Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №37 города Смоленска

Обучение решению задач младших школьников в условиях реализации требований ФГОС

учитель начальных классов:

Матвеева Ирина Осиповна

2014

Содержание

Введение.

Обучение решению задач в начальной школе является традицией русской методической школы. Первый русский учебник по математике для детей младшего возраста Л. Ф. Магницкого «Арифметика» (1703 г.) содержал практически все виды задач, включаемые сегодня в учебники математики начальных классов. В то же время для большинства детей решение задач является наиболее проблемной частью изучения математики.

Цель данной работы: раскрыть проблему обучения решению задач, выявить основные причины допускаемых детьми ошибок в решении задач. Для раскрытия данной проблемы необходимо решить ряд задач: изучить теорию вопроса, опыт ведущих педагогов-методистов; проверить эффективность обучения решению задач на практике, адаптировав его для своего класса.

Решению текстовых задач в современной школе уделяется большое внимание. Это обусловлено следующим:

1. В сюжетах находят отражение практические ситуации, имеющие место в жизни ребенка. Это помогает ему осознать реальные количественные отношения между различными объектами (величинами) и тем самым углубить и расширить свои представления о реальной действительности. Например, подсчитать стоимость покупки, ремонта квартиры, вычислить, в какое время надо выйти, чтобы не опоздать на поезд, и т. п.

2. В процессе их решения у ребенка можно формировать умения, необходимые для решения любой математической задачи (выделять данные и искомое, условие и вопрос, устанавливать зависимость между ними, строить умозаключения, моделировать, проверять полученный результат).

3. Сам процесс решения задач при определенной методике оказывает влияние на умственное развитие школьников, поскольку он требует выполнения умственных операций: анализа и синтеза, конкретизации и абстрагирования, сравнения, обобщения.

Вопрос о роли задач в начальном курсе математики теоретически является дискуссионным, поскольку, с одной стороны, обучение решению задач рассматривается как **цель** обучения (ребенок должен уметь решать задачи!), а с другой стороны, процесс обучения решению задач рассматривается как **способ** интеллектуального развития ребенка.

Сторонники первого подхода придерживаются четкой иерархии в построении системы обучения решению задач: в нарастании сложности задач, четком разграничении типов задач с целью прочного усвоения детьми способов решения этих типов задач.

Другой подход требует при подборе задач ориентироваться на определенные интеллектуальные действия, которые могут формироваться при работе над задачей. Этот подход требует учить детей выполнять семантический и структурный анализ текста задачи вне зависимости от ее типа и количества действий, выявлять взаимосвязи между условием и вопросом, данными и искомым.

В этом случае обучение решению задач будет являться *средством интеллектуального развития ребенка.* При этом предполагается, что результатом этого интеллектуального развития будет являться умение решать задачи любого типа и уровня сложности.

Само по себе решение задачи создает условия для фиксации ребенком собственных представлений через ее моделирование, что позволяет ему неоднократно вернуться к прошлым переживаниям и умозаключениям, занимая по отношению к ним каждый раз новую позицию.

Формирование умения решать задачи у детей младшего школьного возраста является глобальной задачей индивидуально-личностного развития. Способность ребенка решать задачи можно рассматривать как психическое новообразование.

Анализ методической литературы

При написании данной работы я использовала «Методику преподавания математики в начальных классах» под редакцией Бантовой М. А., Бельтюковой Г. В., под редакцией Истоминой Н. Б., а так же «Методику обучения математики в 1-3 классах» под редакцией Моро М. И., Пышкало А.М., которые позволили мне раскрыть общие вопросы методики обучения решению задач, определить роль и место задачи в начальном курсе математики. Методические рекомендации в книге «Обучаем по системе Л. В. Занкова. Первый класс» под редакцией Аргинской И. И. и др. характеризуют новый подход к обучению решению задач в подготовительный период обучения, который нашел свою модификацию в технологии Н. Б. Истоминой. Анализ статей Царевой С. Е. «Обучение решению задач» в журнале «Начальная школа» позволил выделить этапы решения задач и приемы их выполнения. Опираясь на статьи Белошистой А. В. «Прием графического моделирования при обучении решению задач», Целищева И. И «Моделирование в процессе решения задач» в журнале «Начальная школа», мною описаны приемы моделирования. Изложить систему работы над задачами на движение помогла статья Холомкиной А. И. «Решение задач на движение» в журнале «Начальная школа».

Общие вопросы методики обучения решению задач в начальной школе.

1. Вопросы обучения решению задач.

Приступая к описанию методики обучения решению задач, отметим, прежде всего существенные различия между понятиями *«обучение решению задач» и «решение задач»*.

Необходимость такого различения вызвана тем, что в методической литературе и в практике обучения эти понятия часто отождествляются, а вопрос «Как научить решать задачи?» подменяется вопросом «Как решать задачи на уроке?», методика обучения решению задач сводится к методике решения задач. Такое отождествление небезобидно. Оно приводит к ориентации работы учителя на получение ответов на вопросы задач, а не на формирование умения решать задачи, к направленности деятельности учащихся на решение конкретной задачи, а не на овладение способом решения. По этой причине до сих пор не используются должным образом богатые резервы формирования умения решать задачи, имеющиеся в разнообразных видах работы над задачами, отличных от решения задач. По этой же причине среди части учителей все еще распространено мнение, что любая задача, включенная в урок, должна быть обязательно решена на уроке, решение доведено до конца и записано соответствующим образом. В результате деятельность учащихся на уроке зачастую однообразна, так как наполнена большим объемом механической и непродуктивной работы.

*Обучение решению задач – это специально организованное взаимодействие учителя и учащихся, цель которого – формирование у учащихся умения решать задачи.**

Чтобы выявить характер и условия такого взаимодействия, нужно разобраться в том, что значит умение решать задачи.

Любое умение – это качество человека, а именно: его готовность и возможность успешно осуществлять определенные действия. В методической литературе принято выделять два основных типа умения решать задачи:

- *общее умение решать задачи;*
- *умение решать задачи определенного вида (частное умение решать задачи).*

Чтобы успешно формировать эти умения, нужно знать, в чем и как они проявляются, какова их структура и какие компоненты являются вариативными, изменяемыми, а какие – неизменяемыми. Постараемся ответить на эти вопросы.

Общее умение решать задачи проявляется при решении человеком (испытуемым) незнакомой задачи, т. е. задачи такого вида, способ решения которой неизвестен решающему.

По характеру поведения при встрече с незнакомой задачей всех учащихся можно разделить на две группы:

- отказывающиеся от попыток решения задачи на том основании, что «такие задачи не решали, поэтому не знают, как их решать»;

Царева С. Е. Обучение решению задач// Начальная школа. - 1997. - №11. – с.102.

- приступающие к решению, а именно: к осмыслению и преобразованию задачи с помощью разнообразных приемов и средств, с целью отыскания пути решения.

Учащиеся, относящиеся к первой группе после осознания того, что способ решения задачи неизвестен, никаких действий по решению задачи не совершают. Это означает, что общее умение решать задачи у них отсутствует, находится на нулевом уровне.

Учащиеся, которые относятся ко второй группе, либо отыскивают путь решения и получают ответ на вопрос задачи, либо отказываются от продолжения решения после выполнения некоторой его части и осознания причин невозможности решения: «Я не могу решить эту задачу, так как не знаю точно, что означают в этой задаче слова…» Эти учащиеся владеют общим умением решать задачи. Показателем уровня или степени владения этим умением является как уровень сложности решаемых задач, так и характер деятельности по решению задач.

При формировании общего умения решать задачи предметом изучения и основным содержанием обучения являются задачи (в широком смысле слова), процесс решения задач, способы решения задач, приемы, помогающие осуществлению каждого этапа и всего процесса решения в целом

Умение решать задачи определенных видов состоит из:
- знаний о видах задач, способах решения задач каждого вида;
- умения «узнать» задачу данного вида и выбрать соответствующий ей способ решения.

Обучение умению решать задачи определенных видов включает в себя усвоение детьми сведений о видах задач, способов решения задач каждого вида; выработку умения выделять задачи соответствующих видов, выбирать способы решения, адекватные виду задачи.

При формировании у учащихся умения решать задачи определенных видов предметом изучения и основным содержанием обучения являются виды задач, способы и образцы решения задач конкретных видов.

В истории методики математики издавна идет спор – учить ли детей решать задачи определенных видов или, не выделяя видов задач, учить решать любые задачи. Положительный ответ давался то на первый, то на второй вопросы. С начала тридцатых и до конца шестидесятых годов в отечественной педагогике приоритет отдавался обучению решению задач определенных видов (типов). С семидесятых годов главной целью провозглашено: формирование общего умения решать задачи.

Представляемый подход и соответствующая технология строятся на утверждении, что необходимо формирование *обоих умений.* Такое формирование возможно при сочетании трех линий в содержании и организации деятельности учащихся:
- накопление опыта решения разнообразных задач как с осознанием процесса и способа решения, так и без такого осознания, на интуитивной основе;
- овладение компонентами общего умения решать задачи в специально организованной для этого деятельности;

- выработка умения решать все виды простых задач и отдельные виды составных задач.

Исследование и практика показывают, что наиболее эффективно то обучение, в котором идут от накопления опыта решения разнообразных задач к обучению общим приемам, а от них – к овладению способами решения конкретных видов задач.

На *подготовительном этапе* у детей накапливается опыт, формируется представление о задаче, о процессе ее решения.

Особое место в обучении решению задач должно отводится *анализу процесса решения задачи.* С этой целью при решении задач необходимо постоянно обращать внимание детей на то, что помогло им решить задачу, что дети делали для того, чтобы решить задачу, что делали вначале, что – потом. Такая работа помогает учащимся понять не только процесс решения задачи, но и себя самого.

Полезно и проведение специальных уроков, на которых предметом обсуждения и осознания является процесс решения задачи, на котором дети ищут ответ на вопрос «Как мы решали задачу?» Здесь важен не только и не столько конечный результат, сколько сам процесс обсуждения, попытки каждого ребенка выстроить свою версию ответа на вопросы: «Как мы решали? Почему некоторые задачи «решаются», а другие – нет. Чем отличается процесс успешного решения от неуспешного?» В результате обсуждения приходим к выводу: для того, чтобы решить задачу, нужно:
- понять ее, т. е. понять смысл каждого слова в тексте задачи, понять, что с чем и как связано, что от чего зависит, т. е. понять о чем эта задача, о чем в задаче спрашивается, что про это известно и что неизвестно;
- наметить план решения, т. е. наметить, что и в какой последовательности делать, чтобы ответить на вопрос задачи;
- реализовать план;
- проверить, правильно ли найден ответ на вопрос задачи;
- выяснить, все ли возможные ответы найдены.

Всегда обращаем внимание детей на то, что главное при решении задачи – *понять ее.* Поэтому, приступая к решению задачи, полезно вначале не задавать себе вопрос: «Как решить эту задачу?», а задавать вопросы: «Что это за задача? О чем она? Что обозначает это слово? Что в задаче спрашивается?» Особое место в формировании умения решать задачи отводится обучению умению находить разные способы решения. Решение задачи по-разному – мощное средство постижения мира, осознания разнообразия свойств и отношений его элементов. Разные способы решения - средство развития познавательного интереса, умения отстаивать свою точку зрения, способности слышать и понимать друг друга.

Еще один аспект нашего подхода к обучению решению задач. Необходимо в процессе обучения специально ставить и обсуждать вопрос об отношениях между содержанием знаний и формами его выражения. Частным проявлением этого вопроса является вопрос о записи решения задачи. Известно, сколько копий ломается при оценке итоговых контрольных работ, при проверке тетрадей, сколько психологических травм получают дети, когда не могут вспомнить, как требуется записывать решение той или иной задачи.

