

Министерство образования и науки Российской Федерации

Сыктывкарский лесной институт (филиал) федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего профессионального образования  
«Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова»

Кафедра теплотехники и гидравлики

*Посвящается 60-летию  
высшего профессионального лесного образования  
в Республике Коми*

А. Ф. Триандафилов, С. Г. Ефимова

## ГИДРАВЛИКА И ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

Учебное пособие

*Утверждено учебно-методическим советом Сыктывкарского лесного института в качестве учебного пособия для студентов направлений бакалавриата 110800 «Агроинженерия», 151000 «Технологические машины и оборудование», 190600 «Эксплуатация транспортных средств», 250400 «Технология и оборудование лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств» и специальностей 190601 «Автомобили и автомобильное хозяйство», 190603 «Сервис транспортных и технологических машин и оборудования», 150405 «Машины и оборудование лесного комплекса», 110301 «Механизация сельского хозяйства», 110302 «Электрификация и автоматизация сельского хозяйства», 250401 «Лесоинженерное дело», 250403 «Технология деревообработки» всех форм обучения*

УДК 621.22  
ББК 31.56  
Т65

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Сыктывкарского лесного института

Ответственный редактор:  
**Т. Л. Леканова**, кандидат химических наук, доцент

Рецензенты:  
**кафедра химии**  
(Сыктывкарский государственный университет);  
**Ф. Ф. Мухамадьяров**, доктор технических наук, профессор  
(Вятская государственная сельскохозяйственная академия)

**Триандафилов, А. Ф.**  
Т65 Гидравлика и гидравлические машины : учебное пособие / А. Ф. Триандафилов, С. Г. Ефимова ; Сыкт. лесн. ин-т. – Сыктывкар : СЛИ, 2012. – 212 с.  
ISBN 978-5-9239-0339-3

Учебное пособие содержит основные теоретические сведения по дисциплине: законы жидкости в состоянии покоя и движения, данные по гидравлическому прыжку и сопряжению бьефов, водосливам, сопрягающим и водобойным сооружениям, описания и конструкции насосов, методы расчета основных параметров. Приведены примеры, контрольные вопросы по темам, список литературы для самоподготовки.

Предназначено для студентов указанных направлений бакалавриата и специальностей всех форм обучения.

621.22

УДК

ББК 31.56

Темплан 2010/11 учеб. г. Изд. № 98.

---

Учебное издание

**Триандафилов Александр Фемистоклович**, кандидат технических наук, доцент  
**Ефимова Светлана Геннадьевна**, старший преподаватель

**ГИДРАВЛИКА И ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МАШИНЫ**

---

Сан.-эпид. заключение № 11.РЦ.09.953.П.000015.01.09

---

Подписано в печать 30.05.12. Формат 60 × 90 1/16. Уч.-изд. л. 9,6. Усл. печ. л. 13,3. Тираж 40. Заказ №

---

Сыктывкарский лесной институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова» (СЛИ), 167982, г. Сыктывкар, ул. Ленина, 39  
institut@sfi.komi.com, www.sli.komi.com

---

Редакционно-издательский отдел СЛИ. Отпечатано в СЛИ.

ISBN 978-5-9239-0339-3

© Триандафилов А. Ф., Ефимова С. Г., 2012  
© СЛИ, 2012

## Оглавление

Предисловие.....	7
Введение.....	8
<b>Глава 1. Гидростатика.....</b>	<b>11</b>
1.1. Свойства жидкостей.....	11
1.2. Гидростатическое давление и его свойства.....	15
1.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкостей (уравнения Л. Эйлера).....	18
1.4. Основное уравнение гидростатики.....	20
1.5. Закон Паскаля.....	21
1.6. Пьезометрическая высота.....	21
1.7. Напор.....	22
1.8. Удельная потенциальная энергия.....	23
1.9. Приборы для измерения давления.....	24
1.10. Силы давления жидкости на поверхности.....	26
1.10.1. Сила давления на плоскую поверхность.....	26
1.10.2. Давление жидкости на наклонную поверхность.....	26
1.10.3. Давление жидкости на криволинейную поверхность.....	29
1.11. Расчет тонкостенных цилиндрических сосудов, подверженных внутреннему давлению.....	32
1.12. Закон Архимеда и плавание тел.....	35
1.13. Остойчивость тел.....	37
Примеры решения задач к темам главы 1.....	38
<b>Глава 2. Гидродинамика.....</b>	<b>50</b>
2.1. Основные гидродинамические понятия.....	51
2.2. Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера).....	53
2.3. Дифференциальные уравнения неразрывности движущейся жидкости.....	55
2.4. Уравнение неразрывности.....	56
2.5. Уравнение установившегося движения элементарной струйки идеальной жидкости (уравнение Д. Бернулли).....	57

2.6. Механическая энергия потока жидкости.....	59
2.7. Уравнение Даниила Бернулли для потока реальной жидкости.....	61
2.8. Примеры практического применения уравнения Д. Бернулли.....	64
2.8.1. Трубы Вентури.....	64
2.8.2. Гидродинамическая трубка Пито.....	66
2.8.3. Гидродинамическая трубка Пито - Прандтля.....	68
2.8.4. Карбюратор.....	68
2.9. Режимы движения вязкой жидкости. Число Рейнольдса.....	69
2.9.1. Режимы движения вязкой жидкости.....	70
2.9.2. Шероховатость внутренней поверхности трубопроводов.....	71
2.9.3. Силы трения и закон распределения скоростей при ламинарном режиме движения жидкости.....	73
2.9.4. Турбулентный режим движения жидкости.....	76
2.10. Классификация потерь напора.....	79
2.11. Местные сопротивления трубопроводов.....	82
2.12. Основы расчета трубопроводов. ....	86
2.12.1. Типы трубопроводов и их классификация.....	86
2.12.2. Методика расчета простого трубопровода.....	87
2.12.3. Расчет гидравлически коротких трубопроводов.....	88
2.12.4. Расчет сифонного трубопровода.....	91
2.13. Гидравлический удар в трубопроводах.....	93
2.14. Истечение жидкости через отверстия и насадки.....	95
2.14.1. Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке... ..	96
2.14.2. Истечение жидкости через большие отверстия.....	98
2.14.3. Истечение жидкости при переменном напоре.....	99
2.14.4. Истечение жидкости из насадков.....	100
2.15. Гидравлические струи.....	103
2.16. Расчет турбин.....	105
2.17. Равномерное движение в открытых руслах.....	107
2.18. Водосливы. Классификация водосливов.....	110
2.19. Гидравлический расчет отверстий малых мостов и водопропускных дорожных сооружений.....	113
2.20. Гидравлический расчет открытых русел.....	112
2.21. Основы теории гидравлического моделирования.....	116

2.21.1. Виды подобия. Второй закон Ньютона.....	116
2.21.2. Закон Фруда.....	117
2.21.3. Закон Рейнольдса.....	119
Примеры решения задач к темам главы 2.....	120
<b>Глава 3. Гидравлические машины.....</b>	<b>138</b>
3.1. Гидравлические насосы. Назначение насосов и их классификация.....	138
3.2. Основные рабочие параметры насосов.....	139
3.3. Поршневые насосы.....	145
3.3.1. Классификация поршневых насосов.....	145
3.3.2. Характеристика подачи поршневых насосов.....	149
3.3.3. Воздушные колпаки.....	150
3.3.4. Индикаторная диаграмма работы поршневого насоса.....	152
3.4. Центробежные насосы.....	153
3.4.1. Классификация центробежных насосов.....	153
3.4.2. Движение жидкости в рабочем колесе центробежного насоса.....	155
3.4.3. Основное уравнение центробежного насоса.....	156
3.4.4. Типы лопаток рабочего колеса и влияние их формы на величину теоретического напора.....	159
3.4.5. Зависимость между основными рабочими параметрами центробежных насосов.....	161
3.4.6. Коэффициент быстроходности центробежных насосов.....	162
3.4.7. Явление кавитации.....	164
3.4.8. Характеристика центробежных насосов. Выбор насоса.....	166
3.4.9. Параллельная и последовательная работа насосов.....	171
3.5. Осевые (пропеллерные) насосы.....	173
3.6. Роторные насосы.....	175
3.6.1. Классификация роторных насосов.....	175
3.6.2. Шестеренные насосы.....	175
3.6.3. Винтовые насосы.....	179
3.7. Пластинчатые насосы.....	182
3.8. Роторно-поршневые насосы.....	184
3.8.1. Радиально-поршневые насосы.....	185
3.8.2. Аксиально-поршневые насосы.....	186

3.9. Водоподъемные устройства.....	188
3.9.1. Гидравлический таран.....	188
3.9.2. Водоструйный насос (эжектор).....	190
Примеры решения задач к темам главы 3.....	191
Библиографический список.....	205
<i>Приложения</i> .....	207

## Предисловие

В конструкциях современного оборудования лесной и деревообрабатывающей промышленности, сельскохозяйственных машинах, автомобилях и автомобильном хозяйстве все более настойчиво находит свое применение гидравлический привод (гидропривод). Гидравлический привод имеет небольшие размеры, удобство применения, бесступенчатое регулирование скоростей, надежное предохранение от перегрузок.

Овладение основами конструкции гидропривода для современного инженера невозможно без знаний курса «Гидравлики» – прикладной науки, изучающей законы равновесия и движения жидкостей. Поэтому в предлагаемом учебном пособии уделено значительное внимание теоретическим основам этой науки в соответствии с требованиями программы по подготовке инженеров для студентов направлений подготовки: 190601 Автомобили и автомобильное хозяйство, 190603 Сервис транспортных и технологических средств и оборудования, 150405 Машины и оборудование лесного комплекса, 110301 Механизация сельского хозяйства, 110302 Электрификация и автоматизация сельского хозяйства, 250403 Технология деревообработки, 250401 Лесоинженерное дело; и бакалавров: 110800 Агроинженерия, 151000 Технологические машины и оборудование, 190600 Эксплуатация транспортных средств, 250400 Технология и оборудование лесозаготовительных и деревообрабатывающих производств.

Курс лекций подготовлен для пользования им студентами всех форм обучения Сыктывкарского лесного института.

При работе над данным пособием учтены весьма ценные замечания к.т.н., доцента Корычева Н. А. Авторы также выражают свою признательность заведующий лабораторией «Гидромеханические процессы и аппараты» кафедры «Теплотехники и гидравлики» СЛИ Чупрову В. Т.

## Введение

Первым дошедшим до нашего времени трудом по гидравлике был трактат великого математика и механика древности Архимеда (287–212 гг. до н. э.) «О плавающих телах». Однако сведения о некоторых законах гидравлики были, видимо, известны и ранее, так как задолго до Архимеда строились оросительные каналы и водопроводы. Архимед оставил после себя многочисленные труды по вопросам математики, механики, гидростатики. Наиболее известны законы рычага, способы вычисления длин кривых, законы гидростатики.

Представитель древнегреческой школы Ктезибий (II или III век до н. э.) изобрел пожарный насос, водяные часы и некоторые другие водяные устройства. Герон Александрийский (вероятно, I век до н. э.) описал сифон, водяной орган, автомат для отпуска жидкости и т. п.

На протяжении почти 17 веков после Архимеда вплоть до трактата великого итальянского художника и инженера Леонардо да Винчи (1452–1519 гг.) «О движении и измерении воды» не появлялось ни одного теоретического труда о равновесии и движении жидкости.

Затем идут работы итальянского физика, механика и астронома Галилео Галилея (1564 – 1642 г.г.). В 1612 г. им была опубликована книга «Рассуждение о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в ней движутся», в которой Г. Галилей описал условия плавания тел. Он показал, что гидравлические сопротивления возрастают с возрастанием скорости и плотности жидкости. Г. Галилей впервые разъяснил также вопрос о вакууме.

Математик и физик Эванджелиста Торричелли (1608–1647 гг.) в 1641 г. впервые провёл опытные исследования истечения жидкости из отверстий и установил пропорциональность скорости истечения  $v$  корню квадратному из величины напора истечения  $H$

$$(v = \sqrt{2g \cdot H}, \text{ где } g \text{ – ускорение свободного падения}).$$

Формулы расхода и скорости истечения жидкости из отверстий, полученные Б. Кастелли и Э. Торричелли принадлежат к основным формулам современной гидравлики и имеют весьма важное практическое значение. Французский математик, физик и философ Блез Паскаль (1623–1662 гг.) сформулировал закон изменения давления в жидкостях, прямым следствием чего явилось появление в средние века большого количества гидравлических машин (гидравлических прессов, домкратов и т. п.)

Английский физик и математик Исаак Ньютон (1643–1727 гг.) в 1687 г. сформулировал гипотезу о внутреннем трении жидкости, введя понятие о вязкости жидкости, а также открыл явление сжатия струи при истечении жидкости через отверстие, исследовал относительное равновесие жидкости, приливно-отливные явления в природе и др.

Появление гидромеханики как науки связывают с именем выдающегося математика и механика, почётного члена Петербургской академии наук Леонарда Эйлера (1707–1783 гг.), которого по праву считают отцом гидромеханики. Леонард Эйлер впервые определил понятие давления жидкости и вывел основные



уравнения движения идеальной, лишенной вязкости жидкости. Впоследствии эти уравнения назвали его именем.

Аналитическое направление в гидромеханике продолжало развиваться и в последующие годы. Так как классическая гидромеханика не смогла удовлетворить запросы практики, в XIX столетии возникла новая наука – гидравлика.

В конце XIX – начале XX столетия под воздействием бурно развивающейся авиационной техники и турбостроения произошло сближение и соединение двух научных направлений в гидромеханике: аналитического и экспериментального. В гидромеханике переплелись теоретические и экспериментальные методы исследования.

Значительное место в развитии гидромеханики занимают русские ученые. В 1738 г. почетный член Петербургской академии наук Даниил Бернулли вывел уравнение для установившегося движения идеальной несжимаемой жидкости, связавшее давление и массовую силу с кинематическими величинами. Несмотря на то, что уравнение Бернулли является основным для одномерного движения жидкости, оно имеет фундаментальное значение в гидромеханике, так как выражает закон сохранения энергии движущейся жидкости.

