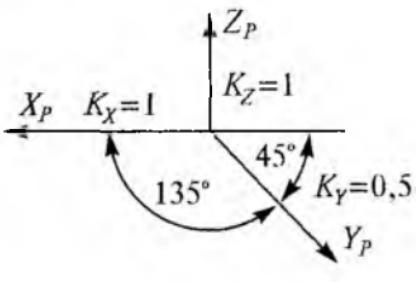
Ko'pincha to'g'ri burchakli dimetriya chizishda  $K_x = K_z = 0,5K_y$  holati ishlatiladi. Unda asosan  $K_x^2 + 1/4K_x^2 = 2$ ;  $9K_x^2 = 8$  yoki  $K_x = \sqrt{\frac{8}{9}} = 0,94$  bo'ladi. Demak,  $K_x = K_z = 0,94$  bo'lib,  $K_y = 0,47$  bo'ladi. Lekin detalning dimetriyasini yasashda bu ancha qiyinlik tug'diradi. Shuning uchun keltirilgan dimetriya qo'llanib, o'zgarish koefitsiyentlari  $K_x = K_z = 1$ ;  $K_y = 0,5$  tarzda olinadi. Bunda keltirilgan koefitsiyent  $m = \frac{3}{2}\sqrt{2} = 1 : 0,94 = 1,06$  bo'ladi, demak narsaning dimetriyasi 1,06 marta kattalashadi. Shuning uchun o'qlar orasidagi burchakning ikkitasi  $131^\circ 25'$  ga, uchinchisi esa  $97^\circ 10'$  ga teng bo'ladi (126-rasm).

Dimetrik o'qlarning bajarish tartibi: 1)  $O$  nuqtadan  $OZ$  vertikal o'tkaziladi, unga perpendikular qilib gorizontal  $h$  chiziq o'tkaziladi; 2) gorizontal chiziq bo'yicha  $O$  nuqtadan chap va o'ng tomonlarga 8 birlik o'lchab qo'yilgan; 3) chap tomondan bir birlik, o'ng tomonidan 7 birlik pastga o'lchab  $A$  va  $B$  nuqtalar hosil qilinadi; 4)  $OA$  va  $OB$  lar tutashtirilib  $OX$ ,  $OY$  o'qlar yasaladi.

**Qiysiq burchakli (frontal) dimetriya.** Dimetriya yasash qulayroq bo'lish uchun ayrim hollarda narsalarning aksonometriya tekisligiga parallel qilib olinadi, bunda qiysiq



126-rasm.



127-rasm.

yaqqol tasvirini chizishni ancha osonlashtiradi (127-rasm).

## 6.2. Aylananing aksonometrik proyeksiyasi

### Aylananing to‘g‘ri bo‘rchakli izometriyasini yasash.

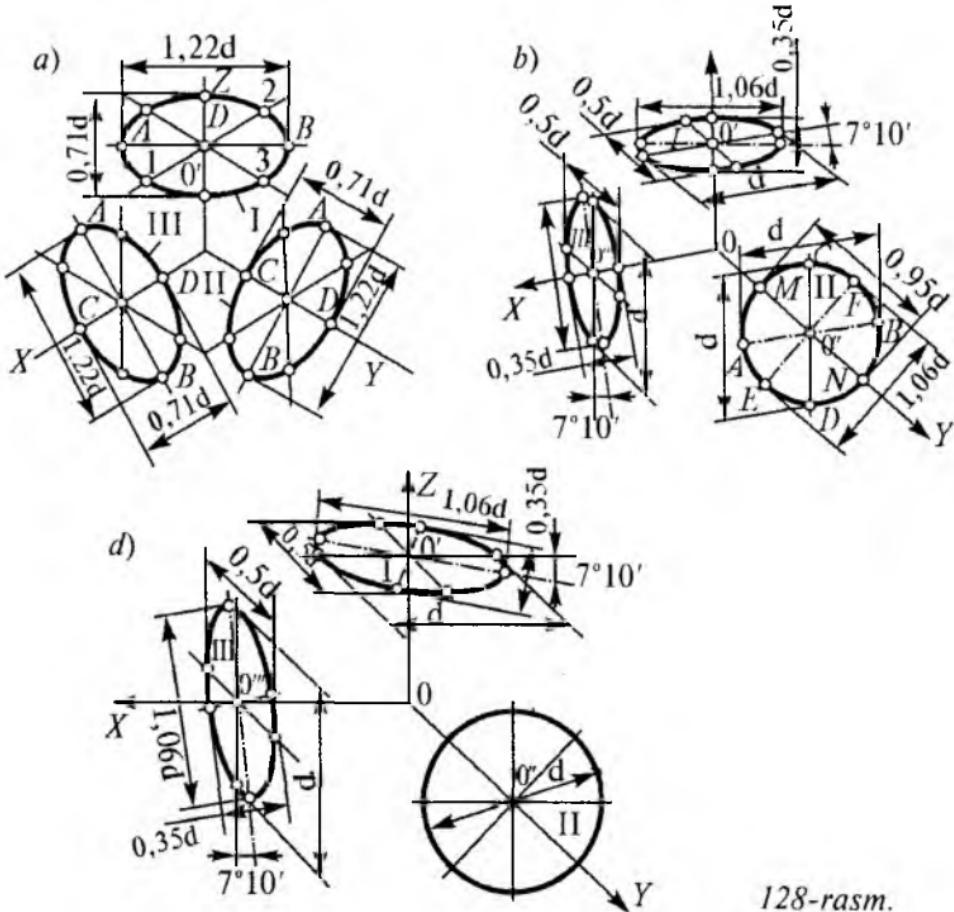
To‘g‘ri burchakli izometriyada  $XOY$ ,  $XOZ$  va  $YOZ$  koordinata tekisliklari uchun ellipsning katta va kichik o‘qlarining miqdori bir xil o‘zgaradi. Keltirish koeffitsiyenti  $m = 1,22$  ni hisobga olganda ellipsning katta o‘qi  $2a = md = 1,22d$  bo‘ladi. Uning kichik o‘qi  $2b = mdcos\varphi = 1,22d\sqrt{1 - k^2} = 1,22\sqrt{1 - \frac{2}{3}}$  bo‘ladi.

128-rasmida aylananing keltirilgan izometriyasini yasash ko‘rsatilgan. Gorizontal ellips yasash uchun aylana marказining proyeksiyasi  $O'$  nuqta orqali  $OX$  va  $OY$  o‘qlariga parallel qilib to‘g‘ri chiziqlar o‘tkaziladi. Bu to‘g‘ri chiziqlarga berilgan aylananing diametri o‘lchab qo‘yiladi va 1, 2, 3, 4 nuqtalar hosil qilinadi.  $O'$  nuqtadan  $OZ$  o‘qqa perpendikular chiqarib, unga  $1,22d$  o‘lchab qo‘yiladi va ellipsning katta o‘qi  $AB$  hosil qilinadi. So‘ngra  $OZ$  o‘qi bo‘yicha  $0,71d$  kesma qo‘yilib, ellipsning kichik o‘qi  $CD$  hosil qilinadi. 8 ta nuqta orqali ellips chiziladi.

**To‘g‘ri burchakli dimetriya yasash.** Ortogonal dimetriyada  $XOY$ ,  $XOZ$ ,  $YOZ$  koordinata tekisliklari uchun ellipsning katta o‘qi miqdorining o‘zgarishi bir xil bo‘ladi. Bu miqdor keltirilgan koeffitsiyentni hisobga olingan holda  $2a = md = 1,06d$  bo‘ladi (128-rasm).

Ellips kichik o‘qining miqdori keltirilgan koeffitsiyent hisobiga olgan holda  $XOY$  va  $YOZ$  koordinata tekisliklari uchun  $2b = mdcos\varphi = 1,06d\sqrt{1 - k^2} = 1,06d\sqrt{1 - \frac{8}{9}} \approx 0,35d$  bo‘ladi.

burchakli aksonometriyadan foy-dalaniladi. Demak,  $X$ ,  $Z$  o‘qlar o‘zaro perpendikular bo‘lib,  $XOZ$  koordinatalar tekisligi va unga parallel bo‘lgan barcha shakllar aksonometriya tekisligiga o‘zingning haqiqiy kattaligida proyeksiyalanadi. Bu esa narsaning



128-rasm.

$XOY$  koordinata tekisligi uchun ellipsning kichik o‘qi  
 $2b = md \sqrt{1 - k_y^2} = 1,06d \sqrt{1 - \frac{8}{9}} \approx 0,95d$  bo‘ladi.

128-d, rasmda qiyshiqliq burchakli (frontal) dimetriya yasash ko‘rsatilgan. Unda  $XOZ$  koordinata tekisligida aylana o‘z kattaligida proyeksiyalanadi.  $XOY$  va  $YOZ$  tekisliklarida esa ellips bo‘lib proyeksiyalanadi. Bu ellipslar qoshimcha diametrining kattasi  $d/2$ , kichigi  $d/2$  ga teng deb hisoblanadi.

### Savollar

1. Aksonometrik proyeksiya tushunchasi nimadan iborat va necha xil bo‘ladi?
2. Izometrik proyeksiya o‘qlari orasi necha gradusdan iborat?
3. Necha xil dimetrik proyeksiyalar bor?

## *II QISM*

### **SOYALAR NAZARIYASI, PERSPEKTIVA VA SONLI PROYEKSIYALAR**

#### **7 - BOB. ORTOGONAL VA AKSONOMETRIK PROYEKSIYALARDA SOYALAR**

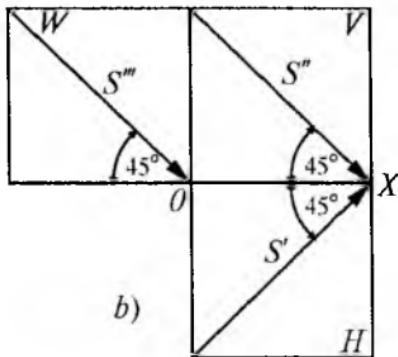
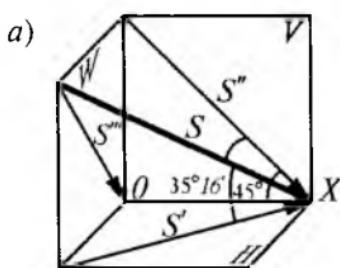
Bino va inshootlar fasadining loyihalarini chizganda faqat chiziqlar uncha yaxshi ko'rinish bera olmaydi. Demak, uning hajmi, shakli chiqib turgan yorug'likdan himoya qiladigan elementlari, kirish joydagi ayvonnarni tabiiy ko'rinishga yaqinlashtirish uchun bino fasadlarida soya, yorug' ishlatiladi. Shundagina chizilgan loyiha juda ko'r-kam, chiroyli bo'ladi. Tabiatda quyoshdan tushayotgan nurlar arxitektura inshootlarini yoritadi va ularda soya hosil qiladi. Loyihalarda ham tabiiy yoritishga moslab soya bajarish qabul qilingan. Soyalarini bajarish ba'zi qonun-qoidalarga binoan faqat chizma geometriya fanidagina o'rganiladi. Ortogonal proyeksiyalarda asosan parallel nurlardan foydalilaniladi. Quyosh va oy cheksiz uzoqlikda deb, ulardan tushayotgan nurlar parallel hisoblanadi. Ortogonal va aksonometrik proyeksiyalarda soya bajarishda nur yo'nalishi uchun kubning diagonali qabul qilingan (129-rasm).

Kubning diagonali yoq (tomon)larining har qaysisi bilan  $35^{\circ}16'$  burchakni tashkil qilib, to'g'ri burchakli proyeksiyalar o'qiga  $45^{\circ}$  qiya qilib proyeksiyalanadi. Mart oyining o'rtalarida soat  $10^{\text{th}}$  atrofida Toshkent viloyati hududida quyosh nurining og'ish burchagi  $35^{\circ}16'$  ga teng bo'ladi<sup>1</sup>.

129-a, rasmda kubning yaqqol tasviri berilgan, 129-b, rasmda esa uning ortogonal proyeksiyasi tasvirlangan.

---

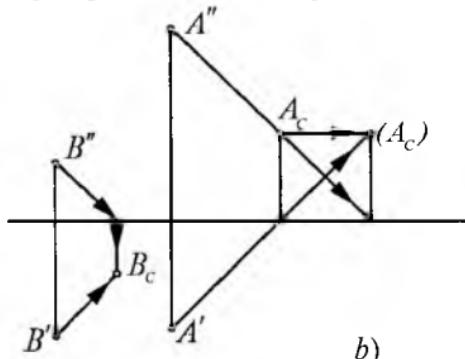
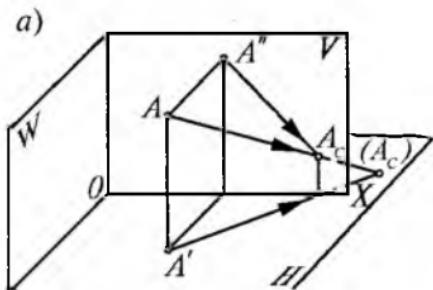
<sup>1</sup> R. Xorunov. «Chizma geometriya kursi», 264-bet. T., «O'qituvchi», 1964.



129-rasm.

## 7.1. Nuqta va to‘g‘ri chiziqdan tushgan soyalar

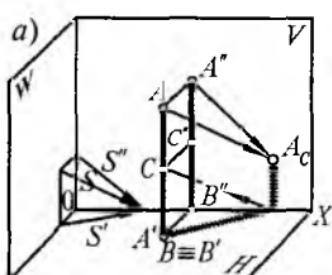
Fazodagi nuqtadan tushgan soyani yanada yaxshi tasavvur qilish uchun uning yaqqol tasvirini chizib o‘rgan-gan ma’qul, unda nurlar yo‘nalishi yuqorida aytib o‘til-gan kub diagonali va uning proyeksiyasiga parallel yo‘nal-gan bo‘ladi (130-rasm). Bundà fazodagi  $A$  nuqtadan nur yo‘naltirilganda frontal tekislikka  $A_c$  soya tushadi. Agar tekislikni shaffof deb qabul qilinsa, undan o‘tib gorizontal tekislikka ( $A_c$ ) soyasi tushadi, bu soya mavhum soya deb yuritiladi. 141-b, rasmida  $A$  nuqtaning ortogonal proyek-siyasida soyani bajarish ko‘rsatilgan. Birinchi navbatda  $S''S'$  nurlar  $OX$  o‘qiga nisbatan  $45^\circ$  qiyalikda qilib bajariladi. Ularga parallel qilib  $A'$  va  $A''$  nuqtalardan nurlar o‘tkazi-ladi. Nurlardan qaysi biri birinchi bo‘lib  $OX$  o‘qi bilan kesishsa, shu nuqtadan  $OX$  o‘qiga perpendikular chiqari-ladi va  $A$  nuqtaning  $A_c$  soyasini hosil qiladi. Mavhum ( $A_c$ ) soyani topish uchun  $A'$  dan kelayotgan nurni  $45^\circ$  yo‘nalishi



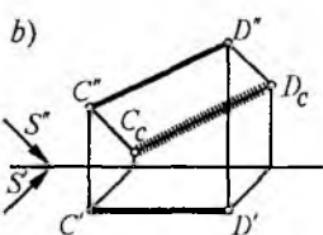
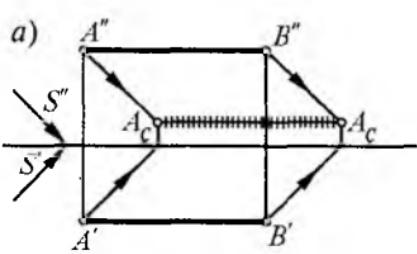
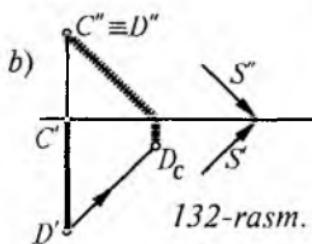
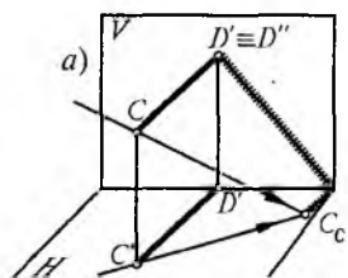
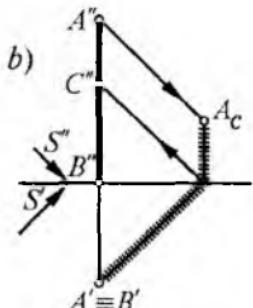
130-rasm.

bo'yicha davom ettiriladi.  $A''$  dan kelayotgan nurni esa  $OX$  o'qi bilan kesishgan joydan yuqoriga vertikal yo'naltiriladi, ularning kesishgan joyi mavhum nuqta bo'ladi. Bu punktir chiziqlarda bajarilgan. Ikkinchi usulda topish uchun  $A_c$  dan  $OX$  o'qiga parallel o'tkazilgan chiziq kesishib,  $A_c$  ni hosil qiladi.

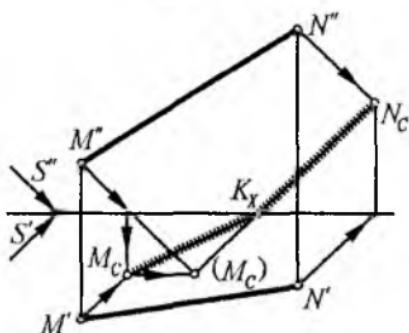
131-rasmda gorizontal tekislikka perpendikular  $AB$  to'g'ri chiziq berilgan, uning tushgan soyasini aksonometrik va ortogonal proyeksiyada bajarish ko'rsatilgan. 132-rasmda  $CD$  to'g'ri chiziq frontal tekislikka perpendikular joylashgan, uning soyasini yasash ham oldingi misoldagidek ko'rsatilgan. 133-a, rasmda  $AB$  to'g'ri chiziq  $V$  va  $H$  tekisliklariga parallel, unda tushayotgan soyasi ham o'ziga parallel bo'lishi ko'rinish turibdi. 133-b, rasmda  $CD$  to'g'ri chiziq faqat frontal tekislikka parallel, shuning uchun uning



131-rasm.



133-rasm.



134-rasm.

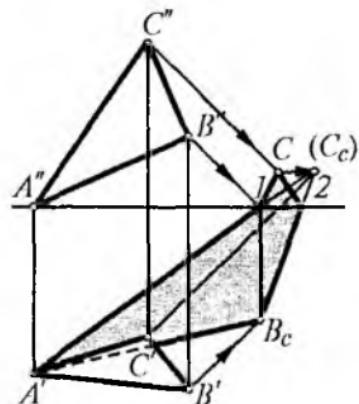
soyasi frontal proyeksiyasiga parallel bo'ladi. 134-rasmida umumiyl vaziyatdagi  $MN$  to'g'ri chiziq berilgan, uning soyasi  $OX$  o'qida sinyapti, chunki ikki nuqtaning proyeksiyasini ikki tekislikka tushyapti, ularni tutashtirib bo'lmaydi. To'g'ri chiziq nuqtalarini bitta tekislikka tushgandagina ularni tutashtirish mumkin. Shuning uchun nuqtalardan birortasining mavhum soyasini topish kerak bo'ladi, frontalda soya  $N_c$ , gorizontal tekislikdagi mavhum soya ( $M_c$ ) bilan tutashtiriladi,  $Ox$  bilan kesishgan  $Kx$  nuqtasi esa  $N$  nuqtaning frontal soyasi  $N_c$  bilan tutashtiriladi, shunda haqiqiy singan soya kelib chiqadi. Demak  $MN$  to'g'ri chiziqning soyasi  $OX$  o'qida  $K_x$  nuqtada sinyapti.

## 7.2. Tekis shakllardan tushgan soyalar

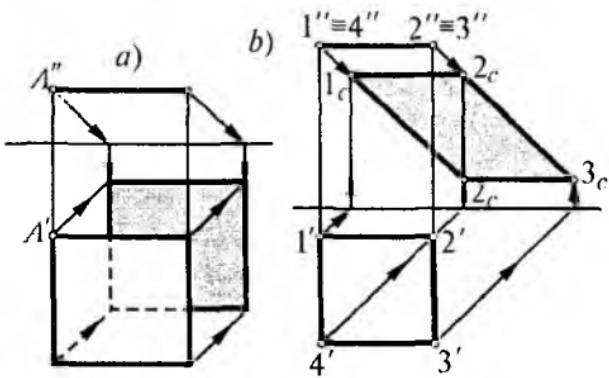
Tekis (yassi) shakllarga yorug'lik tushgan paytda bir tomoni yorug', ikkinchi tomoni to'liq o'z soyasida bo'ladi. Agar biror shakl soya tushadigan tekislikka parallel bo'lsa, tushayotgan soya ham o'sha shaklni takrorlaydi, masalan, uchburchak bo'lsa tushgan soya ham uchburchak, to'rtburchak bo'lsa, to'rtburchak va h.k. bo'ladi.

Tekis shaklardan tushayotgan soyalarni bajarishda avvalo ularning xarakterli nuqtalaridan tushayotgan soyalar topiladi va ular tutashtiriladi. 135-rasmida  $ABC$  uchburchak berilgan, undan tushayotgan soyani topish talab qilinsin.

Uchburchakning  $A$  uchi gorizontal tekislikda yotganligi sababli uning soyasi o'zida bo'ladi,  $C$  nuqta yuqorida berilganligi uchun soyasi frontal tekislikka tushyapti,  $B$  nuqtasining soyasi esa gorizontal tekislikda, nuqtalar soyasi har xil tekisliklarda yotganligi sababli ularni tutashtirib bo'lmaydi. Tutashtirish uchun ular bitta tekislikda joylashgan bo'lishi kerak, demak  $C$  nuqtaning mavhum soyasini topishga to'g'ri keladi. Mavhum ( $C_c$ ) soya aniqlan-



135-rasm.



136-rasm.

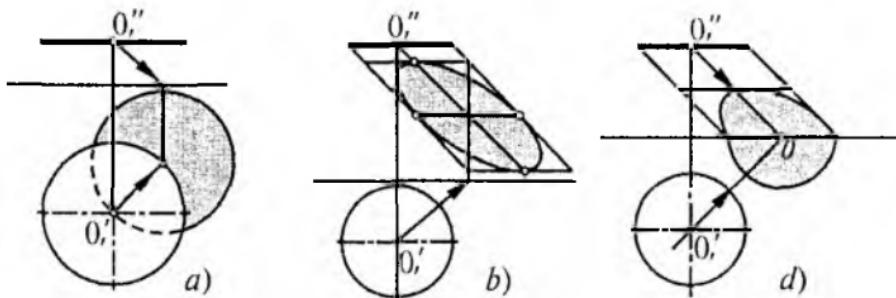
bo‘ladi, soya  $OX$  o‘qida 1 va 2 nuqtalarda sinyapti.

136-a, rasmda gorizontal tekislikka parallel kvadrat berilgan undan tushayotgan soya o‘ziga teng kvadratdan iborat. Demak, yassi shakl qaysi tekislikka parallel bo‘lsa, o‘sha tekislikda uning soyasi o‘z shaklini o‘zgartirmaydi. 136-b, rasmda xuddi shu kvadrat, lekin uning soyasi frontal tekislikka tushyapti, unda romb shakli kelib chiqyapti.

Ta’rif: Berilgan tekislik qaysi proyeksiya tekisligiga parallel bo‘lsa, undagi soyasi o‘ziga teng bo‘ladi.

137-a, rasmda gorizontal tekislikka parallel aylana berilgan, undan tushayotgan soya ham o‘ziga teng aylanadan iborat.

137-b, rasmda ham gorizontalga parallel, lekin frontal tekislikka yaqin bo‘lganligi sababli uning soyasi frontal tekislikka ellips shaklida tushyapti. Uning soyasini yasash uchun aylanaga chetki kvadrat chizig‘i chizib olinadi. Kvadratdan tushgan soya ichida aylananining xarakterli bir necha nuqtalaridan tushayotgan soyalar topilib, ular lekalo yordamida silliq tutashtiriladi, natijada ellips hosil bo‘ladi.



137-rasm.

gandan keyin uni  $A'$  va  $BC$  nuqtalar bilan tutashtiriladi, bu chiziqlar  $OY$  o‘qi bilan kesishganda 1 va 2 nuqtalar  $C$  bilan birlashtiriladi, shunday qilib  $ABC$  uchburghakning haqiqiy soyasi hosil

137-d, rasmida ham gorizontal tekislikka parallel aylana berilgan. Bu aylana markazi  $O$ , ikkala  $H$ ,  $V$  proyeksiya tekisligiga ham bir xil masofada joylashgan, demak, aylana soyasining yarmi doira, yarmi esa ellips bo'lib tushadi. Uni topish bundan oldingi misollarda keltirilgan usulda bajariladi.

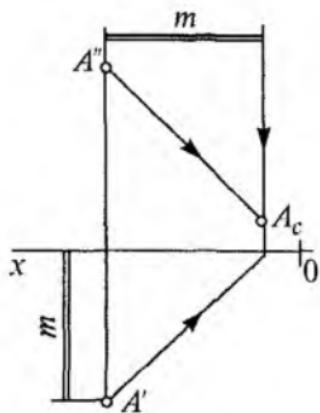
### **Savollar**

1. Ortogonal proyeksiyada soyalarning ahamiyati nimada?
2. Ortogonal proyeksiyada soyalar qanday bajariladi?
3. Quyosh va oydan tushayotgan nurlar qanday ataladi?
4. Nuqtaning mavhum soyasi deganda nimani tushuniladi?
5. To'g'ri chiziq proyeksiya tekisligiga parallel bo'lsa, tushuvchi soya qanday bo'ladi?
6. Tekislikdan tushayotgan soya qanday bajariladi?
7. Berilgan kvadrat tekislik gorizontal tekislikka parallel bo'lsa, undan tushayotgan soya qanday bo'ladi?