Вопрос о записи решения имеет глобальное значение, является ключевой проблемой познания. Перед детьми ставится общий, в определенной мере вечный вопрос: «Зачем люди вообще пишут слова, тексты, какие-либо графические знаки?» Обсуждение детских версий приводит обычно к выделению нескольких ответов: «Чтобы сообщить что-либо кому-либо; чтобы удержать что-то в памяти; чтобы самому лучше в чем-либо разобраться; чтобы показать кому-либо свои знания и
умения, доказать, что ты в чем-то разбираешься; чтобы кто-то другой понял меня, понял, как я рассуждал, как действовал». Переводя эти ответы на решение задач, получаем, что и запись решения задачи делается для кого-то и для чего-то, а потому хорошая запись – это та, которая максимально выполняет свое назначение.

Проигрываем с детьми различные ситуации:
- Сегодня ты записываешь задачу и ее решение для того, чтобы тебе было легче с нею работать, легче решать.
- Решение задачи, которая дана тебе на карточке, запиши так, чтобы твой сосед по парте, прочитав задачу и запись ее решения, понял, как решается эта задача.
- Решение этой задачи запиши так, чтобы, посмотрев через неделю эту запись, ты мог бы понять, как она решается.
- решение этой задачи запиши так, чтобы каждый кто прочтет, рассмотрит запись, увидел, что ты знаешь, как решают задачи, что ты умеешь их решать.
- По записи решения этой задачи будем оценивать, умеешь ли ты решать задачу с помощью чертежа (с помощью арифметических действий).

Критерий оценки правильности записи в каждой ситуации различны. Если запись делаешь для себя, например, для облегчения собственной работы с задачей, то хороша та запись, которая тебе облегчила работу. Причем она хороша даже в том случае, если никому другому, кроме тебя не понятна и не нравится. Но если ты делаешь запись для соседа по парте, и твой сосед в ней ничего не понял или разобрался с трудом, значит, она плохая. Если ты делаешь запись решения задачи для кого-то, кого лично не знаешь, тогда нужно узнать, как принято записывать решение задач, какие существуют нормы записи, и записать решение в соответствии с этими нормами.

В результате такой работы с записью задач дети становятся более свободными в выборе форм записи. Эта работа не только привносит в решение задач элемент игры, но и способствует *познанию себя* («Что мне поможет при решении задачи? Какая форма записи помогает мне понять задачу?»), *познанию своих товарищей* («Какая форма записи поможет моему другу понять решение задачи?»), *познанию взрослых* («Как записать решение задачи так, чтобы оно понравилось учителю, чтобы он понял, как я решал задачу?»), *познанию общества* («Какие нормы записи решения задач приняты у нас?») Результаты обучения в соответствии с описанными идеями очень высоки, и даже неожиданны. Этот подход дает положительный результат в обучении решению задач.

1.1. Понятие «задача» в начальном курсе математики и этапы ее решения.

Взгляд на проблему обучение решению задач определяется прежде всего особенностями осознания сущности понятий *«задача», «процесс решения задачи», «решить задачу», «методы, приемы и способы решения задачи», «решение задачи»*. Именно содержание, смысл этих понятий определяет сущность данного подхода к проблеме обучения решению задач.

Понятие «задача» относится к числу широких общенаучных понятий. У большинства учителей начальных классов слово «задача» ассоциируется только с текстовыми сюжетными задачами, хотя в зависимости от области знаний, из которой взято содержание задач, их можно разделить на задачи математические, лингвистические, психологические, педагогические, экономические, задачи общения и т. д. Существует множество других классификаций задач: по характеру требования (задачи на нахождение искомого, на построение и конструирование, на доказательство), по методам и способам решения (арифметические, логические, практические, геометрические и т. п.).

Любая задача содержит в себе некоторую информацию о какой-либо области действительности и требование вывести, получить новую информацию об определенных компонентах той же области действительности, либо на основе данной информации построить новый объект, способ действия, либо установить, подтвердить или опровергнуть истинность некоторого утверждения.

Ту часть задачи, в которой задана информация, в методической литературе называют ***условием*** задачи. В стандартной формулировке условие выражается одним или несколькими повествовательными предложениями, содержащими численные компоненты (данные). Часть задачи, в которой указывается, что необходимо найти, узнать, построить, доказать, принято называть ***требованием*** задачи. В методической литературе для начальной школы чаще используется термин «*вопрос задачи*».

Требование задачи может быть выражено побудительным предложением (Найди площадь прямоугольника) или вопросительным (Чему равна площадь прямоугольника?) Одни численные компоненты в задаче заданы – они называются ***данные,*** другие необходимо найти – их называют ***искомые. Данные*** характеризуют количественные отношения предлагаемой в задаче ситуации: значения величин, численные характеристики отношений между ними.

В условии задачи указываются **связи** между данными числами, а также между данными и искомым – эти связи определяют ***выбор арифметических действий,*** необходимых для решения задачи.

В начальном курсе математики понятие «задача» обычно используется тогда, когда речь идет об арифметических задачах. Они формулируются в виде текста, в котором находят отражение количественные отношения между реальными объектами. Поэтому их называют «текстовыми», «сюжетными», «вычислительными». Исходя из этого, можно дать следующее определение данному понятию.

Задача – требование найти числовое значение искомой величины по числовым значениям данных величин и зависимости между ними, выраженных в словесной форме.

«Следует иметь в виду, что понятие «р е ш е н и е з а д а ч и» можно рассматривать с различных точек зрения: решение как результат, т. е. как ответ на вопрос, поставленный в задаче, и решение как процесс нахождения этого результата. С точки зрения методики обучения решению задач на первый план выступает процесс нахождения результата, который, в свою очередь, тоже можно рассматривать с различных точек зрения. Во-первых, как способ нахождения результата и, во-вторых, как последовательность тех действий, которые входят в тот или иной способ.»*

П р о ц е с с р е ш е н и я з а д а ч и – это переход от условия задачи к ответу на ее вопрос (к выполнению требования). Ответ на вопрос задачи или вывод о выполнении требования – результат процесса решения задачи. Иногда результатом решения может быть вывод о невозможности получения ответа на вопрос задачи (о невозможности выполнения требования).

Процесс решения может осуществляться с осознанием каждого шага или свернуто, интуитивно; вербально или без словесного выражения. В последнем случае ответ на вопрос задачи возникает в результате, как говорят, «озарения», догадки. При невербальном (без словесного описания) процесс решения задачи осуществляется через конструирование зрительных, слуховых или осязательных образов. В этом случае человек не всегда и не сразу может описать, как он решал задачу. Именно такое, невербальное решение задачи происходит в случае, когда ученик начальной школы, едва дослушав задачу до конца, верно называет ответ на вопрос задачи, но не может объяснить, как он его получил. В действительности он «увидел» всю задачную ситуацию и ответ на вопрос задачи. И такое решение задачи нужно считать верным, а в дальнейшем необходимо научить ребенка это внутреннее «зрительное» решение выражать в рисунке, в математической записи.

В понимании процесса решения задачи особую роль играет различение следующих вопросов и ответов на них:

Ч т о з н а ч и т р е ш и т ь (решать) з а д а ч у?

К а к м о ж н о р е ш и т ь (решать) з а д а ч у?

«Решить задачу – значит раскрыть связи между данными и искомым, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем выполнить арифметические действия и дать ответ на вопрос задачи».**

Решить задачу – это значит, на основе информации из условия задачи и содержания требования дать ответ на вопрос задачи соответствующий условию (выполнить требование задачи в соответствии с условием задачи). Этот смысл остается неизменным для любого вида задач, он не зависит от способов решения.

«Решать задачу – это значит выполнять действия – умственные, предметные, логические, речевые и т. д., направленные на достижение цели: найти ответ навопрос задачи, соответствующий условию (выполнить требование задачи в соответствии с условием)».*

* Истомина Н. Б. Методика преподавания математики в начальных классах. - М. – 1998. - с. 198.

** Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах. – М. - 1984. - с. 174.

На вопрос «Как решить (решать) задачу?» однозначного ответа нет и быть не может. Путей, методов, способов, приемов перехода от условия к вопросу, к выполнению требования любой задачи существует множество. Процессы решения одной и той же задачи разными людьми или одним и тем же человеком в разное время различны. Эти различия могут быть более или менее значительными, приводить к одинаковым или различным способам внешнего выражения процесса решения. Даже в случае, когда задача решается одним и тем же способом. Реальное его осуществление разными людьми различно, ибо каждый человек – индивидуальность, со своим неповторимым жизненным опытом, внутренним миром, способом эмоционального восприятия, характером и темпом мыслительных процессов, воображения, уровнем понимания каждого слова, понятия, термина, ситуации.

Сказанное не означает, что в ходе решения задач разными людьми нет ничего общего. Наоборот, логика, которой мы пользуемся и которая в нас заложена от природы, по существу одинакова у всех, но способы и формы ее проявления могут в значительной мере отличаться у разных людей и в разные периоды жизни, в разное время. Понимать это – значит признавать возможность в любой, самой, казалось бы, стандартной ситуации получить неожиданный результат, найти оригинальный ход, способ решения, способ проверки и т. д.

Учитель, допускающий многообразие путей, способов и форм решения, всегда заметит неординарный поворот мысли ребенка, поддержит его, и тогда на каждом уроке возможны открытия. У такого учителя учащиеся в большей мере рассчитывают на свою мысль, чем на память. Это очень сильная мотивационная посылка. Дети, принявшие ее, чувствуют силу своего ума, не бояться высказывать свое мнение, вносить свои предложения по ходу решения; им открыта возможность получить удовольствие от умственной работы.

Стремление понять, как человек решает задачи, как справляется с проблемами, присуще человечеству. В настоящее время исследованию процесса решения задач посвящены работы психологов, педагогов, математиков. По итогам этих исследований можно выделить этапы решения задач и приемы их выполнения. «Каждый этап решения есть сложное умственное действие, входящее в состав еще более сложного – решения задачи. Каждый прием выполнения есть операция или совокупность операций соответствующего действия».**

Этапы решения задачи и приемы их выполнения.

/. Восприятие и осмысление задачи.

Ц е л ь: понять задачу, т. е. установить смысл каждого слова, словосочетания, предложения и на этой основе выделить множества, отношения, величины, зависимости, известные и неизвестные, искомое, требование.

П р и е м ы   в ы п о л н е н и я:

---

* Царева С. Е. Обучение решению задач// Начальная школа. - 1997. - №11. - с.94.

** Царева С. Е. Обучение решению задач// Начальная школа. - 1997. - №11. - с. 96.

1. Правильное чтение задачи (правильное прочтение слов и предложений, правильная расстановка логических ударений) в случае, когда задача задана текстом.

2. Правильное слушание при восприятии задачи на слух.

3. Представление ситуации, описанной в задаче (создание зрительного, возможно слухового и кинестетического образов).

4. Разбиение текста на смысловые части.

5. Переформулировка текста задачи (изменение текста или построение словесной модели):

- замена термина содержательным описанием;
- замена содержательного описания термином;
- замена некоторых слов синонимами или другими словами, близкими по смыслу;
- исключение части текста, не влияющей на результат решения;
- замена некоторых слов, терминов словами, обозначающими более общее или более частное понятие;
- изменение порядка слов, предложений;
- дополнение текста пояснениями;
- замена числовых данных другими, более наглядными;
- замена буквенных данных числовыми;
- введение произвольных единиц величин и связанные с этим другие изменения текста.

6. Построение материальной или материализованной модели:

- предметной (показ задачи на конкретных предметах, в лицах – драматизация с использованием приема оживления или без него);
- геометрической (показ задачи с помощью графических изображений геометрических фигур или предметных моделей фигур с использованием их свойств и отношений между ними);
- условно-предметной (рисунок);
- словесно-графической (схематическая краткая запись текста задачи, переформулированного в результате применения предыдущего приема, чертеж);
- табличной (таблица).

7. Постановка специальных вопросов:

- О чем эта задача?
- Что требуется узнать?
- Что известно (неизвестно)?
- Что обозначают слова… словосочетания…предложения?
- Какие предметы, понятия описываются в задаче?
- Какими свойствами они характеризуются?
- Какая ситуация описывается в задаче?
- Сколько ситуаций описывается в задаче?