Выдающийся ученый Н. Е. Жуковский (1847–1921 гг.) – автор теории воздушного винта, течений в реках, гидравлического удара в водопроводных трубах, трения в подшипниках и т. д. – создал основы аэродинамики. В ЦАГИ имени проф. Н. Е. Жуковского выросла замечательная плеяда учёных-механиков: академики М. В. Келдыш, М. А. Лаврентьев, С. А. Христианович, Л. И. Седов и др. Большой вклад в развитие гидравлической науки внесли академики Н. Н. Павловский, Л. С. Лейбзон, И. Н. Вознесенский, Н. Н. Ковалев и И. И. Жуковский.

В нашей стране гидромеханика, гидравлика, гидромашиностроение достигли высокой степени развития. Об этом свидетельствуют успехи в области космонавтики, авиации, судостроения, трубопроводного транспорта, гидроэнергетики. Школа Жуковского – Чаплыгина теоретическая и экспериментальная гидроаэродинамика, ЦАГИ, 1918 г. МВТУ, учёные Б. С. Юрьев, В. П. Ветчинкин, А. А. Тулаев, Б. С. Стечкин. В лабораториях ЦАГИ работали М. Д. Миллионщиков, Л. И. Седов и др.

Зарождение и развитие авиационной и ракетной техники вызвало появление гидроаэродинамики и газовой динамики:

- это гидровакуумные усилители исполнительных механизмов;
- это конструирование и расчёт формы автомобилей с целью максимального сокращения сил сопротивления движению;
- это решение вопросов погрузочно-разгрузочных операций.

*Гидромеханика* – механика капельных (несжимаемых) жидкостей, или наука об общих законах их движения и равновесия. Подобно теоретической механике она состоит из трёх разделов: статики, кинематики и динамики.

*Статика* жидкостей (гидростатика) – наука об их равновесии.

*Кинематика* жидкостей изучает их движение только с геометрической стороны, т. е. вне зависимости от действующих на них сил.

Динамика жидкостей (гидродинамика) устанавливает взаимосвязь между внешними силами и обуславливаемым ими движением жидкости.

Простейшим движением жидкой частицы является ее одномерное движение. Если ось ординат  $Ox$  совместить с траекторией движения жидкой частицы, то ее положение в пространстве в любой момент времени определяется одной независимой переменной – координатой  $x$ .

Когда жидкая частица совершает произвольное движение в пространстве, ее положение в любой момент времени относительно координат  $OXYZ$  определяется тремя независимыми переменными – координатами  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Это движение жидкой частицы называют трехмерным.

Обтекание тел жидкостью, или движение тел в жидкости, является внешней задачей гидромеханики. Течение жидкости внутри твердых тел, например в трубопроводах, каналах и т. д., составляет внутреннюю задачу гидромеханики.

## ГЛАВА 1. ГИДРОСТАТИКА

**Гидростатика** – раздел гидравлики, в котором рассматриваются законы покоя или равновесия жидкости и практическое применение этих законов в технике. Состояние покоя или состояние движения жидкости обуславливается, прежде всего, характером действующих на жидкость сил, их величиной и направлением. По аналогии с теоретической механикой в гидравлике все силы, действующие в жидкости, подразделяют на внутренние и внешние.

**Внутренние силы** – это силы взаимодействия между отдельными частицами жидкости. Рассматривая жидкость как сплошную среду, можно говорить о частицах жидкости как об элементарных объемах.

**Внешние силы** – это силы, приложенные к частицам рассматриваемого объёма жидкости со стороны жидкости, окружающей этот объем.

Внешние силы делятся на три группы:

- а) массовые;
- б) поверхностные;
- в) линейные.

**Массовые силы** в соответствии со вторым законом Ньютона пропорциональны массе жидкости (или для однородной жидкости – ее объему). К ним относятся сила тяжести, а также сила инерции, действующая на жидкость при её относительном покое в ускоренно движущихся сосудах.

**Поверхностные силы** приложены к поверхности, ограничивающей рассматриваемый объём жидкости, и пропорциональны площади этой поверхности. Это, например, силы гидростатического давления внутри объёма жидкости и атмосферного давления на свободную поверхность; силы трения движущейся жидкости.

**Линейные силы** возникают на границе жидкости и газа и называются силами поверхностного натяжения. Сила поверхностного натяжения направлена по касательной к поверхности жидкости и перпендикулярна к линии контура, на который она действует.

### 1.1. Свойства жидкостей

*Жидкостью* называется физическое тело, обладающее текучестью, не имеющее своей формы и всегда принимающее форму сосуда, в котором находится. Частицы жидкости обладают большой подвижностью. Благодаря этому в отличие от твердых тел жидкость может течь и легко изменять свою форму.

Жидкости делятся на два класса: капельные и газообразные.

Капельная жидкость – это жидкость, оказывающая значительное сопротивление силам, стремящимся изменить ее объем.

Газообразная жидкость – меняет свой объем в широких пределах.

Сопротивление жидкости изменению своей формы зависит от скорости процесса. При медленном изменении формы жидкости силы сопротивления малы, при быстром изменении формы жидкости последняя оказывает большое сопротивление. В то же время в отличие от твёрдого тела жидкость оказывает

большое сопротивление изменению своего объема. Например, чтобы сжать воду только на 5 % по отношению к ее первоначальному объёму, на неё следует воздействовать давлением в  $10^8$  Па.

1. *Плотность* – масса жидкости, заключенная в единице объёма

$$\rho = \frac{m}{V}, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (1)$$

Для упругих жидкостей (газов, паров)  $\rho$  зависит от температуры и давления  $\rho = f(T, p)$ . По закону Клапейрона плотность любого газа при температуре  $T$  и давлении  $p$  может быть рассчитана по формуле:

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0}{T} \cdot \frac{p}{p_0} = \frac{M}{22,4} \cdot \frac{273 \cdot p}{T \cdot p_0},$$

где  $\rho_0$  – плотность газа при нормальных условиях ( $T = 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$ ,  $p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ )

$$\rho_0 = \frac{M}{22,4}, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

$M$  – молярная масса газа,  $\frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ ;

$T$  – температура,  $K$ .

Отношение веса жидкости к объёму, называется *удельным весом*

$$\gamma = \frac{G}{V}, \frac{\text{Н}}{\text{м}^3}. \quad (2)$$

Связь между плотностью и удельным весом устанавливает уравнение

$$\gamma = \rho \cdot g,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

Значение плотности и удельного веса некоторых жидкостей при атмосферном давлении приведены в табл. 1 (в системе единиц измерения СИ).

Таблица 1

Жидкость	$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	$\gamma, \frac{\text{Н}}{\text{м}^3}$
Вода пресная при $t = 4^\circ\text{C}$	1000	9807
Морская вода	1030	10100
Минеральное масло (среднее значение)	900	8840
Ртуть	13600	133330
Бензин (среднее значение)	700	6860

*Примечание:* в отличие от других жидкостей, вода имеет наибольшее значение  $\rho$  и  $\gamma$  при  $t = 4^{\circ}\text{C}$ . С уменьшением и увеличением температуры воды её плотность и удельный вес уменьшаются.

2. *Сжимаемость* – это способность жидкости изменять свой первоначальный объём при изменении давления и температуры. Характеризуется коэффициентами объёмного сжатия  $\beta$  и температурного расширения  $\beta_t$ .

$$\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp}, \frac{1}{\text{Па}}. \quad (3)$$

Величина  $E = \frac{1}{\beta}$ , Па называется модулем объёмной упругости.

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}, \frac{1}{^{\circ}\text{C}}. \quad (3a)$$

Для пресной воды  $\beta = 2,1 \cdot 10^{-9} \frac{1}{\text{Па}}$ , а  $\beta_t = 1,4 \cdot 10^{-4} \frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ .

3. *Вязкость* – способность жидкости сопротивляться растягивающим и сдвигающим усилиям. Обусловлена сопротивлением молекулярных сил относительному смещению частиц жидкости.

Согласно гипотезе И. Ньютона, подтверждённой исследованиями Н. П. Петрова, сила вязкостного сопротивления

$$F = \mu S \cdot \frac{dv}{dh}, \text{ Н}, \quad (4)$$

где  $S$  – поверхность трения,  $\text{м}^2$ ;

$\frac{dv}{dh}$  – поперечный градиент скорости,  $\frac{1}{\text{с}}$ ;

$\mu$  – динамический коэффициент вязкости,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ .

Величина обратная динамическому коэффициенту вязкости  $\frac{1}{\mu}$  – называется

*текучестью* жидкости. Отношение  $\frac{\mu}{\rho} = \nu$  называется *кинематическим коэффициентом вязкости*,  $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ .

В качестве внесистемной единицы кинематического коэффициента вязкости в технике широко используются единица измерения стокс (Ст). При этом

$$1 \text{ Ст} = 1 \frac{\text{см}^2}{\text{с}} = 100 \text{ сСт}.$$

Коэффициент вязкости зависит от температуры и от давления. Непосредственное определение динамического и кинематического коэффициентов вязкости связано с определенными трудностями. Поэтому для характеристики вязко-

сти жидкостей пользуются и единицами условной вязкости. В России в качестве единицы условной вязкости принят градус условной вязкости – ВУ<sup>0</sup>, а в некоторых европейских странах – градус Энглера – <sup>0</sup>Е. При этом 1 ВУ<sup>0</sup> = 1 <sup>0</sup>Е.

*Условной вязкостью* называется отношение времени истечения 200 см<sup>3</sup> испытуемой жидкости через капилляр  $d = 2,8$  мм к времени истечения такого же объёма дистиллированной воды при  $t = 20$  <sup>0</sup>С. Для перевода единиц условной вязкости в другие единицы измерения вязкости применяют эмпирические формулы. Процесс измерения вязкости называется *вискозиметрией*, а применяемые при этом приборы – *вискозиметрами*. Вязкость пресной воды при  $t = 4$  <sup>0</sup>С

$$\nu_4 = 1,57 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \quad (1,57 \text{ сСт}).$$

4. *Растворимость газов в жидкости*. Все жидкости способны растворять газы при изменении давления и температуры. Эта способность учитывается коэффициентом растворимости

$$K = \frac{V_г}{V_{ж}}, \quad (5)$$

где  $V_г$  и  $V_{ж}$  – объемы растворенного газа и жидкости.

Газы, будучи в растворенном состоянии, мало оказывают влияние на другие физические свойства жидкостей. Однако в минеральных жидкостях растворенный газ может стать причиной образования устойчивой пены, из-за чего снижается жёсткость объемного гидропривода. Воздух, растворенный в минеральных жидкостях, кроме того, интенсифицирует процесс окисления этих жидкостей.

5. *Химическая и механическая стойкость* – способность жидкости сохранять свои первоначальные физические свойства при воздействии на них изменяющихся давления и температуры, а также от влияния на жидкость конструкционных материалов. Это свойство учитывается при выборе типа и марки рабочих жидкостей для объемного гидропривода.

6. *Кавитация*. Кавитацией называется процесс вскипания жидкости при обычной температуре, вызванный падением давления в этой жидкости до давления её насыщенных паров. Состояние насыщенных паров – это такое состояние двухфазной жидкости, когда число молекул жидкости, превращающихся в пар, сравнивается с числом молекул, превращающихся из пара в жидкость. Давление, соответствующее такому двухфазному состоянию жидкости, называется *давлением насыщенных паров*. Это давление зависит от рода жидкости и температуры. С увеличением температуры давление насыщенных паров возрастает.

## 1.2. Гидростатическое давление и его свойства

Рассмотрим некоторый объём жидкости, находящийся в покое (рис.1). Разделим этот объём жидкости поверхностью  $C-C$  на две части: левую и правую и отбросим правую часть. Для того чтобы левая часть рассматриваемого объекта оставалась в состоянии покоя, на поверхности  $C-C$  должны быть приложены рассредоточенные силы, равнодействующую которых обозначаем через  $P$ . Отношение силы  $P$  к площади соприкосновения левой и правой частей  $S$  рассматриваемого объема жидкости будет характеризовать среднее напряжение  $p_{\text{ср}}$  по площади  $S$

$$p_{\text{ср}} = \frac{P}{S}, \text{ Па} \quad (6)$$

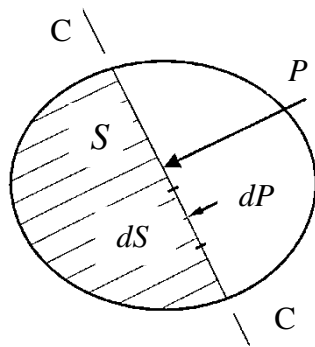


Рис. 1. К вопросу определения гидростатического давления

Для того чтобы определить напряжение в некоторой точке, выделим на поверхности  $C-C$  элементарную площадку  $dS$ . На эту площадку будет действовать элементарная сила  $dP$ .

Отношение элементарной силы к элементарной площадке при стремлении последней к нулю определяет собой напряжение или гидростатическое давление в точке:

$$p = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{dP}{dS} \quad (7)$$

где  $dP$  – элементарная сила, Н;

$dS$  – элементарная площадка,  $\text{м}^2$ .

Следовательно, *гидростатическим давлением* называется предел отношения элементарной силы к элементарной площадке. Или гидростатическое давление является силой, действующей в данной точке жидкости. Другими словами, все частицы жидкости испытывают давление как вышележащих частиц, так и внешних сил, действующих по поверхности жидкости. Действие всех этих сил и вызывает внутри жидкости напряжение, называемое гидростатическим давлением.

В международной системе единиц (СИ) за единицу давления принят 1 Паскаль (1 Па) – равномерно распределённое давление, при котором на  $1 \text{ м}^2$  площадки приходится сила, равная 1 Н. Размер единицы давления 1 Па очень мал,

его значение соответствует давлению столба воды высотой 0,1 мм. Поэтому на практике применяют единицы давления, кратные 1 Па, которые образуются добавлением к наименованию «Паскаль» приставок, общепринятых в системе СИ: *килопаскаль* (кПа), *мегапаскаль* (МПа) и *гигапаскаль* (ГПа). Численно указанные единицы давления составляют 1 кПа =  $1 \cdot 10^3$  Па; 1 МПа =  $1 \cdot 10^6$  Па; 1 ГПа =  $1 \cdot 10^9$  Па. Наиболее применяемая в технике укрупнённая единица 1 МПа. Давление, равное  $1 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$ , называется *технической атмосферой* (ат).