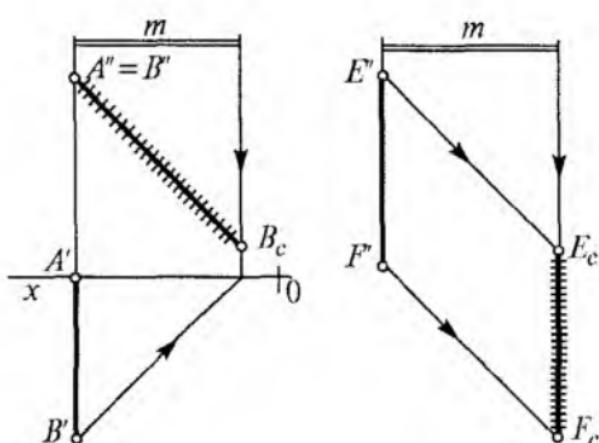
### **7.3. Soya yasashning «masofa chiqarish» usuli**

Frontal proyeksiya tekisligida soya yasashning «masofa chiqarish» usuli, bu geometrik element (nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, jism)larning bitta frontal proyeksiyasida uning ordinatasidan foydalanib soyasini bajarish demakdir (ordinata – bu fazodagi nuqtadan proyeksiya tekisliklari-gacha bo'lgan masofa).

Agar fazodagi jism nuqtalarining ordinatasi, ya'ni proyeksiya tekisliklarigacha (masalan, frontal proyeksiya tekisligigacha) bo'lgan masofa aniq bo'lsa, uning soyasini gorizontal proyeksiyasisiz, «masofa chiqarish» usulida topish mumkin (138-rasm). Buning uchun  $OX$  o'qidan  $A'$  gacha bo'lgan ( $m$ ) masofani,  $A''$  nuqtadan o'ng tomonga gorizontal chiziq chizib o'ngga o'lchab qo'yiladi va shu kesmaning oxirgi nuqtasidan vertikal chiziq o'tkaziladi, bu chiziq  $A''$  nuqtadan  $45^\circ$  qiyalikda tushuvchi nur bilan kesishib  $A$  nuqtaning  $A_c$  soyasini hosil qiladi. Buni tekshirish uchun  $A$  nuqtaning gorizontal proyeksiyasi  $A'$  nuqtadan ham  $45^\circ$  nur o'tkazilsa xuddi shu  $A_c$  nuqtada kesishadi. Demak,  $m$

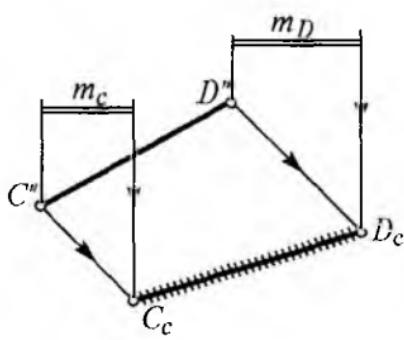


138-rasm.



139-rasm.

masofa nuqtadan frontal tekislikkacha bo‘lgan masofadir. Bu usulning afzalligi jisimning gorizontal proyeksiyasini bajarishga ketadigan vaqt ni tejashdan iborat. 139-rasmida frontal tekislikka perpendikular  $AB$  hamda gorizontal tekislikka perpendikular  $EF$  to‘g‘ri chiziqlar berilgan. Ular ning soyasini «masofa chiqarish» usulida topish talab qilinsin (bunda  $m$  masofa berilgan).  $AB$  to‘g‘ri chiziq frontal tekislikka perpendikular bo‘lganligi uchun uning frontal proyeksiyasi nuqta bo‘lib proyeksiyalanadi, agar  $A$  nuqtasi frontal tekislikda yotsa, uning soyasini topish uchun  $m$  masofa  $A''B''$  nuqtadan o‘ng tomonga o‘lchab qo‘yiladi va oxirgi uchidan vertikal chiziq  $A''B''$  soyasi nuqtadan esa  $45^\circ$  li nur o‘tkaziladi, ularning kesishgan  $B_c$  nuqtasigacha bo‘lgan masofa  $AB$  to‘g‘ri chiziqning  $A''B_c$  soyasini hosil qiladi. Bu to‘g‘ri chiziq soyani boshqa chiziqlardan farqlash uchun biror rangda yoki shtrixchalarda bajariladi.



140-rasm.

Endi  $EF$  to‘g‘ri chiziqning soyasini «masofa chiqarish» usulida topish uchun, berilgan  $m$  masofa o‘ng uchidan vertikal chiziq va  $E''F''$  nuqtalardan  $45^\circ$  li nur o‘tkazilsa, ular kesishib  $EF$  to‘g‘ri chiziqning  $E_cF_c$  soyasini hosil qiladi.

140-rasmida umumiyl vaziyatdagi  $CD$  to‘g‘ri chiziq va ordi-

nata masofalar  $m_D m_c$  berilgan,  $CD$  to‘g‘ri chiziqning «masofa chiqarish» usulida soyasini yasash talab qilinsin.

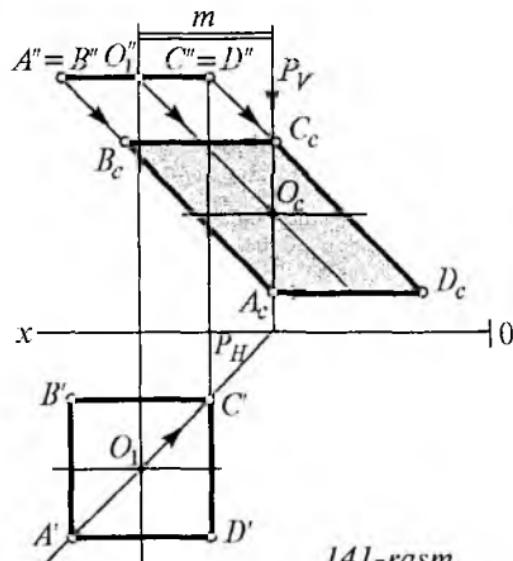
Buning uchun yuqorida ta’riflanganidek  $C''$  nuqtadan  $m_c$ ,  $D''$  nuqtadan esa  $m_D$  masofa o‘ng tomonga o‘lchab, ularning chetki nuqtalaridan vertikal chiziqlar o‘taziladi. Bu vertikal chiziqlar  $C''$  va  $D''$  nuqtalardan tushuvchi nurlar bilan kesishib  $CD$  to‘g‘ri chiziqning  $C'D'_c$  soyasini hosil qiladi.

**Tekis shakklardan tushgan soyani yasash.** 141-rasmda gorizontal vaziyatda joylashgan  $ABCD$  kvadrat va  $m$  masofa berilgan, uning soyasini «masofa chiqarish» usulida bajarish talab qilinsin.

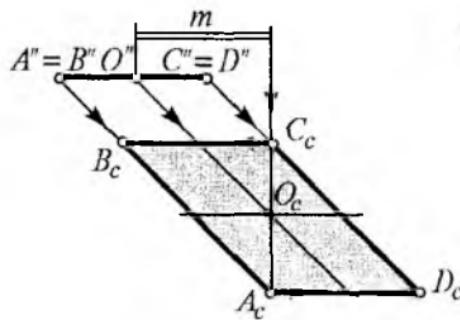
Buning uchun kvadrat markazidan frontal tekislikkacha bo‘lgan  $m$  masofani, kvadratning frontal proyeksiyasini markazi  $O_1''$  dan o‘ng tomonga o‘lchab qo‘yib, uning chetki nuqtasidan vertikal chiziq o‘tkaziladi, u kvadrat markazi  $O_1''$  nuqtadan  $45^\circ$  burchan ostida tushuvchi nur bilan kesishib uning soyasi ( $O_c$ )ni hosil qiladi, bu kvadrat soyasining markazi demakdir.

Bunda  $A''B''$  va  $C''D''$  nuqtalardan tushayotgan nurlar vertikal chiziq bilan  $A_c$  va  $C_c$  nuqtalarda kesishadi,  $A_c$  nuqtadan o‘ng tomonga,  $C_c$  nuqtadan esa chap tomonga gorizontal chiziqlar o‘tkazilsa, tushuvchi nurlar bilan kesishib,  $B_c$  va  $D_c$  nuqtalarni aniqlaydi va natijada kvadratning ( $A_c B_c C_c D_c$ ) tushgan soyasini hosil qiladi.

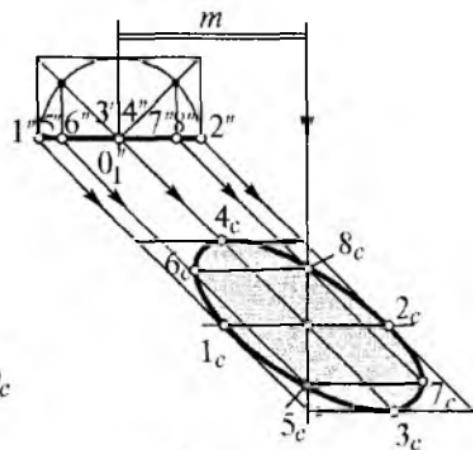
$A' C'$  nuqtalardan o‘tuvchi gorizontal proyeksiyalovchi tekislikning frontal izi  $O_1'$  nuqtadan o‘tib kvadrat markazi  $O_1''$  nuqtadan frontal tekislikkacha bo‘lgan masofaning  $m$  masofaga teng ekanligini isbotlaydi. Demak,  $m$  ma-



141-rasm.



142-rasm.



143-rasm.

sofa qo'yilsa, narsaning gorizontal proyeksiyasini chizish talab qilinmaydi.

142-rasmda xuddi shu  $ABCD$  kvadratning tushgan soyasini gorizontal proyeksiyasiz, berilgan  $m$  masofa bo'yicha topish ko'rsatilgan.

143-rasmda gorizontal vaziyatdagi aylananing tushgan soyasini «masofa chiqarish» usulida topish ko'rsatilgan. Uning soyasini topish uchun aylana sirtida kvadrat chizib, diagonallar o'tkazish natijasida aylana teng sakkiz bo'lakka bo'linadi. Aylana markazi  $O''$  dan o'ng tomonidagi  $m$  masofa bo'yicha o'tkazilgan vertikal chiziq  $O''$  nuqtadan tushayotgan nur bilan kesishib  $O_c$  aylana soyasining markazi  $O_c$  ni hosil qiladi va birinchi navbatda shu markaz bo'yicha kvadrat soyasi yasaladi. Buning uchun kvadratdagi 1, 2, 3, 4 nuqtalarning  $1_c, 2_c, 3_c, 4_c$  soyalari aniqlanadi. Frontaldagi  $5'', 6'', 7'', 8''$  nuqtalardan nurlar o'tkazib, vertikal chiziq bilan kesishgan  $5_c$  va  $8_c$  nuqtalar, ulardan chapga hamda o'ngga gorizontallar o'tkazib,  $6_c$  va  $7_c$  nuqtalar topiladi, ular lekalo yordamida tutashtirilsa aylanining tushgan soyasi ellips shaklda hosil bo'ladi.

Shunday qilib turli geometrik jismlardan tushgan soyalarni ana shu «masofa chiqarish» usulida topish boshqa usullarga qaraganda ancha qulay hisoblanadi, ayniqsa arxitktura elementlaridan tushgan soyalarni bajarishda bu usuldan foydalanish turli loyihalarni ishlashda, tayyorlashda muhim ahamiyat kasb etadi.

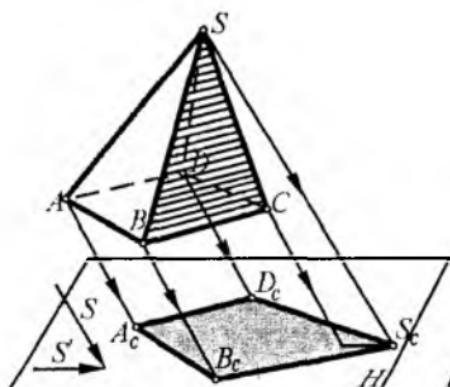
## 7.4. Geometrik jismlarning soyalari

Geometrik jismlar hajmga ega bo‘lganligi sababli, ularda albatta o‘z soyasi hosil bo‘ladi. Jismlarning o‘z soyasi chegarasi bo‘yicha uning biror tekislikka soyasi hosil bo‘ladi.

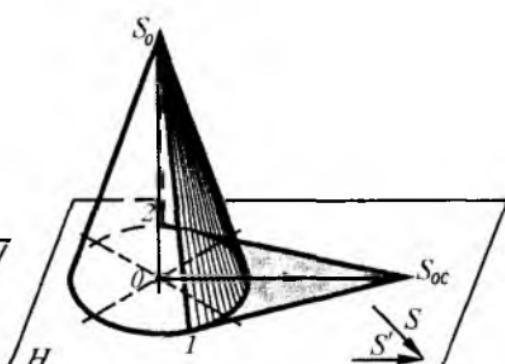
144-rasmda fazoda asosi to‘rtburchakdan iborat piramida berilgan,  $S$  yo‘nalishidagi nurlar  $H$  tekislikka uning soyasini tushiradi. Piramidaning o‘z soyasini chegaralovchi  $SBAD$  nuqtalardan tushgan soyalar aynan undan tushuvchi soyasini belgilaydi.

145-rasmda asosi gorizontal ( $H$ ) tekislikda yotgan konus tasvirlangan  $S$  yo‘nalish bo‘yicha  $S_1$  uchining soyasi ( $S_{1c}$ ) topishdan boshlanadi.  $S_{1c}$  nuqtadan konus asosiga urinma o‘tkazilsa, 1, 2 nuqtalar hosil bo‘ladi, ularni konus uchi bilan tutashtirilsa, konusning o‘z soyasi hosil bo‘ladi. Demak bunda ham 1,  $S_1$ , 2 o‘z soyasining chegarasi bo‘yicha (1,  $S_c$ , 2) konusdan tushgan soyani hosil qiladi. Shuni esdan chiqarmaslik kerakki, jismning o‘z soyasi ochroq, tushgan soyasi esa to‘qroq rangda bajariladi. 146-rasmda prizmaning ortogonal proyeysiylarida tushgan soyalarini yasash ko‘rsatilgan.

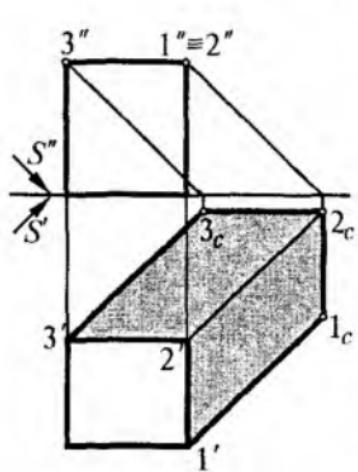
Prizma asosi gorizontal tekislikda joylashgani uchun uning soyasi o‘zida bo‘ladi. Prizma yuqorisidagi 1, 2, 3 uchlaridan gorizontal tekislikka ( $1_c, 2_c, 3_c$ ) soya tushyapti, sababi shundaki, bu nuqtalar frontalga nisbatan gorizontal tekislikka yaqinroq. 147-rasmda esa bu nuqtalar frontal



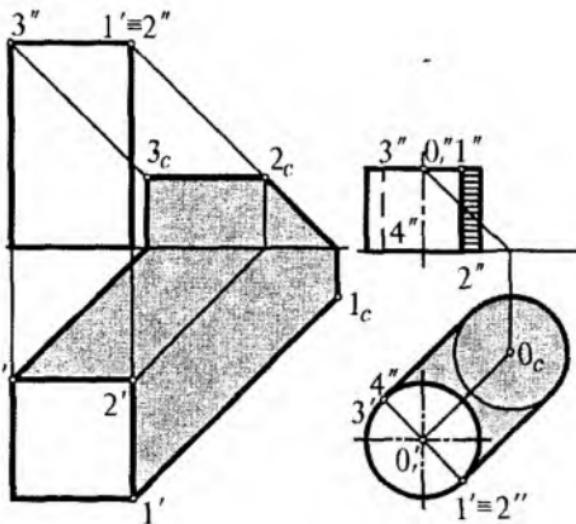
144-rasm.



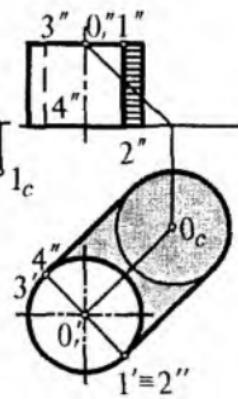
145-rasm.



146-rasm.



147-rasm.



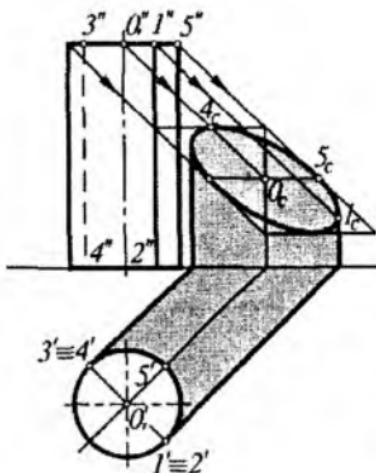
148-rasm.

proyeksiya tekisligiga yaqin, shuning uchun ularning ( $1_c$ ,  $2_c$ ,  $3_c$ ) soyasi frontal tekislikka tushyapti.

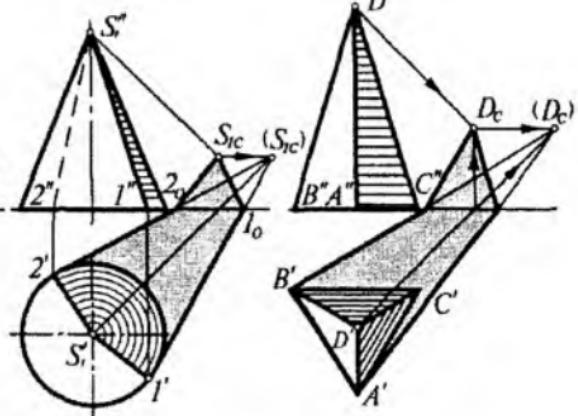
148-rasmida asosi gorizontal tekislikda yotgan silindrning tushayotgan soyasi ko'rsatilgan, bunda silindr asosi gorizontal tekislikka parallel va yaqinroq joylashgan. Shuning uchun uning asosi o'zgarmasdan aylana bo'lib tushadi. To'liq soyani bajarish uchun ana shu aylana soya va silindr asosiga urinma ( $1_c$ ,  $2'$ , va  $3_c$ ,  $4'$ ) lar o'tkazilsa kifoya, silindrning to'liq soyasi hosil bo'ladi. Silindrning frontal proyeksiyasidagi o'z soyasini topish uchun gorizontal tekislikdagi  $1' 2'$  va  $3' 4'$  nuqtalarni yuqoriga proyeksiyalab  $1''2''$  va  $3''4''$  nuqtalar topiladi, ana shu chegaraning o'ng tomoni silindrning o'z soyasini belgilaydi.

149-rasmida silindrning yuqorigi asos markazi  $O_2$  gorizontalga nisbatan frontal tekislikka yaqinroq joylashgan, shuning uchun uning soyasi frontal tekislikka tushadi.  $S'$  yo'nalishdagi nur silindrga 1, 2, va 3, 4 yasovchilar bo'yicha urinma bo'lib o'tyapti. Shu urinmalar orasi silindrning o'z soyasini va ulardan tushayotgan soya silindrning tushgan soyasini tashkil qiladi.

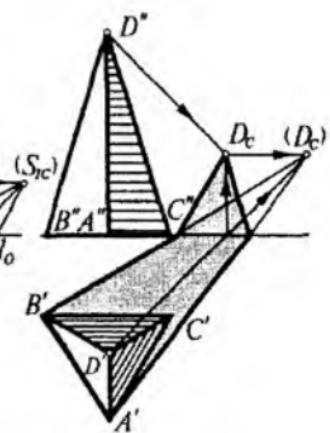
150-rasmida asosi gorizontal tekislikda bo'lgan,  $S'$  uchiga ega bo'lgan konusning o'z va tushgan soyalarini bajarish tasvirlangan. Bunda har doimgidek  $45^\circ$  qiyalikda  $S''S'$  nur-



149-rasm.



150-rasm.



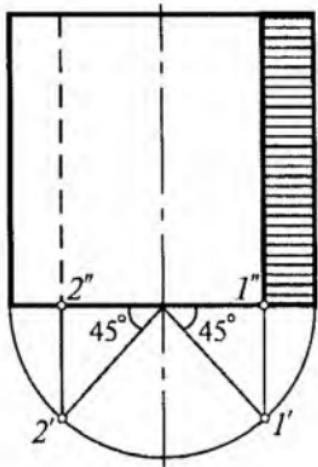
151-rasm.

larga parallel qilib qilin uchun  $S$  ning haqiqiy  $S_c$  va mavhum ( $S_e$ ) soyalar aniqlanadi. Mavhum soya ( $S_e$ ) bilan konus asosi bir tekislikda yotganligi sababli  $1'S_c$  va  $2'S_c$  urinmalar o'tkaziladi. Bu chiziqlar  $OX$  o'qining 1, 2, nuqtalarda kesib o'tadi. Shu nuqtalarni konus uchining haqiqiy soyasi ( $S_s$ ) bilan tutashtirilsa, konusning tushgan soyasi aniqlanadi,  $S'1'2'$  nuqtalarning o'ng tomoni esa o'z soyasini belgilaydi.

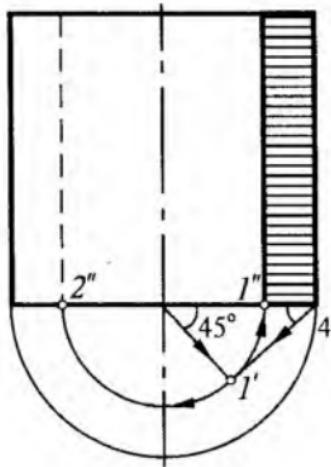
151-rasmida asosi uchburchakli  $D$  uchga ega asosi gorizonttal tekislikda joylashgan piramida berilgan. Bunda ham konusda soya yasash kabi bajariladi, chunki ular bir-biriga o'xshash jismlardir. Piramida uchi  $D$  frontal tekislikka yaqinroq bo'lganligi uchun shu tekislikka soyasi tushadi. Mavhum ( $DC$ ) soya bilan piramida asosining  $A$  va  $B$  nuqtalari tushiriladi, bu chiziqlar  $OX$  o'qi bilan kesishgan nuqtalar  $D_c$  bilan tutashtiriladi.

Konus va silindrлarning gorizontal proyeksiysi berilmagan hollarda ularning o'z soyasini topish 152 va 153-rasmlarda ko'rsatilgan.

152-a, rasmida vertikal silindrning frontal proyeksiysi berilgan. O'z soyasini yasash uchun silindr asosining radiusi bo'yicha yarim aylana chiziladi.  $O$  markazdan  $45^\circ$  qiyalikda o'ng va chap tomonlarga chiziqlar chiqariladi, yarim aylana bilan kesishib 1 va 2 nuqtalarni ular silindr



152-rasm.

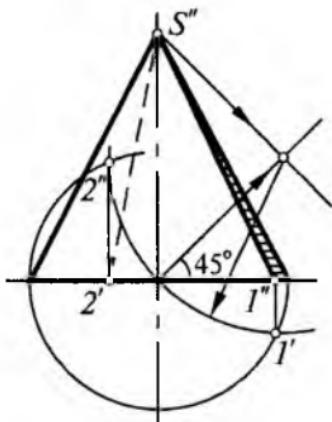


153-rasm.

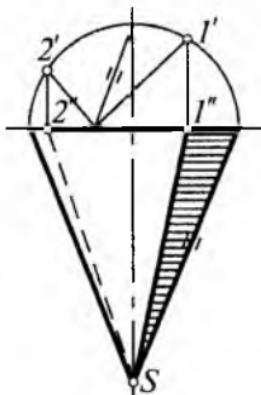
asosiga proyeksiyalansa  $1''$  va  $2''$  to‘g‘ri chiziqlar uning o‘z soyasini belgilaydi.

153-rasmda silindr asosida  $O_1''$  va eng chetki nuqtalaridan  $45^\circ$  qiyalikda chiziqlar chiqarilsa, ular kesishib 1 nuqtani beradi, uni  $O$  markaz bo‘yicha o‘ngga-chapga aylantirilsa  $1''$  va  $2''$  nuqtalar hosil bo‘ladi. Ulardan chiqarilgan vertikal chiziqlar oralig‘i slindrning o‘z soyasini tashkil etadi.

154-rasmda vertikal konusning frontal proyeksyasi berilgan, uning o‘z soyasini (ikkinchi proyeksiyasiz) yasash uchun asosining radiusi  $R$  bo‘yicha aylana chiziladi, keyin asos markazi  $O_1''$  va  $S''$  nuqtalardan o‘tkazilgan  $45^\circ$  qiyalikdagi chiziqlar kesishib  $O_2$  markazni hosil qiladi,  $O_2$  markaz



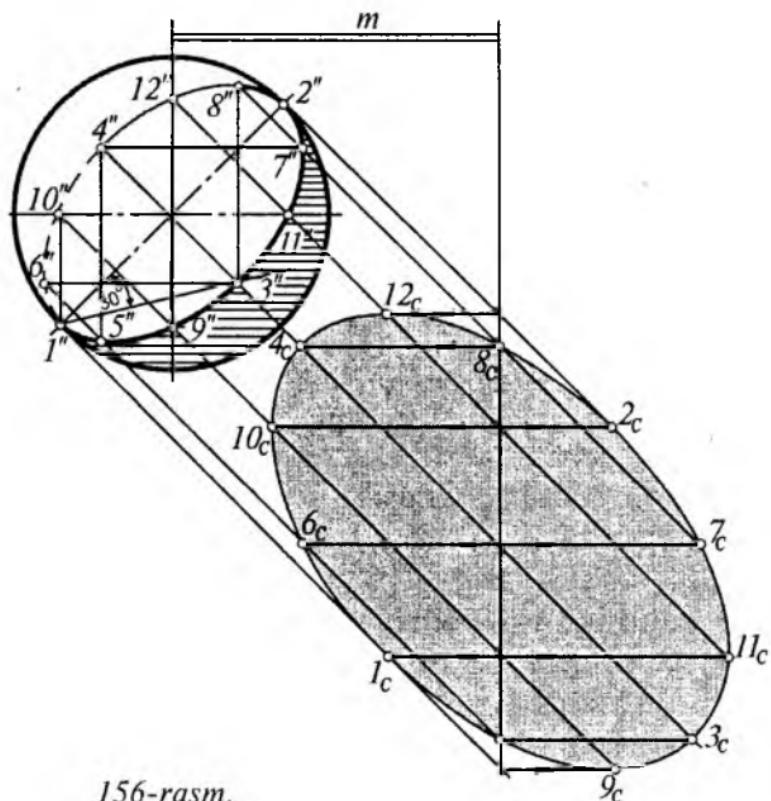
154-rasm.