//. Поиск плана решения.

Ц е л ь: составить план решения задачи.

П р и е м ы в ы п о л н е н и я:

1. Рассуждения «от вопроса к данным» или «от данных к вопросу» без построения графических схем;

2. Рассуждения «от вопроса к данным» или «от данных к вопросу» с построением графической схемы;

3. Замена неизвестного переменной и перевод текста на язык равенств или неравенств с помощью рассуждений «от вопроса к данным» или «от данных к вопросу».

///. Выполнение плана решения.

Ц е л ь: найти ответ на вопрос задачи (выполнить требование задачи).

П р и е м ы   в ы п о л н е н и я:

1. Устное выполнение каждого пункта плана ***(логический способ)*** путем логического умозаключения.

2. Письменное выполнение каждого пункта плана:

а) арифметического решения,

б) алгебраического решения,

в) графического решения,

г) табличного решения,

д) геометрического решения (построение геометрических фигур для ответа на вопрос задачи).

3. Выполнение решения путем практических действий с предметами.

Рассмотрим более подробно некоторые способы решения текстовых задач на конкретном примере:

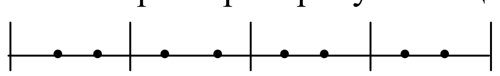
Задача.

Восемь яблок разложили по 2 на несколько тарелок. Сколько понадобилось тарелок?

Учащиеся могут решить эту задачу, не имея никакого представления о делении и о записи этого действия, а только опираясь на свой жизненный опыт и владея счетом от 1 до 8. Для этого они отсчитают 8 яблок, положат на одну тарелку 2 яблока, затем на другую 2 яблока и т. д., пока не разложат все. Посчитав количество тарелок, они ответят на поставленный вопрос. Такой способ решения можно назвать ***предметным*** или ***практическим.*** Его возможности ограничены, так как учащиеся могут выполнить предметные действия только с небольшими количествами предметов. Усвоив смысл действия деления и его запись, можно решить эту задачу уже не практическим, а ***арифметическим*** способом, записав следующее равенство: 8 : 2 = 4.

Для решения можно применить ***алгебраический*** способ, рассуждая при этом так: «Число тарелок неизвестно, обозначим их буквой x. На каждой тарелке 2 яблока, значит, число всех яблок – это 2 х x. Так как в условии известно, что число всех яблок 8, то составим и решим уравнение: 2 х x = 8, x = 8 : 2, x = 4.

Ту же задачу можно решить ***графическим*** способом, изобразив каждое яблоко отрезком. Этот способ решения близок к практическому, но носит более абстрактный характер и требует специального разъяснения.



Задачи, в которых для ответа на вопрос нужно выполнить только одно действие, называют *простыми.* Если для ответа на вопрос задачи нужно выполнить два и более действий, то такие задачи называют *составными.*

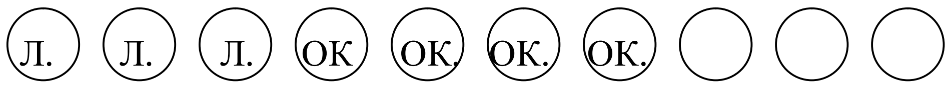
Составную задачу, так же как и простую, можно решить, используя различные способы. Например:

Задача.

Рыбак поймал 10 рыб. Из них 3 леща, 4 окуня, остальные – щуки. Сколько щук поймал рыбак?

Практический способ.

Обозначим каждую рыбу кругом. Нарисуем столько кругов, сколько всего рыбак поймал рыб и обозначим пойманных рыб: л. – лещи, ок. – окуни.



Для ответа на вопрос задачи можно не выполнять арифметические действия, т. к. количество пойманных щук соответствует тем кругам, которые не обозначены.

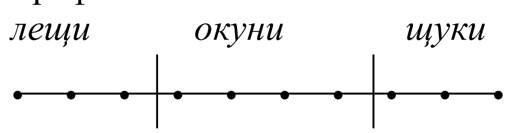
Арифметический способ.

1) 3 + 4 = 7 (р.) – поймал рыбак;
2) 10 – 7 = 3 (р.) – щуки

Алгебраический способ.

Пусть x – пойманные щуки. Известно, что рыбак поймал 3 леща и 4 окуня, Тогда количество всех рыб можно записать выражением: $3 + 4 + x$. Зная, что рыбак поймал всего 10 рыб, составим и решим уравнение: $3 + 4 + x = 10$

Графический способ.



Этот способ, так же как и практический, позволяет ответить на вопрос задачи, не выполняя арифметических действий.

Начальный курс математики ставит своей основной целью научить младших школьников решать задачи арифметическим способом, который сводится к выбору арифметических действий, моделирующих связи между данными и искомыми величинами. Решение задач оформляется в виде последовательности числовых равенств, к которым даются пояснения, или числовым выражением.

В начальных классах используются различные формы записи решения задач:

по действиям;
по действиям с пояснением;
по действием с вопросами;
выражением.

Рассмотрим различные формы записи решения на примере конкретной задачи:

Задача.

У мальчика было 90 книг. 28 он поставил на первую полку, 12 – на вторую, остальные на третью. Сколько книг на третьей полке?

а) решение по действиям:

1) 28 + 12 = 40 (кн.)

2) 90 – 40 = 50 (кн.)

Ответ: 50 книг на третьей полке.

б) по действиям с пояснением:

1) 28 + 12 = 40 (кн.) – на первой и второй полках вместе;

2) 90 – 40 = 50 (кн.) – на третьей полке.

Ответ: 50 книг.

в) по действиям с вопросами:

1) Сколько книг на первой и второй полках вместе?

28 + 12 = 40 (кн.)

2) Сколько книг на третьей полке?

90 – 40 = 50 (кн.)

Ответ: 50 книг на третьей полке.

г) выражением:

90 – (28 + 12)

При записи решения задачи выражением можно вычислить его значение. Тогда запись решения задачи будет выглядеть так:

90 – (28 +12) = 50 (кн.)

Ответ: 50 книг на третьей полке.

Не следует путать такие понятия, как: решение задачи различными способами (практический, арифметический, графический, алгебраический, геометрический, логический); различные формы записи арифметического способа решения задачи (по действиям, выражением, по действиям с пояснением, с вопросами) и решение задачи различными арифметическими способами. В последнем речь идет о возможности установления различных связей между данными и искомым, а следовательно, о выборе других действий или другой их последовательности для ответа на вопрос задачи.

Например, рассмотренную выше задачу можно решить другим арифметическим способом:

1) 90 – 28 = 62 (кн.) – на второй и третьей полках;

2) 62 – 12 = 50 (кн.) – на третьей полке.

Ответ 50 книг.

В качестве арифметического способа можно рассматривать и такое решение данной задачи:

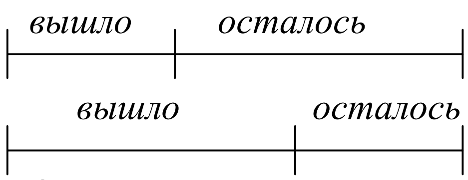
1) 90 – 12 = 78 (кн.) – на первой и третьей полке,

2) 78 – 28 = 50 (кн.) – на третьей полке

В числе способов решения задач можно назвать *схематическое моделирование.* В отличие от графического способа решения, который позволяет ответить на вопрос задачи, используя счет и присчитывание предметов, схема моделирует только связи и отношения между данными и искомым. Эти отношения не всегда возможно, а порой даже нецелесообразно представлять в виде символической модели (выражение, равенство). Тем не менее, моделирование текста задачи в виде схемы иногда позволяет ответить на вопрос задачи. Покажем это на конкретных примерах:

Задача.

В двух вагонах ехали пассажиры, по 36 человек в каждом вагоне. На станции из первого вагона вышло несколько человек, а из второго вагона вышло столько, сколько осталось в первом. Сколько всего пассажиров осталось в двух вагонах?



Ответ: в двух вагонах осталось 36 человек.

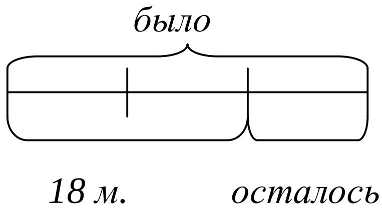
Возможен и *комбинированный способ*. В этом случае для записи решения задачи могут быть использованы одновременно схема и числовые равенства.

Например:

Задача.

Когда из гаража выехало 18 машин, в нем осталось в три раза меньше, чем было. Сколько машин было в гараже?

Решение этой задачи арифметическим способом довольно сложно для ребенка. Но если использовать схему, то от нее легко перейти к записи арифметического действия. В этом случае запись решения будет иметь следующий вид:



1) 18 : 3 = 9 (м.) – осталось;

2) 9 x 3 = 27 (м.) – было

Ответ: 27 машин.

/v. *Проверка решения.*

Ц е л ь: установить, соответствует ли процесс и результат решения образцу правильного решения.

П р и е м ы   в ы п о л н е н и я:

1. Прогнозирование результата (прикидка, установление границ ответа на вопрос задачи) и последующее сравнение хода решения с прогнозом.

2. Установление соответствия между результатом решения и условием задачи: введение в текст задачи вместо вопроса (требования) ответа на него, получение всех возможных следствий из полученного текста, сопоставление результатов друг с другом и с информацией, содержащейся в тексте.

3. Решение другим способом. (Если в результате решения другим способом получили тот же результат – этот результат верен, в противном случае – неверен.)

4. Составление и решение обратной задачи. (Если в результате решения обратной задачи получено данное прямой задачи, то результат решения верен. В противном случае – неверен.)

5. Сравнение своего способа решения с правильным решением – с образцом хода или (и) результата решения.

6. Повторное решение тем же способом. (Возможно установление правильности хода и результата решения.)

7. Решение задач «с малыми числами» с последующей проверкой вычислений.

8. Обоснование (по ходу) каждого шага решения через соотнесение с более общими теоретическими положениями.

v. Формулировка ответа на вопрос задачи (вывода о выполнении требования).

Ц е л ь: дать ответ на вопрос задачи (подтвердить факт выполнения требования задачи).

С п о с о б ы в ы п о л н е н и я:

1. Построение развернутого истинного суждения вида: «Так как…, то можно сделать вывод о том. Что… (формулируется ответ на вопрос задачи полным предложением в устной или письменной форме).

2. Формулировка полного ответа на вопрос задачи устно или письменно.

3. Формулировка краткого ответа устно или письменно.

v/. Исследование решения.

Ц е л ь: установить, является ли данное решение (результат решения) единственным или возможны и другие результаты решения (ответы на вопрос задачи), удовлетворяющие условию задачи.

П р и е м ы в ы п о л н е н и я:

1. Изменение, подбор другого результата решения в соответствии с его смыслом и установление характера (направления) изменений в отношениях между измененным результатом и условием задачи.

В начальной школе этот этап работы проводится редко, можно говорить только об обучении элементам исследования решения задачи. Приведем пример некоторых вопросов, которые могут использоваться на этапе исследования решения:

-Сколько способов решения имеет задача?

- При каких условиях она не имела бы решения?

- Какие приемы наиболее целесообразны для поиска решения задачи?

- Возможны ли другие способы решения задачи?

Итак, чтобы решить задачу, нужно вначале ознакомиться с ней и понять ее, затем составить план решения, после чего выполнить его, сформулировать ответ на вопрос задачи, проверить ход и результат решения; выяснить, возможны ли другие результаты решения. Выполнить каждый из перечисленных этапов можно, применив один или несколько приемов, названных выше.

2. Новые подходы в обучении решению задач.