Пересчёт между единицами измерения гидростатического давления следующий:

$$1 \text{ Н} = 0,101972 \text{ кгс}; 1 \text{ Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 0,101972 \frac{\text{кгс}}{\text{м}^2}; 1 \text{ МПа} = 10,1972 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}.$$

Следует заметить, что раньше в литературе по гидравлике и на практике широко использовался ряд внесистемных единиц измерения давления – физическая и техническая атмосферы, миллиметры ртутного и водяного столба.

*Физическая атмосфера* (атм) – давление, уравнивающее столб ртути высотой 760 мм при плотности  $13,595 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$  и ускорении свободного падения  $980,665 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$ .

*Техническая атмосфера* (ат) – давление, производимое силой в 1 кгс на площадку в  $1 \text{ см}^2$ .

Взаимосвязь между единицей давления, принятой в Международной системе (СИ), и применяемыми ранее единицами следующая:

$$1 \text{ Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 0,101972 \frac{\text{кгс}}{\text{м}^2} = 0,01 \text{ мбар} = 0,102 \text{ мм вод. ст.} = 0,0075 \text{ мм рт. ст.}$$

Так же, как сила, гидростатическое давление есть величина векторная, характеризующаяся не только величиной, но и направлением.

***Гидростатическое давление обладает следующими двумя свойствами.***

1. Гидростатическое давление всегда направлено по внутренней нормали к площадке действия.
2. Величина гидростатического давления не зависит от ориентации площадки действия, а зависит от координат рассматриваемой точки.

Первое свойство гидростатического давления следует из закона Ньютона. Так как жидкость находится в состоянии покоя, то касательные напряжения равны нулю, а напряжения, возникающие в жидкости, могут быть только нормальными. Из-за легкоподвижности жидкость в обычных условиях может находиться в состоянии покоя только под действием сжимающих усилий; поэтому гидростатическое давление может быть направлено лишь по внутренней нормали к площадке действия.



Второе свойство гидростатического давления докажем, рассматривая равновесие элементарной трёхгранной призмы, мысленно вырезанной в покоящейся жидкости (рис. 2).

Проведём оси координат так, как показано на рисунке 2. Пусть ребро  $AB$ , равное  $dz$ , параллельно оси  $Z$ , ребро  $AE$ , равное  $dx$ , параллельно оси  $X$ , а ребро  $AD$ , равное  $dy$ , параллельно оси  $Y$ .

Гидростатическое давление в пределах грани  $ABCD$  примем равным  $p_x$ ; в пределах грани  $ADFE$  – равным  $p_z$ ; в пределах грани  $BCFE$  – равным  $p_n$ .

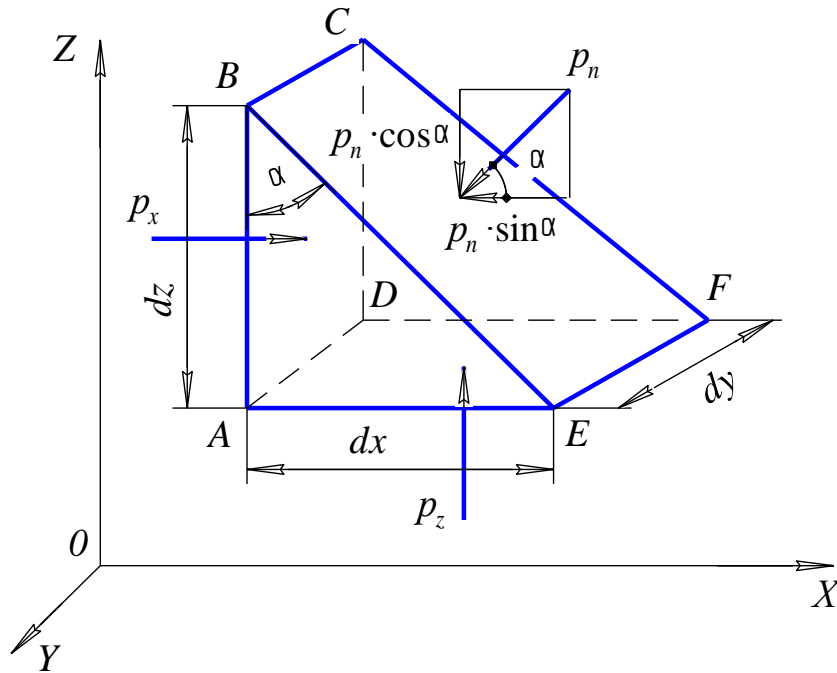


Рис 2. К вопросу второго свойства гидростатического давления

Согласно первому свойству гидростатического давления, векторы давлений  $p_x$ ,  $p_z$ ,  $p_n$  направлены нормально к соответствующим граням.

Спроецируем все силы, действующие на элементарную трёхгранную призму, на оси координат.

Проецируя все силы на ось  $X$ , получим

$$p_x \cdot dy \cdot dz = p_n \cdot \cos \alpha \cdot BE \cdot dy. \quad (8)$$

Из рис. 2 видно, что  $BE \cdot \cos \alpha = AB = dz$ , поэтому

$$p_x \cdot dy \cdot dz = p_n \cdot dy \cdot dz$$

$$p_x = p_n. \quad (9)$$

Спроецируем теперь все силы, действующие на элементарную трёхгранную призму, на ось  $Z$ :

$$p_z \cdot dx \cdot dy = p_n \cdot BE \cdot \sin \alpha \cdot dy + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz, \quad (10)$$

где  $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot dx \cdot dy \cdot dz$  - сила тяжести объема трехгранной призмы (0,5 объема прямоугольного параллелепипеда), Н.

Замечая, что  $BE \cdot \sin \alpha = dx$  и сокращая на  $dx$  и  $dy$ , получим

$$P_z = P_n + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot dz. \quad (11)$$

Величина  $dz$  в пределе стремится к нулю, поэтому

$$P_z = P_n. \quad (12)$$

Так как наклон грани  $BCFE$  выбран произвольно, то отсюда следует, что величина гидростатического давления зависит не от ориентации площадки действия, а от координат рассматриваемой точки.

### 1.3. Дифференциальные уравнения равновесия жидкости (уравнения Л. Эйлера)

Дифференциальные уравнения описывают зависимость массовых и поверхностных сил от координат какой-либо точки покоящейся жидкости. Для вывода этих уравнений выделим в покоящейся жидкости элементарный параллелепипед со сторонами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  и с центром в точке  $A$ , ориентируем этот параллелепипед относительно координатных осей  $X$ ;  $Y$ ;  $Z$  (рис. 3).

На грани параллелепипеда со стороны окружающей жидкости действуют поверхностные силы – силы гидростатического давления  $P_1, P_2, \dots, P_6$  направленные внутрь параллелепипеда и массовые силы – сила тяжести и сила инерции переносного движения. Равнодействующая массовых сил  $F$ .

Установим связь между гидростатическим давлением в точке  $A$  ( $x, y, z$ ) и массовыми силами.

Силы гидростатического давления на грани параллелепипеда

$$P_1 = p_1 \cdot dy \cdot dz; \quad P_2 = p_2 \cdot dx \cdot dy; \quad P_3 = p_3 \cdot dx \cdot dz;$$

$$P_4 = p_4 \cdot dy \cdot dz; \quad P_5 = p_5 \cdot dx \cdot dy; \quad P_6 = p_6 \cdot dx \cdot dz.$$

Эти же силы гидростатического давления, выраженные через гидростатическое давление в т.  $A$ .

$$P_1 = \left( p - \frac{1}{2} dx \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot dy \cdot dz; \quad P_2 = \left( p - \frac{1}{2} dz \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right) \cdot dx \cdot dy \text{ и т.д.}$$

Здесь  $\frac{\partial p}{\partial x}$ ;  $\frac{\partial p}{\partial z}$  и т.д. градиенты давления по соответствующим координатным осям.

Равнодействующая массовых сил  $F = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot g$ .

Условие равновесия выделенного параллелепипеда:

$$\sum P(OX) = 0; \quad \sum P(OY) = 0; \quad \sum P(OZ) = 0.$$

Рассмотрим случай  $\sum P(OX) = 0$ .

$$P_1 - P_4 + F_{OX} = 0,$$

или в развернутом виде:

$$\left( p - \frac{1}{2} dx \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot dy \cdot dz - \left( p + \frac{1}{2} dx \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) \cdot dy \cdot dz + X \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0,$$

где  $F_{OX} = X \cdot m = X \cdot \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0$  - проекция равнодействующей массовых сил на ось  $X$  ;

$X$  - проекция единичной массовой силы (т.е. сила, отнесенная к единице массы) на ось  $X$  .

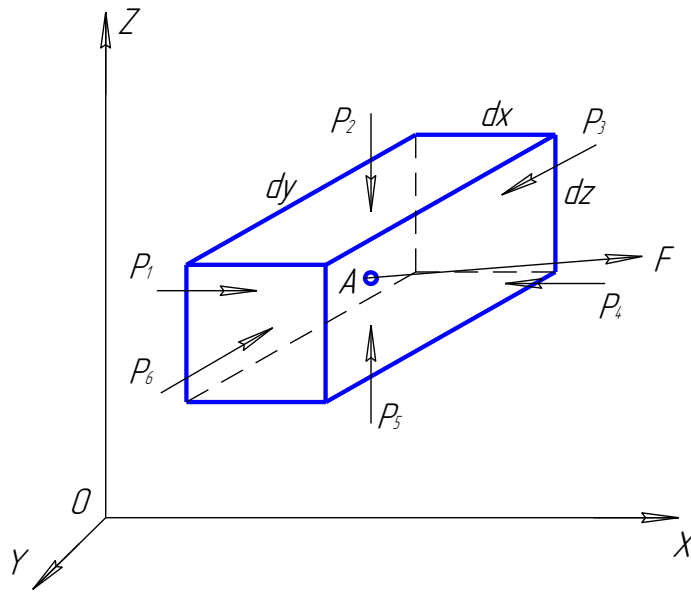


Рис. 3. К выводу уравнения Л. Эйлера

После простейшего преобразования получаем  $X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$ , а по аналогии

для других координатных осей  $Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0$ ;  $Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0$ .

Таким образом, условием равновесия жидкости будет

$$\left. \begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В таком виде система уравнений была получена Л. Эйлером в 1775 году.

Система дифференциальных уравнений показывает, что градиенты гидростатического давления в направлении каждой из координат осей равны проекциям на эти же оси единичных массовых сил.

#### 1.4. Основное уравнение гидростатики

Умножим каждый из членов, входящих в систему (13) дифференциальных уравнений, соответственно на  $dx$ ;  $dy$ ;  $dz$  и просуммируем их. В результате получим:

$$Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right). \quad (14)$$

Уравнение (14) является аналитическим выражением распределения гидростатического давления жидкости. Для случая покоящейся жидкости гидростатическое давление  $p = f(x, y, z)$ . Следовательно, правая часть уравнения (14) представляет полный дифференциал давления  $dp$ . Таким образом, приведенное выше уравнение (14) приобретает следующий вид:

$$Xdx + Ydy + Zdz = \frac{1}{\rho} dp. \quad (15)$$

Применим уравнение (15) к случаю абсолютного покоя жидкости, когда массовой силой является только сила тяжести. При принятом направлении координатных осей проекции этой силы будут:

$$X = 0; Y = 0; Z = g,$$

а уравнение (15) применительно к точке получает вид:

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz.$$

После интегрирования получим:

$$p = \rho \cdot g \cdot z + c.$$

При  $c = p_0$  – давление на свободной поверхности, а  $z = h$  – глубина погружения в жидкости точки, для которой определяется давление:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h, \quad (16)$$

где  $p_0$  – давление на свободной поверхности, Па;

$\rho$  – плотность жидкости,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;

$g$  – ускорение свободного падения,  $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

Уравнение (16) называется *основным уравнением гидростатики*.

## 1.5. Закон Паскаля

*«Если жидкость находится в состоянии покоя, то изменение давления на любой внешней поверхности, возникающее от действия внешних сил, передается без изменения во все точки объема, занимаемого данной жидкостью».*

Доказательство из уравнения (16).

Абсолютное давление в т.  $A$  при размещении поршня в положении –  $I-I$  (рис. 4):

$$p_A = p_0 + \rho \cdot g \cdot h. \quad (17)$$

После перемещения поршня в положение  $II-II$  (рис. 4) давление на свободной поверхности увеличится на величину  $\Delta p$  и будет равно  $p_0 + \Delta p$ , а абсолютное давление в т.  $A$  будет равно

$$p_A = p_0 + \Delta p + \rho \cdot g \cdot h,$$

т. е. при изменении давления на свободной поверхности на  $\Delta p$ , на эту же величину увеличится давление в точке  $A$ . Эта идея использована Паскалем в принципиальной концепции гидропресса.

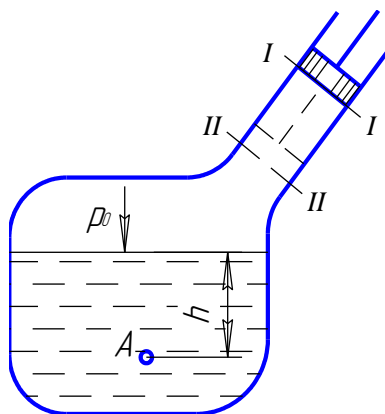


Рис. 4. Схема действия давления по закону Паскаля

## 1.6. Пьезометрическая высота

Слово «пьезометрическая» от греческого означает «давление»+«мера».

В закрытом сосуде с жидкостью установим две трубки на уровне  $BA$ , причем у одной из них запаян конец и отсутствует давление ( $p_0 = 0$ ), а другая имеет открытый конец ( $p_0 = p_a$ ) (рис. 5).  $p_a$  – атмосферное давление окружающего нас воздуха. Это давление изменяется во времени и с изменением высоты местности. За нормальное атмосферное давление принимается  $p_a = 980661$  Па, что соответствует 10,33 м столба пресной воды и 759,6 мм столба ртути.

При решении задач за атмосферное давление принимают  $p_a = 10^5$  Па = 0,1 МПа .