155-rasm.

bo'yicha  $O_2$ ,  $O'_1$  masofaga teng bo'lgan  $R_1$  radiusli yoy  $R$  radiusli aylana bilan kesishib  $1' 2'$  nuqtalarni hosil qiladi, bu nuqtalarni konus asosiga proyeksiyalab  $1''2''$  nuqtalar topiladi va  $S''$  bilan tutashtirilsa, ana shu chiziqlarning o'ng tomoni konusning o'z soyasini chegaralaydi. 155-rasmda konusda ikkinchi usulda o'z soyasini topish ko'rsatilgan. Unda asos radiusi bo'yicha yarim aylana chizib, eng yuqorigi nuqtadan konus yasovchisiga parallel qilib asosga chiziq tushirilsa, hosil bo'lgan  $M$  nuqtadan chap va o'ng tomonlariga  $45^\circ$  qiyalikda chiziqlar chizilsa yarim aylana bilan  $1'2'$  nuqtalar, ularni konus asosiga tushirilsa  $1''2''$  nuqtalar hosil bo'ladi. Bu nuqtalarni  $S$  bilan tutashdirilib konusning o'z soyasi hosil qilinadi.

156-rasmda fazoda shar (sfera) berilgan, uning o'z soyasi va frontal tekislikka tushgan soyasini yasash ko'rsatilgan. Bunda  $m$  — sharning vertikal o'qidan frontal tekislikka bo'lgan masofa. Birinchi navbatda sharning o'z soyasi yasaladi, buning uchun shar markazidan  $S''$ ,  $S'$  nurlar o'tkaziladi. Hosil bo'lgan 1 nuqtadan  $45^\circ$  li chiziqqa  $30^\circ$



156-rasm.

qiyalikda o'tkazilgan chiziq ikkinchi  $S$ " yo'naliishdagi markazdan o'tgan chiziq bilan kesishib, ikkinchi (10) nuqtani beradi. Undan gorizontal va vertikal chiziqlar o'tkazilsa,  $a$ , va  $b$  nuqtalar hosil bo'ladi. Bunda bir xil masofaga teng kvadratlar masofalarini kerakli chiziqlarga o'lchab qo'yilsa, ellips, ya'ni shar soyasining chegarasi (1, 2, 3, 4 va h.k. 12 nuqtalar) hosil bo'ladi. Sharning tushgan soyasini yasash uchun uning vertikal o'qdan o'ng tomonga  $m$  masofani o'lchab, vertikal chiziq chiziladi. Sharning o'z soyasini belgilovchi 1, 2, 3 va h.k. nuqtalardan tushayotgan nurlar bu vertikal chiziq bilan kesishib, o'sha nuqtalarning tushgan (1<sub>c</sub>, 2<sub>c</sub>, 3<sub>c</sub> va h.k. nuqtalar) soyalari topiladi. Ular lekalo yordamida silliq tutashtirilsa, sharning tushgan soyasini tashkil qiladi.

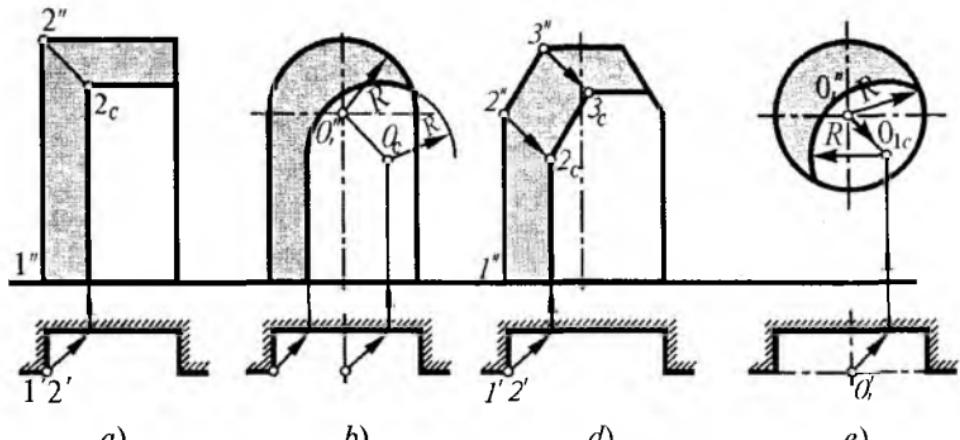
### ***Savollar***

1. Geometrik jismlarda o'z va tushgan soyalarining farqi nimada va ular qanday tasvirlanadi?
2. Jismdan tushgan soya qanday topiladi?
3. Jismning bitta proyeksiyasida soya qanday usullarda topiladi?
4. Sferaning o'z soyasini necha usulda bajarish mumkin?

### **7.5. Tokchada soyalar yasash**

Qurilish inshootlarida, me'moriy loyiha fasadlarda turli xil shaklga ega bo'lgan tokchalar, devor ichida taxmonlar, javonlar uchraydi. Ularning ichiga tushgan soyalarni yasash muhim ahamiyatga ega. Soyalar bilan tokchalar, taxmonlar yanada hajmliroq, chiroyliroq ko'rinishda bo'ladi. Shuning uchun ularda soyalar bajarish maqsadga muvofiqlirdir.

157-a, rasmda to'g'ri prizmatik shakldagi tokchaning frontal va gorizontal proyeksiyalarida soyalar yasash ko'r-satilgan. Uning 1, 2 qirrasi vertikal vaziyatda bo'lgani uchun uning soyasi ham vertikal bo'ladi. Bunda 2 nuqtaning 2<sub>s</sub> soyasi topiladi va undan gorizontal chiziq o'tkazilsa, tokchada tushgan soya paydo bo'ladi.



157-rasm.

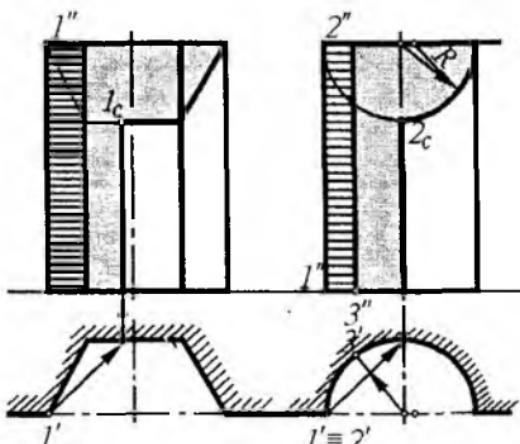
157-*b*, rasmda tepa qismi yarim aylana tokcha berilgan. Bunda aylana markazi  $O'$ ning soyasi aniqlanib yarim aylana radiusi bo'yicha aylana chizilsa soya hosil bo'ladi.

157-*d*, rasmda tepa qismi muntazam olti burchakning yarim shaklidagi tokcha berilgan. Undagi 2'', 3'', 4'' nuqtalarning soyasini topib ularni tutashtirish kifoya.

157-*e*, rasmda aylana tokcha berilgan, unda soya yasash uchun  $O$ , markazning  $O_{1S}$  soyasini topib, aylana radiusi bilan yoy chizish bilan tushgan soya topiladi.

158-rasmda asosi muntazam olti burchakli yarim prizma berilgan, unda soya bajarish uchun tepa qismida yarim prizma shakli chiziladi bu tushuvchi soya chegarasidir, uchta tomonning chap tomoni esa o'z soyasida bo'ladi.

159-rasmda yarim silindr shaklidagi tokcha berilgan, unda ham tepa qismida yarim aylana chiziladi 1''2'' qirrasidan tushgan soya esa o'q chiziq bo'yicha yarim aylana bilan kesishib tushgan soyani tashkil qiladi. Gorizontal pro-



158-rasm.

159-rasm.

yeksiyadagi markazdan  $45^\circ$  chiziq chiqarib 3' nuqta undan vertikal chiqarib 3" nuqtadan o'tuvchi o'z soyasi chegarasi topiladi.

### Savollar

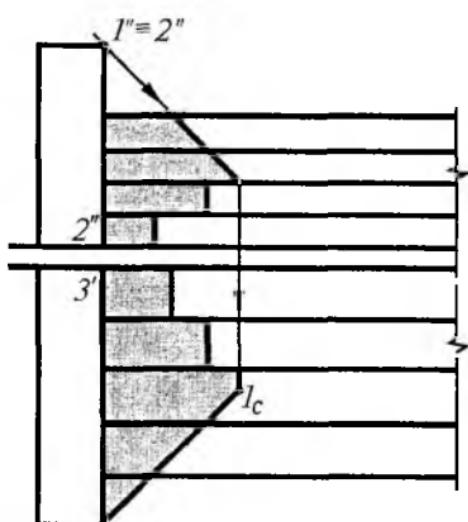
1. Tokchadagi soyalarni bajarishning ahamiyati nimada?
2. Tokchada soyalar qanday bajariladi?
3. Geometrik jism soyasi bilan tokchadagi soyaning qanday farqi bor?
4. Rejasi berilmagan bitta frontal proyeksiyada berilgan tokchalarda soyalar qanday bajariladi?

### 7.6. Bino qismlaridan tushgan soyalar

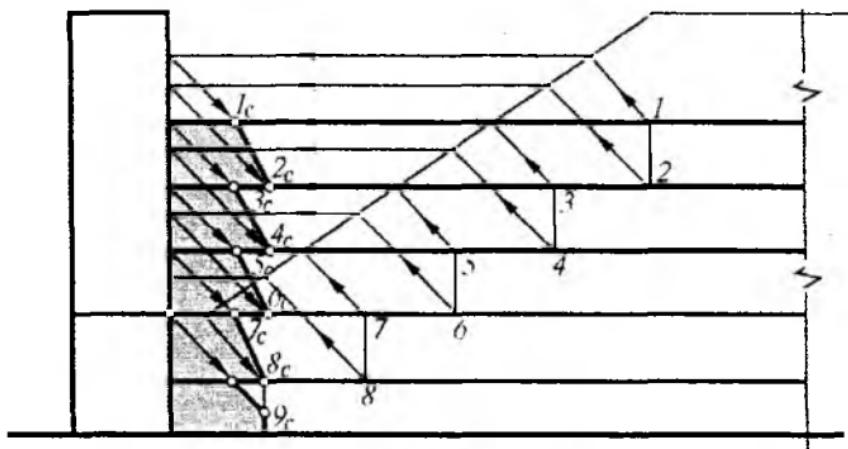
Bino qismlariga tushayotgan soyalarni to'g'ri bajarish loyihani yanada ko'rkmamlashtiradi. 160-rasmda himoya devoridan zina bosqichlariga tushayotgan soyani yasash ko'rsatilgan, zinaning himoya devori to'g'ri to'rtburchakdan iborat, 1, 2 vertikal qirradan tushayotgan soya zinaning profilini takrorlaydi, to'siqning 1"2" qirrasi birinchi bosqichdan uning kengligiga teng (a) masofada joylashgan. Himoya devorining gorizontal qirrasi 1"3"  $45^\circ$  burchak hosil

qilgan nur bilan ustma-ust tushadi. Bu nurning pog'o-nali soya bilan kesishgan nuqtasi 1"C himoya devor uchun 1"ning soyasi bo'ladi.

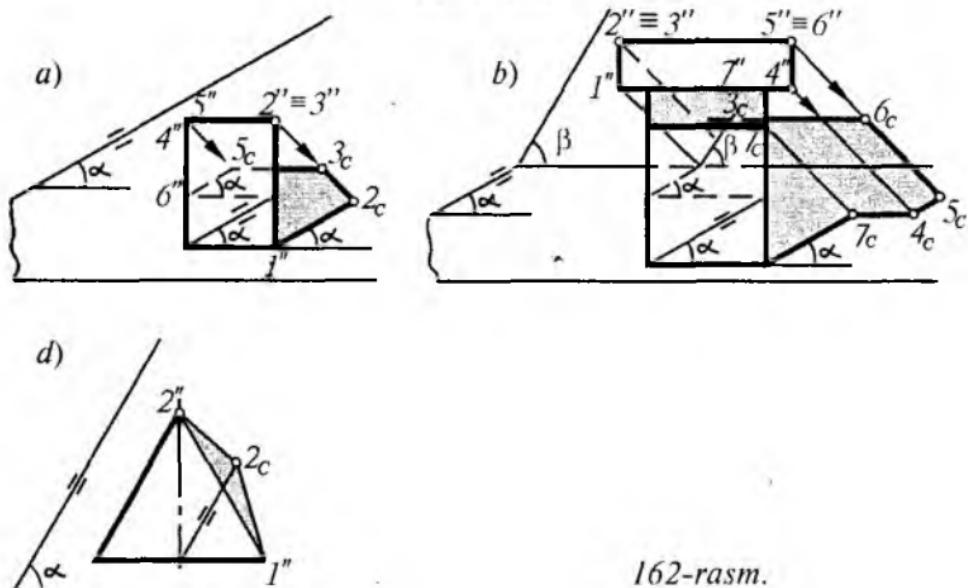
161-rasmda besh bosqichli zina va yon devori qiya holda u zinaning profil ko'rinishida ingichka chiziq yordamida tasvirlangan. Zinaning yon himoya devoridan tushgan soyani bajarish, zina yuqori qirrasi 1" nuqtadan  $45^\circ$  li nur yo'naltiriladi, u



160-rasm.



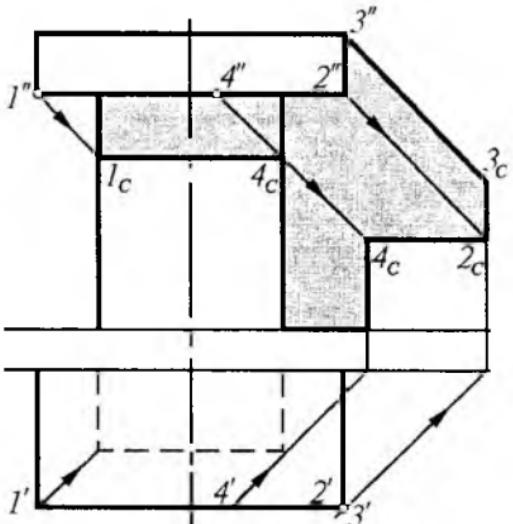
161-rasm.



162-rasm.

devor profili bilan kesishgan joydan gorizontal yo‘nalishda  $1''$  nuqta topiladi, undan  $45^\circ$ li nur bilan zina ustida  $1_c$  soya topiladi. Qolgan barcha nuqtalar ham xuddi shu usulda bajarilib, nuqtalar soyasi tutashtirilsa zinaga yondevor dan tushgan soya hosil bo‘ladi. 162-rasmda turli tom mo‘rilaridan tomga tushayotgan soyalarni yasash ko‘rsatilgan.

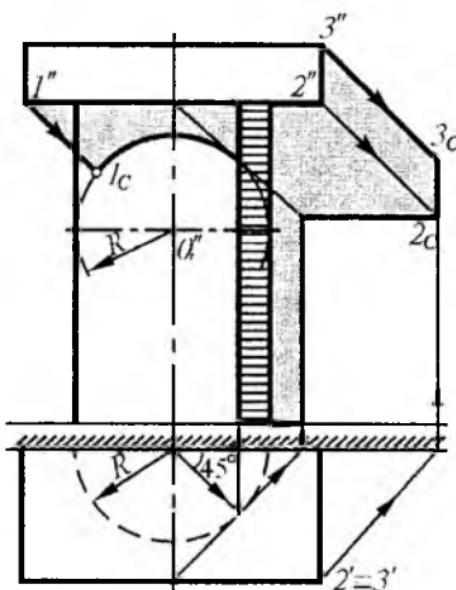
162-a rasmda  $\alpha$  burchak qiyalikda tom, unda to‘g‘ri to‘rburchak prizma shaklida mo‘ri berilgan. Undan tushayotgan soyani topish uchun  $1'', 5'', 6''$  nuqtalardan tom qiyaligiga parallel chiziqlar o‘tkaziladi,  $2'', 3'', 4''$  nuqtalar dan tushayotgan nurlar bilan kesishib ( $2_c, 3_c, 4_c$ ) soyalarni



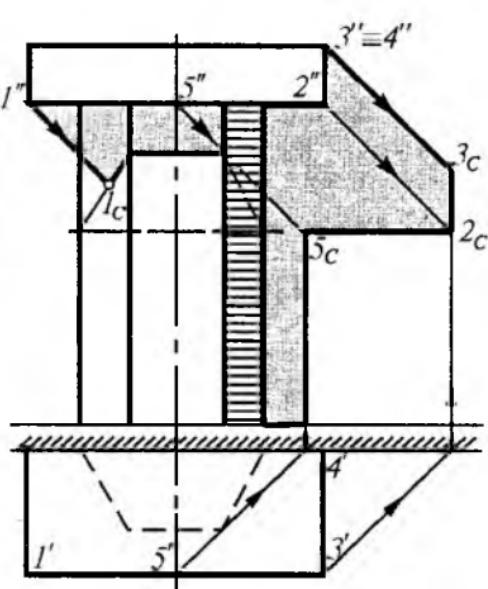
163-rasm.

hosil qiladi, ular tutashtirilsa mo‘ridan tushgan soya hosil bo‘ladi. 162-b, d, rasmda soyalar xuddi shu usulda bajariladi, ya’ni tom qiyaligiga parallel chiziqlar o’tkazish muhim ahamiyatga ega hisoblanadi.

Keyingi rasmlarda usti kvadrat soyabon bilan yopilgan turli xil kesim yuziga ega bo‘lgan ustunlarda o‘z va tushgan soyalar yasash ko‘rsatilgan. 163-rasmda kvadrat soyabon bilan yopilgan asosi kvadrat ustun berilgan, unda chap burchak  $1''$  nuqtadan tushgan  $1_c$  dan  $1''2''$  qirraga parallel soya tushadi,  $2'', 3''$  nuqtalarning ham ( $2_c, 3_c$ ) soyalari topilib tutashtiriladi. Natijada soyabondan tushayotgan soya hosil bo‘ladi.  $4''$  nuqtaning  $4_c$  soyasidan vertikal chiqarib, ustun soyasi ham hosil qilinadi. 164-rasmda kvadrat soyabonli, asosi yarim aylana ustun berilgan, bunda  $1''$  nuqtadan  $45^\circ$



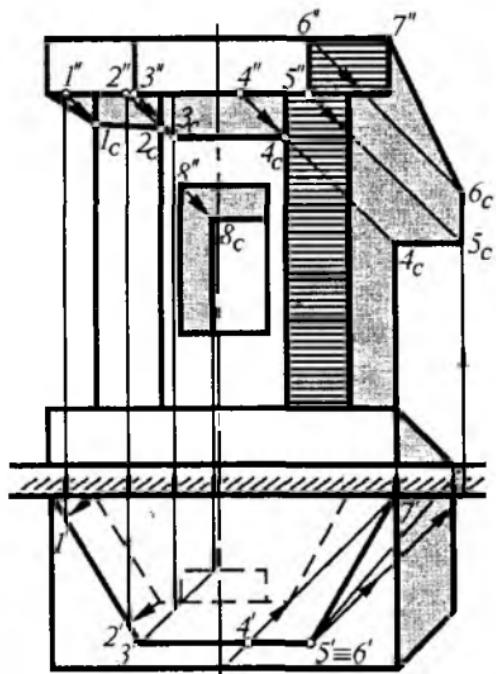
164-rasm.



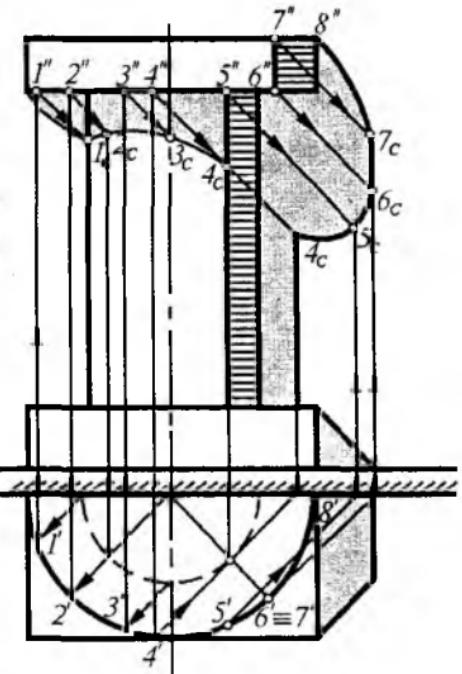
165-rasm.

li nur yo'naltirib markaz o'qda O<sub>1</sub>, nuqta markaz qilinib ustun asosi radiusi bilan yoy chiziladi va 1" nuqta tushayotgan nur bilan kesishib 1<sub>c</sub> soya hosil bo'ladi. Horizontal proyeksiyaga 45° li urinma chiziq yordamida ustuning o'z soyasi hosil qilinadi. 165-rasmida kvadrat soyabon bilan yopilgan asosi muntazam olti burchakli yarim prizma berilgan. Unda 1" nuqtadan nur yo'naltirib simmetriya o'qi bilan kesishib O<sub>1</sub>" nuqta hosil qilinadi. Shu markaz bo'yicha ustun asosi ingichka chiziqdagi chiziladi va 1<sub>c</sub>" soya hosil bo'ladi. Soyaboning devordagi (2<sub>c</sub>, 3<sub>c</sub>, 5) soyasi bajariladi. Ular tutashtirilsa to'liq soya hosil bo'ladi.

166-rasmida ham asosi oltiburchakli yarim prizma soyabon va xuddi shunday ustun, unda to'rt burchakli tokcha qurilgan, pastda esa yarim kvadrat supacha berilgan, undan o'z va tushgan soyalarni yasash usuli ko'rsatilgan. Bunda soyabondagi xarakterli (1, 2, 3 va h.k.) nuqtalari ning soyasini topib tutashtirish kifoya. 1" nuqtaning soyasini topish uchun gorizontal proyeksiyasidagi burchakdan S" yo'naliishga teskari yo'naltirib soyabon qirrasiga chiqarilib 1' va u yordamida 1" nuqtalar yordamida (1<sub>c</sub>) soya



166-rasm.



167-rasm.

topiladi. Qolgan 2, 3, 4 va h.k. nuqtalar ham xuddi shu usulda topiladi. U nuqtalar birlashtirilsa soyabon va ustun-dagi o‘zining va tushgan soyalari aniqlaniladi. 167-rasmida esa, asosi yarim aylana soyabon va to‘g‘ri to‘rtburchakli tokchasi bor ustunning soyasini bajarish ko‘rsatilgan. Bunda ham soyalar oldingi qo‘llanilgan usullarda bajariladi, faqat unda soyalar siniq to‘g‘ri chiziqlardan iborat bo‘lsa, bunda egri chiziqlar asosida soya hosil bo‘ladi. Tokchadagi soya ham oldingi mavzularda ta’riflangandek bajariladi.

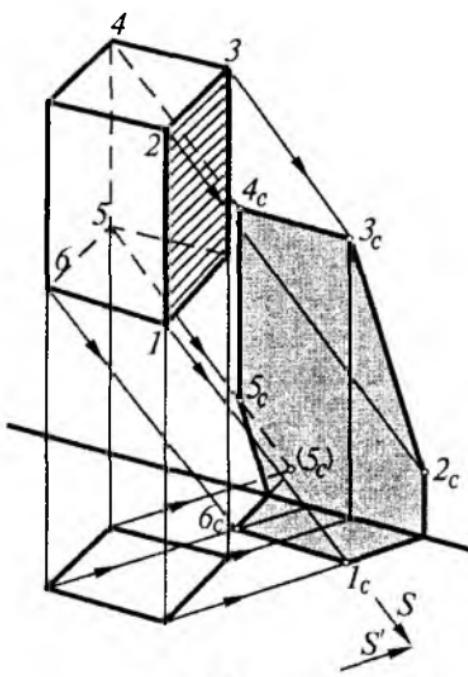
## 7.7. Aksonometriyada soyalar

Bino va inshootlar yoki jismlarning aksonometrik proyeksiyalarida soyalar bajarish, uning yaqqolligini, hajmini va relyeflik darajasini yanada oshirib ko‘rsatadi. Aksonometriyada nurlarning yo‘nalishini qulay vaziyatda ixtiyor-riy tanlab olish mumkin, uning albatta gorizontal yoki frontal proyeksiyasi bo‘lishi shart.

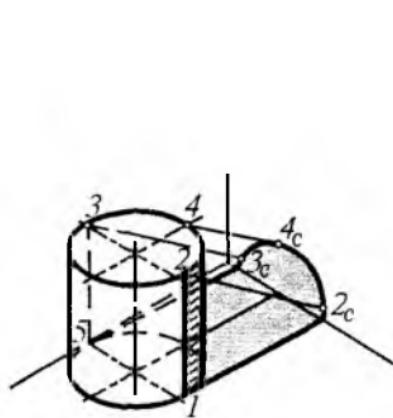
Proyeksiyada soyalar qanday bajarilgan bo‘lsa, aksonometrik proyeksiyalarda ham xuddi shu qonun-qoidalar

saqlanib qolinadi. Aksonometrik proyeksiyalarda soyalarni bajarishda aslida nuqta va to‘g‘ri chiziqlardan boshlash kerak, lekin mavzularni osonlashtirish, umumlashtirish maqsadida geometrik jismlardan boshlanadi. Chunki har bir geometrik jismlar nuqta, to‘g‘ri chiziq va tekisliklardan tashkil topgan.