Работа над задачей остается одним из важнейших аспектов обучения математике в начальной школе, когда закладываются основы знаний; является движущим фактором в общем развитии младших школьников. Из текстов задач дети открывают новое об окружающем мире, испытывают чувство удовлетворенности и радости от их успешного решения. Именно поэтому обучение решению задач является одной из самых основных и первостепенных задач начального курса математики. Эта проблема интересовала многих авторов существующих программ и систем обучения. В настоящее время разработаны новые методические подходы к обучению решению задач, которые находят отражение в практике начального обучения математики. В чем же суть этих подходов и чем они отличаются от методики обучения решению задач?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим сначала особенности традиционной методики обучения младших школьников решению задач. Воспользуемся конкретным примером. Учитель читает текст задачи: «*Коля нашел 5 грибов, а Маша – 3 гриба. Сколько грибов нашли дети?*»

После чтения задача наглядно интерпретируется. Для этого деятельность школьников направляется заданиями учителя:

- Поставьте на наборное полотно столько кружков, сколько грибов нашел Коля.

- Теперь поставьте на наборное полотно столько кружков, сколько грибов нашла Маша.

- Сколько грибов они нашли вместе?

Ответ на этот вопрос обычно не вызывает у детей затруднений, так как все грибы находятся на наборном полотне, и они могут их пересчитать.

Теперь важно выяснить, каким способом получен ответ «8 грибов». Для этого учитель обращается к детям с вопросом «Как решали задачу?» Предполагая получить ответ: «К 5 прибавили 3, получили 8.» Но некоторые дети не могут ответить на этот вопрос или отвечают так: «Я посчитал.»

В чем же причина? Ведь ученики видели, что сначала выставили 5 кружков, затем добавили 3, значит, они должны ответить на вопрос так: «К пяти прибавить три.» Но здесь действует психологическая закономерность, которая заключается в тенденции сохранять известные способы действия в знакомой ситуации (в данном случае речь идет о присчитывании и отсчитывании). Выставленные на наборном полотне предметы создают все условия для обращения к известному детям способу действия. Так как все грибы находятся перед глазами у детей, то у них, естественно, не возникает необходимости прибегнуть к сложению чисел. Учитель использует различные приемы, с помощью которых он пытается разъяснить детям то, что от них требуется. В одном случае это показ образца: это нужно делать так. В другом случае наводящий вопрос: «Числа нужно складывать или вычитать?»

Описанная ситуация характеризует определенный подход к методике работы над задачей, при котором формирование у учащихся умения решать задачи есть одновременно и формирование представлений о смысле тех арифметических действий, которые они используют для решения задачи. В такой ситуации ученику достаточно трудно осознать необходимость выбора арифметического действия и запись решения задачи представляет для него формальную операцию. Так же формально осуществляется работа, связанная с усвоением структуры задачи. Особенно нелепо она выглядит в том случае, когда учитель, пользуясь предметной наглядностью, пытается разъяснить детям, что в задаче известно, а что неизвестно.

Таким образом, в традиционной методике обучения решению задач можно обнаружить, по крайней мере, *два противоречия*. Первое из них, связанное с функцией задач как средства формирования у учащихся математических представлений, заключается в том, что, с одной стороны, решение задачи должно сводиться к выбору арифметического действия (запись выражения), выполнение которого (вычисление значения выражения) позволяет ответить на вопрос, поставленный в задаче. С другой стороны, представления детей о смысле арифметических действий формируются в процессе решения задач. *Суть противоречия сводится к тому, что дети должны выбирать арифметические действия, не имея представлений о том, что это такое, а опираясь только на житейский опыт*. Устранить это противоречие можно только через показ образца решения каждого типа задач и последующим его закреплении.

Второе противоречие заключается в том, что, с одной стороны: детей знакомят со структурой задачи (условие, вопрос, известные, неизвестное), а с другой стороны - для формирования умения анализировать задачу с точки зрения ее структуры используются однообразные текстовые конструкции, которые всегда начинаются с условия, содержащего данные, или известные, затем всегда следует вопрос и то, о чем спрашивается в вопросе, - это неизвестное. В связи с этим у учащихся не только не формируется умение анализировать текст задачи, но и не возникает даже потребности в этом. В результате, используя для решения простой задачи житейские представления и ориентируясь на слова-действия: продали-взяли, было-осталось, пришли-ушли и т. п., большинство учащихся «узнают» задачу и вспоминают, каким действием она решается. Такая, например, простая задача, как: *«С аэродрома утром улетело 7 самолетов, а вечером улетело еще 3 самолета. Сколько всего самолетов улетело с аэродрома?»** - относится при такой методике обучения к задаче повышенной трудности, так как, ориентируясь на слово «*улетело*», учащиеся могут выполнить действие вычитание.

Анализ традиционной методики обучения решению задач, в данном случае речь идет о первых шагах в формировании умения решать задачи, позволяет сделать следующие выводы:

1. Умение решать текстовые задачи рассматривается как умение решать простые задачи определенных типов, в словесной модели которых сначала дано условие, а затем вопрос.

2. Одновременная реализация двух функций: научить детей решать простые задачи и сформировать у них представления о математических понятиях и

---

* Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах. - М.- 1984.-стр. 204

отношениях оказывается малоэффективным способом как для формирования умения решать задачи, так и для формирования представлений о математических понятиях и отношениях. Более того, используемая методика не эффективна в плане развития мышления учащихся, так как их деятельность при решении задач сводится в основном к «узнаванию».

3. Работа над усвоением структуры задачи носит формальный характер, так как предлагаются однотипные текстовые конструкции, в которых учащиеся могут выделить условие, вопрос, известные и неизвестные, ориентируясь на внешние признаки.

4. Излишнее внимание уделяется оформлению решения текстовых задач в ущерб обсуждению процесса их решения.

5. На уроках проявляется тенденция к решению как можно большего количества задач в ущерб их обучающему и развивающему назначению.

6. Перечень методических средств и приемов, способствующих формированию умения решать текстовые задачи, весьма ограничен (предметная интерпритация, краткая запись, аналитико-синтетический разбор),

Описанный подход обучения относится не только к решению задач, но и формирования вычислительных навыков, понятия величин. Модификации этого подхода находят отражение и в учебниках Л. Г. Петерсон, где, правда, в дополнение к предметной интерпритации даются образцы схем. Текстовые задачи в основном рассматриваются как средство формирования вычислительных навыков, а для формирования умения решать текстовые задачи авторы руководствуются принципом подбора увлекательных сюжетов.

Рассмотрим теперь другой подход к обучению решению задач. Его основная идея заключается в том, что смысл арифметических действий осознается учащимися до решения простых задач. У ученика сначала должно быть сформировано понятие об арифметических действиях и лишь затем – умение выбрать то или иное действие для решения данной простой задачи. Психолог Н. А. Менчинская также рассматривала выбор арифметического действия как новую умственную операцию, суть которой сводится к переводу конкретной ситуации, описанной в задаче, в план арифметических операций. Безусловно, для выполнения операций в умственном плане ученик должен овладеть ими на предметном уровне. В связи с этим знакомство учащихся с текстовой задачей отодвигается на более поздний период, которому предшествует большая подготовительная работа, целью которой является формирование у младших школьников:

1) навыков чтения;

2) представлений о тех математических понятиях и отношениях, которые обеспечивают сознательную математизацию сюжетов, представленных в текстовых задачах;

3) приемов умственных действий (логические приемы мышления – анализ и синтез, сравнение, аналогия, обобщение), которые обеспечивают деятельность учащихся на всех этапах процесса решения текстовой задачи;

4) определенного опыта в соотнесении текстовой, предметной, схематической и символической моделей.

Целенаправленная реализация этой работы нашла отражение в учебниках математики, авторы которых – Н. Б. Истомина и И. Б. Нефедова.

Остановимся подробнее на его характеристике.

Формированию навыков чтения на уроках математики способствуют различные формулировки заданий, которые предлагаются в учебниках. Смысл предлагаемых словесных формулировок заключается не столько в том, чтобы ученик сам прочитал их (некоторые школьники в 1 классе еще не умеют читать), а в том, что эти инструкции обеспечивают вариативность его деятельности, активизируя тем самым его мышление. Вариативность инструкций учебных заданий играет большую роль и для подготовки учащихся к анализу текста задачи. Во-первых, учащиеся приучаются внимательно читать (или слушать) словесную инструкцию, а также анализировать те условия выполнения задания, которые в ней предложены. Во-вторых, словесная инструкция позволяет целенаправленно организовать как практическую, так и мыслительную деятельность школьников. В-третьих, разнообразные словесные инструкции, включающие в себя математическую терминологию и различные текстовые конструкции, способствуют формированию умения объяснять и обосновывать свои действия.

2. 1. Вопросы семантического анализа текста задачи.

«Научить детей решать задачи – значит научить их устанавливать связи между данными и искомым и в соответствии с этим выбирать, а затем и выполнять арифметические действия».* Для формирования этого умения традиционная технология предполагает систематическую работу «над группами задач, решение которых основывается на установлении одних и тех же связях между данными и искомым, а отличаются они конкретным содержанием и числовыми данными».**

Методические действия учителя задаются при этом следующей последовательностью: подготовительная работа, ознакомление с решением задачи, закрепление умения решать задачи. При этом описание методических действий учителя предполагает фактически объяснительно-иллюстративный способ обучения, поскольку ознакомление с решением задачи – это демонстрация способа решения; а закрепление умения решать задачи – это многократное повторение аналогичного способа действий при решении задач того же типа (до запоминания наизусть как типа задачи, так и способа решения).

«…При решении составной задачи ученики должны уметь устанавливать не одну связь, а систему связей, выстраивая их в определенном порядке… иначе говоря, ученик должен уметь разбивать составную задачу на ряд простых, последовательное решение которых и будет решением составной задачи».***

Это, безусловно, верное с теоретической точки зрения положение крайне редко воплощается на практике. Если бы эта система была жизнеспособной, то достаточно было бы «отработать» все виды простых задач (их немного), и на этой базе переход к составным задачам был бы простым. На практике этого не происходит. Более того, наиболее трудным моментом при решении составных задач для детей по-прежнему является этап **осмысления текста,** на котором необходимо «правильно представить себе ситуацию». Причина этого состоит в том, что при обучении решению составных задач учитель идет по тому же пути, что и при обучении решению простых задач: заучивает с детьми способы решения того или иного типа (на это нацеливают учебники, в которых 95% задач – типовые). Проблема выделения в составной задаче составляющих ее простых задач является одной из центральных, поскольку, как только это удается сделать, путь решения задачи «выстраивается» и становится очевидным. Именно этот этап и представляет собой главную трудность при обучении школьника решению задач. И именно здесь традиционная методика ничего не предлагает в качестве средства формирования у ребенка умения видеть или выявлять простые задачи внутри составной и устанавливать их взаимосвязь. Без этого умения в общем виде ребенок никогда не сможет самостоятельно справиться с решением задачи, даже если «отработать» с ним способы решения типовых составных задач до уровня навыка.

«При другом подходе процесс решения задач (простых и составных) рассматривается как переход от словесной модели к модели математической или схематической. В основе осуществления этого перехода лежит семантический анализ текста и выделение в нем математических понятий и отношений».****

Под семантическим анализом текста задачи понимается процесс прочтения задачи с последующим выделением и осознанием основных понятий, связанных с условием, вопросом, известными данными, неизвестными искомыми элементами задачи. В частности, необходимо установить особенности словесной формулировки этих задач, выявить, какими языковыми средствами выражаются в них отдельные элементы, как можно на основе анализа словесной формулировки задачи распознать отдельные значения величин и их виды, а также соотношения, связывающие значения величин.

Во всех методических пособиях по обучению решению задач обычно указывается на необходимость установления жизненного содержания задачи, на воссоздание той ситуации, моделью которой является данная задача. Для этого и используются различные методические приемы: драматизация задачи, когда описываемое явление раскрывается в действиях учителя и учащихся, зарисовка ситуации, изложенной в задаче, моделирование задачи с помощью разнообразных наглядных пособий.

Предполагается, что в результате осуществления семантического анализа ребенок осознает и представляет себе ситуацию, данную в тексте задачи, и сумеет установить связи между данными и искомым. Особое значение такому семантическому анализу текста задачи придается в технологиях обучения математике по системе Л. В. Занкова.