Внутри сосуда зададим давление  $p_0 > p_a$ . Жидкость в правой трубке поднимается на высоту  $h_p = \frac{p_A - p_a}{\rho \cdot g}$ , получившей название избыточной пьезометрической высоты; в левой трубке жидкость поднимается на уровень  $h_{pr} = \frac{p_A}{\rho \cdot g}$ , получившей название абсолютной пьезометрической высоты (приведенной пьезометрической высоты), а  $p_A$  называется абсолютным давлением в точке  $A$ .

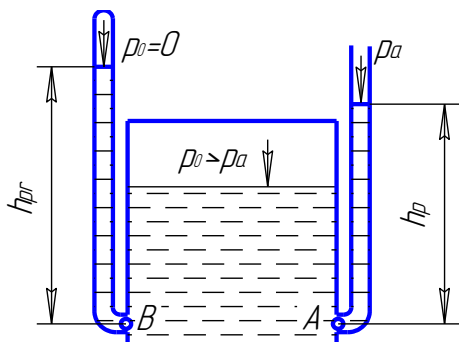


Рис. 5. Пьезометрическая высота

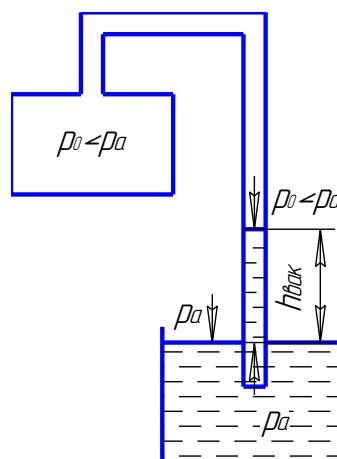


Рис. 6. Схема измерения вакуума

Вакуум – разность между атмосферным и абсолютным давлением - «пустота» (лат.) или недостаток давления (рис. 6)

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_a - p}{\rho \cdot g} = -\frac{p_v}{\rho \cdot g}. \quad (18)$$

### 1.7. Напор

Рассмотрим точку  $K$  (рис. 7) на произвольной глубине  $h$  по отношению к плоскости сравнения  $0 - 0$ . В точке  $K$  установим пьезометр. Пьезометрический напор

$$H_p = \frac{p_K}{\rho \cdot g} + z_K,$$

где  $z_K$  – геометрический напор.

Аналогично определим напор в точке  $C$ :

$$H'_p = \frac{p_C}{\rho \cdot g} + z_C.$$

Очевидно, что  $H_p = H'_p = \text{const}$ . Отсюда следует, что напор  $H_p$  состоит из удельной потенциальной энергии давления  $\frac{p}{\rho \cdot g}$  и удельной потенциальной энергии положения  $z$  (геометрический напор).

$$H_p = \frac{P}{\rho \cdot g} + z = const .$$

Далее опустим в сосуд на малую глубину трубку  $E$ , предварительно выкачав из нее воздух.

По этой трубке жидкость поднимается на высоту  $h_{pr}$  равную приведенной пьезометрической высоте. Сумма двух линейных величин  $h_{pr}$  и  $z_K$  называют гидростатическим напором:

$$H_{SH} = h_{pr} + z_K = \frac{P_K}{\rho \cdot g} + z_K + \frac{P_a}{\rho \cdot g} = H_p + \frac{P_a}{\rho \cdot g} \quad (19)$$

Таким образом, при учете гидростатического напора учитывают атмосферное давление  $P_a$ .

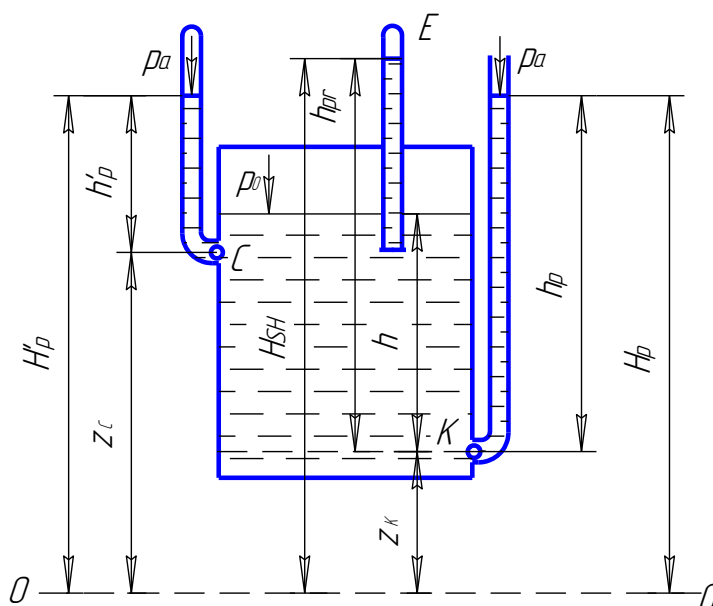


Рис 7. Схема расчета напора

### 1.8. Удельная потенциальная энергия

Пусть в точке  $K$  (рис. 7) имеется частица жидкости массой  $m$ . Потенциальная энергия этой массы относительно плоскости  $0 - 0$  равна  $m \cdot g \cdot z_K$ .

С учетом полной высоты добавится еще  $h_p = \frac{P_K}{\rho \cdot g}$  - пьезометрическая высота и полная потенциальная энергия частицы  $E_p$  будет

$$E_p = m \cdot g \cdot z_K + m \cdot g \cdot \frac{P_K}{\rho \cdot g} . \quad (20)$$

Разделив обе части уравнения на  $m \cdot g$ , получим уравнение для удельной потенциальной энергии  $e_p$

$$e_p = z_K + \frac{P_K}{\rho \cdot g} = H_p. \quad (21)$$

Итак, удельная потенциальная энергия жидкости равна пьезометрическому напору и для всех точек на оси  $K$  рассматриваемого объема одинакова.

### 1.9. Приборы для измерения давления

Различают абсолютное, избыточное давление, вакуум (разрежение). Если абсолютное давление больше атмосферного, наблюдают избыточное давление, если меньше – то вакуум (вакуумметрическое).

Абсолютное и атмосферное давления связаны с избыточным и вакуумметрическим давлениями такими соотношениями:

$$P_{абс} = P_a + P_{изб}, \quad (22)$$

$$P_{абс} = P_a - P_{вак}, \quad (23)$$

где  $p_{абс}$  – абсолютное давление в жидкости;

$p_a$  – атмосферное давление;

$p_{изб}$  – избыточное давление в жидкости;

$p_{вак}$  – вакуумметрическое давление в жидкости.

Давление в жидкости измеряется либо жидкостными приборами (пьезометром, вакуумметром, дифференциальным манометром), либо механическими манометрами.

*Пьезометр* – открытая с обоих концов стеклянная трубка, которая одним своим концом присоединяется к источнику давления (рис. 8). Для пьезометра:

$$h = \frac{P - P_a}{\rho \cdot g} = \frac{P_{изб}}{\rho \cdot g}, \quad (23)$$

где  $h$  – высота столба жидкости в пьезометре.

Следовательно, пьезометром измеряется избыточная величина пьезометрического напора жидкости. Чтобы увеличить точность отсчета, пользуются наклонными пьезометрами, микроманометрами.

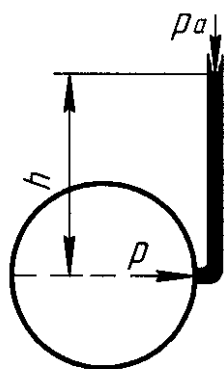


Рис. 8. Пьезометр, присоединенный к баку, для измерения давления в жидкости

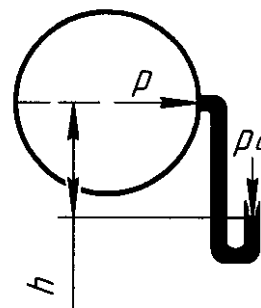


Рис 9. Вакуумметр, присоединенный к баку, для измерения давления в жидкости



*Вакуумметр* – U-образная, открытая с обоих концов стеклянная трубка, которая одним своим концом присоединяется к источнику давления (рис. 9). Для вакуумметра

$$h = \frac{P_a - P_e}{\rho \cdot g} = \frac{P_{абс}}{\rho \cdot g} \quad (24)$$

Разность давлений в жидкости измеряется *дифференциальным манометром*, представляющим собой U - образную, открытую с обоих концов стеклянную трубку, которая присоединяется к двум источникам давления. Если разность давлений измеряется высотой столба данной жидкости, то показание дифференциального манометра (рис. 10)

$$h = \frac{P_1 - P_2}{\rho \cdot g} \quad (25)$$

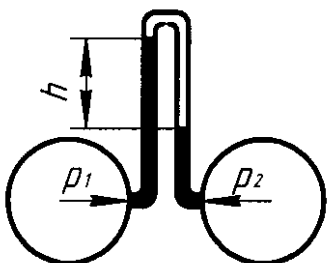


Рис. 10. Дифференциальный манометр

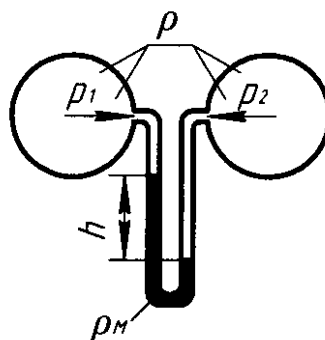


Рис. 11. Двухжидкостной дифференциальный манометр

При наличии иной жидкости в дифференциальном манометре и условии, что соединительные трубки заполнены двумя жидкостями, его показание (рис. 11)

$$h = \frac{P_1 - P_2}{g \cdot (\rho_m - \rho)} \quad (26)$$

где  $\rho_m$  – плотность жидкости в нижней части дифференциального манометра;

$\rho$  – плотность жидкости в верхней части дифференциального манометра и соединительных трубках.

В *механических манометрах* давление жидкости измеряется величиной деформации гибкого элемента (полый трубки или мембраны).

Жидкость через штуцер поступает в изогнутую латунную трубку – пружину эллиптического сечения и своим давлением частично ее распрямляет. Свободный конец пружины соединен с зубчатой передачей, которая при деформации приводит в движение стрелку (рис. 12).

Коробка мембранного манометра (рис. 13) мембранной гофрированной тонкой металлической пластинкой или прорезиненной материей разделена на две плоскости. Под давлением поступающей в коробку жидкости мембрана деформируется и через систему рычагов поворачивает стрелку.

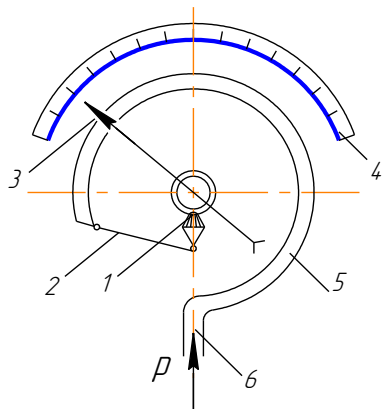


Рис. 12. Пружинный манометр  
1 – зубчатый сектор; 2 – поводок;  
3 – стрелка; 4 – шкала; 5 – трубка  
Бурдона; 6 – штуцер

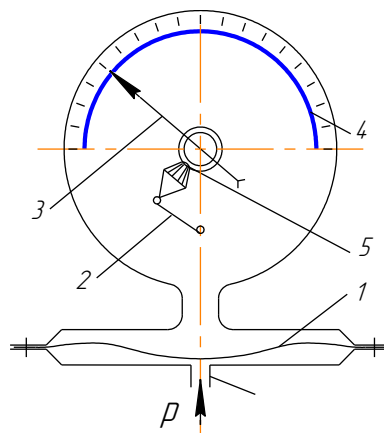


Рис. 13. Мембранный манометр  
1 – мембрана; 2 – поводок; 3 – стрелка;  
4 – шкала; 5 – зубчатый сектор

## 1.10. Силы давления жидкости на поверхности

### 1.10.1. Сила давления на плоскую поверхность

*Гидростатический парадокс:* давление жидкости не зависит от формы сосуда, а зависит от глубины погружения площади (Г. Галилей).

Сила избыточного гидростатического давления на плоскую поверхность дна сосуда площадью  $S$  может быть определена по формуле:

$$P_{изб} = \rho \cdot g \cdot H \cdot S, \quad (27)$$

где  $H$  - глубина погружения центра тяжести дна сосуда, м.

На рис. 14 представлены три сосуда произвольной формы, но имеющие одинаковую площадь дна  $S$  и одинаковую высоту столба жидкости в них  $H$ .

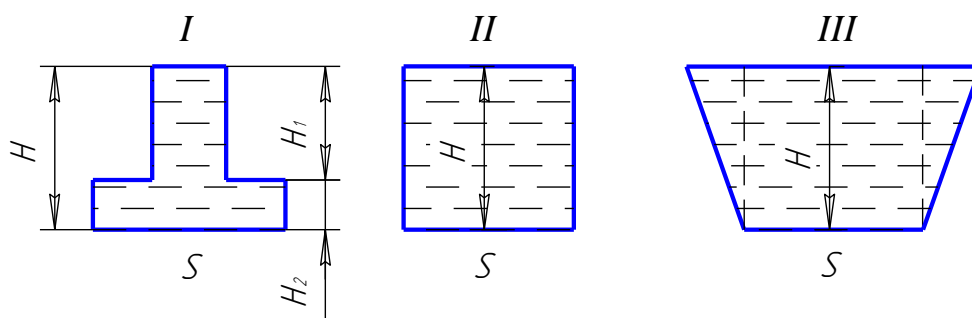


Рис 14. Давление на плоскую горизонтальную поверхность

### 1.10.2. Давление жидкости на наклонную поверхность

Как и любой вектор, сила гидростатического давления, действующая на смоченную часть поверхности  $S$  плоской стенки произвольной формы, характеризуется величиной (модулем), направлением и точкой приложения.

Предположим, что жидкость действует на наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту стенку  $OC$  (рис. 15).

Определим величину силы  $P$  абсолютного давления на плоскую фигуру  $AB$ , расположенную на стенке  $OC$  (рис. 15).