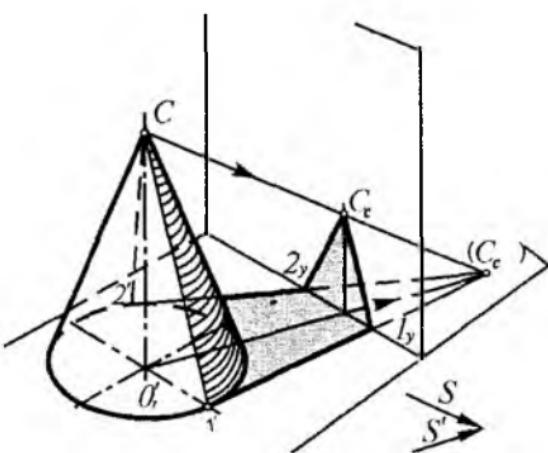
168-rasmida asosi to‘g‘ri to‘rtburchakli prizmaning aksonometriyasidan tushayotgan soyani bajarish tasvirlangan. Unda avvalambor nur yo‘nalishi  $S$ ,  $S'$  qulay va-



168-rasm.



169-rasm.



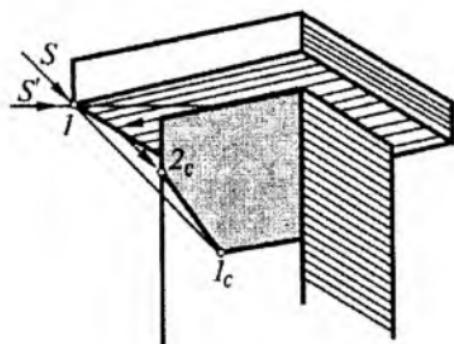
170-rasm.

ziyatda tanlab olinadi. Keyin prizma uchlari 1, 2, 3, 4, va h.k nuqtalardan  $S$  nur yo‘nalishi bo‘yicha nur o‘tkazib, ularning soyalarini topiladi va tutashtiriladi.

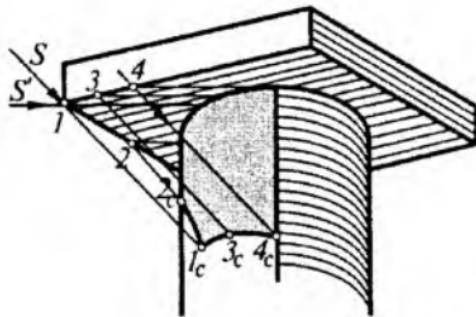
169-rasmida asosi gorizontal tekislikda yotgan to‘g‘ri doiraviy silindrning aksonometriyasida o‘z va tushgan soyalarini yashash ko‘rsatilgan. Unda nur yo‘nalishi ( $S, S'$ ) tanlab olinadi va unga parallel qilib silindrning xarakterli (1, 2, 3 va h.k.) nuqtalaridan tushayotgan soyalar topiladi. Ular silliq tutashtirilsa, tushgan soyasi hosil bo‘ladi. Silindr asosiga urinma chiziq 1, 2 va 4, 5 to‘g‘ri chiziqlar  $1_y, 5_y$  nuqtalarda sinyapti va silindrning yarim soyasi vertikal tekislikka tushib qolmoqda.

170-rasmida asosi gorizontal tekislikda yotuvchi  $C$  uchiga ega bo‘lgan to‘g‘ri doiraviy konus aksonometriyasidan tushayotgan soyani yashash ko‘rsatilgan. Bunda ham birinchi navbatda nurlar yo‘nalishi tanlanadi. Unga parallel nurlar yordamida  $C$  uchning  $C_c$  va mavhum soyalarini aniqlanadi. Konus asosi bilan mavhum ( $C_e$ ) soya bitta tekislikda bo‘lgani uchun  $C_c$  nuqtadan konus asosiga 1 va 2 nuqtalardan urinma o‘tkaziladi. Bu chiziqlar  $Y$  o‘qini  $1_y$  va  $2_y$  nuqtalarda kesib o‘tyapti, ular  $C_e$  bilan tutashtirilsa, konusning to‘liq soyasi hosil bo‘ladi. 1 va 2 nuqtalarni  $C$  uchi bilan birlashtirib, o‘z soyasi hosil qilinadi.

171-rasmida asosi kvadrat bo‘lgan soyabon va ustunning aksonometriyasida soya bajarish ko‘rsatilgan. Bunda  $S$  va



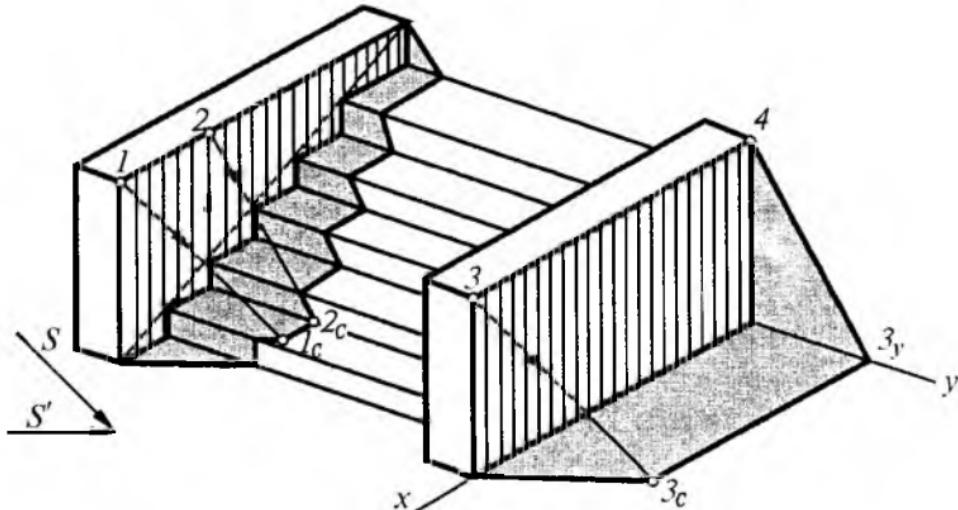
171-rasm.



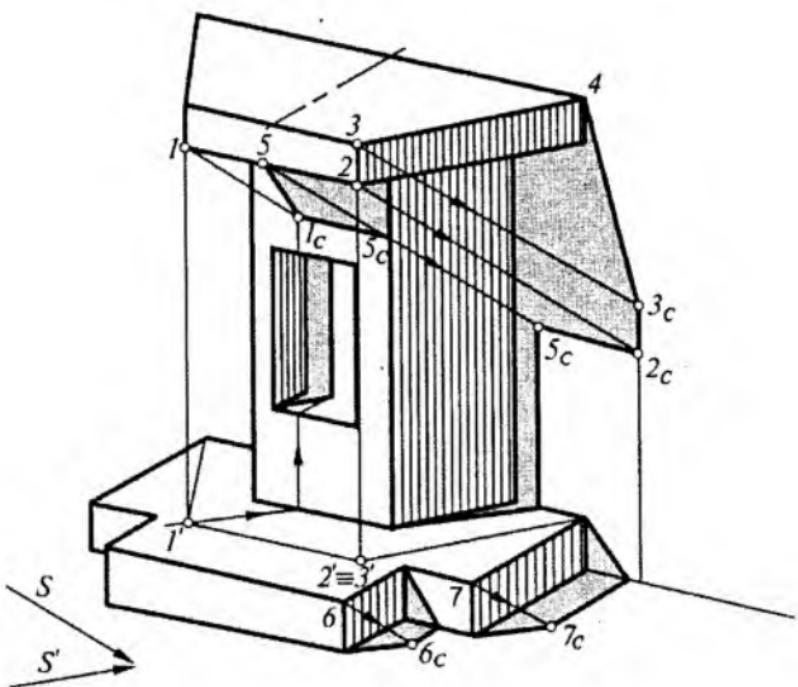
172-rasm.

$S'$  yo‘nalishdagi nurlar kesishib, nuqtaning ( $1_c$ ) soyasini hosil qilyapti, ustunning yuqori qirrasini davom ettirib, soyabon qirrasida 2 nuqta hosil qilinadi va uning soyasi ( $2_c$ ) ni  $1_c$  bilan tutashtirib, to‘liq tushgan soya chegarasi aniqlanadi. 172-rasmda kvadrat soyabon va silindr ustun berilgan, uning soyasi ham xuddi oldingi misoldagidek topiladi, bunda farqi tushgan soya qisman egri chiziq ko‘rinishida bo‘ladi, chunki to‘g‘ri chiziqning egri sirdagi soyasi egri chiziq bo‘lishi o‘tgan mavzulardan ma’lum.

173-rasmda besh bosqichli zina va himoya devorlarining aksonometrik proyeksiyasida o‘zining va tushgan soyalarini bajarish ko‘rsatilgan. Bunda nur yo‘nalishi aniqlangandan so‘ng, 1 nuqtadan unga parallel qilib nur o‘tkazib uning  $1_c$  soyasi topiladi, ikkinchi bosqich zinasidan 2



173-rasm.



174-rasm.

nuqtaning soyasini topib zinaning vertikal qismidagi soya yo‘nalishi aniqlanadi va ularga parallel qilib boshqa zina bosqichidagi soyalar topiladi. 3 nuqtadan  $S$  ga, 3<sup>''</sup> nuqtadan esa  $S'$  ga parallel nurlar o‘tkazib, ularning kesishgan ( $3_c$ ) soyasi aniqlanadi.  $3_c$  dan  $X$  o‘qiga parallel qilib  $3_y$  nuqta topiladi va u 4 nuqta bilan tutashtirilsa, zina himoya devorining to‘liq soyasi hosil bo‘ladi. 174-rasmda ustida muntazam oltiburchakli yarim prizma soyaboni o‘rtasida to‘g‘ri to‘rburchakli tokchasi pastida esa yarim aylana supachasi bor me’moriy maketning aksonometriyasi berilgan. Unda o‘z va tushgan soyalarini yasashga misol keltirilgan, uning soyasini yasash uchun har galgiday, aksonometriyada nur yo‘nalishi  $SS''$  tanlanadi, ana shunga parallel qilib prizmali soyaboning xarakterli (1, 2, 3 va h.k.) nuqtalaridan nurlar o‘tkaziladi va ular tutashtirilib tushgan soyasi aniqlanadi. Buning uchun yarim prizma soyabon asosi gorizontal tekislikda chizib olinadi. Unda 1 nuqtadan  $S$  ga va 1' nuqtadan  $S'$  ga parallel chiziqlar o‘tkazilib, ular kesishgan nuqta 1 nuqtaning  $1_c$  soyasi bo‘ladi. Prizma ustun va supachanening o‘ng tomoni o‘z soyasida bo‘ladi.

## 8.1. Perspektiva haqida umumiy tushuncha

Bino va inshootlarni yaqqol tasavvur qilish uchun uning ortogonal proyeksiyasidan foydalanib, perspektivasini chizish mumkin.

**«Perspektiva»** — fransuzcha «Perspective» so‘zidan olingan bo‘lib «uzoqqa qarash, uzoqni kuzatish» degan ma’noni anglatadi.

Perspektiv tasvir, perspektiva markaziy proyeksiyalashga misol bo‘lib, ko‘rish nuqtasi, markaz, ya’ni kuzatuvchi bitta nuqtadan qaraydi. Perspektiva tasviriy san’atda ko‘p qo‘llanilganligi sababli, rassomlar badiiy asarlar yaratishda perspektiva nazariyasiga asoslanadilar. Shuning uchun perspektiva tasviriy san’atning grammatikasidir. Arxitektura va muhandislik qurilish ishlarida perspektivadan keng foydalilanadi. Binolar va ularning kompozitsion yechimi perspektivada tekshiriladi va kerakli o‘zgartirishlar kiritish mumkin.

Perspektiva bajarilishiga qarab turlicha bo‘ladi:

1. **Chiziqli perspektiva** — tasvir asosan vertikal, ba’zan esa og‘ma tekisliklarda bajariladi.

2. **Panoramali perspektiva** — tasvir silindr ichki sirtiga bajariladi.

3. **Gumbazli perspektiva** — tasvir gumbaz yoki sharsimon ellipsoid sirtlar ichiga bajariladi.

4. **Teatral perspektiva** — tasvir bir necha ketma-ket sirtlarga bajarilib, teatr sahnasini bezash uchun ishlatiladi.

5. **Havoyi perspektiva** — tasviriy san’atda fazoning churqligi va kengligi rang orqali bajariladi.

Shunga o‘xhash bir necha perspektivalar mavjud, bularidan eng asosiysi chiziqli perspektiva bo‘lib, me’moriy loyihalashlarda juda ko‘p ishlatilishi sababli bu chuqr o‘rganiladi.

## 8.2. Perspektiva apparati

Perspektiv tasvir hosil qilish markaziy proyeksiyalash usuliga asoslanganligi sababli proyeksiyalar tekisligi va undan tashqarida kuzatish (proyeksiyalash) markazi olinadi. Perspektiv tasvir hosil qilish uchun perspektiva apparati bilan tanishib chiqish zarur. Perspektiva apparati quyidagi elementlardan iborat (175-rasm):

*T – Tasviroyna (kartina) tekisligi.*

*S* – Kuzatish (ko‘rish) nuqtasi (proyeksiya markazi).

$s$  — Kuzatish nuqta asosi (kuzatish nuqtasining ortogonal proyeksiyası).

*H* — Gorizontal tekislik yoki narsalar tekisligi .

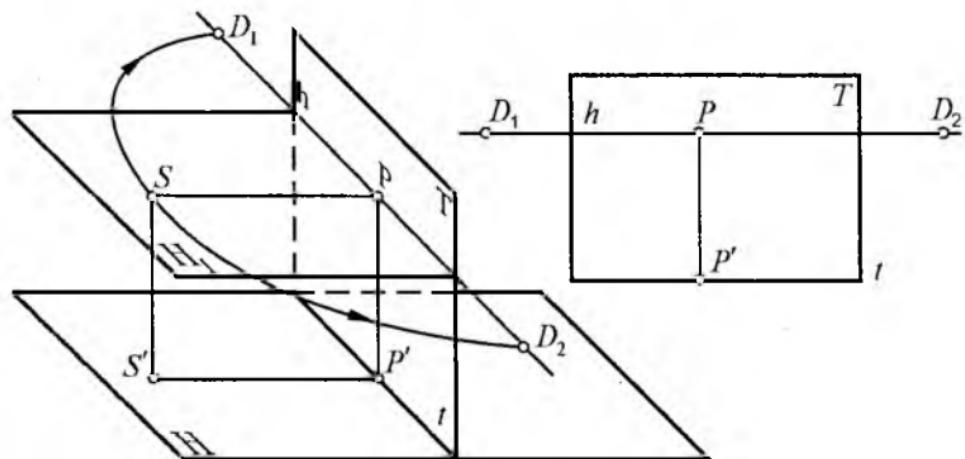
*t* — Tasviroyna asosi (tasviroyna tekisligining gorizontal tekislik bilan kesishgan chizig'i).

$h$  — Gorizont chizig'i (kuzatish nuqtasidan o'tuvchi gorizontal tekislikning tasviroyna tekisligi bilan kesishgan chizig'i).

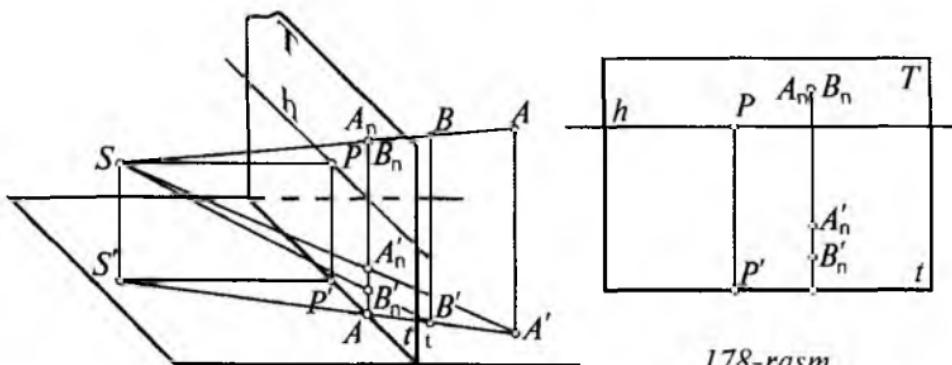
*SS'* — Kuzatish nuqtasi balandligi.

$D_1D_2$  — Distansion uzoqdagi nuqtalar taxminan ko'rish nuqtasi  $S$  dan tasvir oynagacha bo'lgan masofa ( $PS$ ) masofaga teng,  $PD_1 = PS$ .

*P* – Tasviroyna markazi (tasvir oyna tekisligiga kuza-tish nuqtasidan tushirilganda perpendikular chiziqning shu tekislik bilan kesishgan nuqtasi). Bu ko‘rish nuqtasining asosiy chizig‘i deyiladi.



175-rasm.



178-rasm.

$P'$  — Markaziy nuqtaning asosi.

$SP$  — Tasviroyna bilan kuzatish nuqtasigacha bo‘lgan eng qisqa masofasi (bosh ko‘rish masofasi yoki bosh ko‘rish nuri).

$A$  — Proyeksiyalanuvchi nuqta (fazoda).

$A'$  — Proyeksiyalanuvchi nuqtaning asosi ( $A$  nuqtaning gorizontal proyeksiyasi).

$A_n^1$  —  $A$  nuqtaning perspektiv tasviri (perspektivasi).

### 8.3. Nuqtaning perspektivasi

Fazodagi  $A$  nuqtaning perspektivasini yasash uchun u kuzatish nuqtasi  $S$  bilan tutashtiriladi. Hosil bo‘lgan  $SA$  chiziq tasviroyna bilan kesishib,  $A$  nuqtaning perspektivasi  $A_1$  ni hosil qiladi.  $SA$  chiziq bo‘yicha vertikal tekislik o‘tkazish natijasida  $S_1A_1$  chiziq, gorizontal proyeksiyasi, ya’ni uning asosi hosil bo‘ladi. Bunda  $S_1A_1$  bilan  $t$  chiziq kesishib  $A_1$  nuqta va undan vertikal chiziq o‘tkazilib  $SA$  bilan kesishish natijasida  $A_1$  nuqta topiladi (176-a, rasm).

(176-b, rasm)da esa uning ortogonal proyeksiyasi keltilrilgan. Bu,  $P$  tekislikni kuzatuvchiga ro‘baro‘ qo‘yish demakdir.

### 8.4. To‘g‘ri chiziqlarning perspektivasi

To‘g‘ri chiziqlar fazoda ixtiyoriy yoki tasviroynaga nisbatan parallel, perpendikular holatda berilishi mumkin

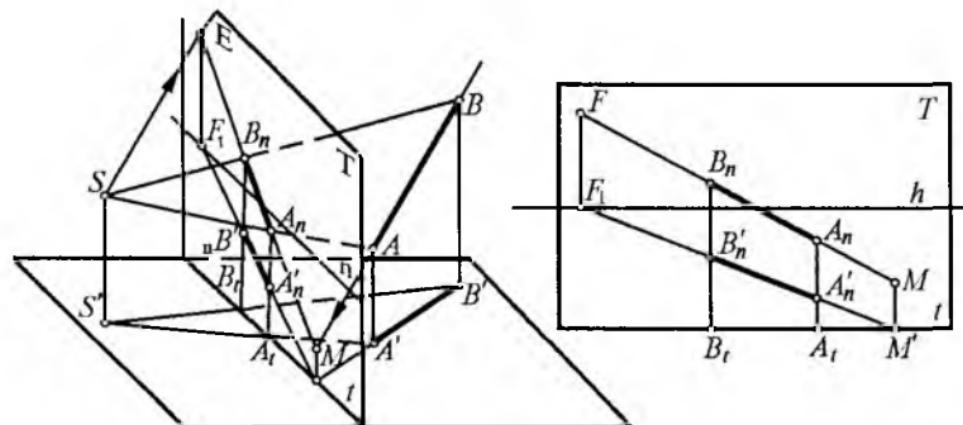
(177-rasmida ixtiyoriy vaziyatdagi  $AB$  to‘g‘ri chiziqning perspektivasini yasash ko‘rsatilgan).

Tasviroynaga parallel bo‘limgan har qanday to‘g‘ri chiziq u bilan albatta biror nuqtada kesishadi.  $AB$  to‘g‘ri chiziqning tasviroyna bilan kesishgan nuqtasi  $M$  ikkinchi uchi cheksizlikdagi  $F$  fokus nuqtaga borib tutashadi.  $F$  nuqtani topish uchun kuzatish nuqtasi  $S$  dan  $AB$  kesmaga parallel chiziq o‘tkaziladi. Bu chiziq tasviroyna bilan kesishib, cheksizlikdagi fokus nuqta  $F$  ni beradi. Endi  $AB$  kesmaning perspektivasini hosil qilish uchun tasvir oynada  $MF$  nuqtalar tutashtiriladi,  $A$  va  $B$  nuqtalar  $S$  nuqta orqali o‘tkazilgan chiziq  $MF$  to‘g‘ri chiziq bilan kesishib,  $A_nB_n$  nuqtalarni hosil qiladi, bu  $A_nB_n$  to‘g‘ri chiziq kesmasi  $\overline{AB}$  kesmaning perspektivasi deyiladi.

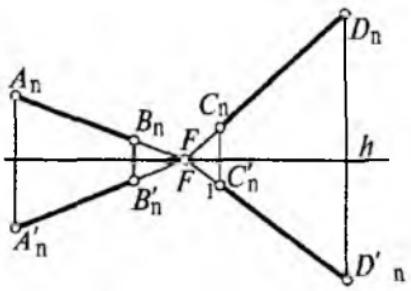
Agar  $AB$  to‘g‘ri chiziqning gorizontal proyeksiyasi  $A^1B^1$  ni ham  $S$  nuqta bilan tutashtirilsa,  $A^1B^1$  to‘g‘ri chiziq kesmasi, ya’ni  $A^1B^1$  ning perspektivasi hosil qilingan bo‘ladi. Shunday qilib, fazodagi  $AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasi va gorizonttal  $A^1B^1$  proyeksiyasining perspektivalari yasaldi.

Agar berilgan  $AB$  to‘g‘ri chiziqqa  $m$  to‘g‘ri chiziq parallel qilib o‘tkazilsa, uning fokus nuqtasi ham shu  $F$  nuqtada bo‘ladi, ( $AB//m$ ). 177-*b*, rasmda uning ortogonal proyeksiyasi tasvirlangan.

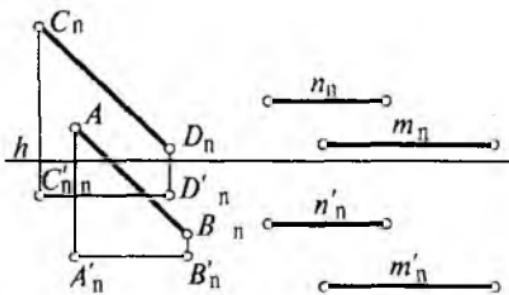
Har qanday yo‘nalishdagi to‘g‘ri chiziqlarning fokus nuqtalari alohida-alohida bo‘ladi, buning uchun kuzatish nuqtasidan berilgan chiziqqa parallel qilib tasviroyna bilan



177-rasm.



178-rasm.



179-rasm.

kesishguncha davom ettiriladi. Kesishgan nuqta esa shu to‘g‘ri chiziqning fokus nuqtasi hisoblanadi. Demak, har qanday holatdagi gorizontal to‘g‘ri chiziqning fokus nuqtasi • gorizont  $h$  chizig‘ida joylashadi. Bunday paytda  $F$  va uning asosi  $f$  nuqtalar bitta nuqtada ustma-ust tushadi (178-rasm). Agar berilgan to‘g‘ri chiziqlar tasviroynaga perpendikular bo‘lsa, ular uchun fokus nuqta  $P$  hisoblanadi.

Agar berilgan to‘g‘ri chiziqlar tasviroynaga parallel holatda bo‘lsa, ularning perspektivasi ham parallel joylashgan bo‘ladi (179-rasm).

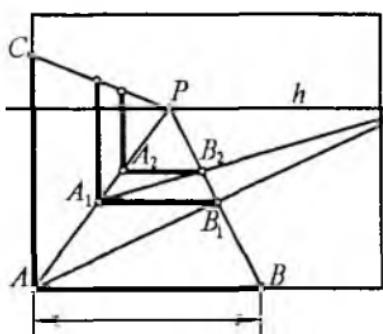
## 8.5. Perspektiva masshtabi

Perspektivada tasvirlanayotgan narsalar tasviroyna tekisligidan qancha uzoqlashsa, shuncha kichkina bo‘lib boraveradi. Haqiqiy kattalik faqat tasviroyna tekisligida bo‘ladi. To‘g‘ri chiziqning perspektivadagi masshtabini aniqlash uchun tasviroyna asosiga 1 metr o‘lcham qo‘yiladi (180-rasm). Bu o‘lchamni vertikal chiziqqa ham qo‘yish mumkin. Keskalarining  $ABC$  uchlarini bosh nuqta  $P$  bilan,  $A$  nuqtani esa uzoqdagi  $D$  (distansion) nuqta bilan tutashtiladi va  $B_1$  hosil bo‘ladi. Bu nuqtada tasviroyna asosiga parallel o‘tkazilsa,  $A_1$  nuqta, 1 metrga ega bo‘lgan  $AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasining perspektivadagi  $A_1B_1$  kesmasi hosil bo‘ladi.  $A_1$  nuqtadan vertikal chizilsa  $A_1C_1$  to‘g‘ri chiziq, ya’ni  $AC$  to‘g‘ri chiziqqa teng bo‘lgan kesmaning perspektivasi hosil bo‘ladi. Shu usuldan boshqa to‘g‘ri chiziq kesmalarining perspektivasini hosil qilish mumkin.