Из практики учителя отмечают, что при хорошо организованной работе семантическому анализу ребенка можно обучить за сравнительно небольшой срок. Для подготовки не читающего ребенка к проведению семантического анализа задачи полезно на подготовительном этапе учить его на слух устанавливать и различать тексты, похожие на задачи, тексты с различными «ловушками», например:

- Послушайте меня и скажите, является ли данный текст задачей:

Под крышей четыре ножки, а на крыше – суп да ложки? (Это не задача, а загадка.)

- Чем отличается загадка от задачи? (В загадке нужно догадаться, сопоставив все данные, а задачу нужно решить, выполнив математическое действие.)

- Послушайте еще один текст:

Пять воробьев на заборе сидели.
Один улетел, а четыре запели.
И пели, пока не сморила усталость.
Один улетел – и их трое осталось.

- Это задача? (Нет, это стихотворение.)

- Почему вы так решили? (Этот текст не содержит вопроса и не требует математического решения.)

- Послушайте еще один текст:

---

* Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах.- М. – 1984. - с. 174.

** См. там же, с. 174.

*** См. там же, с. 175 – 176.

****Истомина Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах. - М. – 1998. - с. 210.

Сидели втроем и немного скучали.
Один улетел.
Сколько птичек осталось? (Это задача.)

Педагог подводит детей к пониманию того, что в задаче должно что-то происходить, и результат этого действия в задаче не сообщается. Чтобы решить задачу, мы выбираем действие и затем отвечаем на вопрос.

После такой подготовительной работы можно рассмотреть, например задачи с недостающими данными:

Задача.
Девочка нарисовала красные и зеленые шарики. Сколько шариков она нарисовала? (На этот вопрос нельзя ответить, поскольку нужно знать, сколько было красных и зеленых шариков.)

Задача.
Мальчик положил в коробку 4 красных и 2 зеленых карандаша. Сколько синих карандашей осталось на столе? (На этот вопрос нельзя ответить, так как для этого не хватает данных.)

Данные тексты акцентируют внимание ребенка на основных признаках задачи, учат его внимательно вслушиваться в текст, анализируя его на предмет наличия основных параметров: **условие, вопрос, данные, искомое.**

Рассмотрим другие методические приемы, которые учитель может использовать, опираясь на умение ребенка работать с небольшим текстом.

Один из наиболее используемых приемов – **постановка вопроса к данному условию.**

При использовании этого приема важно подвести детей к пониманию того, что к одному и тому же условию иногда можно поставить несколько вопросов и в зависимости от этого задача будет иметь различные решения.

Чтобы помочь детям осознать это, можно использовать другие варианты этого приема: **выбор вопросов, выбор вопроса к данному решению задачи.** Лишние вопросы использованы для активизации внимания детей.

У Н. Б. Истоминой используется прием: **выбор условия к данному вопросу.** Данный прием является обратным к приведенному выше, но в практической деятельности он достаточно сложен. Обычно дети готовы к нему лишь ко 2-3 классу, когда им легко работать с объемными текстами. Этот прием полезен для развития оперативной памяти (ребенку нужно удерживать в уме всю словесную конструкцию.)

Часто в учебниках используется прием **объяснения выражений, составленных по данному условию.** Этот прием формирует у ребенка гибкость мышления, учит анализировать взаимоотношения данных в соответствии с условием.

Для формирования четкого понимания и выделения в тексте задачи данных и искомого можно использовать тексты с парадоксальными данными:

Задача.

На двух скамейках сидели 6 девочек. На одной из них 9. Сколько девочек сидело на второй скамейке?

Анализ этого текста позволяет на втором этапе (после того, как дети объяснили, почему задачу с такими данными решить нельзя) предложить учащимся изменить либо данные, либо условие задачи так, чтобы ее можно было решить. Этот прием будет являться пропедевтикой к составлению обратных задач.

Такие задания и приемы работы с ними рекомендуются на первых уроках знакомства с простыми задачами. Они позволяют сформировать у ребенка адекватное представление о новом для него математическом объекте – задаче, и приучают внимательно читать и анализировать текст, выделять составные части задачи. С методической точки зрения эти приемы разнообразят урок, но не стоит переоценивать их с технологической обучающей точки зрения. Непосредственно для формирования умения решать задачи эти приемы являются лишь подготовительными. Сложность эффективного использования этих приемов состоит в том, что для них необходимо либо чтобы ребенок хорошо читал, либо чтобы у него

было ведущее аудиальное восприятие, т.е. чтобы он хорошо воспринимал информацию на слух. Как показывает практика, лишь немногие дети хорошо читают в 1 классе, а ведущее восприятие у большинства из них – визуальное, поскольку

ведущий вид мышления в этом возрасте – наглядно-образный. Поэтому для эффективной работы с большинством детей имеет смысл использовать технологии, опирающиеся на ведущее визуальное восприятие, т. е. моделирование различных видов.

Л. В. Занков отмечал, что каждая задача должна давать ребенку пищу для интенсивной умственной деятельности, иначе работа над ней не приносит пользы. Ситуация задачи не должна быть самоочевидной, она должна представлять собой небольшую проблему, требующую усилий для ее преодоления. В этом смысле, ситуации простых прямых задач (т. е. задач, где выбор действия прямо определяется либо ситуацией задачи, либо указывающими словами типа «вместе», «осталось», «убрали» и т. п.), которых в изобилии в учебниках математики для 1 класса, дают, по словам Л. В. Занкова, «ничтожно малый результат в овладении умением анализировать предложенную ситуацию».* В случае работы с простой прямой задачей процесс анализа у детей протекает так быстро, что они его просто не осознают, а это приносит вред в дальнейшем, когда дети сталкиваются с более сложными задачами, в которых анализ выступает на первый план. Не случайно в первом классе нередки ситуации, когда, едва учитель закончит чтение задачи, многие дети уже готовы дать ответ, но затрудняются объяснить выбор действия. Поэтому Л. В. Занков рекомендует по мере понимания детьми структуры и специфики задачи систематически давать задания, побуждающие детей активно использовать те представления, которыми они овладели, а также требовали бы опоры на смысловые признаки в анализе текстов заданий. Этой цели служат тексты задач, имеющие различные конструкции (их можно назвать **трансформированными**).**

* Аргинская И. И., Дмитриева Н. Я., Полякова А. В., Романовская З. И. Обучаем по системе л. В. Занкова. – М.: Новая школа. - 1993. – с.154.

** См. приложение 3. - с.140-142, с. 151.

Эти текстовые конструкции наиболее трудны для восприятия детей, так как имеют более сложные (нетипичные) конструкции.

Приведем пример таких конструкций:

1. Часть условия выражена в повествовательной форме в начале текста, затем идет вопросительное предложение, включающее вопрос и часть условия:

«У Оли было 6 яблок. Сколько яблок стало у Оли, если 2 она отдала брату?»

2. Часть условия выражена в повествовательной форме в начале текста, затем следует повествовательное предложение, включающее вопрос и часть условия:

«У Оли было 6 яблок. Найдите количество яблок у Оли после того, как 2 яблока она отдала брату».

3. Текст задачи представляет одно сложное вопросительное предложение, в котором сначала стоит вопрос, а затем условие задачи:

«Сколько яблок осталось у Оли после того, как она отдала 2 яблока брату, а было у нее 6 яблок».

4. Текст задачи представляет одно сложное повествовательное предложение, в котором сначала стоит вопрос задачи, а затем ее условие:

«Найди количество яблок у Оли после того, как она из своих 6 яблок 2 яблока отдала брату».

Анализ содержания учебников по математике для 1 класса показывает, что большинства из этих конструкций в учебниках нет. Появление же подобных текстов в более поздние периоды – в 3 и 4 классах, уже не имеет смысла, поскольку общее понятие о задаче формируется на первом году знакомства с ней, а далее идет совершенствование способов работы, связанных с ее решением.

Полное отсутствие таких текстов в работе над задачей формирует у ребенка устойчивый шаблон восприятия семантической структуры задачи. Это в дальнейшем создает непреодолимые трудности при работе над текстами нестандартных конструкций, создает предпосылки к формированию у учащихся только частного умения решения задач.

3. Подготовительная работа к обучению детей решению задач.

Ребенок, поступающий в школу, уже имеет некоторый опыт решения задач, в том числе и сюжетных математических. У одних детей этот опыт богаче, у других – беднее. В большинстве случаев он не осознаваем ими. Поэтому начинать обучение решению задач нужно с обогащения опыта решения задач на интуитивном уровне, а также с помощью предметных действий и здравого смысла. Важное место при этом занимает операция сравнения. С первых уроков детей нужно учить наблюдать мир, сравнивать предметы и группы предметов по самым разнообразным свойствам, классифицировать объекты окружающего мира. Существенный момент обучения в этот период – обсуждение учащимися способов обозначения наблюдаемых свойств, сходств и различий, установленных по какому – либо признаку отношений равенства, отношений «больше» и «меньше», отношений целого и части.

Основная *цель первого периода обучения* решению задач – формирование у учащихся основных познавательных действий, представлений о ключевых отношениях мира: отношениях целого и части, равенства и неравенства, формирование представлений о числах и действиях с ними. В процессе этой работы решаются и задачи, в том числе задачи на установление отношений равенства и неравенства, простые задачи на сложение и вычитание (хотя последние в этот период могут решаться и без арифметических действий). Приемы, помогающие решению, учитель в этот период «подсказывает» детям.

Прежде чем приступить к знакомству с задачей и обучению решению задач, необходимо сформировать у ребенка целый комплекс умений:

- *слушать и понимать тексты различных структур;*
- *правильно представлять себе и моделировать ситуации, предлагаемые педагогом;*
- *правильно выбирать действие в соответствии с заданной ситуацией;*
- *составлять математическое выражение*.

Эти умения являются базовыми для подготовки ребенка к обучению решению задач.

Для того чтобы ребенок научился слушать, понимать, представлять и моделировать ситуацию необходимо, чтобы каждое слово создавало образ, обозначало реальное понятие. Это возможно лишь при развитии наглядно-образного мышления у ребенка. Поэтому не только на уроках математики, но и на уроках обучения грамоте, чтения, русского языка ведется работа над семантическим значением слов: дети разбирают смысл слов; рисуют комиксы к небольшим текстам, стараясь показать на рисунке буквально каждое слово предложения. После этого устанавливают сходство и различие загадки с математической задачей, составляют математические рассказы, анализируют вопрос и его смысл в математической задаче.

Важнейшим умением, необходимым ребенку правильного решения простых задач является умение правильно выбирать арифметическое действие в предложенной ситуации. Необходимым условием для формирования данного умения является осознание учащимися смысла арифметических действий.

Рассмотрим процесс подготовки ребенка к правильному восприятию **смысла арифметических действий сложения и вычитания**. Такая работа проводится в 1 классе. В качестве математической основы разъяснения смысла сложения выступает теоретико-множественная трактовка суммы как объединения множеств, не имеющих общих элементов; увеличение на несколько единиц данной совокупности; либо увеличение совокупности, сравниваемой с данной. Она легко переводится на язык предметных действий, что позволяет при формировании представлений о смысле сложения опираться на опыт детей и активно использовать счет, присчитывание и отсчитывание по единице. С этой целью детям предлагаются различные задания. Приведем пример некоторых из них:

Рассмотрим ситуации, моделирующие объединение двух множеств:

Задание 1.

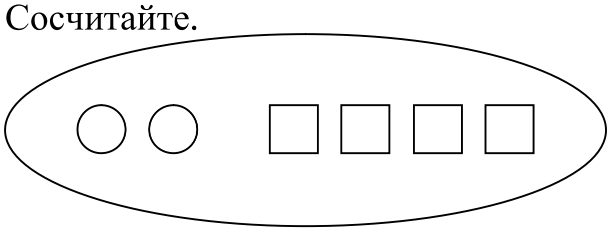
Используя предметную наглядность, учитель предлагает детям взять три морковки и два яблока, затем положить их в корзину.