На рис. 15 линия  $AB$  – проекция плоской фигуры площадью  $S$  на ось  $Y$ . Для определения силы гидростатического давления выделим на смоченной поверхности элементарную площадку  $dS$ , на которую действует сила

$$P = \int_S (p_0 + \rho \cdot g \cdot h) dS = \int_S p_0 dS + \int_S (\rho \cdot g \cdot h) dS,$$

где  $\int_S p_0 dS = p_0 \cdot S$  – сила гидростатического давления на поверхности жидкости. Н;

$\int_S (\rho \cdot g \cdot h) dS$  – сила гидростатического давления, создаваемая столбом жидкости. Н.

$$\int_S (\rho \cdot g \cdot h) dS = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int_S y dS = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot y_c \cdot S = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S.$$

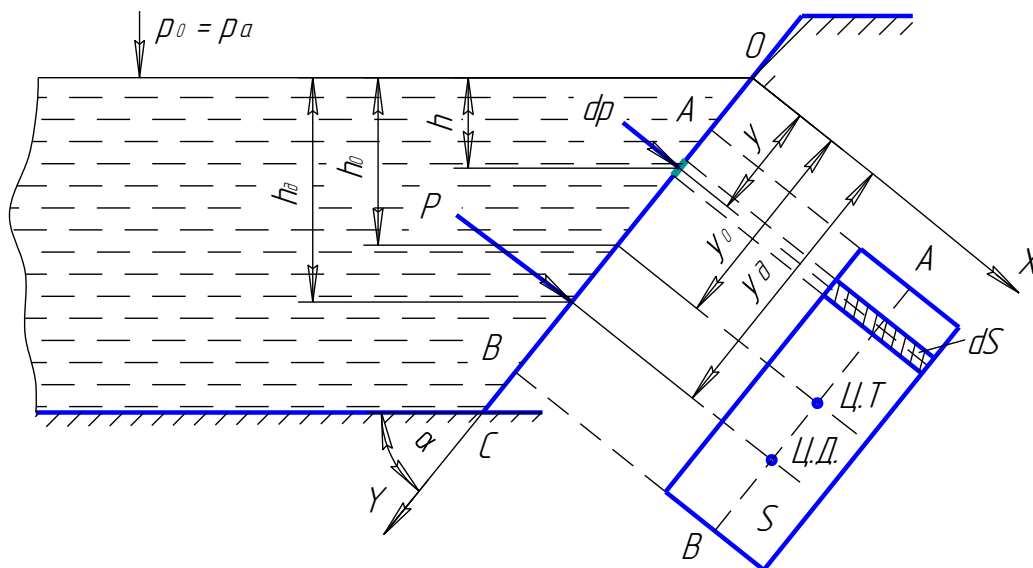


Рис. 15. К вопросу давления жидкости на плоские стенки

Интеграл  $\int_S y dS$  здесь выражает статический момент площади фигуры  $AB$  относительно оси  $X$ , т. е.

$$\int_S y dS = y_c \cdot S,$$

где  $y_c$  – расстояние от оси  $X$  до центра тяжести фигуры,

$$y_c = \frac{h_c}{\sin \alpha};$$

$h_c$  – глубина погружения центра тяжести площади в жидкость.

Подставляем значения в выражение силы гидростатического давления, имеем:

$$P = p_0 \cdot S + \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h_c) \cdot S. \quad (28)$$

Таким образом, величина абсолютного гидростатического давления равна произведению площади смоченной части плоской стенки на гидростатическое давление в центре тяжести.

**Центр давления** – точка приложения равнодействующей избыточного гидростатического давления, необходима для определения размеров щитов, затворов и других сооружений.

Для определения координат  $y_d$ ,  $h_d$  центра давления гидростатической силы воспользуемся теоремой Вариньона: если произвольная система сил имеет равнодействующую, то момент этой равнодействующей относительно любой оси равен алгебраической сумме моментов всех сил этой системы относительно той же оси, или

$$M_{P_{изб}} = \sum M_{ic}, \quad (29)$$

где  $M_{P_{изб}}$  – момент равнодействующей **избыточной силы** гидростатического давления относительно оси  $X$  (рис. 15), а не абсолютного значения  $P$  потому, что координата приложения силы будет зависеть только от второй составляющей:

$$P = p_0 \cdot S + \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S = P_0 + P_{изб};$$

$\sum M_{ic}$  – сумма моментов, составляющих силу  $P_{изб}$ .

Момент равнодействующей  $M_{P_{изб}}$  относительно оси  $X$

$$M_{P_{изб}} = P_{изб} \cdot y_d = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot y_d \cdot S. \quad (30)$$

Сумму моментов  $\sum M_{ic}$  составляющей силы  $P_{изб}$  представим в виде:

$$dM_{ic} = dP_{изб} \cdot y = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \int_S y^2 dS, \quad (31)$$

где  $y$  – плечо элементарной силы  $dP_{изб}$  относительно оси  $X$ .

В выражении (31)  $\int_S y^2 dS = I_x$  – момент инерции плоской фигуры  $AB$  относительно оси  $X$ , следовательно,

$$\sum M_{ic} = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot I_x. \quad (32)$$

Из условия (29) видно, что

$$\rho \cdot g \cdot h_c \cdot y_d \cdot S = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot I_x,$$

тогда координата центра давления

$$y_d = \frac{\sin \alpha \cdot I_x}{h_c \cdot S}. \quad (33)$$

Из рисунка 15

$$\frac{h_c}{\sin \alpha} = y_c. \quad (34)$$

Известно также, что

$$I_x = I_c + S \cdot y_c^2, \quad (35)$$

где  $I_c$  – момент инерции фигуры относительно оси, проходящей через центр тяжести (приложение 4).

Подставив (34) и (35) в (33), получим

$$y_d = \frac{I_c + S \cdot y_c^2}{y_c \cdot S} = \frac{I_c}{y_c \cdot S} + y_c$$

или

$$y_d = y_c + \frac{I_c}{y_c \cdot S}, \quad (36)$$

где  $y_c$  – расстояние от центра тяжести фигуры  $S$  до оси  $X$ .

Глубина погружения центра давления может быть определена по формуле:

$$h_d = h_c + \frac{I_c}{h_c \cdot S} \cdot \sin^2 \alpha \quad (37)$$

### 1.10.3. Давление жидкости на криволинейную поверхность

В отличие от плоской стенки гидростатическое давление в разных точках криволинейной стенки различается не только по величине, но и по направлению. Поэтому силу гидростатического давления, действующую на криволинейную стенку, непосредственно определить нельзя: ее находят через составляющие этого вектора.

Рассмотрим криволинейную поверхность  $AB$ , подверженную действию избыточного гидростатического давления (жидкость справа) (рис. 16). Выделим площадку  $dS$ , центр тяжести которой погружен в жидкость на глубину  $h$ . На площадку  $dS$  будет действовать элементарная сила избыточного давления  $dP_{изб}$ :

$$dP_{изб} = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS. \quad (38)$$

Разложим  $dP_{изб}$  на составляющие:

- горизонтальная составляющая силы  $dP_{изб}$

$$dP_x = dP_{изб} \cdot \cos \alpha, \quad (39)$$

- вертикальная составляющая силы  $dP_{изб}$

$$dP_y = dP_{изб} \cdot \sin \alpha, \quad (40)$$

где  $\alpha$  – угол составляющей между элементарной площадкой  $dS$  и вертикальной плоскостью, град.

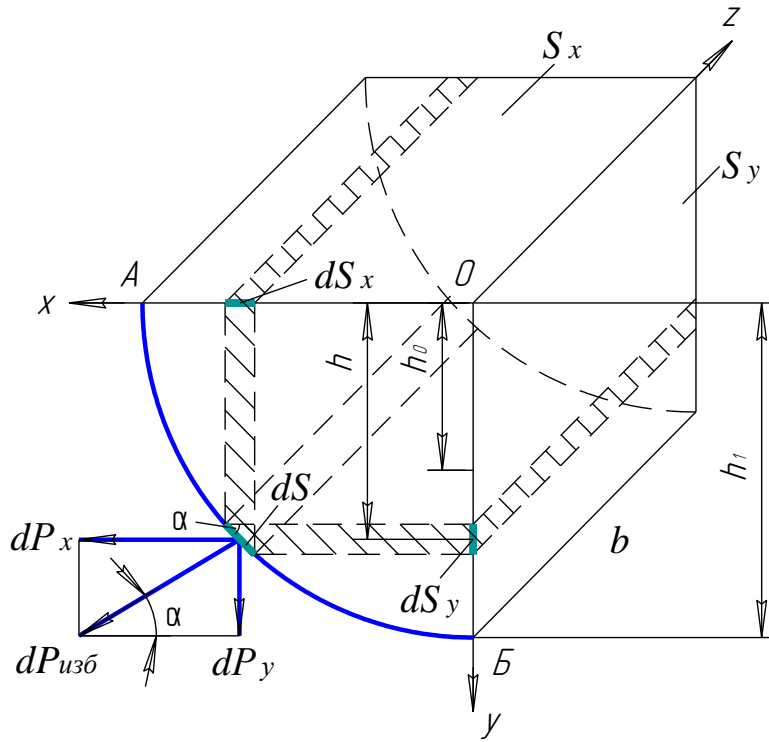


Рис. 16. К определению силы давления на криволинейную стенку

Рассмотрим каждую в отдельности составляющие силы избыточного давления, действующего на криволинейную поверхность  $AB$ . Элементарная горизонтальная составляющая силы избыточного давления равна

$$dP_x = dP_{изб} \cdot \cos \alpha .$$

В то же время

$$dP_{изб} = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS .$$

Следовательно,

$$dP_x = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS \cdot \cos \alpha .$$

Из рис. 16 видно, что

$$dS \cdot \cos \alpha = dS_y ,$$

где  $dS_y$  – площадь проекции элементарной площадки  $dS$  на вертикальную плоскость,  $m^2$ .

Откуда

$$dP_x = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS_y .$$

Горизонтальная составляющая силы избыточного давления после интегрирования равна

$$P_x = \int_{S_z} \rho \cdot g \cdot h \cdot dS_z = \rho \cdot g \cdot \int_{S_z} h \cdot dS_y , \quad (41)$$

где  $\int_{S_z} h \cdot dS_y$  – статический момент инерции площади  $S_y$  относительно свободной поверхности жидкости,  $m^3$ ;

$$\int_{S_z} h \cdot dS_y = S_y \cdot h_c,$$

т. е. статический момент инерции равен произведению площади вертикальной проекции  $S_y$  на глубину погружения центра ее тяжести  $h_c$ . Откуда находим

$$P_x = \int_{S_z} \rho \cdot g \cdot h \cdot dS_y = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot S_y. \quad (42)$$

Элементарная вертикальная составляющая силы избыточного гидростатического давления равна:

$$\begin{aligned} dP_y &= dP_{изб} \cdot \sin \alpha, \\ dP_y &= \rho \cdot g \cdot h \cdot dS \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (43)$$

Величина  $dS \cdot \sin \alpha$  является площадью проекции  $dS$  на горизонтальную плоскость  $dS \cdot \sin \alpha = dS_x$ . Следовательно

$$dP_y = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS_x.$$

Заметим, что  $h \cdot dS_x$  представляет собой бесконечно малый объем  $dW$  бесконечно малой призмы. Произведение  $\rho \cdot g \cdot h \cdot dS_x$  является силой тяжести в этом бесконечно малом объеме  $dW$ :

$$dG = \rho \cdot g \cdot h \cdot dW.$$

Отсюда вертикальная составляющая силы избыточного гидростатического давления будет равна

$$P_y = \int_{S_x} dP_y.$$

После интегрирования находим:

$$\begin{aligned} P_y &= \int_{S_x} \rho \cdot g \cdot h \cdot dS_x = \rho \cdot g \cdot \int_{S_x} h \cdot dS_x = \rho \cdot g \cdot \int_{S_x} dW; \\ P_y &= \rho \cdot g \cdot \int_{S_x} dW = \rho \cdot g \cdot W; \\ P_y &= \rho \cdot g \cdot W, \end{aligned} \quad (44)$$

где  $W$  – тело давления,  $\text{м}^3$ .

Объем  $W$ , являющийся суммой элементарных объемов, называется телом давления. *Тело давления* – это объем, ограниченный криволинейной поверхностью  $AB$ , ее проекцией на уровень свободной поверхности и вертикальными плоскостями проецирования.

Полная сила гидростатического давления определяется из выражения

$$P_{изб} = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}, \quad (45)$$

где  $P_x$  – горизонтальная составляющая силы избыточного гидростатиче-

ского давления, Н;

$P_y$  – вертикальная составляющая силы избыточного гидростатического давления, Н.

Направление полной силы  $P_{изб}$  определяется углом  $\alpha$  (рис. 16):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{P_y}{P_x}.$$

Полная сила избыточного гидростатического давления приложена в центре давления. Вектор полной силы давления  $P_{изб}$  должен проходить через точку пересечения ее горизонтальной и вертикальной составляющих, т. е.  $P_x$  и  $P_y$ , под углом  $\alpha$ . Таким образом, центр давления для криволинейных поверхностей находится графоаналитическим путем. Если криволинейная поверхность цилиндрическая, то сила  $P_{изб}$  будет проходить через центр радиуса кривизны этой поверхности.

### 1.11. Расчет тонкостенных цилиндрических сосудов, подверженных внутреннему давлению

Тонкостенные цилиндрические сосуды, подверженные внутреннему давлению, имеют весьма широкое распространение в технике (трубопроводы, котлы и различного рода емкости, заполненные жидкостью или газом). Основной задачей при расчетах таких сосудов является определение необходимой толщины их стенок.

Пусть имеется горизонтальный трубопровод (рис. 17) внутренним диаметром  $D$ , заполненный жидкостью, находящейся под избыточным давлением  $p$  (изменение давления по вертикали незначительно, поэтому им пренебрегаем). Под влиянием этого давления стенки трубопровода испытывают действие разрывающего усилия, стремящегося разорвать трубопровод по его образующей. Таким образом, стенки трубопровода будут работать на растяжение.