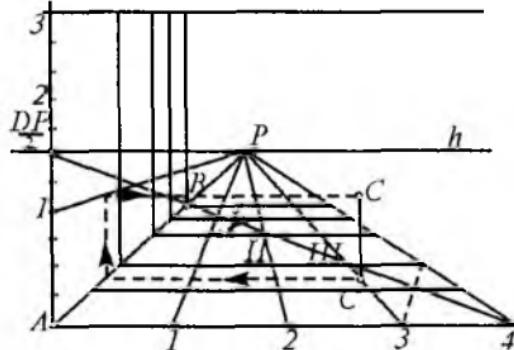
Perspektiva masshtablari bir necha xil bo'lib tasviroy-na asosi **kenglik masshtabi**, gorizont chizig'ida kesishadi-gan har qanday gorizontal chiziqlarni, ya'ni  $AP$  chiziqni **chuqurlik masshtabi** va tasviroynaning yon (vertikal) to-monini **balandlik masshtablari** deb yuritiladi.

Perspektiv masshtablaridan foydalanib har xil uzoqlikda joylashgan va turli balandlik, kengliklarda turgan narsalar-ning o'rnnini perspektivada to'g'ri aniqlash mumkin. Bu masalani ma'lum kattalikdagi kvadratlardan perspektiv to'rlar yasash yo'li bilan amalga oshiriladi. Perspektiv to'rlar yasash uchun berilgan masshtabga binoan shartli (masa-lan, 1 m) kesma tasviri oyna asosining  $A$  burchagidan o'lchab (1, 2, 3, 4 va hokazo) nuqtalar bilan belgilanadi va  $P$  nuqta bilan tutashtiriladi (181-rasm). Uzoqdagi nuqta  $D$  bilan 4 nuqta tutashtirilsa,  $AP$  to'g'ri chiziq bilan kesishib 8 m ichkaridagi  $B$  nuqta hosil bo'ladi.  $B$  chiziqning  $1P$ ,  $2P$ ,  $3P$ ,  $4P$  chiziqlar bilan kesishgan I, II, III nuqta-laridan gorizontál chiziqlar o'tkažilsa  $P$  yo'nalgan tomoni, ya'ni uzunligi 2 m ga eni esa 1 m ga teng bo'lgan to'rlar yasaladi. Hosil bo'lgan katak diagonallarining kesishgan joylaridan yana gorizontal chiziqlar o'tkažilsa,  $1 \times 1$  m li kvadratlar perspektivasi hosil bo'ladi.

$A$  nuqtadan vertikal chiziqlar bo'yicha 1, 2, 3, 4 nuqtalar belgilanib  $P$  bilan tutashtirilsa va gorizontaldagi chiziqlarni  $AB$  bilan kesishgan joyidan vertikal chiziqlar chiqarilsa,  $1 \times 1$  m li vertikal kvadrat perspektivasi hosil bo'ladi.



180-rasm.



181-rasm.

$C$  nuqtada turgan jismning balandligini aniqlash uchun  $C'$  dan  $AB$  chiziq tomon gorizontal chiziq yo‘naltiriladi, kesishgan joydan 1,5 m li chiziqchaga vertikal chiziq chiziladi. Kesishgan joyidan yana teskariga gorizontal chiziq chiziladi.  $C'$  nuqtadan chiqarilgan vertikal chiziq gorizontal punktir chiziq bilan kesishib  $S$  nuqta, ya’ni jism balandligini hosil qiladi.

### 8.6. Perspektivada to‘g‘ri chiziqlarni bo‘laklarga bo‘lish

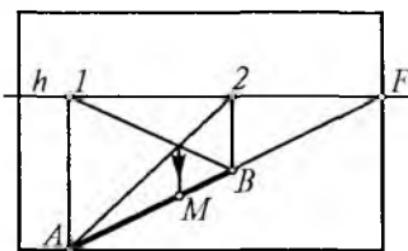
Yuqorida aytigandanidek perspektiva yasash asosan ikki xilda bajariladi:

1. Reja va fasad yordamida.
2. Qurilmalarni perspektivada bo‘laklarga bo‘lish yordamida, chunki ko‘p hollarda rejada ayrim jihatlar chizilmaydi.

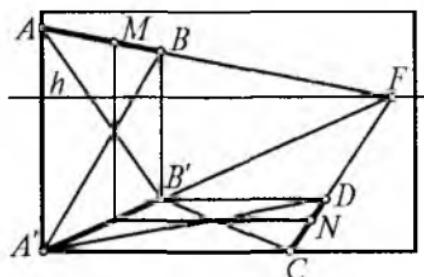
Shuning uchun perspektivada bo‘laklarga bo‘lish muhim ahamiyat kasb etadi.

Berilgan to‘g‘ri chiziqlar tasviroynaga parallel bo‘lishi yoki bo‘lmasligi mumkin.

1. To‘g‘ri chiziq tasviroynaga parallel bo‘lmagan vaziyatda bo‘lsa, 182-rasmdagidek bajariladi. Bunda gorizontal  $AB$  to‘g‘ri chiziq berilgan, uni teng bo‘lakka bo‘lish uchun  $A$  va  $B$  nuqtalarni gorizont chizig‘iga proyeksiyalab 1, 2 nuqtalar hosil qilinadi, to‘rtburchakning diagonalari kesishgan nuqtadan vertikal chiziq chiqarilsa,  $AB$  kesmani  $M$  nuqtada teng bo‘lakka bo‘ladi. Xuddi shu usulda  $CD$  kesma ham  $N$  nuqtada teng bo‘linadi (183-rasm). 184-rasmda ixtiyoriy  $MN$  to‘g‘ri chiziqnini bo‘laklarga bo‘lish



182-rasm.

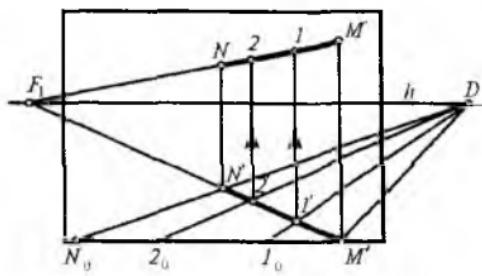


183-rasm.

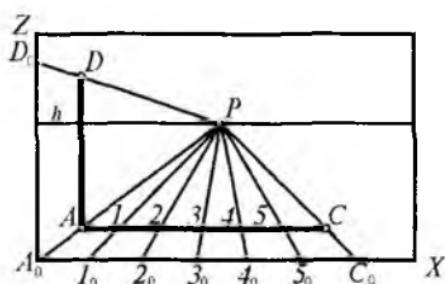
ko'rsatilgan. Bunda  $MN$  to'g'ri chizig'inining haqiqiy kattaligi tasviroyna asosi  $t$  da  $MN_0$  masofa kerakli bo'laklarga ( $1_0, 2_0$  va hokazo) bo'linadi, so'ngra  $D_1$  bilan tutashtiriladi.

Natijada bu chiziqlar  $MN$  kesmani  $1'2'$  nuqtalar-da bo'ladi. Fazodagi  $AB$  to'g'ri chiziqni ham shu usulda bo'lish ko'rsatilgan.

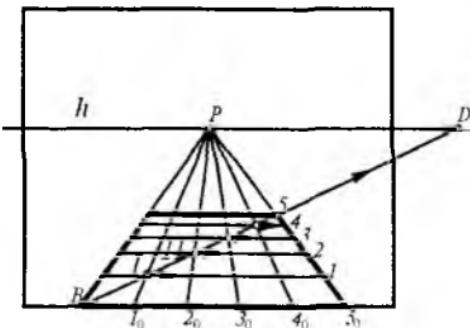
2. To'g'ri chiziq tasviroynaga parallel va vertikal vazi-yatlarda bo'lsa, 185-rasmdagidek bajariladi. Bunda  $AD$  vertikal,  $AC$  gorizontal kesmalar berilgan, ularni bo'laklarga bo'lish talab qilinsin.  $A$ ,  $D$  va  $C$  perspektivadagi nuqtalar  $P$  nuqta bilan tutashtirilsa tasviroyna asosida va unda yotuvchi  $ZX$  chiziqlarida  $A_0D_0C_0$  nuqtalar hosil bo'ladi. Bu kesmalar berilgan to'g'ri chiziqlarning haqiqiy kattaligi hisoblanadi. An'a shu  $A_0D_0$  va  $A_0C_0$  to'g'ri chiziq kesmasini  $1_0, 2_0, 3_0$  va hokazo bo'laklarga bo'lib  $P$  nuqta bilan tutashtirilsa, bu chiziqlar  $AC$  kesmalarni 1, 2, 3 va hokazo bo'laklarga bo'ladi. 186-rasmida gorizontal kvadratni teng bo'laklarga bo'lish ko'rsatilgan. Unda kuzatish nuqtasi dan tasviroynagacha bo'lgan asosiy masofa  $d$  o'lchab gorizont chiziqda  $D$  nuqta topiladi. Uni kvadratning  $B$  nuqtasi bilan tutashtirilsa  $P$  ga boruvchi chiziqlar bilan kesishib nuqtalar hosil qiladi. Bu nuqtalardan gorizontal chiziqlar o'tkazilsa, kvadratning perspektivasi 1, 2, 3 va hokazo teng bo'laklarga bo'linadi.



184-rasm.



185-rasm.



186-rasm.

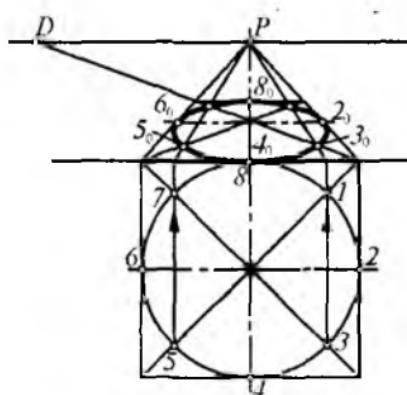
## 8.7. Aylanalarning perspektivasi

Agar aylana tasvir oyna tekisligiga parallel bo'lsa, uning perspektivasi ham aylana bo'ladi. Bundan boshqa vaziyatlarda turli xil ikkinchi tartibli egri chiziqlar hosil bo'ladi. Aylana perspektivasini yasashda uning har bir nuqtasi kuzatish nuqtasi bilan tutashtirilsa, konus yasovchilari paydo bo'ladi. Konus yasovchilarning tasviroyna bilan kesishish natijasida aylana, ellips, parabola, giperbola egri chiziqlari hosil bo'ladi. Bunday chiziqlarning hosil bo'lishi kuzatish nuqtasidan tasviroynagacha o'tkazilgan parallel holi tekisliliklarga bog'liq. O'quv dasturida faqat ellips ko'rinishidagi tasvir yasab o'rganiladi.

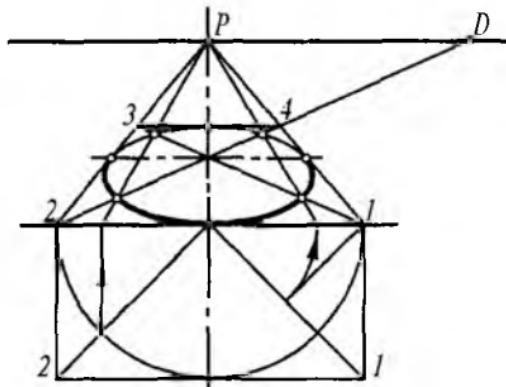
187-rasmda narsalar tekisligida joylashgan aylananing perspektivasini yasash ko'rsatilgan.

Buning uchun aylana sirtida kvadrat yasaladi, diagonallar o'tkazilib aylana bir necha 1, 2, 3 va hokazo bo'laklarga bo'linadi. Bu nuqtalar t chiziqqa proyeksiyalanadi va R nuqta bilan tutashtiriladi. Bu chiziqlarning diagonal  $t_0D$  bilan kesishgan nuqtalaridan gorizontal chiziqlar o'tkazilib 1<sub>0</sub>, 2<sub>0</sub>, 3<sub>0</sub> va hokazo nuqtalar topiladi. Ular silliq tutashtirilsa aylananing perspektivasi hosil bo'ladi.

188-rasmda esa xuddi shu aylananing perspektivasi uning rejasi chizmasdan boshqa usulda bajarilgan. Unda o'rtadagi O<sub>1</sub> nuqta markaz qilib olinadi va O<sub>0</sub> nuqtadan R radiusli aylana yoy chiziladi. U bir necha teng bo'laklarga



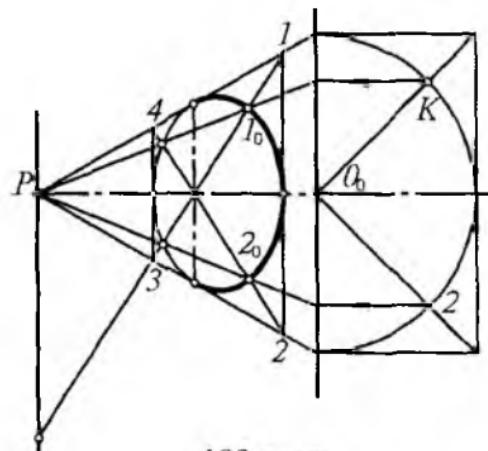
187-rasm.



188-rasm.

bo'linadi, 1 nuqtadan  $45^\circ$  burchak ostida chiqarilgan chiziq bilan diagonal kesishgan  $K$  nuqtani tasvir oyna asosiga proyeksiyalanadi, hosil bo'lgan nuqtalar  $P$  bilan tutashtiriladi. Kvadrat diagonallari bilan kesishgan 2, 4 nuqtalar aylananing perspektivadagi kerakli nuqtalari hisoblanadi va bu nuqtalardan foydalanib 6,8 nuqtalar topiladi.

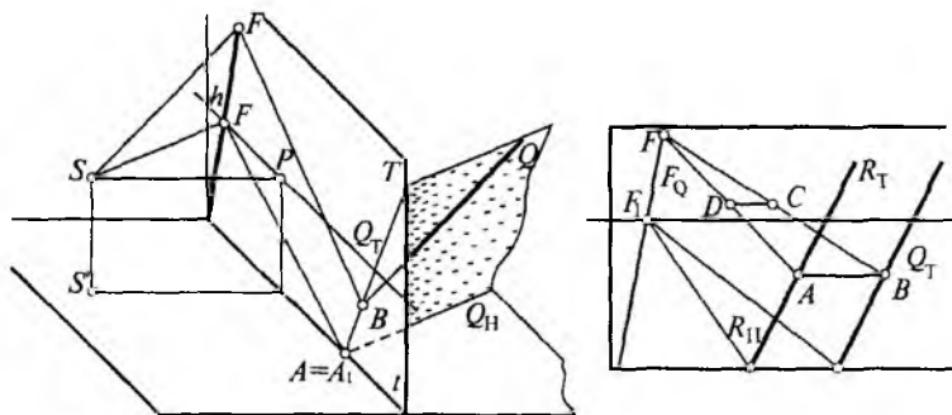
189-rasmda vertikal holatdagi aylanalarning perspektivasini yasash ko'rsatilgan.



189-rasm.

### 8.8. Tekislikning perspektivasi

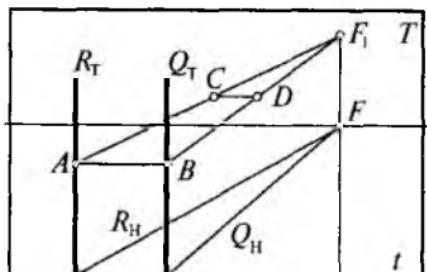
Chizma geometriya fanida tekisliklarni tasvirlashning bir necha usullari ma'lum, shu jumladan izlari bilan ham beriladi. 190-rasmda umumiyl vaziyatdagi  $Q$  tekislikning perspektivasini yasash ko'rsatilgan. Bunda  $Q$  tekislikning gorizonttal tekislik bilan kesishgan chizig'i (izi)  $Q_H$  ga parallel chiziq o'tkaziladi. Bu gorizont chizig'i bilan kesishib  $F$  fokus nuqtasi hosil bo'ladi.  $Q$  tekislikda yotgan ixtiyoriy  $B_c$  to'g'ri chiziqning fokus nuqtasi  $F_F$  chiziqda yotadi.



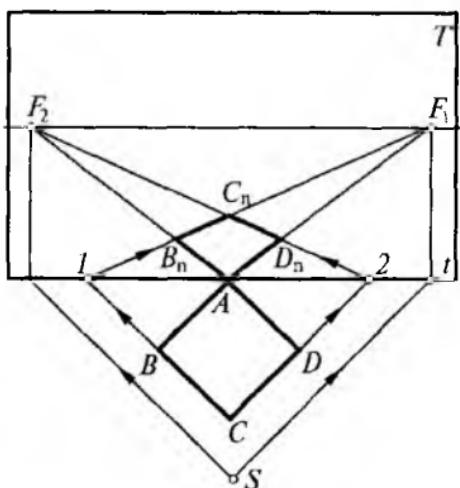
190-rasm.

Gorizontal va tasviroyna tekisliklariga perpendikular  $Q$  tekislik berilgan, uning perspektivasini yasash 193-rasmda ko'rsatilgan. Bunda  $Q$  tekislikning  $Q_H$  izi  $AB$  to'g'ri chiziq tasviroynaga perpendikular to'g'ri chiziq deb qarash mumkin, shuning uchun uning fokus nuqtasi  $P$  nuqtada yotadi. Endi gorizontal tekislikda yotuvchi  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  to'g'ri to'rtburchak tekislikning rejasi bo'yicha uning perspektivasini yasash talab qilinsin (192-rasm).

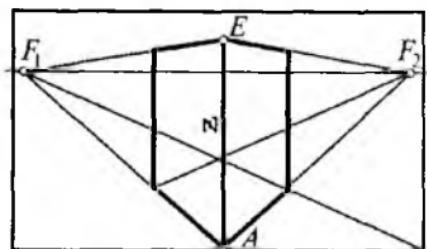
Rejada tasviroyna  $T$  uning asosi  $t$  bilan ustma-ust tushadi, chunki  $T \perp H$ . Shuning uchun tasviroyna vertikal proyeksiyalanadi,  $S$  nuqtadan  $A_1 B_1 C_1 D_1$  to‘g‘ri to‘rtburchak tomonlariga parallel chiziqlar o‘tkaziladi va  $f_1' f_2'$  nuqtalar hosil qilinadi, ularni gorizont chizig‘iga proyeksiyalab  $F_1 F_2$  fokus nuqtalari topiladi. Tasviroyna asosida yotgan  $A$  nuqtani ular bilan tutashtiriladi. To‘g‘ri to‘rtburchakning  $BC$  va  $CD$  tomonlari ham tasvir oynaga yo‘naltiriladi va kesishgan  $1'2'$  nuqtalar hosil qilinib, 1 nuqtani  $F$  bilan, 2 nuqtani  $F_2$  bilan tutashtirib,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  tekislikning perspektivasi ( $AB_n C_n D_n$ ) hosil qilinadi. 193-rasmida shu to‘rtburchak ustiga qurilgan vertikal tekisliklarning perspektivasi tasvirlangan. Unda balandlik  $AE$  ( $Z$  masofa) qirrasi tasviroyna tekislikning o‘zida yotganligi sababli haqiqiy kattalikda bo‘ladi.



191-rasm.



192-rasm.



193-rasm.

## 8.9. Perspektiva yasash usullari

Bino va inshootlar perspektivasi ishonarli, haqiqiy, tabiiy ko‘rinayotganday chiroli chiqishi uchun ko‘rish nuqtasi, bosh nur (chiziq) va tasviroyna tekisligini ko‘rinayotgan narsaga nisbatan to‘g‘ri tanlay bilish katta ahamiyatga ega. Shuning uchun ham bular ixtiyoriy ravishda tanlanmasdan, balki perspektiva yasash tajribasidan olingan ma’lum qonun-qoidalar asosida joylashtiriladi.

Binoning perspektivasi uning rejasi va bosh fasadi bo‘yicha uch bosqichda bajarilishi mumkin.

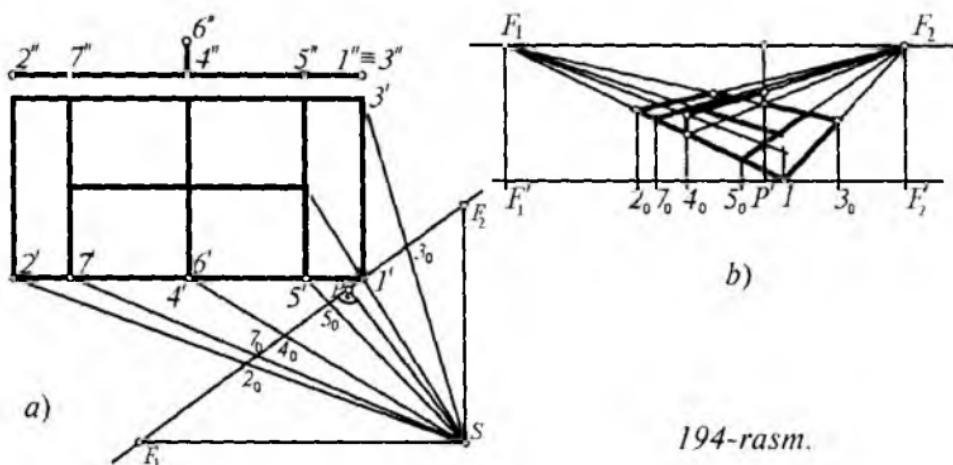
**Birinchi bosqichda** bino fasadiga nisbatan gorizont chizig‘i, rejaga nisbatan esa tasviroyna tekisligi, ko‘rish nuqtasi va bosh nuqta tanlanadi. Rejadagi asosiy nuqtalar ko‘rish nuqtasi bilan tutashtirilib tasviroyna asosi (izi)ga proyeksiyalanadi. Tasviroyna izida rejadagi to‘g‘ri chiziqlarning tushish nuqtalari va tasviroyna izlari aniqlanadi.

**Ikkinci bosqichda** tasviroyna asosi va gorizont chiziqdan iborat tasviroyna tekisligida topilgan tushish nuqtalari gorizont chizig‘iga, to‘g‘ri chiziqlarning tasviroyna izlari va nuqtalarning proyeksiyalari esa tasviroyna asosiga ko‘chiriladi. Bu nuqtalar yordamida bino rejasining perspektivasini yasaladi.

**Uchinchi bosqichda** yasalgan reja perspektivasiga fasad bo‘yicha bino elementlarining balandliklari o‘lchab qo‘yiladi. So‘ngra topilgan nuqtalar ma’lum tartibda tutashtirilib, binoning perspektivasi hosil qilinadi.

Mana shu jihatlarni hisobga olgan holda perspektiva yasashning bir necha turlari mavjud, bular: arxitektorlar usuli, pastga tushirilgan reja usuli, to‘r usuli, koordinatalar usuli va radial usullar (nurlar izlari usuli).

**Arxitektorlar usuli.** Me’moriy loyihalash usuli arxitektorlar orasida keng tarqalgan bo‘lib, berilgan inshootning reja va fasadidagi parallel to‘g‘ri chiziqlarning uchrashuv nuqtalaridan foydalanib perspektiv tasvir yasash arxitektorlar usuli deyiladi. 194-rasmida tennis korti (maydonchasi) berilgan, uning perspektivasini arxitektorlar usulida

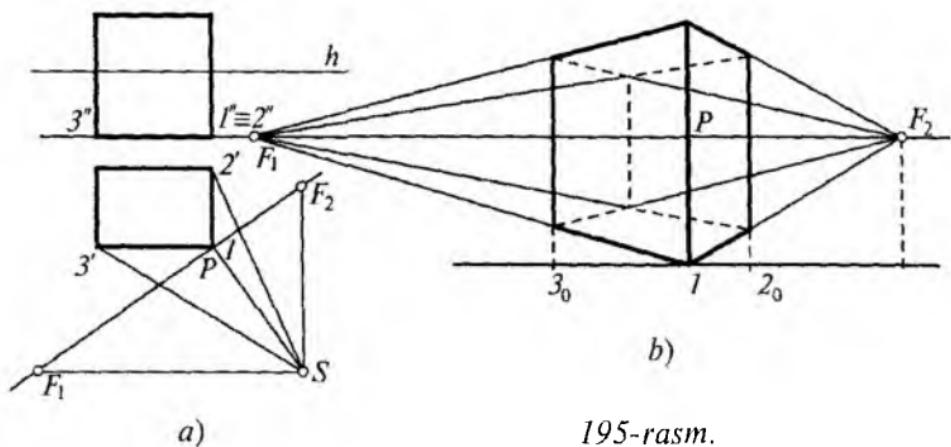


194-rasm.

yasash talab qilinsin, maydoncha rejasidagi nuqtalarini 1, 2, 3 va hokazolar bilan belgilanadi.

Tasviroyna tekisligini maydonchaning birinchi burchagidan gorizont chiziqqa nisbatan taxminan  $35^\circ$  qiyalikda olinadi. Endi kuzatish nuqtasi  $S$  tanlanadi, unda ko'rish burchagi taxminan  $28^\circ - 35^\circ$  bo'lishi kerak.