- Как узнать: сколько их вместе? (Нужно сосчитать.)

Задание 2.

Используя счетный материал, учитель предлагает детям составить модель ситуации «На полке стоят 2 чашки и 4 стакана».

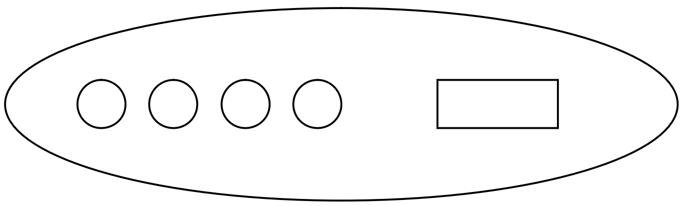
- Обозначьте чашки кружками, стаканы квадратами. Покажите сколько их вместе. Сосчитайте.



Задание 3.

Учитель предлагает текст: «Из вазы взяли 4 конфеты и 1 вафлю».

- Обозначьте конфеты и вафли фигурками и покажите, сколько всего сладостей взяли из вазы. Сосчитайте.



Этот же подход лежит в основе разъяснения смысла всех арифметических действий.

Действию вычитания соответствуют четыре вида предметных действий:

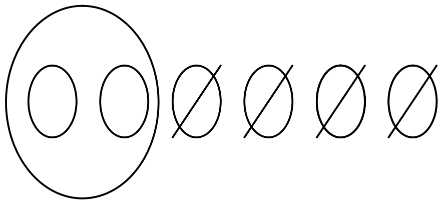
- удаление части совокупности (множества);
- уменьшение данной совокупности на несколько единиц;
- уменьшение на несколько единиц совокупности, сравниваемой с данной;
- разностное сравнение двух множеств.

С целью подготовки к правильному пониманию смысла действия вычитания учитель может предложить детям следующие задания:

Задание 1. (удаление части множества)

У мартышки было 6 бананов. (Обозначьте их кружками.) Несколько бананов она съела и у нее осталось на 4 меньше.

- Что нужно сделать, чтобы показать, что случилось? Почему вы убрали 4 кружка? (Стало на 4 меньше.) Покажите оставшиеся бананы. Сколько их?



Задание 2. (разностное сравнение)

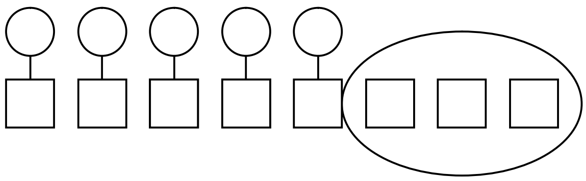
У жука 6 ног. (Обозначьте количество ног жука красными палочками.) А у слона на 2 ноги меньше. (Обозначьте количество ног слона зелеными палочками.)

- Покажите, у кого ног больше? На сколько?

Задание 3. (разностное сравнение)

На одной полке 5 чашек. (Обозначьте чашки кружками.) А на другой - 8 стаканов. (Обозначьте стаканы квадратами.)

- Выложите на парте их так, чтобы сразу было видно, чего больше – стаканов или чашек. Чего меньше? На сколько? Покажите.



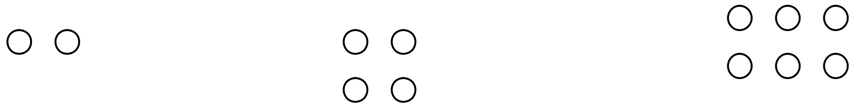
Как мы видим, каждое задание создает условия для осознания той ситуации, которая представлена в виде текста. Основное назначение заданий – сформировать у детей представления, опираясь на которые они смогут в дальнейшем решать задачи.

Отметим, что термин «задача» на этом этапе не используется, и задания не преследуют цель записать решение и получить числовой результат. Действия на этом этапе направляются заданием «Покажи».

Но иногда на практике мы наблюдаем, как сам педагог моделирует ситуацию, сам оперирует множествами, а дети являются пассивными наблюдателями. При таком способе работы с наглядностью ребенок не только не озабочен выбором действия, но и не должен его выполнять, поскольку ответ уже виден на доске, его можно получить, пересчитав оставшееся множество.

Знакомство со знаками действий и с математическими выражениями идет после знакомства со смыслом действий сложения и вычитания.

Знак «+» - рассматривается как обозначение объединения двух и более множеств. Детям предлагается на одну ладонь положить 2 кружка, а на другую, например, 4 кружка. После этого учитель просит сложить ладони вместе и посчитать, сколько всего кружков. При этом учитель вместе с детьми проделывает эту операцию, наглядно показывая, что ладони следует сложить крест накрест. После чего дети у себя в тетрадях выполняют наглядный рисунок, только что проделанной операции с множествами:



- Зарисуйте кружки на левой и правой ладони, множество кружков в двух ладонях.
- Обозначьте цифрами указанное количество кружков на правой и левой ладони.
- На какой математический знак похожи сложенные крест на крест ладошки?
- Поставьте между ними нужный знак действия.

На доске составляется запись 2 + 3

Знакомство со знаком «-» проводится на примере задач на нахождение остатка, как знак обозначающий удаление части множества. Учитель предлагает на левую ладонь положить, например, 5 квадратов, а затем взять 3 квадрата и посчитать, сколько квадратов осталось в левой ладони. После этого дети вместе с учителем выполняют следующий рисунок:

- Обозначьте квадратами заданное множество, покажите на рисунке множество, которое вы забрали.
- Обозначьте указанное число квадратов цифрами.
- Поставьте между ними нужный знак действия.

Составляется запись: 5 – 3

Такую запись называют «математическое выражение». Она характеризует количественные признаки ситуации и взаимоотношения рассматриваемых совокупностей. Не следует сразу ориентировать ребенка на получение полного равенства с записью значения выражения:

Выражение *значение выражения*

$$\underbrace{5 - 3 = 2}_{\textit{равенство}}$$

Прежде чем переходить к равенству, целесообразно предлагать детям задания:

- на соотнесение ситуации и выражения (подбери выражение к данной ситуации или измени ситуацию в соответствии с выражением);
- на составление выражений в соответствии с ситуацией.

После того как дети научатся правильно выбирать знак действия и объяснять свой выбор, можно перейти к составлению равенства и фиксированию результата действия.

Правильный выбор арифметического действия для решения задач во многом зависит от умения учащихся переводить различные реальные явления и связи между ними на язык математических символов. В связи с этим полезно использовать на уроках задания, связанные с составлением математической истории по картинке, и записи ее с помощью математических знаков.

Рассказ не должен на первых порах содержать вопрос, поскольку цель такого задания – научить ребенка составлять математическое выражение или равенство в соответствии с заданной ситуацией. Ситуация задана рисунком, что облегчает ребенку ее восприятие, поскольку ведущий вид мышления в этом возрасте – наглядно-образный.

Подведем итог и сформулируем основные условия методической подготовки ребенка к обучению решению задач.

- Первым важным условием является осмысленность и представление ситуации, данной в тексте задачи.
- Вторым условием является обучение ребенка *моделированию различных ситуаций* (объединение совокупностей, удаление части множества, увеличение на несколько единиц, сравнение и т. п.) на предметной наглядности символического характера.
- Третьим необходимым условием является обучение ребенка выбору соответствующих арифметических действий и составлению математических выражений в соответствии с ситуацией, заданной текстом.
- Четвертым условием является достаточно уверенное использование ребенком приема присчитывания и отсчитывания, поскольку для получения результата арифметического действия следует это действие выполнять, а не получать ответ пересчетом. Пересчет полученного множества – это способ проверки правильности полученного результата.

Результатом работы, проведенной на подготовительном этапе знакомства с текстовой задачей является усвоение младшими школьниками математических понятий и отношений и умение их моделировать с помощью предметных, словесных, схематических и символических моделей, сформированность общих логических приемов (анализ, синтез, сравнение, обобщение) и опыт их использования при выполнении различных математических заданий.

4. Методические приемы обучения младших школьников решению задач.

Работа, проведенная на подготовительном этапе к знакомству с текстовой задачей, позволяет организовать деятельность учащихся, направленную на усвоение ее структуры и на осознание процесса ее решения.

При этом существенным является не отработка умения решать определенные типы текстовых задач, а приобретение учащимися опыта в семантическом и мат ематическом анализе различных текстовых конструкций задач и формирование умения представлять их в виде схематических и символических моделей.

Средством организации этой деятельности могут быть специальные обучающие задания, включающие методические приемы сравнения, выбора, преобразования, конструирования.

Для приобретения опыта в семантическом и математическом анализе текстов задач (простых и составных) используется ***прием сравнения**** текстов задач. Для этой цели предлагаются задания:

1. Чем похожи тексты задач? Чем отличаются? Какую задачу ты можешь решить? Какую не можешь? Почему?

а) На одном проводе сидели ласточки, а на другом – 7 воробьев. Сколько всего сидело птиц на проводах?

б) На одном проводе сидело 9 ласточек, а на другом – 7 воробьев. Сколько всего сидело птиц на проводах?

2. Подумай! Будут ли эти тексты задачами?

а) На одной тарелке 3 огурца, а на другой – 4. Сколько помидоров на двух тарелках?

б) На клумбе росло 5 тюльпанов и 3 розы. Сколько тюльпанов росло на клумбе?

3. Сравни тексты задач. Чем они похожи? Чем отличаются? Можно ли утверждать, что решения этих задач будут одинаковыми?

а) Возле дома росло 7 яблонь и 3 вишни. Сколько фруктовых деревьев росло возле дома?

б) Возле дома росло 7 яблонь, 3 вишни и 2 березы. Сколько фруктовых деревьев росло возле дома?

4. Сравни тексты задач. Чем они похожи? Чем отличаются?

а) Из бочки взяли 10 ведер воды. Сколько ведер воды осталось в бочке?

б) В бочке 40 ведер воды. Сколько ведер воды осталось в бочке?

В приведенных примерах использованы тексты задач:

а) с недостающими и лишними данными;

б) с противоречивым условием и вопросом;

в) с вопросом, в котором спрашивается о том, что уже известно.

---

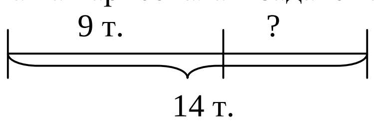
* Приемы, перечисленные в данном параграфе, предлагает Н. Б. Истомина.
См.: Истомина Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах. – М. – 1998. - с.211-214

Эти задания позволяют школьникам сделать первые шаги в осмыслении структуры задачи.

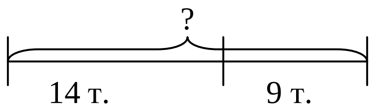
С целью формирования умения выбирать арифметические действия для решения задач, для закрепления понимания смысла арифметических действий предлагаются задания, в котором используются приемы:

1) Выбор схемы.

Задача.
В портфеле 14 тетрадей. Из них 9 в клетку, остальные в линейку. Сколько тетрадей в линейку лежит в портфеле?
Маша нарисовала к задаче такую схему:



Миша – такую:



Кто из них невнимательно читал текст задачи?

2) Выбор вопросов.

Задача.
От проволоки длиной 15 дм отрезали сначала 2 дм, потом еще 4 дм.
Подумай! На какие вопросы можно ответить, пользуясь этим условием:
а) Сколько всего дм проволоки отрезали?
б) На сколько дм меньше отрезали проволоки в первый раз, чем во второй?
в) На сколько дм проволока стала короче?
г) Сколько дм проволоки осталось?

3) Выбор выражений.

Задача.
На велогонках стартовало 70 спортсменов. На первом этапе с трассы сошли 4 велосипедиста, на втором – 6. Сколько спортсменов пришло к финишу?
Выбери выражение, которое является решением задачи:

6 + 4	6 – 4	70 – 6
70 – 6 – 4	70 – 4 – 6	70 – 4

4) Выбор условия к данному вопросу.