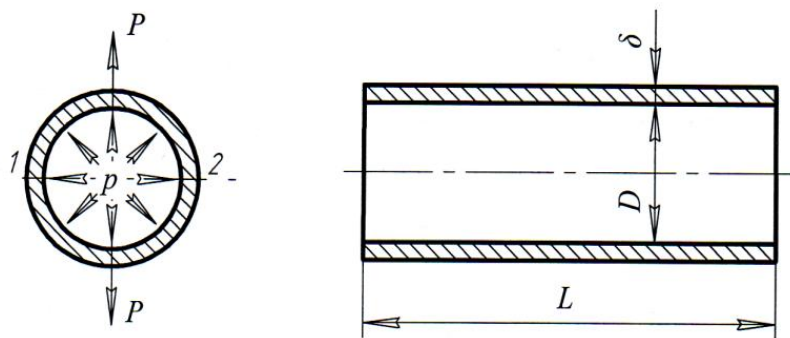


Рис. 17. К определению толщины стенок труб, воспринимающих внутреннее давление жидкости

Составим для участка трубопровода длиной  $L$  уравнение прочности

$$P = \sigma_p \cdot S, \quad (46)$$

где  $P$  – разрывающее усилие, Н;



$\sigma_p$  – допустимое напряжение на растяжение, МПа;

$S$  – площадь сечения стенок трубы, по которой возможен разрыв, м<sup>2</sup>.

Так как поперечное сечение трубы симметрично относительно ее оси, достаточно рассмотреть разрывающее усилие в какой-нибудь одной плоскости. Разрывающее усилие, очевидно, представит собой силу давления на полуцилиндрическую поверхность и будет равно давлению на проекцию этой поверхности на плоскость, нормальную к направлению разрывающего усилия, т. е.

$$P = p \cdot S = p \cdot D \cdot L.$$

Так как разрыв стенок трубы возможен одновременно по двум сечениям 1 – 1 и 2 – 2, площадь сечения, по которому возможен разрыв

$$S = 2 \cdot \delta \cdot L,$$

где  $\delta$  – искомая толщина стенки трубы (сосуда).

Подставляя полученные значения в исходное расчетное уравнение, получим

$$p \cdot D = 2 \cdot \delta \cdot \sigma_p,$$

откуда

$$\delta = \frac{p \cdot D}{2 \cdot \sigma_p} = \frac{p \cdot r}{\sigma_p}. \quad (47)$$

Для вертикального цилиндрического сосуда (резервуара) диаметром  $D$ , высотой  $H$ , заполненного до краев жидкостью (рис. 18), разрывающее усилие определяется как горизонтальная составляющая полного давления на полуцилиндрическую поверхность (равная давлению на проекцию этой поверхности на вертикальную плоскость). При этом изменением давления по высоте пренебрегают и ведут расчет по наибольшему давлению  $p = \rho \cdot g \cdot H$  у основания сосуда. Если же сосуд состоит из ряда отдельных поясов, за расчетное давление для каждого пояса принимают давление у нижней его кромки. Таким образом, получаем

$$P = p \cdot H \cdot D = \rho \cdot g \cdot H^2 \cdot D.$$

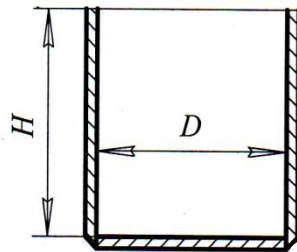


Рис. 18. Вертикальный цилиндрический сосуд

Для определения толщины стенок имеем условие

$$\rho \cdot g \cdot H^2 \cdot D = 2 \cdot H \cdot \delta \cdot \sigma_p,$$

откуда

$$\delta = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot D}{2 \cdot \sigma_p}. \quad (48)$$

Определим толщину стенок сосуда из условия сопротивления разрывающему усилию, направленному вдоль оси сосуда (рис. 19). Разрывающее усилие в этом случае определяется произведением гидростатического давления в сосуде у его крышки или днища на проекцию поверхности этой крышки на плоскость, нормальную к оси сосуда,

$$P = p \cdot S = p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}.$$

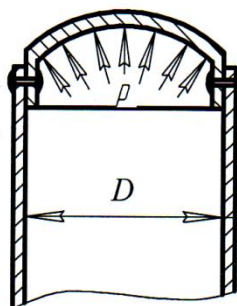


Рис. 19. Сосуд воспринимающий разрывающее усилие вдоль оси.

Сечение же, по которому возможен отрыв крышки от цилиндрической части сосуда, определяется выражением

$$F = \pi \cdot D \cdot \delta'.$$

Следовательно,

$$p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \pi \cdot D \cdot \delta' \cdot \sigma_p$$

и толщина стенок

$$\delta' = \frac{p \cdot D}{4 \cdot \sigma_p}. \quad (49)$$

т. е. получается в два раза меньше, чем в первом случае.

Таким образом, наиболее опасным с точки зрения прочности является разрыв сосуда в продольном направлении, и поэтому толщину стенок следует определять по формуле (47); выражение же (49) применяется при расчетах поперечных швов.

Необходимо иметь в виду, что полученные здесь зависимости применимы без поправок лишь к расчетам цельнотянутых или сварных сосудов. В случае клепанных сосудов необходимо учитывать неизбежное ослабление материала склепываемых листов заклепочным швом введением в расчетные формулы коэффициента прочности заклепочного шва  $\phi$ . Значение этого коэффициента устанавливается в зависимости от типа заклепочного шва и представляет собой

отвлеченное число, всегда меньше единицы ( $\varphi = 0,6 \div 0,75$ ). Кроме того, принимая во внимание неизбежность коррозии и требования технологии процесса клепки, получаемую расчетом толщину стенок еще несколько увеличивают на так называемый производственный припуск  $a = 1 \div 3$  мм.

С учетом припуска формулы (47) и (49) принимают вид

$$\delta = \frac{p \cdot D}{2 \cdot \sigma_p \cdot \varphi} + a,$$

$$\delta' = \frac{p \cdot D}{4 \cdot \sigma_p \cdot \varphi} + a.$$

Для определения результирующей силы  $R$ , действующей в колене трубы, рассмотрим рис. 20.

$$P_1 = P_2 = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot p}{4}, \quad (50)$$

Так как силы направлены под углом  $\alpha$ , то сила

$$R = 2 \cdot p \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi \cdot D^2}{2} p \cdot \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (51)$$

Влиянием веса труб в расчетах пренебрегаем.

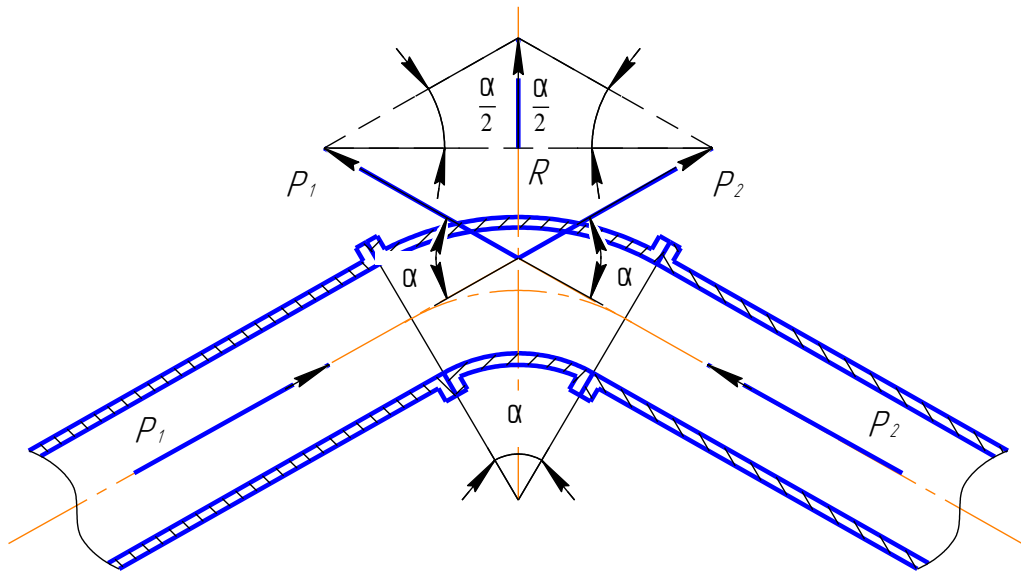


Рис. 20. К определению силы в колене трубы

## 1.12. Закон Архимеда и плавание тел

Пусть тело произвольной формы полностью погружено в жидкость (рис. 21). Выделим цилиндрическую часть этого тела с бесконечно малой площадью поперечного сечения.

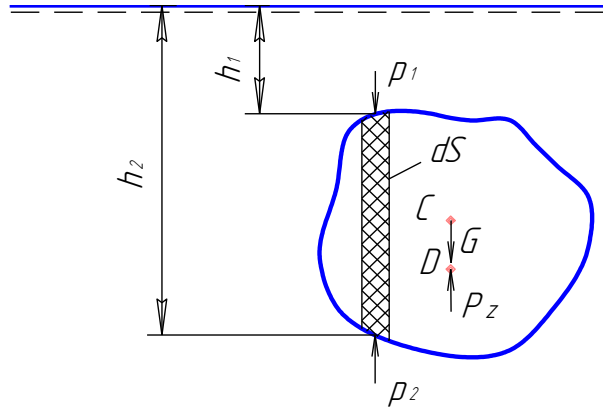


Рис. 21. К определению гидростатической подъемной силы

Сила давления, действующая на цилиндрическую часть тела:

$$dP_z = (p_2 - p_1) \cdot dS, \quad (52)$$

где  $p_1, p_2$  - давления, действующие на верхнее и нижнее основания цилиндра, Па;

$dS$  - площадь верхнего и нижнего оснований цилиндра,  $\text{м}^2$ .

Из основного закона гидростатики следует

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1), \quad (53)$$

где  $h_1, h_2$  - глубина погружения верхнего и нижнего оснований цилиндра, м;

$\rho$  - плотность жидкости, в которой расположено тело,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

Для силы давления, действующей на тело произвольной формы можно написать

$$P_z = Y = \rho \cdot g \int_0^S (h_2 - h_1) dS = \rho \cdot g \cdot V, \quad (54)$$

где  $V$  - объем тела,  $\text{м}^3$ ;

$Y$  - гидростатическая подъемная сила, поддерживающая сила, или архимедова сила, Н.

Полученный результат представляет собой математическое выражение закона Архимеда:

*На тело, погруженное в жидкость, действует поддерживающая (гидростатическая подъемная) сила, направленная вверх и численно равная силе тяжести вытесненной жидкости.*

Точка приложения гидростатической подъемной силы - центр давления (точка  $D$ ). Плавание тел в жидкости определяется величиной двух сил: силы тяжести и гидростатической подъемной силы.

Сила тяжести тела

$$G = \rho_m \cdot g \cdot V, \quad (55)$$

где  $\rho_m$  - плотность тела,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

Сила тяжести тела приложена в его центре тяжести (точка  $C$ ), если сила тяжести тела больше гидростатической подъемной силы, то оно тонет, а если  $G < Y$  – всплывает. Когда эти две силы равны  $G = Y$ , тело плавает.

### 1.13. Остойчивость тел

Различают остойчивость тел, полностью погруженных в жидкость (подводное плавание), и остойчивость тел, плавающих на свободной поверхности жидкости (надводное плавание).

Точка приложения силы тяжести тела  $G$  называется **центром тяжести тела** и обозначается буквой  $C$ .

**Центр водоизмещения**, или **центр давления**, располагается в центре тяжести объема водоизмещения и обозначается буквой  $D$ .

Условно считают, что подъемная сила  $P_z$  приложена в центре давления, т.е. в точке  $D$ .

В общем случае центр тяжести и центр давления не совпадают.

Линия, проходящая через центр тяжести тела  $C$  и центр водоизмещения  $D$  и соответствующая нормальному положению тела, называется **осью плавания** (рис. 22).

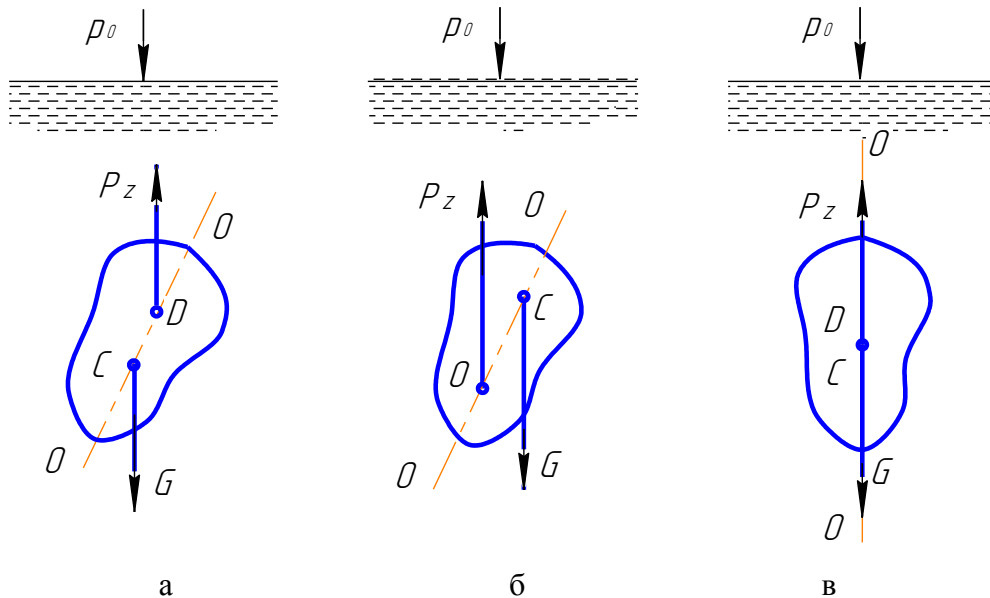


Рис. 22. К вопросу об остойчивости тел

Условия остойчивости сводятся к следующим основным положениям:

- если пара сил (вес тела  $G$  и подъемная сила  $P_z$ ) при крене тела стремится уменьшить крен и вернуть тело в первоначальное положение, то такое положение будет остойчивым;
- если пара сил (вес тела  $G$  и подъемная сила  $P_z$ ) стремится этот крен увеличить, то положение тела будет нестойчивым.