Maydoncha tomonlariga parallel qilib  $S$  nuqtadan chiziqlar o'tkaziladi va  $F_1$ ,  $F_2$  nuqtalar topiladi.  $S$  nuqtadan tasviroynaga perpendikular o'tkazib, tasviroyna markazi  $P$  topiladi. Maydoncha rejasidagi 1, 2, 3 va hokazo nuqtalarni  $S$  nuqta bilan tutashtirib, tasviroyna asosida 2<sub>1</sub>, 3<sub>1</sub>, 4<sub>1</sub> va hokazo nuqtalar topiladi. Endi ikkinchi bosqichda tasviroyna asosi chiziladi, unga parallel qilib yuqorida gorizont chizig'i  $h$  chiziladi. Rejadagi tasviroyna asosi  $t$  chiziqdagi nuqtalar  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $P_1$ , 2<sub>1</sub>, 3<sub>1</sub> va hokazo oralarida masofalar o'zgartirmasdan gorizontal holatdagi  $t$  chiziqli o'lchab qo'yiladi (194-b, rasm). Buni oddiy bir varaq qog'oz parcha yordamida bajarish mumkin. Asos  $t$  chiziqdagi 1 nuqtani fokus nuqtalar  $F_1$  va  $F_2$ , bilan tutashtiriladi, 2<sub>1</sub> nuqtadan vertikal chiziq chiqarib  $1F_2$  chiziq bilan kesishgan 2 nuqta topiladi, u  $F_1$  bilan tutashtiriladi. Endi  $P$  nuqtadan chap tomondagi 4<sub>1</sub>, 5<sub>1</sub>, 6<sub>1</sub> nuqtalardan ham vertikal chiziq chiqarib  $F_1$  ga tutashuvchi chiziqlar bilan kesishib 4<sub>1</sub>, 5<sub>1</sub>, 7<sub>1</sub> nuqtalarni hosil qiladi. Endi rejadagi 4', 8' chiziqlari tasviroyna asosigacha davom ettiriladi, kesishgan nuqta  $M_0$  bo'ladi. Bu nuqta gorizontal  $t$  chiziqli



195-rasm.

o'lchab qo'yiladi va vertikal chiziq chiqarilib frontal proyeksiyadagi 4', 6' masofani o'lchab qo'yiladi. Bu nuqtalarni  $F_2$  bilan birlashtiriladi va 5, 6, 7, 8 nuqtalar hosil qilinadi.

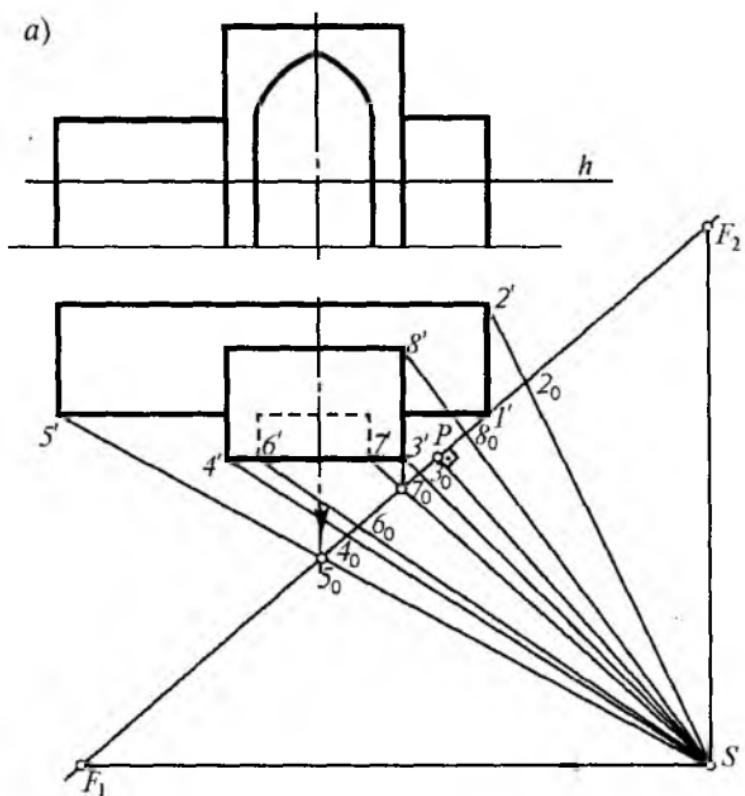
Hosil qilingan nuqtalar qalin chiziqdagi tutashtirilib tennis maydonchaning perspektivasi yasaladi.

195-rasmda to'g'ri to'rtburchakli prizmaning perspektivasini yasash yana boshqa usulda ko'rsatilgan. Prizma qirralari 1, 2, 3, 4 nuqtalar bilan belgilangan.

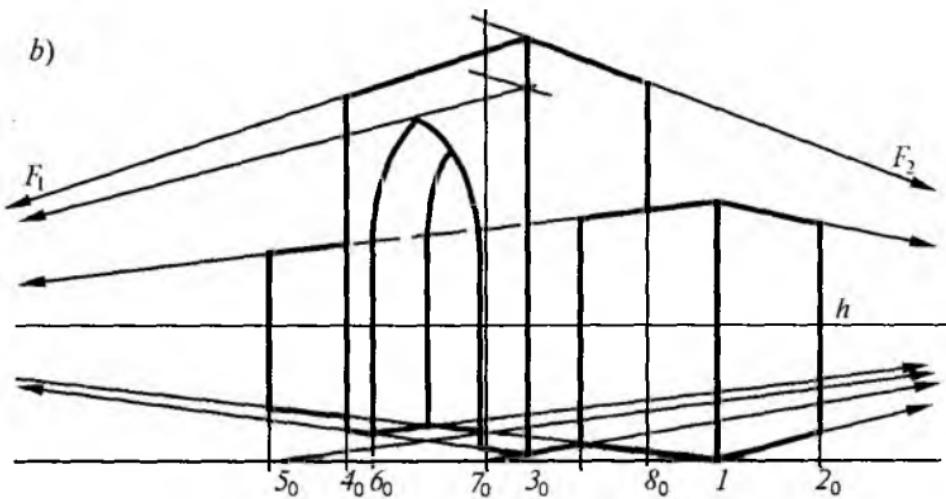
Narsalar tekisligida tasviroyna asosi  $t$  chiziladi va malum masofada kuzatish nuqtasi  $S$  tanlanadi.  $F_1, F_2$  fokus nuqtalar aniqlanadi.  $S$  nuqtadan tasvitoynaga perpendikular tushirib  $P$  nuqta topiladi. Prizma rejasidagi 3', 4' chiziqni davom ettirib  $A_0$  nuqta, 4', 2' chiziqni davom ettirib  $B_0$  nuqta topiladi. Uning perspektivasini yasash uchun tasviroyna asosi  $t$  gorizontal holatda va unga parallel  $h$  gorizontal chizig'i yasaladi, tasviroyna asosidagi barcha nuqtalar o'lchab qo'yiladi va  $F_1, F_2$  nuqtalar bilan tutashtiriladi. Bunda  $A_0$  ni  $F_2$  bilan  $B_0$  ni  $F_1$  bilan tutashtirib prizma asosi 1, 2, 3, 4 nuqtalar topiladi, ulardan vertikal chiziqlar chiqarilib 1 nuqtadan chiqqan qirraga prizma balandligi o'lchab qo'yiladi. Uni  $F_1, F_2$  nuqtalar bilan tutashtirib prizmaning perspektivasi hosil qilinadi (195-b, rasm).

196-a, rasmida binoning shartli fasadi va rejasi berilgan, uning perspektivasini qurish talab qilinsin. Bu ikki bosqicha bajarilishi mumkin:

a)



b)



198-rasm.

Fasadda gorizont chizig'i  $h$  tanlanadi, rejada 1, 2, 3 va hokazo nuqtalar belgilaniladi, kuzatish nuqtasi yaqin burchak (1, 6) dan tasviroyna asosi o'tkaziladi, ko'rish nuqtasi  $S$  belgilanadi.  $S$  dan tasviroyna asosi  $t$  ga perpendikular tushirib bosh chiziq chiziladi va  $P$  nuqta aniqla-

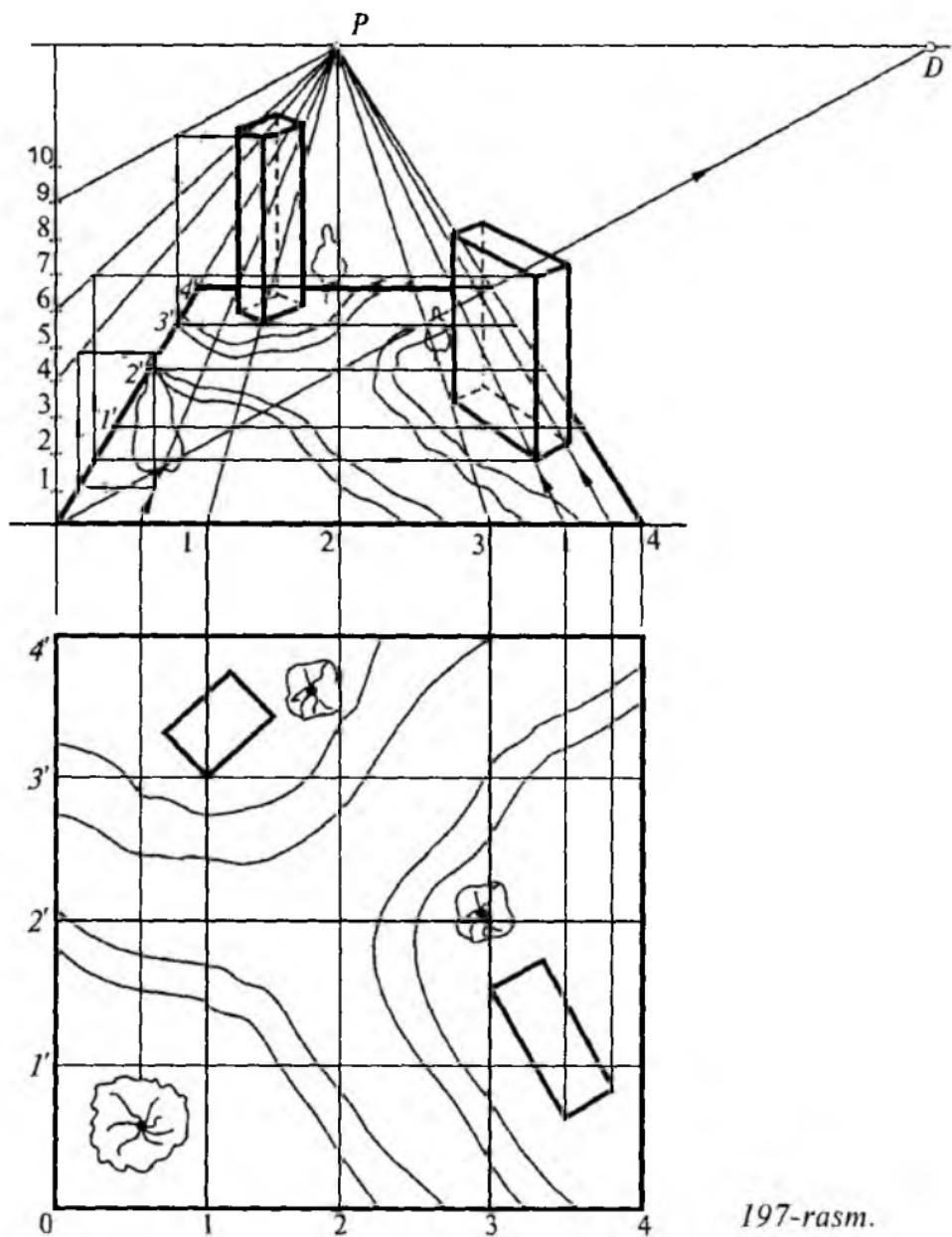
nadi. Bino tomonlariga parallel qilib  $S$  nuqtadan chiziqlar o'tkaziladi, natijada  $f_1$ ,  $f_2$  fokus nuqtalar hosil qilinadi.  $S$  nuqtadan binoning ko'rinadigan nuqtalari (2, 5, 7) ga chiziqlar o'tkazish natijasida tasviroyna asosida  $2_0$ ,  $5_0$ ,  $7_0$  nuqtalar hosil qilinadi. Endi uning perspektivasini yasashga o'tish mumkin. Fasad va rejaga nisbatan perspektiva xohlangan mashtab (kattalik)da bajarilishi mumkin. 196-b, rasmdagi perspektivani (bajarish ikki marta kattalashtirilib berilgan). Perspektiva tasviroyna asosi  $t$  ni gorizontal holatda chizishdan boshlanadi, unga parallel qilib fasaddagi  $h$  chiziq ikki baravar kattalashtirib o'tkaziladi,  $P$  nuqtadan  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $2_0$ ,  $5_0$  va hokazo nuqtalar ham ikki marta kattalashirilib o'lchab qo'yiladi.

Asosdagi  $1_0$  va  $6_0$  nuqtalar  $F_1$  va  $F_2$  lar bilan tutashtiriladi u chiziqlarga  $2_0$ ,  $5_0$ ,  $7_0$  nuqtalardan vertikal chiziqlar chizib tutashgan joyi 2, 5, 7 nuqtalarni hosil qiladi, qolgan nuqtalar fokus chiziqlarining o'zaro kesishuvidan kelib chiqadi.  $1_0$ ,  $6_0$  dan vertikal chiziqlar chiqarilib unga fasad balandligi ikki marta kattalashtirilib o'lchab qo'yiladi va  $F_1$ ,  $F_2$  lar bilan tutashtiriladi. Bu chiziqlarga  $2_0$ ,  $5_0$ ,  $7_0$  va hokazo nuqtalardan chiqarilgan vertikal chiziqlar kesishib binoning fasadini hosil qiladi.

**To'r usuli.** Mikrorayon, xiyobonlar, sport komplekslari va shu kabi katta maydonlarga ega bo'lgan inshootlarning perspektivasini yasashda to'r usuli eng qulay usul hisoblanadi. Bunda chizilishi kerak bo'lgan maydon rejasining ustiga ma'lum mashtabda to'rlar chiziladi. Shu to'r kataklar yordamida inshoot va boshqa narsalar perspektivadagi to'r larga olib o'tiladi. Manzaradagi narsalar balandliklari balandlik mashtabidan foydalanib aniqlanadi.

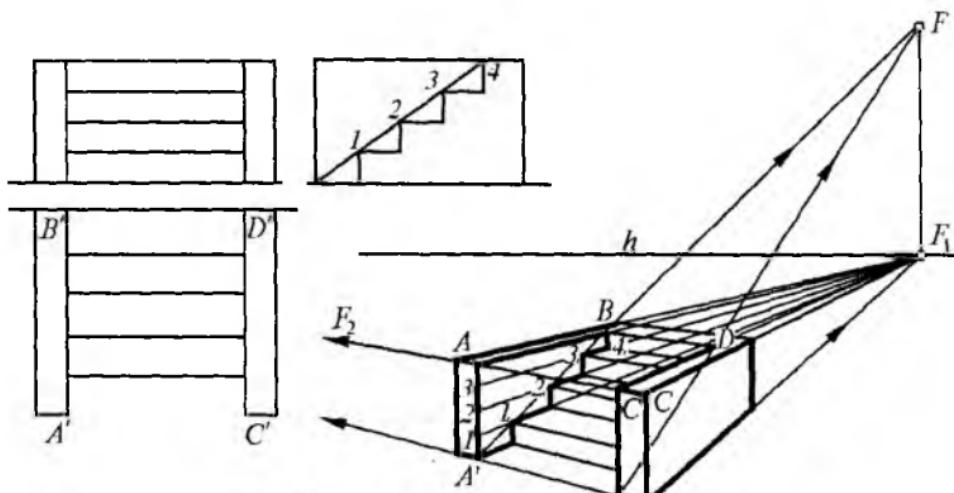
197-rasmda istirohat bog'i berilgan, uni to'r usulda perspektivasini yasash talab qilinsin. Buning uchun reja ustiga kataklar chiziladi 1, 2, 3, 4 va hokazo. Ko'rish nuqtasini aylana markazidan o'tuvchi chiziq bo'yiga 6 metr balandlikda tanlanadi. Uning yuqorisida to'rning perspektivasi yasaladi.

Rejadagi shakllarni qaysi katakda qanday joylashganligiga qarab perspektiva katagiga xuddi shunday shaklda ko'chirib chiziladi. Tasvirlanayotgan maydoncha ustiga



197-rasm.

chizilgan kvadratlar qancha kichik bo'lsa, uning perspektivasi shuncha aniqlikda chiqadi. Rejadagi chap tomondagi 5 metrli daraxtlar balandlik masshtablari bo'yicha aniqlanadi. O'ng tomondagi daraxt 4 metr, u ham balandlik masshtabi bo'yicha topiladi. Uni bajarish bosqichlari strelka bilan ko'rsatiladi. Hosil qilingan perspektiva shartli ranglarda bajarilsa, chizma yanada chiroyli, tabiiy muhitga yaqin chiqadi.



198-rasm.

## 8.10. Zinaning perspektivasi

Zinalarning perspektivasini yasash uchun perspektiva masshtabi usullaridan ko‘proq foydalanib bajariladi. Masa-  
lan, ma’lum o‘lchamlarga ega bo‘lgan 4 bosqichli zina berilgan  
bo‘lsin. Uning perspektivasini yasash 200-rasmida ko‘rsatilgan.

Berilgan asos  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  to‘rtburchakdan iborat va  $ABCD$   
1:2 nisbat qiyalikda 4 bosqichli zina yasash uchun  $AB$  va  
 $DC$  nuqtalarning  $F_3$  fokus nuqtasi topiladi, bu  $F_2$  dan o‘tuv-  
chi vertikal chiziqda joylashadi. Endi  $A'$  kesmani teng 4  
bo‘lakka bo‘lish uchun  $A$  dan o‘tuvchi vertikal chiziqnini  
teng 4 bo‘lakka bo‘lish kerak bo‘ladi. Bunda  $A'$  nuqtani  
 $B$  nuqta bilan tutashtiruvchi chiziq  $F_3$  nuqtani hosil qiladi,  
qolgan 1, 2, 3, 4 nuqtalar ham  $F_1$  bilan tutashtiriladi. Bu  
chiziqlar  $A'$ ,  $F_3$  chiziqnini bo‘laklarga bo‘ladi, demak har  
bir bo‘laklardan vertikal chiziqlar chizilsa,  $AB$  chiziqnini  
teng bo‘laklarga bo‘ladi. Hosil bo‘lgan nuqtalarni  $F_1$ ,  $F_2$   
fokus nuqtalar bilan tutashtiriladi, bu zina bosqichlarini  
hosil qiladi.

## 8.11. Perspektivada soyalar yasash

**1. Nuqta va to‘g‘ri chiziqning soyasini yasash.** Tabi-  
atdagi har qanday narsa, buyum yoki bino va inshootlar

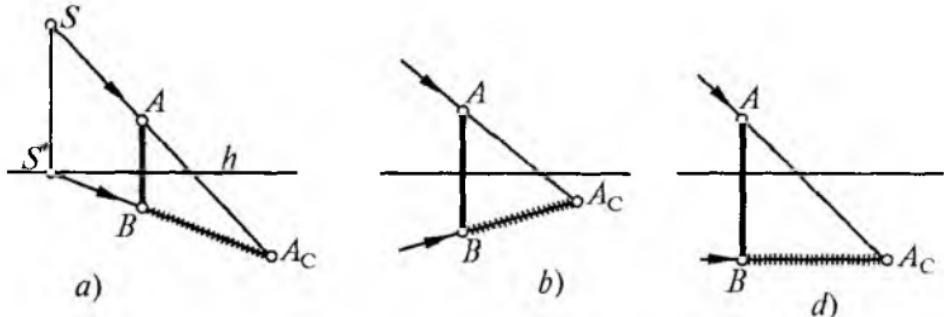
tabiiy yorug'likda ko'rindi, uning qiyofasini, hajmini faqat yorug'lik tufayli aniqlash mumkin. Tabiiy yorug'lik manbalari Quyosh, Oy kabilardir. Ulardan kelayotgan nurlar parallel, chunki ular yerdan juda uzoqda, ya'ni cheksizlikda deb qabul qilinadi.

Perspektivada yorug'lik markazi  $S$  ni ixtiyoriy joyda olish mumkin, lekin yasalgan soya loyihalanayotgan binodan tushadigan haqiqiy soyani ko'rsatish uchun  $S$  ni tanlashda bino fasadi dunyo tomonlariga nisbatan turli vaziyatni, joyning geografik kengligini, yil fasllarini hisobga olish kerak. Mamlakatimizning geografik kengliklari uchun Quyosh nuri bilan narsalar tekisligi orasidagi burchak  $30^\circ$  dan  $45^\circ$  gacha olinishi mumkin, ertalab va kechga yaqin hamda o'rta kengliklarda  $30^\circ$  atrofida, janubiy kengliklar va peshin vaqtida esa  $45^\circ$  atrofida olinishi tavsiya etiladi. Umuman bu burchakni  $35^\circ$ ,  $16^\circ$  qilib olish aniqroq bo'lib, yerga tushayotgan yorug'lik nuri yerda turgan kubning diagonaliga parallel bo'ladi<sup>1</sup>.

Quyoshning o'z perspektivasi  $S$  gorizont chizig'idan yuqorida bo'ladi, asosi esa  $S'$  hamma vaqt gorizont chizig'ida bo'ladi. Endi vertikal chiziqning tushayotgan soyasini yasash ko'rib chiqiladi.

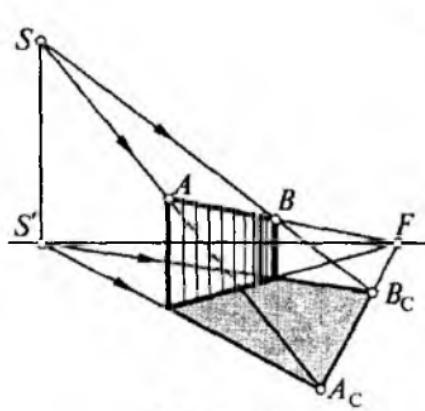
199-a, rasmda Quyosh  $P$  nuqtadan chap yuqori tomonda joylashgan. Kuzatuvchiga vertikal  $AB$  chiziqning o'ng tomonida soya esa ko'rindi.

199-b, rasmda Quyosh kuzatuviga nisbatan orqada chap tomonda, soya esa o'ng oldi tomoniga tushyapti.

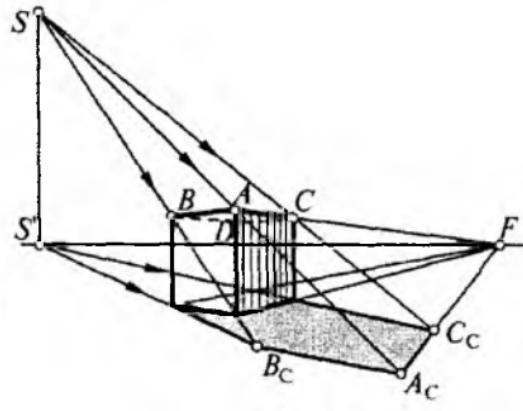


199-rasm.

<sup>1</sup> I. Rahmonov. «Perspektiva», T., «O'qituvchi», 1993, 159-bet.



200-rasm.



201-rasm.

199-d, rasmda Quyosh chap tomonda yuqorida, soya gorizont chizig‘iga parallel holda tushyapti.

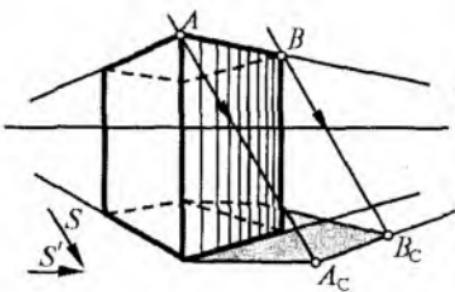
200-rasmda  $ABCD$  tekislikning perspektivasi berilgan, unda soya bajarish uchun gorizont tepasida Quyosh  $S$  uning  $S'$  asosi gorizont chizig‘ida tanlab olinadi.  $SA$ ,  $SB$  va  $S'CS'D$  nurlar o‘tkaziladi va ularning kesishgan nuqtalari  $A_c$ ,  $B_c$  aniqlanadi. Natijada  $CDA_cB_c$  tushgan soya hisoblanadi.  $ABCD$  tekislikda esa o‘z soyasi hosil bo‘ladi. Ular qanday narsaga nur tushganda o‘zining va tushgan soyalarini hosil bo‘ladi, o‘zining soyasiga nisbatan tushgan soya to‘qroq rangda bo‘ladi.

201-rasmda  $ABCD$  to‘g‘ri burchakli prizma berilgan. Orqa chap tomondan nur tushyapti, soyasini yasash uchun  $ABC$  nuqtalar  $S$  bilan,  $A'B'C'$  nuqtalari  $S'$  bilan tutashdirilsa, ular kesishib  $A_cB_cC_c$  nuqtalar, ya’ni  $ABC$  larning soyasini, ularni o‘zaro va  $DC$  bilan tutashdirilsa prizmaning tushgan soyasini hosil qiladi.

202-rasmda xuddi shu prizma faqat nurlar yo‘nalishi ixtiyoriy berilgan. Bunda ham berilgan nurlarga parallel qilib  $ABC$  va  $A'B'C'$  lardan nurlar o‘tkazilsa ular kesishib ( $A'A_cB_cC_c$ ) prizmaning soyasini paydo qiladi.

O‘quv topshiriqlarida nurlar ixtiyoriy faqat  $S'$  gorizont chizig‘iga parallel qilib olinadi, ana shunda bajariladigan soyalar eng yaxshi vaziyatda bo‘ladi.

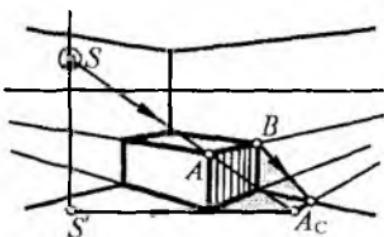
203-rasmda matbuot do‘koni (kioska) berilgan. Undan tushayotgan va o‘zining soyasini yasash uchun  $SS'$  nurlar yo‘nalishi belgilab olinadi. Yuqorida ko‘rsatilgan



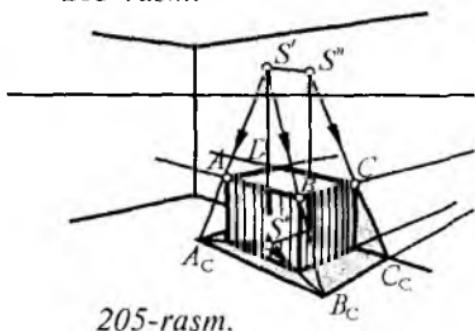
202-rasm.