Подбери условия к данному вопросу и реши задачу.
Сколько всего детей занимается в студии?
а) В студии 30 детей, из них 16 мальчиков.
б) В студии мальчики и девочки. Мальчиков на 7 меньше, чем девочек.
в) В студии 8 мальчиков и 20 девочек.
г) В студии 8 мальчиков, а девочек на 2 больше.
д) В студии занимаются 8 мальчиков, а девочек на 2 меньше.

5) Выбор данных.

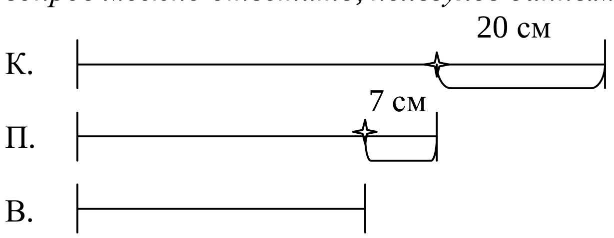
Задача.
На аэродроме было 75 самолетов. Сколько самолетов осталось?
Выбери данные, которыми можно дополнить условие задачи, чтобы ответить на поставленный вопрос:
А) Утром прилетело 10 самолетов, а вечером улетело 30.
Б) Улетело на 20 самолетов больше, чем было.
В) Улетело сначала 30 самолетов, а потом 20.

6) Изменение текста задачи в соответствии с данным решением.

Подумай! Что нужно изменить в текстах задач, чтобы выражение 9 – 6 было решением каждой?
а) На двух скамейках сидели 6 девочек. На одной из них 9. Сколько девочек сидело на второй скамейке?
б) В саду 9 кустов красной смородины, а кустов черной смородины на 6 больше. Сколько кустов черной смородины в саду?
в) В гараже 9 легковых машин и 6 грузовых. Сколько всего машин в гараже?

7) Постановка вопроса, соответствующего данной схеме.

Задача.
Коля выше Пети на 20 см, а Петя выше Вовы на 7 см. Рассмотри схему и подумай, на какой вопрос можно ответить, пользуясь данным условием.



8) Объяснение выражений, составленных по данному условию.

Задача.
Фермер отправил в магазин 45 кг укропа, петрушки на 4 кг больше, чем укропа, и 19 кг сельдеря. Сколько всего кг зелени отправил фермер в магазин? Что обозначают выражения, составленные по условию задачи:

45 – 19   45 + 19   45 + 4   45 – 4

9) Выбор решения задачи.

Задача.
Курица легче зайца на 4 кг, а заяц легче собаки на 8 кг. На сколько собака тяжелее курицы? На сколько курица легче собаки?
Маша решила эту задачу так:

8 + 4 = 12 (кг)

А Миша – так:

8 – 4 = 4 (кг)

Кто прав: Миша или Миша?

10) Решение задачи другим арифметическим способом.
Задача.

В шести одинаковых коробках по 8 фишек в каждой. Из них 12 фишек синего цвета, 10 – красного, остальные зеленого цвета. Сколько зеленых фишек в коробке?

Рассмотри два способа решения задачи.

1-й способ:	2-й способ:
1) 8 х 6 = 48 (ф.)	1) 8 х 6 = 48 (ф.)
2) 48 – 12 = 36 (ф.)	2) 48 – 10 = 38 (ф.)
3) 36 – 10 = 26 (ф.)	3) 38 – 12 = 26 (ф.)

Запиши решение задачи третьим способом.

11) Выбор задач.

а) выбор среди данных задач (задач на данной странице или страницах учебника) *задач данного вида* (таких же, которые решали сегодня на уроке, или задач, которые решаются так же, как только что решенная).

б) выбор задач, при решении которых необходимо применить данные вычислительные приемы.

Например:

- Вы сейчас учились делить двузначное число на двузначное. Просмотрите задачи на этих двух страницах учебника и найдите те, для решения которых нужно будет выполнить деление двузначного числа на двузначное. Обоснуйте свой ответ.

Этот прием полезен для закрепления соответствующих вычислительных навыков, для закрепления смысла действий, умения обосновывать свой выбор.

в) выбор задач, с помощью которых можно научиться тому или иному способу решения (графическому, табличному, алгебраическому, практическому, арифметическому). Например.

- Найдите на странице… задачи, которые могут быть решены с помощью чертежа;

задачи, при решении которых необходимо составить план решения задачи, рассуждая от вопроса к данным. Ответ обоснуйте.

г) классификация простых задач по действиям, с помощью которых они могут быть решены. Например:

- Прочитайте все задачи на странице учебника. Укажите, какие из задач могут быть решены с помощью сложения, а какие – с помощью вычитания.

Этот прием полезен для закрепления понимания детьми смысла арифметических действий. Однако полезность его зависит от подбора задач: задачи должны содержать разные словесные задания, нетрадиционные вопросы, нестандартные текстовые конструкции.

Для организации продуктивной деятельности учащихся, направленной на формирование умения решать текстовые задачи, учитель может использовать обучающие задания, включающие различные сочетания методических приемов.

Работу с обучающими заданиями на уроке целесообразно организовать фронтально. Это создаст условия для обсуждения ответов учащихся и для включения их в активную мыслительную деятельность.

Приведем возможные варианты организации деятельности учащихся на уроке при работе с обучающим заданием.

Задача.

В коробке на 4 карандаша больше, чем в пенале. Сколько карандашей в пенале?

Почему ты не можешь решить задачу?

Выбери данные, которыми можно дополнить условие этой задачи, чтобы ответить на ее вопрос, выполнив сложение:

а) В пенале 7 карандашей.
б) В пенале на 6 карандашей меньше.
в) В коробке 9 карандашей.
г) Всего в коробке и в пенале 14 карандашей.

Как видно, данное обучающее задание включает текст задачи и прием выбора данных.

Чтобы увеличить степень самостоятельности учащихся при анализе текста задачи, целесообразно записать его на доске и предложить детям самостоятельно решить задачу. Большинство их них сразу отмечают, что задачу решить нельзя – в ней не хватает данных.

Тогда учитель предлагает из приведенных на доске данных выбрать, которыми можно дополнить условие задачи.

Дети высказывают свои предложения, каждое из которых затем обсуждается.

Например, большинство учащихся обычно выбирают вариант а), но при этом изменяют вопрос задачи. Получается текст: «*В пенале 7 карандашей. В коробке на 4 карандаша больше. Сколько карандашей в коробке?*»

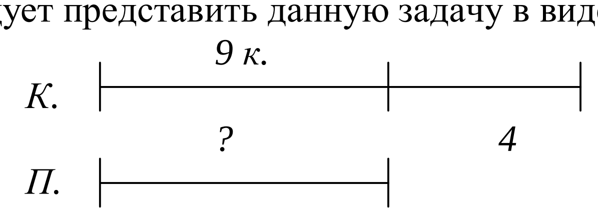
Вариант обсуждается и отклоняется, так как задачу нужно дополнить данными, но при этом не изменять вопроса.

Если же вопрос не изменяется, то при выборе варианта а) на него можно ответить, не выполняя арифметического действия, т. к. в вопросе спрашивается о том, что уже известно.

Дети предлагают вариант в): «*В коробке 9 карандашей, это на 4 карандаша больше, чем в пенале. Сколько карандашей в пенале?*»

При обсуждении решения этой задачи полезно переформулировать ее текст, используя смысл понятия «больше на». Дети рассуждают: «Если в коробке на 4 карандаша больше, значит, в пенале на 4 карандаша меньше. Поэтому можно изменить текст задачи: «*В коробке 9 карандашей, в пенале на 4 карандаша меньше. Сколько карандашей в пенале?*»

Если учащиеся испытывают затруднения в переформулировке текста, то следует представить данную задачу в виде схематической модели:

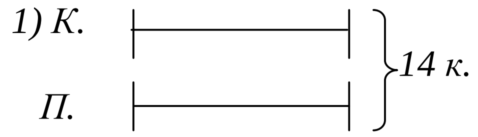


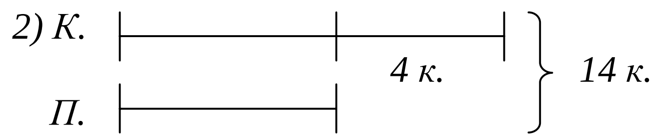
Предложенный вариант также отклоняется, так как задача решается вычитанием.

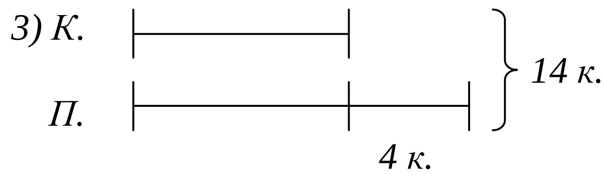
Отклоняется и вариант б), так как в пенале одновременно не может быть на 4 карандаша меньше и на 6 карандашей меньше.

Остается один вариант, при выборе которого получаем задачу; *Всего в коробке и в пенале 14 карандашей. В коробке на 4 карандаша больше, чем в пенале. Сколько карандашей в пенале?*» Можно сразу отклонить этот вариант, т. к. выполнив только сложение, мы не сможем ответить на вопрос задачи. Дети высказывают разные мнения: эту задачу решить нельзя; задачу решить можно, но для этого нужно выполнить несколько действий.

Для проверки предположений, высказанных детьми, учитель может использовать «выбор схемы». Целесообразно предложить такие варианты:







Учащиеся отклоняют первый и третий варианты, так как они не соответствуют условию.

Второй вариант схемы соответствует условию, поэтому можно обсудить решение полученной задачи. Это лучше сделать устно, не выполняя записи действий. Учитель предлагает детям закрыть отрезок, обозначающий 4 карандаша, и они видят, что отрезки, обозначающие карандаши в пенале и в коробке, стали одинаковыми. Но так как первоклассники еще не знакомы с делением, то узнать количество карандашей в пенале или в коробке, они могут только подбором, используя знание состава числа 10 (в пенале 5 карандашей и в коробке 5 карандашей). Но теперь «вернем» в коробку те 4 карандаша, которые убрали. Получим в коробке 9 карандашей.

Поскольку при решении данной задачи мы выполняли не только сложение, но и вычитание, то этот вариант задачи также отклоняется.

Таким образом, ни один из преложенных вариантов не подходит. Некоторые дети высказывают предположение, что дополнить данное условие так, чтобы задача решалась действием сложения, нельзя, так как в пенале карандашей меньше. Нужно не дополнить, а изменить условие задачи или изменить задание, т. е. ответить на вопрос, выполнив вычитание. Составляется задача, в которой изменяется условие. Она записывается на доске: *«В коробке 9 карандашей, это на 4 карандаша меньше, чем в пенале. Сколько карандашей в пенале?»* Решение задачи дети могут выполнить самостоятельно.

Анализ результатов самостоятельного решения задачи позволяет учителю скорректировать дальнейшую работу. Если учащиеся допустили ошибки, например, записали решение задачи так: 9 – 4 = 5 (к.), то он выписывает на доске два варианта решения: 9 + 4 = 13 (к.) и 9 – 4 = 5 (к.) и предлагает ученикам обосновать свои действия.

Возможен и другой вариант. Учитель чертит на доске произвольный отрезок, обозначающий количество карандашей в коробке, а ученику, который неверно записал решение, предлагает начертить отрезок, который будет обозначать карандаши в пенале. Неверно выполненная учеником схема будет свидетельствовать о том, что он не понимает смысла конструкции: «это на 4 меньше».

По мере приобретения учащимися опыта в семантическом и математическом анализе текстовых задач учитель может предлагать им задачи для самостоятельного
решения. Но при этом не следует торопиться с оценкой самостоятельной работы, так как она в большей мере выполняет обучающую функцию, нежели контролирующую. Поэтому результаты самостоятельного решения задачи должны стать предметом обсуждения.

Приоритет обучающих заданий ни в коей мере не снижает контролирующую функцию. Но контроль следует стараться организовывать таким образом, чтобы он не вызывал у детей негативных эмоций и не создавал стрессовых ситуаций. Для этого со стороны учителя достаточно одной фразы, типа: «Я соберу тетради и посмотрю, в каких вопросах нам необходимо еще разобраться».