Рассмотрим три случая остойчивости тел, погруженных в жидкость:

- 1) *центр тяжести тела С находится ниже центра водоизмещения D* (рис. 22, а). В этом случае образуется пара сил, стремящаяся после крена вернуть тело в первоначальное положение; следовательно, имеет место устойчивое равновесие;
- 2) *центр тяжести тела С находится выше центра водоизмещения D* (рис. 22, б). В этом случае образуется пара сил, которая стремится увеличить крен тела; следовательно, имеет место неустойчивое равновесие;
- 3) *при совпадении центра тяжести С и центра водоизмещения D* (рис. 22, в). Пара сил отсутствует, и имеет место случай безразличного равновесия, при котором тело будет сохранять заданное ему положение.

### **Примеры решения задач к темам главы 1**

**Задача 1.** Определить абсолютное и манометрическое гидростатическое давление в точке *A* (рис. 23), расположенной в воде на глубине  $h_A = 2,5$  м, пьезометрическую высоту для точки *A* при абсолютном гидростатическом давлении на

поверхности  $p_0 = 1,5 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$ .

#### **Решение.**

Абсолютное гидростатическое давление в точке *A* по основному уравнению гидростатики

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_A,$$

где  $p_0$  - давление на свободной поверхности воды,

$$p_0 = 1,5 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} = 151988 \text{ Па};$$

$\rho$  - плотность воды при нормальных условиях,  $\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;

$g$  - ускорение свободного падения,  $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

$$p = 151988 + 1000 \cdot 9,8 \cdot 2,5 = 1764875 \text{ Па}.$$

Манометрическое давление в точке *A*

$$p_m = p - p_{атм}$$

$$p_m = 1764875 - 101325 = 751625 \text{ Па}.$$

Пьезометрическая высота для точки *A*

$$h = \frac{p_m}{\rho g},$$

$$h = \frac{751625}{1000 \cdot 9,8} = 7,67 \text{ м вод. ст.}$$

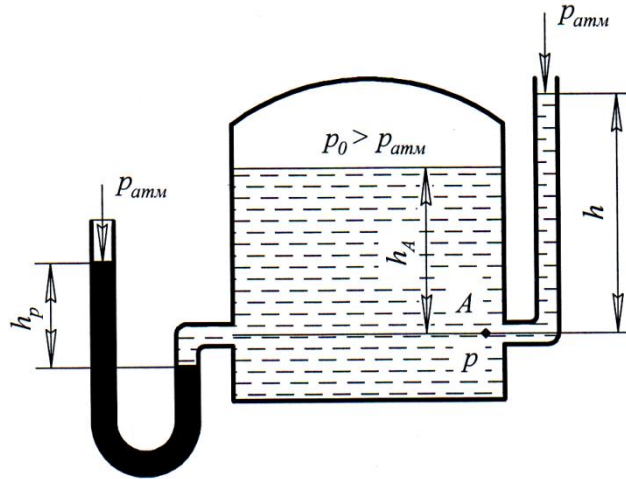


Рис. 23. К задаче 1

Равенство давлений в ртути и воде на поверхности раздела

$$p_0 + \rho g h_A = p_{атм} + \rho_p g h_p$$

приводит к выводу, что манометрическое давление в точке  $A$  уравнивается весом столба ртути высотой  $h_p$  над поверхностью раздела:

$$p_0 + \rho g h_A - p_{атм} = p_m = \rho_p g h_p.$$

Следовательно, пьезометрическая высота ртутного столба (плотность ртути при нормальных условиях,  $\rho_p = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ )

$$h_p = \frac{751625}{13600 \cdot 9,8} = 0,56 \text{ м рт. ст.}$$

**Задача 2.** Определить давление пара в цилиндре поршневого парового насоса (рис. 24, золотниковая коробка, обеспечивающая возвратно-поступательное движение поршня в паровом цилиндре, не показана), необходимое для подачи воды на высоту  $H = 58$  м. Диаметры цилиндров:  $d_1 = 0,3$  м,  $d_2 = 0,18$  м.

**Решение.**

Суммарная сила, передаваемая по штоку от поршня парового цилиндра,

$$P = p_1 \cdot S_1,$$

где  $p_1$  – гидростатическое давление,  $p_1 = p_m$ , Па;

$S_1$  – площадь 1-го поршня,  $\text{м}^2$ .

В соответствии с законом Паскаля гидростатическое давление в корпусе насоса

$$p_2 = \frac{P}{S_2} = \frac{p_1 \cdot S_1}{S_2},$$

где  $S_2$  – площадь второго поршня,  $\text{м}^2$ .

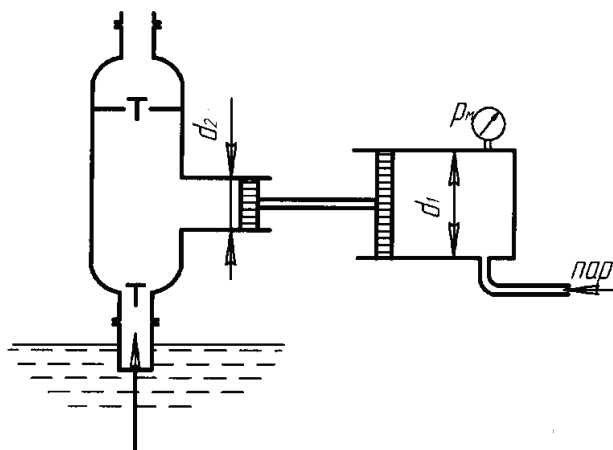


Рис. 24. К задаче 2

Искомое давление в паровом цилиндре

$$p_1 = p_2 \cdot \frac{S_2}{S_1} = p_2 \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

Гидростатическое давление в корпусе насоса

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot H,$$

где  $H$  – высота подъема жидкости, м.

Тогда давление пара в цилиндре:

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

$$p_1 = 1000 \cdot 9,81 \cdot 58 \cdot \frac{0,18^2}{0,3^2} = 204832,8 \text{ Па} = 204,8 \text{ кПа}.$$

**Задача 3.** Вертикальный щит, перегораживающий прямоугольный канал (рис. 25) шириной  $b = 0,8$  м, изготовлен из пяти досок шириной  $a = 30$  см. Определить толщину доски, считая допускаемое напряжение для дерева  $\sigma = 7$  МПа. Глубина воды в канале  $h = 1,45$  м.

**Решение.**

Рассмотрим наиболее нагруженную нижнюю доску. Принимая давление на каждую единицу площади нижней доски одинаковым.

Нижняя доска работает как балка на двух опорах пролетом  $b = 0,8$  м, на которую действует равномерно распределенная нагрузка

$$q = \rho g h a,$$

где  $a$  – ширина доски, м;

$$q = 1000 \cdot 9,8 \cdot 1,45 \cdot 0,3 = 4270 \text{ Па}.$$

Изгибающий момент по середине пролета



$$M = \frac{ql^2}{8},$$

$$M = \frac{4270 \cdot 0,8^2}{8} = 342 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

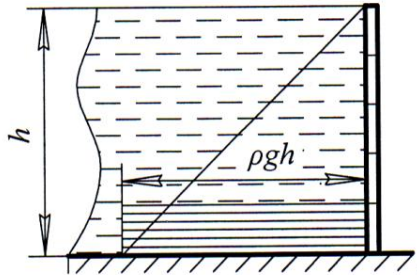


Рис. 25. К задачам 3 и 5

Толщину доски определяем из условия прочности ее на изгиб

$$\sigma \geq \frac{M}{W},$$

где  $W$  – момент сопротивления доски

$$W = \frac{at^2}{6};$$

$t$  – толщина доски, м.

Тогда толщина доски

$$t \geq \sqrt{\frac{6M}{a\sigma}},$$

$$t \geq \sqrt{\frac{6 \cdot 342}{0,3 \cdot 7 \cdot 10^6}} \approx 0,032 \text{ м} = 3,2 \text{ см}.$$

**Задача 4.** Проверить устойчивость плотин на опрокидывание (рис. 26) при трех различных соотношениях между плотностью кладки и плотностью воды:

$$\frac{\rho_k}{\rho_v} < 2; \frac{\rho_k}{\rho_v} = 2; \frac{\rho_k}{\rho_v} > 2.$$

**Решение:**

Расчет произведем на 1 м ширины плотины. Коэффициент устойчивости для первого варианта плотины (рис. 26, а). Удерживающими силами для него являются:

- вес кладки

$$G_k = \rho_k g h_0 S,$$

где  $h_0$  – положение центра тяжести плотины, м

$$h_0 = \frac{a}{2};$$

$S$  – площадь плотины, м<sup>2</sup>,

$$S = a \cdot 1.$$

$$G_k = \rho_k g \frac{a^2}{2}.$$

- вес столба воды над плотинной (треугольная призма)

$$G_e = \rho_e g \frac{a^2}{2}.$$

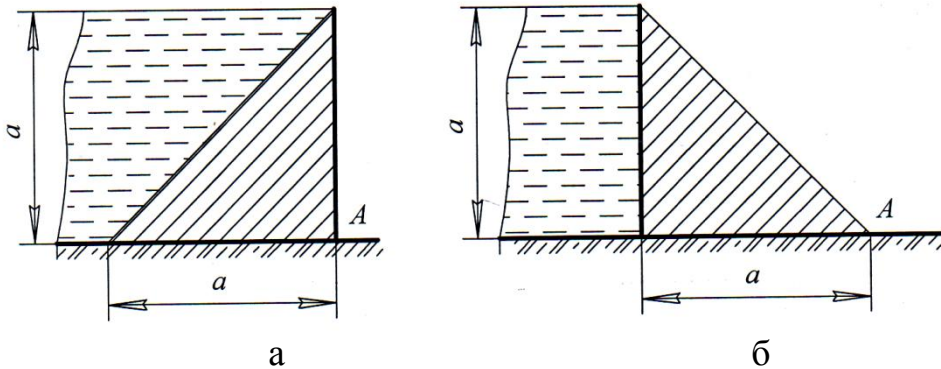


Рис. 26. К задаче 4

Опрокидывающей силой является горизонтальная составляющая силы гидростатического давления воды

$$P = \rho_e g h_y S = \rho_e g \frac{a^2}{2}.$$

Удерживающий момент состоит из моментов сил  $G_k$  и  $G_e$  относительно возможной точки опрокидывания  $A$

$$M_y = G_k \frac{1}{3} a + G_e \frac{2}{3} a = \rho_k g \frac{a^3}{6} + \rho_e g \frac{a^3}{3}.$$

Опрокидывающий момент

$$M_o = P \frac{a}{3} = \rho_e g \frac{a^3}{6}.$$

Коэффициент устойчивости

$$k_y = \frac{M_y}{M_o} = \frac{\rho_k g \frac{a^3}{6} + \rho_e g \frac{a^3}{3}}{\rho_e g \frac{a^3}{6}} = 2 + \frac{\rho_k}{\rho_e}.$$

Для второго варианта (рис. 26, б)

$$M'_y = G_k \frac{2}{3} a = \rho_k g \frac{a^3}{3};$$

$$M'_o = P \frac{a}{3} = \rho_g g \frac{a^3}{6};$$

$$k'_y = 2 \frac{\rho_k}{\rho_g}.$$

Сравнивая  $k_y$  и  $k'_y$ , видим, что при  $\frac{\rho_k}{\rho_g} < 2$  более устойчивой является пло-

тина, выполненная по первому варианту; при  $\frac{\rho_k}{\rho_g} = 2$  оба варианта равноустой-

чивы; при  $\frac{\rho_k}{\rho_g} > 2$  более устойчивой является плотина, выполненная по второму варианту.

**Задача 5.** Определить силу суммарного давления воды на плоский щит, перекрывающий канал, и усилие, которое нужно приложить для подъема щита. Ширина канала  $b = 1,8$  м, глубина воды в нем  $h = 2,2$  м. Вес щита  $G = 15$  кН (рис. 25). Коэффициент трения щита по опорам  $f = 0,25$ .

**Решение.**

Сила суммарного давления на щит

$$P = p_c S = \rho g h_0 S = \rho g \frac{h^2}{2} b.$$

Построим эпюру избыточного гидростатического давления. В точке  $B$  гидростатическое давление

$$p_B = \rho g h.$$

Отложим от точки  $B$  в направлении, перпендикулярном щиту, величину  $p_B$  (со стороны действия давления) и соединим начало полученного вектора (точку  $C$ ) с точкой  $A$ . Полученный треугольник  $ABC$  – эпюра гидростатического давления.

По эпюре гидростатического давления определим силу суммарного давления на щит, равную объему этой эпюры:

$$P = S_{ABC} b = \frac{AB \cdot BC}{2} b = \frac{\rho g h^2}{2} b.$$

Полученная формула одинакова с ранее полученной. Подставляя в эту формулу заданные величины, находим

$$P = 1000 \cdot 9,8 \cdot \frac{2,2^2}{2} \cdot 1,8 = 42,6 \text{ кН.}$$

Усилие, необходимое для подъема щита

$$T = G + fP = 15 + 0,25 \cdot 42,6 = 26,6 \text{ кН.}$$

**Задача 6.** Построить эпюру гидростатического давления на ломанную стенку резервуара и определить силы суммарных давлений и точки их приложения на участок ломанной стенки  $ABC$  (рис. 27) длиной 1 м,  $H_1 = 1,5$  м,  $H_2 = 3,5$  м,  $\alpha = 30^\circ$ .

**Решение.**

Избыточное гидростатическое давление

- в точка  $A$

$$p_A = \rho g (H_1 + H_2),$$

$$p_A = 1000 \cdot 9,8 \cdot (1,5 + 3,5) = 49,05 \text{ кПа};$$

- в точке  $B$

$$p_B = \rho g H_2,$$

$$p_B = 1000 \cdot 9,8 \cdot 3,5 = 34,34 \text{ кПа.}$$

Для построения эпюры гидростатического давления на стенку  $CB$  из точки  $B$  в направлении, перпендикулярном стенке  $CB$ , откладываем в масштабе  $p_B = 34,34 \text{ кПа}$ . Полученную точку (со стороны действия давления) соединяем с точкой  $C$ .

Для построения эпюры гидростатического давления на стенку  $AB$  из точек  $A$  и  $B$  в направлениях, перпендикулярных стенке  $AB$ , откладываем в масштабе значения давлений. Полученные точки соединяем между собой (рис. 27).