203-rasm.



204-rasm.



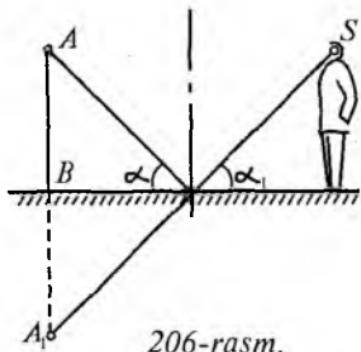
205-rasm.

misollar kabi kioskaning eng asosiy nuqtalari, qirralari tanlanib olinadi va ulardan yerga tushayotgan soyasi topiladi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa kioskaning yerga tushgan soyasi hosil bo'ladi.

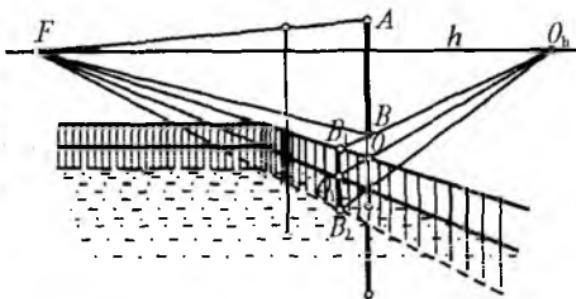
**2. Sun'iy yoritishda soyalar.** Yonib turgan lampadan tushayotgan nurlar narsalarning soyalarini devorlarga tushiradi. 204-rasmida sandiqning  $ABCD$  tomonidan tushayotgan soya tasvirlangan. 205-rasmida sandiqdan devorga va polga tushayotgan soya tasvirlangan. Sandiqning usti  $ABCD$  to'g'ri to'rtburchakdan iborat, bu yerda nuqtalarning soyasini topib tutashtirilsa kifoya.

## 8.12. Buyum aksining perspektivasi

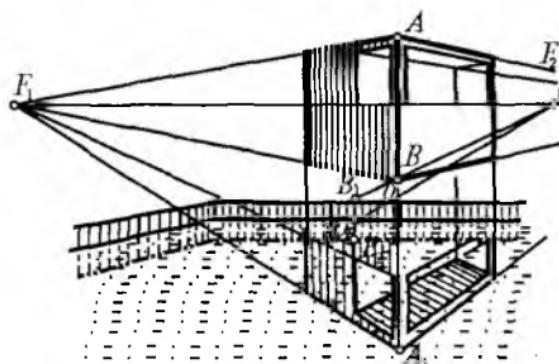
Narsalarning suv yoki ko'zgu sathida aksining prespektivasini yashash xuddi simmetrik tasvirlar yashashga o'xshaydi, unda simmetrik o'q aks etuvchi tekislikda bo'ladi. Fizika fanidan ma'lumki, nuring tushish burchagi, aks etish burchagi  $\alpha$  ga teng. Bunda  $S$  nuqtadan qaralsa,  $A$ , mavhum nuqta, ya'ni  $A$  nuqtaning aksi bo'lib ko'rindi



206-rasm.



207-rasm.



208-rasm.

209-rasm.

(206-rasm). Bino va inshootlar daryo va ko‘llar sohilida joylashganda, ularning suvdagi aksi xuddi shu qonuniyatga asosan qo‘llaniladi. Shunday hollarda loyihalanayotgan inshootlar suvdagi aksining perspektivasini yasashga to‘g‘ri keladi.

207-rasmida suv qirg‘ogida  $AB$  vertikal to‘g‘ri chiziq berilgan, uning aksini yasash uchun, gorizont chizig‘ida biror  $O_h$  nuqta tanlanib,  $B$  bilan tutashtirilsa, qirg‘oq qirrasida  $B_1$  nuqta hosil bo‘ladi. Bu nuqtadan vertikal chiziq tushirilsa, suv sathi bilan kesishib  $O$  nuqtani hosil qiladi. Endi  $B_1O_1$  masofani  $O_1$  dan pastga o‘lchab  $B_2$  topiladi.

$F_1$  bilan tutashtirilsa, qirg‘oq aksi paydo bo‘ladi.  $O_1$  nuqta  $O_h$  bilan tutashtirilsa,  $AB$  ning davomi bilan kesishib  $O$  nuqtani beradi.  $OA$  masofani  $O$  dan pastga o‘lchab qo‘yib,  $A_1$  nuqta topiladi. Hosil bo‘lgan  $OA_1$  to‘g‘ri chiziq  $AB$  ning suvdagi aksi hisoblanadi. 208-rasmida binoning aksi tasvirlangan.

209-rasmida vertikal oynalarda  $AB$  to‘g‘ri chiziqning aksi perspektivada yasalishi ko‘rsatilgan. Bunda  $AB$  chiziqdan o‘ng tomondagi oynagacha bo‘lgan masofa  $BB_0$  ga teng masofa  $B_0B'$  da uning aksi hosil bo‘ladi. Oldindagi oynada esa perspektiva chizig‘ining oyna bilan kesishgan 1, 2 chiziqning yarmi 3 nuqtadan o‘tuvchi diagonal chiziqning asosiy o‘lchami hisoblanadi, bunda  $AB$  ning aksi  $A''B''$  hisoblanadi.

## 9 - BOB. SONLAR BILAN BERILGAN PROYEKSIYALAR

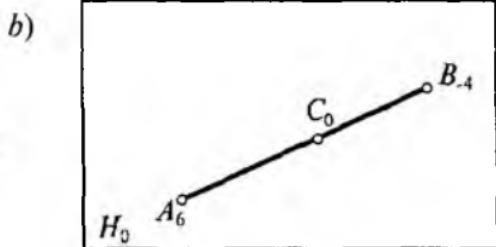
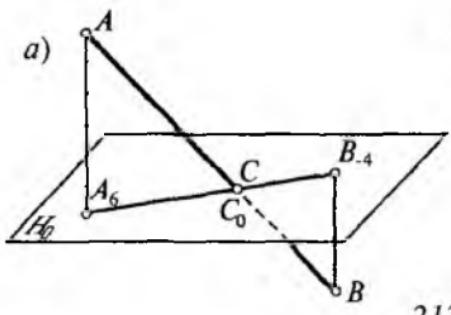
Sonlar bilan berilgan proyeksiyalar asosan topografik kartografiya va geodezik ishlarda yer sirtida qurilish ishlari (dambalar, kanallar, to‘g‘onlar, temir yo‘llar, avtomobil yo‘llari, gidrouzellar, aerodromlar va h.k.lar) ni loyihalashda va tasvirlashda keng qo‘llaniladi. Bu proyeksiya yordamida gorizontal chiziqlari orqali tasvirlangan yer sirtining relyefi va unda bajariladigan muhandislik ishlari tasvirlanadi. Chizma geometriya fani sonlar bilan belgilangan proyeksiyalash usulining nazariy tomonlarini geometrik nuqtai nazaridan o‘rganadi va bu usulning muhandislik ishlariga tatbiqini ko‘rsatadi.

Boltiq dengizi suvining sathi nol darajali gorizontal proyeksiyalar tekisligi deb qabul qilingan va  $H_0$  deb yoziladi<sup>1</sup>.

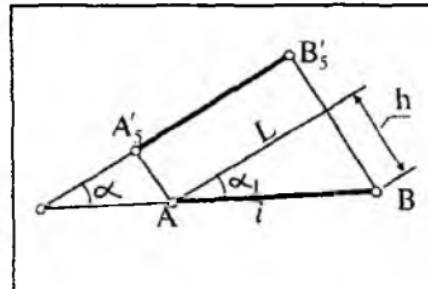
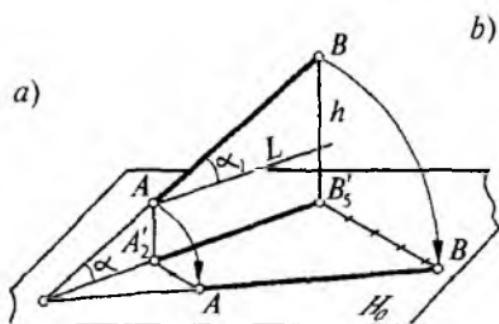
### 9.1. Nuqta va to‘g‘ri chiziqning sonli proyeksiyasi

Sonli proyeksiya usulida nuqta, to‘g‘ri chiziq, tekislik va narsalarning proyeksiyasini faqat bitta gorizontal  $N_0$  tekislikda tasvirlanadi, uning balandlik masofasi esa son bilan yoziladi (210-a, rasm). Masalan,  $A_3$  yozilgan bo‘lsa,  $H_0$  tekislikdan 3 metr balandlikda deb tushuniladi, bu musbat ishorani anglatadi-yu, lekin ishora yozilmaydi. Agar nuqta nol darajadagi ( $H_0$ ) tekislikdan pastda joylashgan bo‘lsa minus (-) ishora bilan yoziladi (210-b, rasm)

<sup>1</sup> III. Муродов ва бошқалар. «Чизма геометрия курси», Т., «Ўқитувчи», 1988, 328-бет.



212-rasm.



211-rasm.

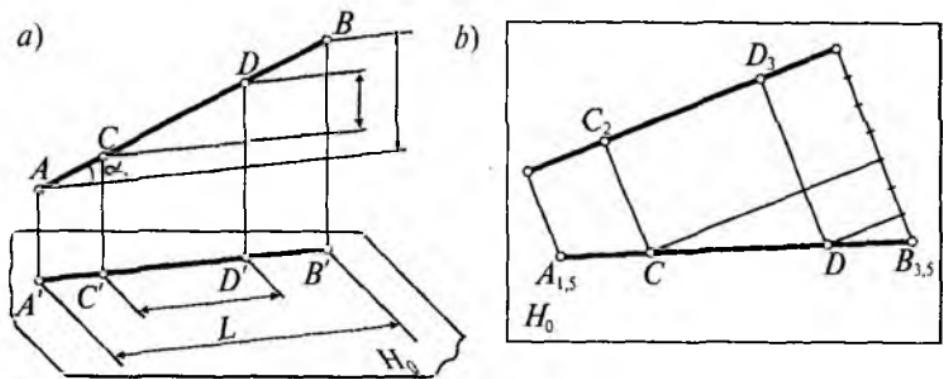
$AB$  chiziqning  $H_0$  tekislik bilan kesishgan  $C$  nuqtasi nolinchidir.  $C$  nuqtasi darajadagi nuqta ( $C_0$ ) deyiladi.

**To‘g‘ri chiziqning qiyaligi va intervali.** To‘g‘ri chiziq har doim ikki nuqtasining sonlar bilan belgilangan projeksiyalari asosida beriladi yoki tasvirlanadi. Masalan,  $A_2$  va  $B_5$  nuqtalar berilgan bo‘lsa,  $AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasini aniqlaydi (211-a, rasm). To‘g‘ri chiziqning nol darajadagi tekislikka qiyaligi  $\operatorname{tg}\alpha$  bilan, qiyalik esa  $i$  harfi bilan belgilanadi. Demak  $AB$  to‘g‘ri chiziqning qiyaligi  $\operatorname{tg}\alpha$  ga teng:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BB' - AA'}{A'B'} = \frac{h}{L}$$

Bundan xulosa qilib aytish mumkinki, to‘g‘ri chiziq qiyaligi to‘g‘ri chiziq nuqtalari ayirmasining, uning proyeksiyasi uzunligi bo‘linmasiga teng. Yana aniqroq qilib aytganda, balandlik ( $h$ ) ning  $AB$  proyeksiya uzunligi nisbatiga teng (211-b, rasm)

$$i = h/L$$



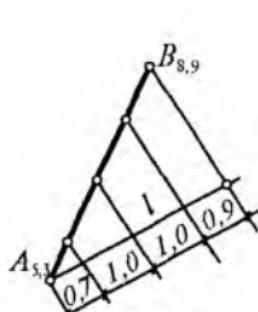
212-rasm.

**Ta’rif.** Ko’tarilishning qo‘ymaga bo‘lgan nisbati to‘g‘ri chiziqning qiyaligi deb aytiladi.

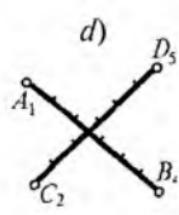
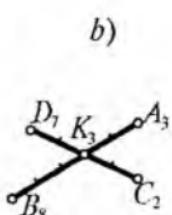
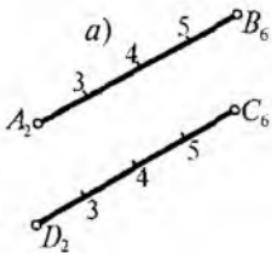
Agar  $AB$  to‘g‘ri chiziq kesmasi ustida  $C$  va  $D$  nuqtalari mos ravishda 2 va 3 bo‘lsa, ular orasidagi masofa  $AB$  to‘g‘ri chiziqning intervali bo‘ladi (212-rasm).

**Ta’rif.** Balandliklarning farqi, bir birlikka teng bo‘lgan ikki nuqtaning gorizontal proyeksiyalari orasidagi masofa to‘g‘ri chiziqning intervali deyiladi (212-b, rasm).

**To‘g‘ri chiziqlarni darajalash (gradullah).** To‘g‘ri chiziqni interpolatsiyalash kesmani proporsional bo‘laklarga bo‘lish qonuniyatlariga amal qilgan holda bajariladi. Masalan,  $A_{5,3}$  va  $B_{8,9}$  nuqtalarning proyeksiyalari bilan berilgan biror  $I$  to‘g‘ri chiziqni interpolatsiyalash talab qilinsin (213-rasm). Demak,  $A_{5,3}$  nuqtadan ixtiyoriy  $I$  to‘g‘ri chiziq chizib,  $A_{5,3}$  nuqtadan boshlab 0,7 o‘lchanadi, keyingi sonlar 1 birlik bo‘lib, oxirgi birlik 0,9 birlik bo‘lib qoladi. Oxirgi nuqtani  $B_{8,9}$  bilan tutashtirib qolgan nuqtalardan unga parallel chiziqlar chizilsa  $AB$  to‘g‘ri chiziq gradul-



213-rasm.



214-rasm.

lanadi. Demak, to‘g‘ri chiziq proyeksiyasi ustida sonli belgilari butun son bo‘lgan nuqtalarning proyeksiyalarini aniqlash to‘g‘ri chiziqni interpolatsiyalash (gradullash) deyiladi.

### **Ikki to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari.**

1. Agar ikki to‘g‘ri chiziq parallel bo‘lsa, ularning proyeksiyalari ham parallel bo‘ladi, uning intervallari o‘zaro teng va nuqtalari bir tomonga bir xil o‘zgarib boradi (214-a, rasm).

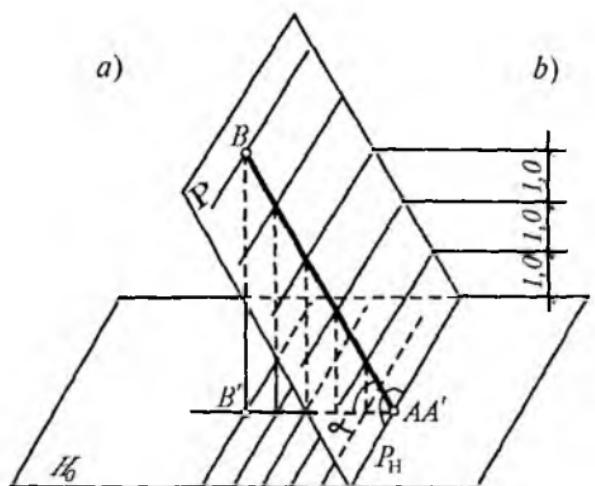
2. Agar to‘g‘ri chiziqlar kesishgan bo‘lsa, ularning proyeksiyalari ham bir nuqtada kesishadi va to‘g‘ri chiziqlar kesishgan nuqta bilan ustma-ust tushadi (214-b, rasm).

3. Agar to‘g‘ri chiziqlar parallel ham bo‘lmay, kesishmagan bo‘lsa, bunday chiziqlar ayqash chiziqlar deyiladi (214-d, rasm).

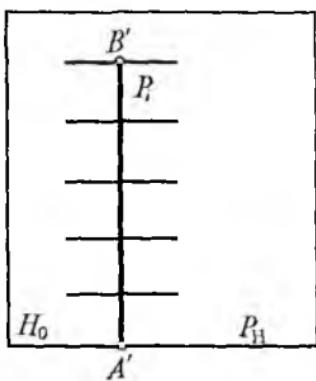
## **9.2. Tekisliklarning sonli proyeksiyalari**

Tekisliklarning ortogonal proyeksiyada berilishi kabi, sonli proyeksiya tekisligi ( $H_0$ ) da ham, bir to‘g‘ri chiziqdagi yotmagan uchta nuqta to‘g‘ri chiziq va unda yotmagan nuqta; ikki parallel to‘g‘ri chiziqlar va kesishgan to‘g‘ri chiziqlar orqali beriladi. Lekin, sonli proyeksiyada tekisliklar ko‘pincha qiyalik masshtablari bilan tasvirlanadi. 215-a, rasmida nolinchi darajadagi  $H_0$  tekislik ustida  $P$  tekislik berilgan, u  $H_0$  tekislikda  $P$  tekislikning eng katta og‘ish burchagi  $AB$  to‘g‘ri chiziq orqali tasvirlangan  $A'B' \perp P_{H_0}$ ;  $AB \perp P_{H_0}$ .  $AB$  to‘g‘ri chiziq va uning proyeksiyasi  $A'B'$  orasidagi burchak  $P$  tekislikning  $H_0$  tekislik orasidagi  $\alpha$  burchak demakdir.

$P$  tekislikning  $H_0$  tekislikdagi proyeksiyasini hosil qilish uchun  $P$  tekislikni har bir metr balandlikda (oraliqda)  $H_0$  tekislikka parallel tekisliklar o‘tkazish natijasida  $AB$  ga perpendikular 1, 2, 3 va h.k. chiziqlar hosil bo‘ladi, ularni  $H_0$  tekislikka proyeksiyalasa  $A'B'$  chiziqda 1, 2, 3 va h.k. chiziqlarni tashkil qiladi (215-b, rasm). Demak,  $H_0$  tekislikda  $P$  tekislik uning eng katta og‘ish burchagini hosil qiluvchi  $A'B'$  to‘g‘ri chiziq orqali ifodalanar ekan, unda



b)



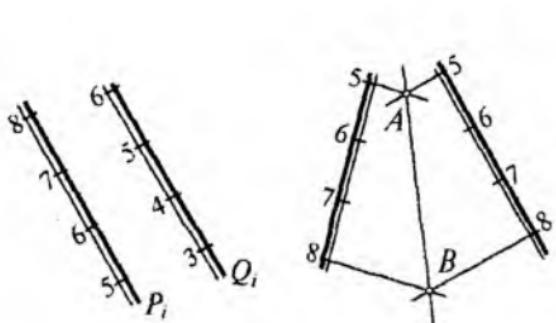
217-rasm.

har bir metrda o'tkazilgan chiziqlar berilgan tekislikning eng katta og'ish burchagi chiziqning intervali hisoblanadi.

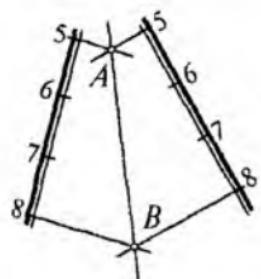
Eng katta og'ish burchak hosil qiluvchi intervali to'g'ri chiziqning proyeksiyasi tekislikning qiyalik mashtabi deyiladi. U ikkita (biri qalin, biri ingichka) chiziqlarda chiziladi va  $P_i$  bilan belgilaniladi (215-b, rasm).

**Tekisliklarning o'zaro parallelligi.** Agar tekisliklar parallel bo'lsa, ularning qiyalik masshtablari ham parallel, qiyalik masshtabi intervallari bir-biriga teng va qiyalik masshtabi belgilari bir tomoniga oshib boradi (216-rasm).

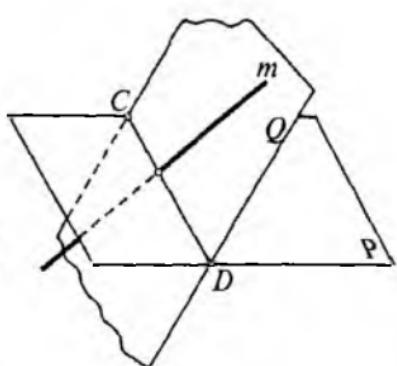
**Kesishuvchi tekisliklar.** Agar tekisliklar kesishuvchi bo'lsa, ularning qiyalik masshtab belgilari ham kesishadi, bu tekislik gorizontallarini qisqacha qilib gorizontali deb yuritish mumkin. 217-rasmda  $P$  va  $Q$  tekisliklarining kesishgan chizig'i  $AB$  to'g'ri chiziq hisoblanadi.  $A$  nuqta



216-rasm.



217-rasm.

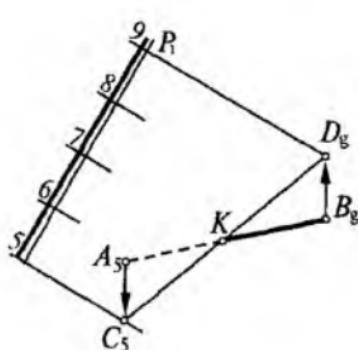


218-rasm.

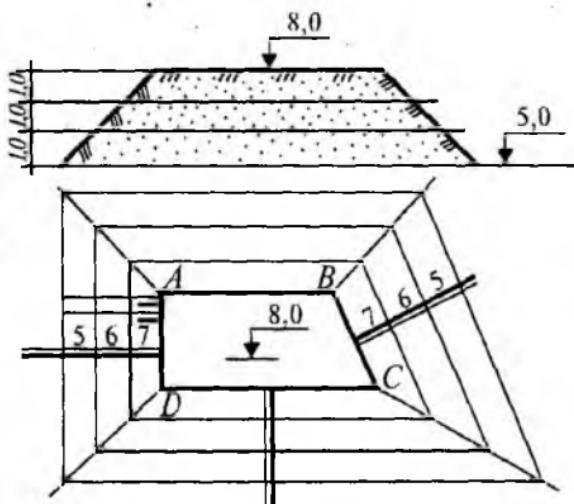
$P$  va  $Q$  tekisliklarning 5-gorizontallari,  $B$  nuqta esa 8-gorizontallari kesishishi natijasida hosil bo'ladi.

**To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishuvi.** Berilgan  $m$  to'g'ri chiziqning  $P$  tekislik bilan kesishgan nuqtasini topish uchun  $m$  to'g'ri chiziq ustidan yordamchi  $Q$  tekislik o'tkaziladi.  $P$  va  $Q$  tekisliklarining kesishgan  $n$  chizig'i topiladi.  $m$  chiziqnini davom ettirib,  $n$  chiziq bilan kesishgan  $A$  nuqta topiladi. Ana shu nuqta  $m$  to'g'ri chiziqning  $P$  tekislik bilan kesishgan nuqtasi hisoblanadi (218-rasm). 219-rasmda  $R$  tekislik bilan  $AB$  to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasini topish ko'rsatilgan.  $P$  tekislikning qiyalik mashtabi  $P_i$  va  $A'_5 B'_9$  to'g'ri chiziq berilgan. Buning uchun  $A_5$  va  $B_9$  lardan ixtiyoriy 5 va 9-gorizontallar chiqariladi, bu ixtiyoriy  $Q$  tekislikning gorizontallaridir. Endi  $P$  tekisliklarning 5 va 9 gorizontallari chiziladi va ular kesishib  $C_5$  va  $D_9$  nuqtalarni beradi,  $C_5$  va  $D_9$ ni tutashtiruvchi chiziq berilgan  $A_5 B_9$  chiziq bilan  $K$  nuqtada kesishadi. Demak,  $K$  nuqta  $P$  tekislik va  $AB$  to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi hisoblanadi.

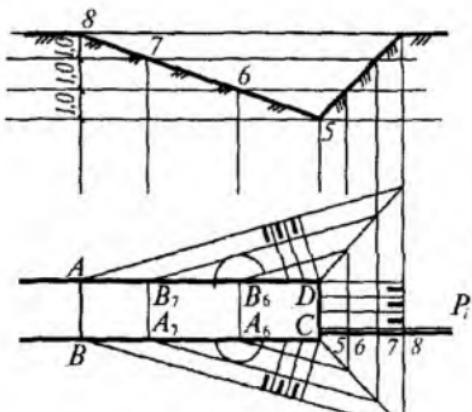
**Tekisliklarning kesishuviga bog'liq topshiriqlar.** Gorizontal tekislikning 5-gorizont belgisida 8-balandoqlikda  $ABCD$  trapetsiya shaklidagi tuproq supacha yasash talab qilinsin (220-rasm). Buning uchun  $ABCD$  trapetsiyani chizib, barcha tomonlariga qiyalik mashtablari chiziladi va ularga qiyalik belgilari ( $i_k=1:1$  va  $i_T=1:5$ ) qo'yiladi. Shu



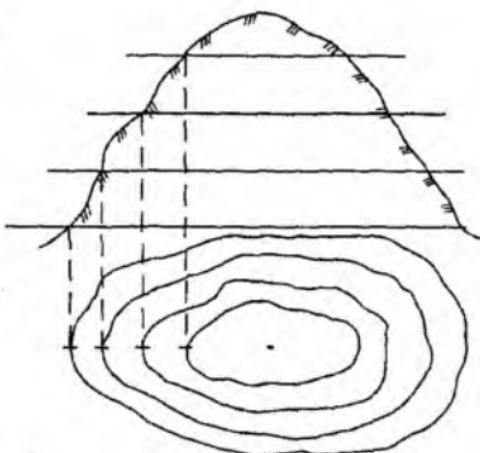
219-rasm.