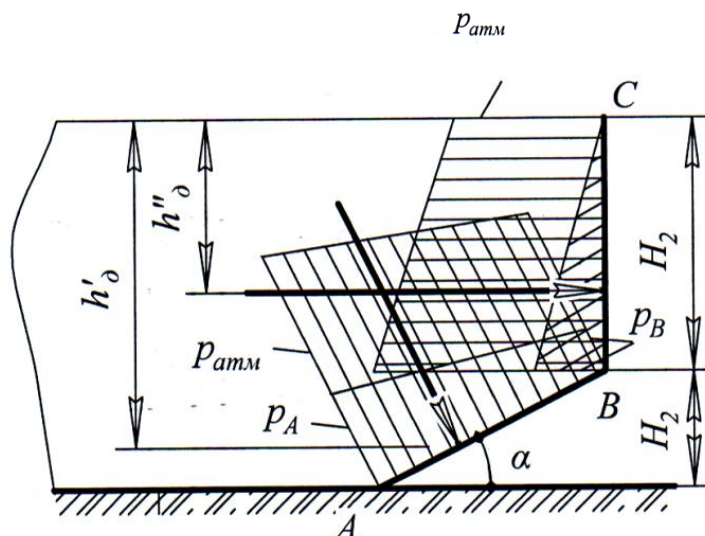


Рис. 27. К задаче 6

Абсолютные давления:

- в точке  $C$   $P_{абсC} = P_{атм} = 101,3 \text{ кПа};$

- в точке  $B$   $P_{абсB} = P_{атм} + p_B = 101,3 + 34,34 = 135,64 \text{ кПа};$

- в точке  $A$   $P_{абсA} = P_{атм} + p_B = 101,3 + 49,05 = 150,35 \text{ кПа}.$

Эпюры абсолютных давлений построены путем увеличения давления в каждой точке на  $P_{атм} = 101,3 \text{ кПа}$  (в принятом масштабе).

Сила суммарного давления на стенку  $AB$

$$P_{AB} = \rho g \cdot \left( \frac{H_1}{2} + H_2 \right) \cdot \frac{H_1}{\sin 30} \cdot 1,$$

$$P_{AB} = 1000 \cdot 9,8 \cdot \left( \frac{1,5}{2} + 3,5 \right) \cdot \frac{1,5}{\sin 30} \cdot 1 = 31,25 \text{ кН},$$

глубина погружения точки ее приложения

$$h'_d = h_c + \frac{I_c}{Sh_c} = h_c + \frac{H_1^2}{12h_c},$$

$$h'_d = 3,5 + \frac{1,5}{2} + \frac{1,5^2}{12 \cdot \left( 3,5 + \frac{1,5}{2} \right)} = 4,3 \text{ м}.$$

Сила суммарного давления на стенку  $BC$

$$P_{BC} = \rho g \cdot \frac{H_2}{2} H_2 \cdot 1,$$

$$P_{AB} = 1000 \cdot 9,8 \cdot \frac{3,5}{2} \cdot 3,5 = 60,2 \text{ кН},$$

глубина погружения точки ее приложения

$$h''_d = \frac{2}{3} H_2,$$

$$h'_d = \frac{2}{3} \cdot 3,5 = 2,33 \text{ м}.$$

**Задача 7.** Определить силу манометрического давления воды на единицу ширины круговой цилиндрической поверхности (рис. 28). Диаметр цилиндра  $d = 2 \text{ м}$ . Свободная поверхность совпадает с верхней образующей цилиндра.

**Решение.**

Равнодействующая сил давления жидкости на цилиндрическую поверхность

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}.$$

Горизонтальная составляющая  $P_x$  давления жидкости. Для ее определения проводим вертикальную прямую  $O_1 - O_1$  и строим прямоугольный треугольник с основанием  $\rho g h = \gamma h$  и высотой  $H = d$ . Этот треугольник представляет собой эпюру давления на плоскую вертикальную стенку  $O_1 - O_1$  или эпюру горизонтального давления на цилиндрическую поверхность.

Тогда горизонтальная составляющая силы давления жидкости

$$P_x = \frac{\rho g d^2}{2} b,$$

$$P_x = \frac{1000 \cdot 9,8 \cdot 2^2}{2} \cdot 1 = 19600 \text{ Н}.$$

Сила давления  $P_x$  проходит через центр тяжести эпюры, следовательно, от свободной поверхности на глубине  $\frac{2}{3}H = \frac{2}{3}d = 1,33$  м.

Вертикальная составляющая  $P_z$  давления жидкости. Величина  $P_z$  равна весу жидкости в объеме полуцилиндра  $ABMA$ , погруженного в воду и направлена вверх. Геометрическая сумма двух эпюр: эпюры  $BB_1AB$  – давление жидкости на четверть цилиндра сверху и эпюры  $MBB_1AM$  – давления жидкости на четверть цилиндра снизу (рис. 28). Таким образом, величина  $P_z$

$$P_z = \frac{1}{2} \rho g \frac{\pi d^2}{4} b,$$

$$P_z = \frac{1000 \cdot 9,8}{2} \cdot \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} \cdot 1 = 16400 \text{ Н}.$$

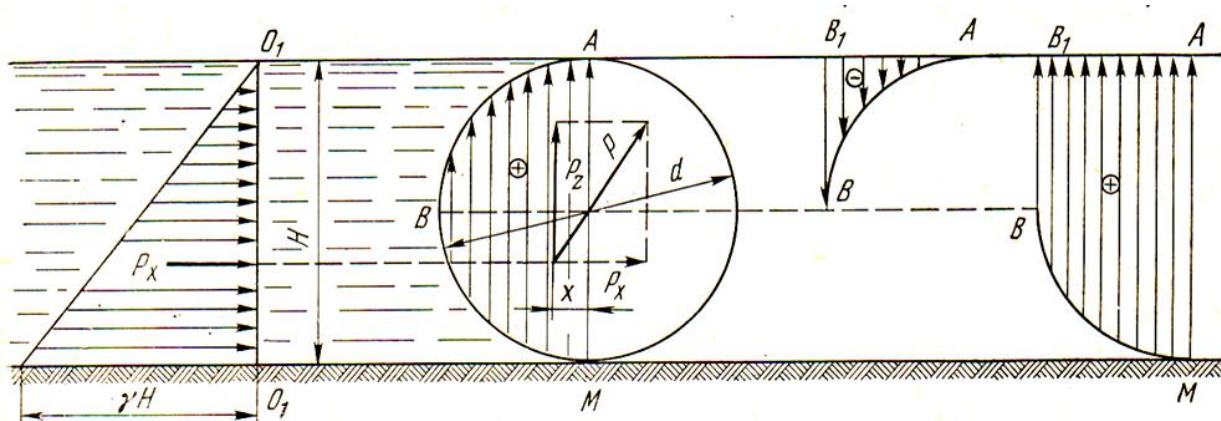


Рис. 28. К задаче 7

Сила  $P_z$  приложена в центре тяжести полуцилиндра, т. е. на расстоянии  $x$  от плоскости  $AM$

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{d}{\pi},$$

$$x = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3,14} = 0,425 \text{ м.}$$

Равнодействующая сил давления жидкости на цилиндрическую поверхность

$$P = \sqrt{19600^2 + 16400^2} = 25556 \text{ Н.}$$

Положение линии действия силы  $P$ . Обозначим плечо силы относительно оси вращения цилиндра через  $s$  и для определения его запишем уравнение моментов относительно оси вращения цилиндра

$$Ps = P_x \left( z - \frac{d}{2} \right) - P_z x,$$

$$Ps = \frac{\rho g}{2} d^2 b \cdot \left( \frac{2}{3} d - \frac{d}{2} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \rho g b \frac{2}{3} \cdot \frac{d}{\pi} = 0.$$

Так как  $P \neq 0$ , то, следовательно,  $s = 0$ , т. е. сила проходит через ось вращения цилиндра.

**Задача 8.** Определить силы  $P_x$  и  $P_y$ , стремящиеся разорвать торцовую, полусферическую часть цистерны (рис. 29) диаметром  $D = 3$  м, заполненной нефтью (плотность нефти  $\rho_n = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ), по сечениям 1 - 1 и 2 - 2. Уровень нефти находится на высоте  $h_1 = 0,5$  м над цилиндрической частью цистерны.

**Решение.**

Сила  $P_x$  равна силе горизонтального давления нефти на полусферу, т. е. силе давления на вертикальную проекцию смоченной поверхности

$$P_x = \rho_n g \cdot \left( h_1 + \frac{D}{2} \right) \cdot \frac{\pi D^2}{4},$$

$$P_x = 800 \cdot 9,8 \cdot \left( 0,5 + \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 110779 \text{ Н.}$$

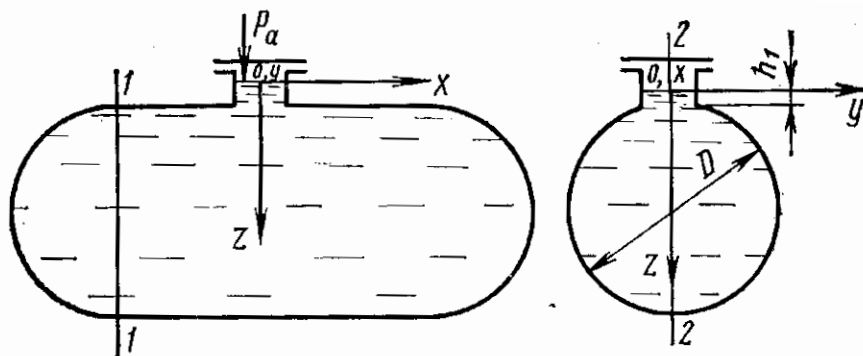


Рис. 29. К задаче 8

Сила  $P_y$  равна силе горизонтального давления нефти вдоль оси  $y$  на правую или левую половинки полусферы или на их вертикальную проекцию, т. е. полукруг диаметром  $D$

$$P_y = \rho_n g \cdot \left( h_1 + \frac{D}{2} \right) \cdot \frac{\pi D^2}{8},$$

$$P_y = 800 \cdot 9,8 \cdot \left( 0,5 + \frac{3}{2} \right) \cdot \frac{3,14 \cdot 3^2}{8} = 55389 \text{ Н.}$$

**Задача 9.** Определить осадку и остойчивость бруса, плавающего в реке (рис. 30). Поперечные размеры бруса  $h = 0,3$  м и  $b = 0,2$  м, а длина  $l = 6$  м, объемный вес намокшей сосны  $\gamma_c = 800 \frac{\text{кгс}}{\text{м}^3}$  и речной воды  $\gamma_e = 1000 \frac{\text{кгс}}{\text{м}^3}$ .

*Решение.*

Осадка бруса. Воспользуемся уравнением

$$P_z = \gamma W,$$

где  $W$  – объем воды, вытесненной брусом,  $\text{м}^3$

$$W = xbl.$$

Вес бруса

$$G = \gamma_c hbl.$$

Тогда условие плавания бруса

$$\gamma_e xbl = \gamma_c hbl,$$

$$x = h \frac{\gamma_c}{\gamma_e},$$

$$x = h \frac{\gamma_c}{\gamma_e} = 0,3 \frac{800}{1000} = 0,24 \text{ м.}$$

Эксцентриситет плавающего бруса. Центр тяжести бруса  $C$  относительно его нижней грани расположен на расстоянии половины высоты бруса  $\frac{h}{2}$ , а центр давления  $D - \frac{x}{2}$ , т. е.  $e = 0,03$  м. Метацентрический радиус

$$R_m = \frac{I_x}{W} = \frac{lb^3}{12xbl} = \frac{b^2}{12x},$$

$$R_m = \frac{0,202^2}{12 \cdot 0,24} = 0,014 \text{ м.}$$



Так как  $e = 0,03 > R_m = 0,014$  м, то положение плавающего бруса будет неустойчивое. Определим ширину бруса, при которой он будет в устойчивом положении. Осадка бруса не зависит от его ширины и поэтому по-прежнему  $x = 0,24$  м и  $e = 0,03$  м. Для условия устойчивости необходимо, чтобы  $e < R_m$  или в данном случае

$$0,03 < \frac{b^2}{12x},$$

$$b > \sqrt{12 \cdot 0,24 \cdot 0,03} = 0,29 \text{ м.}$$

Таким образом, при ширине  $b > 0,29$  м брус всегда будет в устойчивом положении.

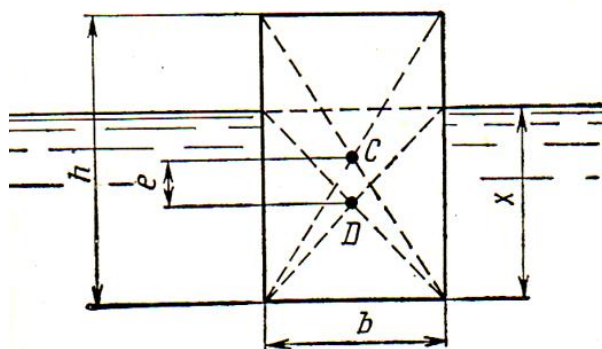


Рис. 30. К задаче 9

### Контрольные вопросы к темам главы 1

1. Гидравлика: определение, решаемые задачи.
2. Представление жидкости в гидравлике. Гипотеза сплошности жидкостей.
3. Пути развития механики жидкости. Основной метод исследования движения жидкостей.
4. Физические свойства жидкостей.
5. Вязкость жидкости. Закон Ньютона.
6. Силы, действующие в покоящейся жидкости.
7. Гидростатическое давление и его свойства.
8. Дифференциальные уравнения равновесия покоящейся жидкости (уравнения Эйлера).
9. Покой жидкости под действие силы тяжести.
10. Основное уравнение гидростатики. Физический смысл.
11. Измерение давления. Пьезометры.
12. Виды манометров. Принцип действия жидкостных манометров.
13. Закон Паскаля. Эксплуатационные свойства рабочих жидкостей.
14. Сила давления жидкости на плоскую стенку. Гидростатический парадокс.
15. Сила давления жидкости на наклонную плоскую поверхность.
16. Центр давления.
17. Сила давление жидкости на криволинейную поверхность.
18. Определение толщины стенок трубопровода, воспринимающего внутреннее давление.
19. Определение толщины стенок вертикального цилиндрического сосуда, воспринимающего внутреннее давление.
20. Силы, действующие в колене трубопровода.
21. Закон Архимеда и плавание тел.
22. Устойчивость плавающих тел.