220-rasm.



221-rasm.



222-rasm.

belgidan trapesiya tomonlariga parallel gorizontallar chiziladi, tomonlarning gorizontallari o‘zaro kesishib burchakni teng bo‘luvchi diagonallar hosil qilinadi. Ana shu oxirgi gorizontallar tuproqning asosiy chegarasini tashkil etadi, Demak, 8-gorizontalda *ABCD* supacha yasaldi.

221-rasmida  $ABCD$  qiyalikdagi yo'lak  $AB8$ -gorizontalda  $CD$  esa 5-gorizontalida, chuqurlik qiyaligi  $i=2/3$ . Bu qiyalikdagi chuqurchaning tomonlariga perpendikular qilib qiyalik masshtablari, ularga esa gorizont chiziqlar chiziladi, ularning kesishgan chizig'i yon tekisliklarning kesishgan chizig'ini tashkil qiladi,  $SD$  tomon 5-gorizontalda va unga parallel bo'lganligi sababli  $ABCD$  ning gorizontallari  $CD$  ga parallel ketadi. Endi  $A$  va  $B$  nuqtalardan 1 birlik radiusda yoylar chiziladi, unga  $A_7$ ,  $B_7$  lardan urinma o'tkaziladi. Shunday qilib chuqurlik tomonlarining qiyaligi kelib chiqadi. Gorizontal tekislikda nishablik belgisi bitta ingicha uzun, bitta yo'g'on kalta chiziqchalar bilan ko'rsatiladi. Buni aniqroq qilib aysak suv oqimini ko'rsatuvchi belgi desa ham bo'ladi yoki tekislikning eng katta og'ish burchagini ko'rsatuvchi chiziqlardir.

### 9.3. Topografik sırtlar

Yer relyefini bir xil oraliqdagi gorizontal tekisliklar bilan qirqilsa sirtqi chiziqlar hosil bo‘ladi. Ana shu chiziqlar yer relyefining gorizontallari deyiladi (222-rasm). Demak,

yer relyefini chizmada uning gorizontallari orqali tasvirlanar ekan. Yer sirtining barcha fazoviy, hajmiy shakllarining yig‘indisi tushuniladi. Yer relyefi aslida juda murakkab sirtlar toifasiga kiradi. Yer relyefi topografik kartalarda gorizontallar, balandlik, chuqurlik va har xil shartli belgilar yordamida tasvirlanishi **topografik sirt** tasviri deyiladi.

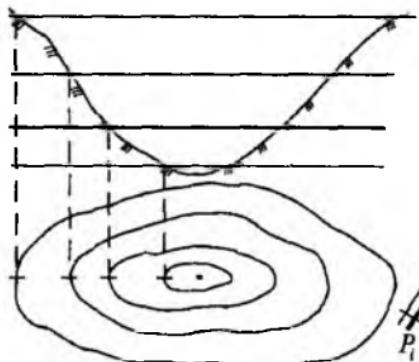
Topografik kartalarda ba’zi gorizontallarning absolut balandligi hamda tog‘larning cho‘qqisi yoki okean, dengiz, ko‘l, daryolarning sathi, chuqurliklari yozib ko‘rsatiladi. Topografik sirtni gorizontallar yordamida tasvirlashda yer relyefining shakl va elementlarini bir-biriga bog‘liqliklarini, xarakteristikasini va boshqa ma’lumotlarni bilishga imkon beradi. Gorizontallarning o‘zaro joylashuvi va ularning shakllari asosida yer relyefining shaklini aniqlash mumkin\*.

Chizmalarda pastdan yuqoriga yoki yuqoridan pastga yo‘nalishlar ba’zida sonlar bilan emas, balki kichkina chiziqcha (shtrix)lar bilan belgilaniladi. 222-rasmda balandlik berilgan, demak chiziqchalar gorizontallar tashqarisiga, 223-rasmda esa chuqurlik tasvirlangan chiziqchalar, gorizontallar ichkarisiga qo‘yilgan.

**Topografik sirtlar bilan tekislikning kesishishi.** Topografik sirtlarning tekislik bilan kesishgan chizig‘ini yasash uchun ularning bir xil son belgili gorizontallarining kesishgan nuqtasini topib tutashtirish kerak. 224-rasmda  $P$  tekislikning  $P_1$  masshtab qiyaligi bilan, topografik sirtning kesishgan chizig‘ini yasash ko‘rsatilgan. Bunda  $P_1$  dagi gorizontal (11, 12, 13 va h.k.)lar relyef sirti bilan kesishib ularning  $10^{\circ}, \dots, 15^{\circ}$ , egri chizig‘ini hosil qiladi. Topografik sirtlarini tekislik bilan kesganda ularning yon (profil) qirqimi hosil bo‘ladi. Demak, topografik sirtlarning vertikal kesimi uning **profil** deb yuritiladi, bu muhandislik va yer inshootlari qurilishida ko‘p qo‘llaniladi. 225-rasmda topografik sirti kesimi, ya’ni profil tasvirlangan kesim chizmasining ustida kesishuv tekislik (E—E) nomi yozib qo‘yiladi.

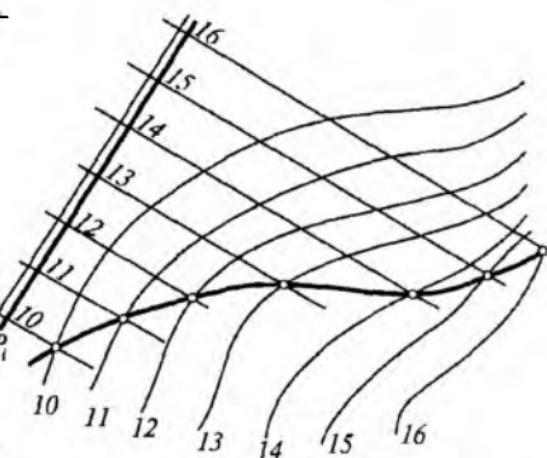
**Topografik sirt bilan gorizontal maydonchasi yon burchaklarining o‘zaro kesishishi.** Yer sirtining yon bag‘irla-

\* И. Раҳмонов. «Чизма геометрия курси», Т., «Ўқитувчи», 1984, 226-бет.

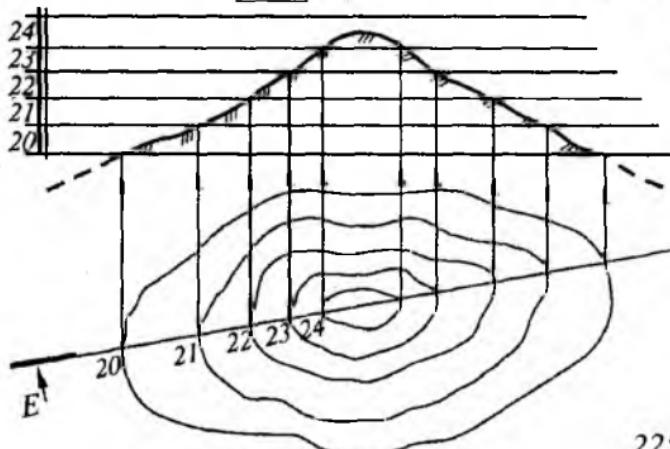


223-rasm.

$E-E$



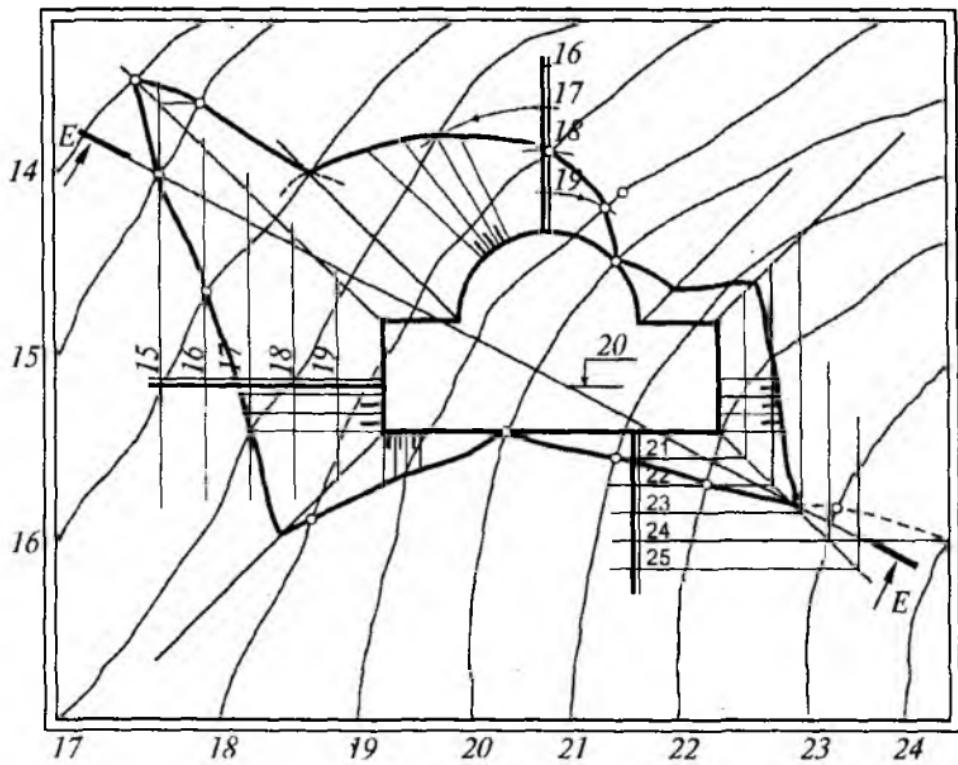
224-rasm.



225-rasm.

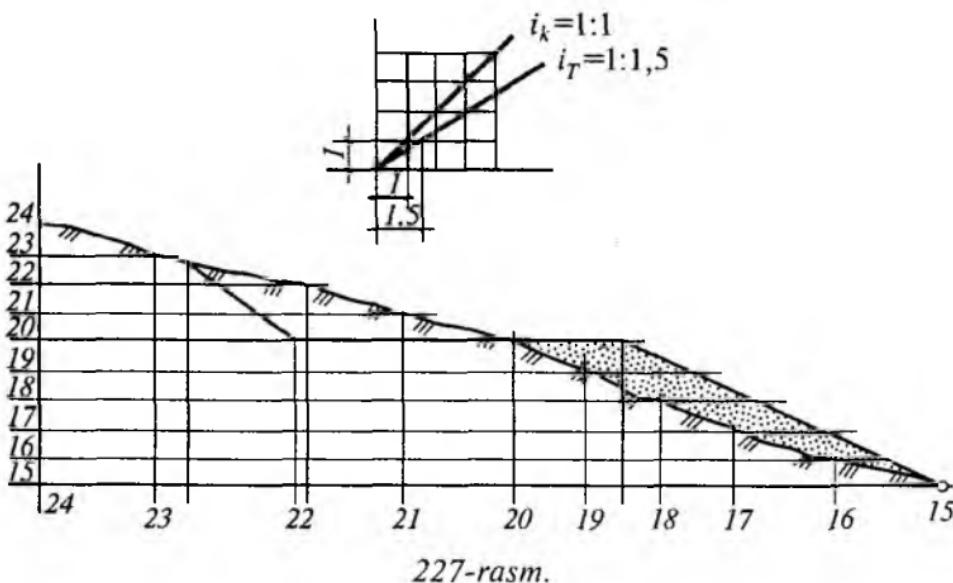
rida biror-bir maqsadda gorizontal holatda yer maydoni qurishga to'g'ri kelsa, yer ustidan tuproqni kavlab olib, pastga tashlash, kavlangan va to'kilgan tuproqdan kerakli maydoncha yaratish mumkin. Bunda kavlab olingan chugurlik qiyaligi va to'kilgan tuproq qiyaliklari hosil bo'ladi.

226-rasmida 20-gorizontalda maydoncha qurish ko'rsatilgan. Unda kavlab olingan joy qiyaligi  $i_{\perp} = 1:1$ , to'kilgan tuproq qiyaligi  $i_r = 1:1.5$  nisbatda bo'lishi kerakligi talab qilingan. Yer sirtining 20-gorizontalida maydonchaning  $A_{20}B_{20}$  nuqtalarida kesishadi. Maydonchaning bir tarafida yarim aylana shakli 20-gorizontalning pastki tomonida joylashgan, bunga qiyalik masshtabi  $i_T = 1:1.5$  o'lcham, yuqori tomonga qiyalik masshtabi  $i_k = 1:1$  o'lcham qo'yib maydoncha tomonga parallel qilib gorizontallar o'tkaziladi. Masalan, 227-a, rasmida masshtab grafigi tuzilgan, undan



226-rasm.

1 birlik kavlanadigan qiyalik masshtabiga, 1,5 birlik to‘kilgan tuproq qiyaligi masshtabiga o‘lchab qo‘yiladi. Endi yer sirtining 21-gorizontali bilan kavlangan joy qiyalik masshtabining 21-gorizontal kesishgan nuqta, 22-gorizontallar kesishgan nuqta va hokazo nuqtalarini topib tutashtirilsa, kavlab olingan joy chegarasi hosil bo‘ladi. Endi  $A_{20}B_{20}$  nuqtalardan pastdagи yer sirti gorizontallari bilan to‘kilgan tuproq qiyaligi masshtabi gorizontallarining kesishgan nuqtalari topiladi va ular tutashtirilsa to‘kilgan tuproq chegarasi hosil bo‘ladi. Eng muhim maydoncha burchaklaridan burchakni teng ikkiga bo‘luvchi diagonal chiziqlar chiqariladi, bu chiziq ikki yon sirtning kesishgan chiziqlaridir. Gorizontallar kesishgan nuqtalardan hosil bo‘lgan chiziqlar ana shu diagonallar bilan kesishgan joydan ikkinchi tomon chegarasini hosil qiladi. Maydonchadagi yarim aylanaga ham qiyalik masshtabi 19, 18, 17 va h.k. sonli belgilari qo‘yilib, gorizontallar aylana markazi bo‘yicha yoy shaklida o‘tkaziladi, bular yer sirti gorizontallari (19, 18, 17 va h.k.) bilan kesishadi. Hosil bo‘lgan bir qancha nuqtalar



tutashtirilsa, to'kilgan tuproq qiyaligi chegarasini tashkil etadi.

Yer maydonchasi chizmasida kavlab olingan joy va to'kilgan tuproq chegaralari aniqlandi, endi uning profilini chizish talab etilsa, kerakli joydan E—E tekislik o'tkaziladi. Bunda ishni osonlashtirish uchun bir varaq qog'oz E—E kesuvchi tekislik ustiga qo'yiladi va barcha belgilar qog'ozda nuqtalar bilan belgilab 227-b, rasmida ko'rsatilganidek gorizontal va vertikal chiziqlar chizib qog'ozdagi belgilarni koordinata boshi (24)ga qog'ozdagi 24 belgiga ustma-ust qo'yiladi va boshqa 23, 22, 21 va h.k. nuqtalar ko'chirilib qo'yiladi. Bu nuqtalardan ingichka vertikal chiziqlar chiziladi, vertikal holatdagi balandlik mashtabi chizig'idagi 17, 18, 19 va h.k. sonlardan ingichka gorizontal chiziqlar o'tkazib vertikal 17, 18, 19 va h.k. chiziqlar bilan kesishgan nuqtalar tutashtirilsa yer sirti kesimi, ya'ni profili hosil bo'ladi. Bunda qolgan  $A_{20}B_{20}$  va kavlangan joy chegarasi kesishgan C, tushirilgan joy chegarasi kesishgan D nuqtalardan ham vertikal chiziqlar chiqarib kavlangan joy, maydoncha va to'kilgan joy qirqimi hosil qilinadi. Grafik ishlarni bajarishda yer sirtini yashilga, maydonchani esa sariq rangga hamda kavlangan va to'kilgan tuproqni jigarrangga bo'yalsa, topshiriq yanada chiroyli, hajmli va tabiiy bo'lib ko'rinadi.

## ADABIYOTLAR

1. *У. Абдуллаев.* «Чизма геометрия ва чизмачилик асослари». Т., «Ўзбекистон», 1999.
2. *Н.В. Белов, А.А. Виксель.* «Начертательная геометрия». Л., СИ 1969.
3. *А.В. Бубенников.* «Начертательная геометрия». М., «Высшая школа», 1985.
4. *Ю.И. Короев.* «Начертательная геометрия». М., Стройиздат, 1987.
5. *Н.С. Кузнецов.* «Начертательная геометрия». М., «Высшая школа», 1981.
6. *Ш.М. Муродов.* ва бошқалар. «Чизма геометрия курси». Т., «Ўқитувчи», 1988.
7. *И. Раҳмонов.* «Чизма геометрия курси». Т., «Ўқитувчи», 1984.
8. *И. Раҳмонов.* «Перспектива». Т., «Ўқитувчи», 1993.
9. *И. Собитов.* «Чизма геометрия қисқача курси». Т., «Ўқитувчи», 1973.
10. *Р. Хорунов.* «Чизма геометрия курси». Т., «Ўқитувчи», 1974.
11. *Ю. Қирғизбоев.* «Чизма геометрия». Т., «Ўқитувчи», 1972.

## MUNDARIJA

So‘zboshi .....	3
Kirish .....	5
1. Chizma geometriya fani va uning ahamiyati .....	5
2. Asosiy proyeksiyalash usullari .....	8
<b>I QISM. ORTOGONAL VA AKSONOMETRIK PROYEKSIYALAR</b>	
1-bob. Nuqta va to‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyalari ....	10
1.1. Nuqtani ikki va uchta o‘zaro perpendikular tekisliklarga proyeksiyalash .....	10
1.2. To‘g‘ri chiziqning ortogonal proyeksiyasi .....	16
1.3. To‘g‘ri chiziqning izi .....	20
1.4. To‘g‘ri chiziqning haqiqiy kattaligini topish .....	20
1.5. To‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro vaziyatlari .....	24
2-bob. Tekislikning ortogonal proyeksiyalari .....	26
2.1 Tekisliklar va ularning epyurda tasvirlanishi .....	26
2.2. Tekislikning izlari .....	27
2.3. Tekislikning proyeksiya tekisliklariga nisbatan vaziyatlari .....	27
2.4 Tekislikning maxsus chiziqlari .....	31
2.5 Tekisliklarning o‘zaro vaziyatlari .....	33
2.6 Tekislik va to‘g‘ri chiziqning o‘zaro vaziyatlari .....	35
2.7. O‘zaro perpendikular tekisliklar yasash .....	43
3-bob. Epyurlarni qayta tuzish usullari .....	45
3.1. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli .....	45
3.2. Aylantirish usuli .....	48
3.3. Tekis parallel harakat usuli .....	50
3.4. Tekislikni jipslashtirish usuli .....	51
4-bob. Tekis va fazoviy chiziqlar hamda sirtlar .....	52
4.1. Egri chiziqlar .....	52
4.2. Sirtlar haqida umumiy tushuncha .....	55
5-bob. Geometrik jismlarning proyeksiyalari va yoyilmalari .....	57

5.1. Ko'pyoqliklar .....	57
5.2. Aylanish sirtlar .....	58
5.3. Ko'pyoqliklarni proyeksiyalovchi tekisliklar bilan kesish va yoyilmasini yasash .....	60
5.4. Aylanish sirtlarini proyeksiyalovchi tekislik bilan kesish va yoyilmasini yasash .....	63
5.5. Geometrik jismlar bilan to'g'ri chiziqning kesishuvi .....	68
5.6. Geometrik jism sirtlarining o'zaro kesishuvi .....	73
6-bob. Aksonometrik proyeksiyalar .....	78
6.1. To'g'ri va qiyshiq burchakli aksonometrik proyeksiyalar .....	78
6.2. Aylananing aksonometrik proyeksiyasi .....	82
<b>II QISM. SOYALAR NAZARIYASI, PERSPEKTIVA VA SONLI PROYEKSIYALAR</b>	
7-bob. Ortogonal va aksonometrik proyeksiyalarda soyalar .....	84
7.1. Nuqta va to'g'ri chiziqdan tushgan soyalar .....	85
7.2. Tekis shakklardan tushgan soyalar .....	87
7.3. Soya yasashning «masofa chiqarish» usuli .....	89
7.4. Geometrik jismlarning soyalari .....	93
7.5. Tokchada soyalar yasash .....	98
7.6. Bino qismlaridan tushgan soyalar .....	100
7.7. Aksonometriyada soyalar .....	104
8-bob. Perspektiva va unda soyalar .....	108
8.1. Perspektiva haqida umumiy tushuncha .....	108
8.2. Perspektiva apparati .....	109
8.3. Nuqtaning perspektivasi .....	110
8.4. To'g'ri chiziqlarning perspektivasi .....	110
8.5. Perspektiva masshtabi .....	112
8.6. Perspektivada to'g'ri chiziqlarni bo'laklarga bo'lish .....	114
8.7. Aylanalarning perspektivasi .....	116
8.8. Tekislikning perspektivasi .....	117
8.9. Perspektiva yasash usullari .....	119
8.10. Zinaning perspektivasi .....	125
8.11. Perspektivada soyalar yasash .....	125
8.12. Buyum aksining perspektivasi .....	128
9-bob. Sonlar bilan berilgan proyeksiyalar .....	130
9.1. Nuqta va to'g'ri chiziqning sonli proyeksiyasi .....	130
9.2. Tekisliklarning sonli proyeksiyaları .....	133
9.3. Topografik sirtlar .....	136
Adabiyotlar .....	141

**Qulnazarov B.B.**

K81 Chizma geometriya: Bakalavriat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun o'quv qo'llanma/ — T.: O'zbekiston nashriyot-matbaa ijodiy uyi, 2006. — 144 b.

ISBN-5-640-02043-1

Q **2004020000-164** 2006  
M 351(04) 2006

**BBK 22.151.3ya73**

***B.B. Qulnazarov***

**CHIZMA GEOMETRIYA**

*Oliy o'quv yurtlari talabalari uchun o'quv qo'llanma*

Muharrir *P. A'zamova*

Badiiy muharrir *M. Kudryashova*

Texn. muharrir *T. Xaritonova*

Musahhih *N. Umarova*

Kompyuterda sahifalovchi *Y. Gilmutdinova*

Bosishga 03.03.06 da ruxsat etildi. Bichimi  $84 \times 108^1/_{32}$ .

«Tayms» garniturada ofset bosma usulida bosildi.

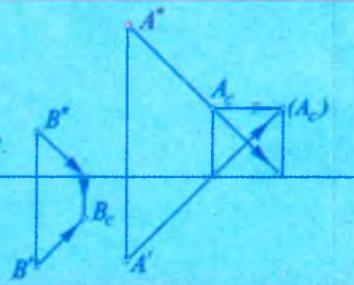
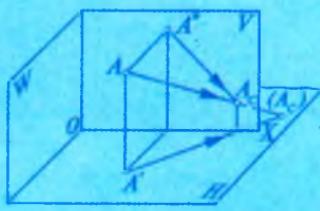
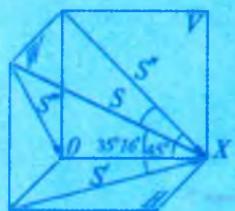
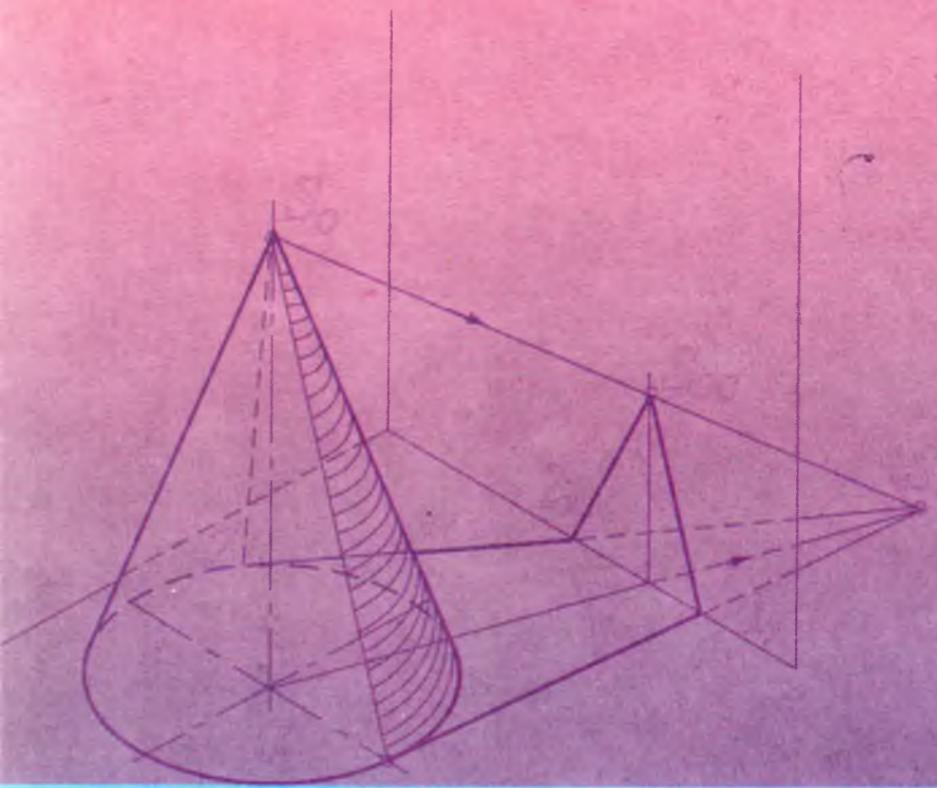
Shartli b.t. 7,56. Nashr t. 8,15. Jami 1000 nusxa.

K-175-raqamli buyurtma.

O'zbekiston Respublikasi Matbuot va axborot agentligining

«O'zbekiston» nashriyot-matbaa ijodiy uyida bosildi.

Toshkent, 700129. Navoiy, 30.



“O’ZBEKISTON”