Аналогично организуется работа с задачами, математическое содержание которых связано с новыми понятиями и отношениями. Это понятия умножения и деления, «увеличить (уменьшить) в» и кратного сравнения. Для их усвоения также используются не простые задачи, а способ установления соответствия между предметными, схематическими и символическими моделями.

4.1. Приемы работы над простой задачей.

Особое место в курсе математики начальных классов отводится простым задачам. Это - основа основ. Именно в начальных классах учащиеся должны овладеть умением уверенно решать простые задачи на все четыре арифметических действия. Работа над простыми задачами ведется на протяжении всех четырех лет обучения. К концу 1 класса у всех учащихся должно быть сформировано умение решать простые задачи на сложение и вычитание, к концу 2 класса – на умножение и деление. Эти требования программы должны находиться в центре внимания при проверке результатов работы учителя.

Прежде всего рассмотрим классификацию задач.

Классификация простых задач.*

Простые задачи можно разделить на группы в соответствии с теми арифметическими действиями, которыми они решаются.

Однако в методическом отношении удобнее другая классификация: деление задач на группы в зависимости от тех понятий, которые формируются при их решении. Можно выделить три такие группы. Охарактеризуем каждую из них.

К первой группе относятся простые задачи, при решении которых дети устанавливают конкретный смысл каждого из арифметических действий.

1. Нахождение суммы двух чисел.

2. Нахождение остатка.

3. Нахождение суммы одинаковых слагаемых (произведения). *«В живом уголке жили кролики в 3 клетках, по 2 кролика в каждой. Сколько всего кроликов в живом уголке?»*

4. Деление на равные части. *«В 4 коробках 12 карандашей. Сколько карандашей в каждой коробке?»*

5. Деление по содержанию. *«24 марки наклеивали на альбомы по 3 марки на каждый. Сколько альбомов было?»*

Ко второй группе относятся простые задачи, при решении которых учащиеся устанавливают связь между компонентами и результатом арифметических действий. К ним относятся задачи на нахождение неизвестных компонентов.

1. Нахождение первого слагаемого по известным сумме и второму слагаемому. *«Девочка вымыла несколько глубоких тарелок и 2 мелкие, а всего она вымыла 5 тарелок. Сколько тарелок вымыла девочка?»*

2. Нахождение второго слагаемого по известным сумме и первому слагаемому. *«Девочка вымыла 3 глубокие тарелки и несколько мелких. Всего она вымыла 5 тарелок. Сколько мелких тарелок вымыла девочка?»*

3. Нахождение уменьшаемого по известным вычитаемому и разности. «*Ребята изготовили несколько скворечников. Когда 2 их них они повесили на дерево, то у них осталось 7 скворечников. Сколько скворечников изготовили ребята?»*

4. Нахождение вычитаемого по известным уменьшаемому и разности. *«В гараже стояло 8 машин. Когда несколько машин уехало, то осталось 3 машины. Сколько машин уехало?»*

---

* Данная классификация предложена Бантовой М. А. См. Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах. - М. – 1984.- с 198-200.

5. Нахождение первого множителя по известным произведению и второму множителю. *«Неизвестное число умножили на 8 и получили 32. Найди неизвестное число».*

6. Нахождение второго множителя по известным произведению и первому множителю. *«9 умножили на неизвестное число и получили 45. Найди неизвестное число».*

7. Нахождение делимого по известным делителю и частному. *«Неизвестное число разделили на 9 и получили 8. Найди неизвестное число».*

8. Нахождение делителя по известным делимому и частному. *«24 разделили на неизвестное число и получили 6. Найди неизвестное число».*

К третьей группе относятся задачи, при решении которых раскрываются понятия разности и простые задачи, связанные с понятием кратного отношения.

1. Разностное сравнение чисел при нахождении разности двух чисел. *«Один дом построили за 10 недель, а другой за 8 недель. На сколько недель больше затратили на строительство первого дома?»*

2. Увеличение (уменьшение) числа на несколько единиц (прямая форма). *«Один дом строили 10 недель, другой на 3 недели больше. Сколько недель строили второй дом?»*

3. Увеличение (уменьшение) числа на несколько единиц (косвенная форма). *«На строительство дома затратили 8 недель. Это на 3 недели меньше, чем затрачено на строительство второго дома. Сколько недель затрачено на строительство второго дома?»*

Назовем задачи, связанные с понятием кратного отношения.

1. Кратное сравнение чисел при нахождении кратного отношения двух чисел. *«Колхоз купил 24 сеялки и 8 тракторов. Во сколько раз больше купили сеялок, чем тракторов?»*

2. Увеличение (уменьшение) числа в несколько раз (прямая форма). *«Колхоз купил 8 тракторов, а сеялок в 3 раза больше. Сколько сеялок купил колхоз?»*

3. Увеличение (уменьшение) числа в несколько раз (косвенная форма). *«Колхоз купил 8 тракторов. Это в 3 раза меньше, чем сеялок. Сколько сеялок купил колхоз?»*

Следует иметь в виду, что современная методика исключает формальный подход учащихся к решению простых задач, который связан с натаскиванием, с заучиванием и узнаванием определенных видов задач. В связи с этим не следует говорить о навыке решения простых задач, речь может идти о формировании определенных умений:

а) умение читать задачу (понимать значение слов в ней);

б) умение выделять условие и вопрос задачи, известное и неизвестное;

в) умение устанавливать связь между данными и искомым, т. е. проводить разбор задачи (анализ ее текста), результатом которого является выбор арифметического действия для решения задачи;

г) умение записывать решение и ответ задачи.

Работу по формированию данных умений целесообразно начинать с 1 класса при решении простых задач. Для этой цели можно использовать такие приемы, как сравнение задач, преобразование вопроса, условия, данных, рассматривания текстов с недостающими и лишними данными, составление задач по рисунку, краткой записи, по решению. Названные приемы активизируют учащихся, способствуют развитию наблюдательности, памяти, мышления.

Для сравнения целесообразно подбирать такие пары задач, которые имеют:

а) Одинаковые условия, но различные вопросы.

1. Саша поймал 4 рыбки, а Миша – 3. Сколько всего рыбок поймали Саша и Миша вместе?

2. Саша поймал 4 рыбки, а Миша – 3. На сколько больше рыбок поймал Саша?

б) Одинаковые вопросы, но различия в условиях:

1. В саду росло 6 кустов малины, смородины на 3 куста больше. Сколько кустов смородины росло в саду?

2. В саду росло 6 кустов малины, а смородины на 3 куста меньше. Сколько кустов смородины росло в саду?

в) Одинаковые решения, хотя смысл одного и того же действия в каждой задаче различен:

1. Роману надо нарисовать 5 кружков. Он нарисовал на 3 кружка больше. Сколько кружков нарисовал Роман?

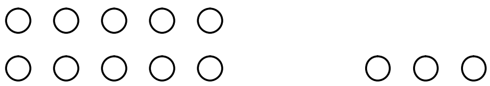
2. Роману надо нарисовать 5 красных кружков, а синих на 3 больше. Сколько синих кружков надо нарисовать Роману?

Чтобы учащиеся поняли различие между двумя последними задачами, необходимо использовать наглядность. Для этого следует провести беседу по следующим вопросам:

- рассмотрим первую задачу. Сколько кружков надо нарисовать Роману?
- Нарисуйте их.
- А теперь изобразите кружки, которые нарисовал Роман. Сколько надо добавить еще кружков?

Получается следующий рисунок:

Ко второй задаче можно попросить учащихся изобразить красные кружки, которые надо нарисовать Роману, а затем изобразить синие кружки, которые он нарисовал. Здесь только следует уточнить, как это сделать. Учащиеся обязательно ответят: «Что нужно нарисовать синих столько же, сколько красных, и еще добавить 3 синих кружка.» Рисунок ко второй задаче будет выглядеть так:



В качестве подготовительных упражнений к решению простых задач на сложение и вычитание полезно использовать задания типа:

1. У Маши было 9 маков, а у Миши на 2 меньше. Покажи, сколько роз у Миши.

2. У Риты 9 роз. Она подарила 3 розы сестре. Покажи сколько роз осталось у Риты.

Выполнение таких заданий способствует **осознанию выбора действий** при решении задач.

Используя прием *преобразования*, учащиеся могут самостоятельно изменить вопрос или условие задачи по заданию учителя. Например, после решения задачи:

1. Саша поймал 3 рыбки, а Миша на 4 рыбки больше. Сколько всего рыбок поймали мальчики?

Полезно спросить:

- Какой еще вопрос можно поставить к данному условию задачи?

Можно попросить учащихся изменить условие задачи так, чтобы она решалась действием вычитания.

Прием преобразования может быть использован не только по отношению к условию или к вопросу задачи, но и к данным. ***Изменение данных в задаче –***

одно из средств закрепления вычислительных навыков. Например, после решения задачи:
«В корзине было 10 морковок. 3 морковки отдали кроликам. Сколько морковок осталось в корзине?» - можно затем изменить одно из данных, используя для этой цели таблицу:

Было	*10*	*10*	*10*	*10*	*10*
Отдали	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Осталось					

Рассмотрение текстов ***с недостающими или лишними данными*** формирует у учащихся **внимательный и осознанный подход к установлению связи между данными и искомым.**
Прежде, чем предложить задачу: *«У Вани 6 значков, а у Лены 4 значка. Сколько значков у Вани и лены вместе?»* - можно дать такой текст:
«У Вани 6 значков. Сколько значков у Вани и у Лены вместе?»
По этому тексту следует провести такую беседу:
- Что спрашивается в задаче?
- Что нужно знать, чтобы ответить на поставленный вопрос?
- Прочитайте еще раз условие, можно ли ответить на поставленный вопрос?
- Каким данным нужно дополнить условие задачи, чтобы ответить на ее вопрос одним арифметическим действием?
Можно предложить учащимся и такой текст: *«У Вани 6 значков, у лены – 4, а у Пети – 3. Сколько значков у Вани и у лены вместе?»* Здесь одно данное лишнее, и учащиеся должны его заметить.

Аналогичные приемы можно использовать при решении простых задач на умножение и деление, особенно при решении задач на пропорциональную зависимость величин (цена, количество, стоимость; масса одного предмета, количество предметов, общая масса; скорость, время, расстояние). Эти задачи имеют большое практическое значение, так как способствуют осознанию взаимосвязи между различными величинами. Для этой цели полезны такие задания, как постановка вопроса к данному условию, например: *«Цена одной тетради 2 р. Девочка купила 5 тетрадей».* Какой вопрос можно поставить к данному условию?
- Зная цену одного предмета и их количество, мы всегда можем найти их стоимость. Отсюда естественно, вытекает вопрос: сколько стоят все тетради?
Другой пример: *«Пешеход прошел 10 км. Сколько времени он затратил на весь путь?»*
Проводится анализ задачи по следующим вопросам:
- Что дано в условии задачи? (Расстояние.)
- Что спрашивается в задаче?
- Можно ли ответить на вопрос задачи, пользуясь данными условия?
При решении простых задач на пропорциональную зависимость следует сравнивать уже не 2 задачи, а 3, используя для этого краткую запись в таблице:

Цена	*Количество*	*Стоимость*
2 р.	*5 т.*	*?*
?	*5 т.*	*10 р.*
2 р.	*?*	*10 р.*

Использование различных методических приемов при обучении решению простых задач способствует развитию кругозора учащихся, правильному пониманию математического смысла различных жизненных ситуаций, а это – один из способов реализации практической направленности курса математики при обучении решению задач.

Работая над формированием умения решать простые задачи, следует больше использовать различные приемы наглядной интерпритации задачи (рисунок, краткая запись, таблица, чертеж, схема), но пользоваться этими приемами следует разумно. Нельзя допускать, чтобы данные приемы из средств, помогающих ученику решать задачу, превратились в дополнительную нагрузку. Поэтому, если ученик может правильно решить задачу, не прибегая к использованию данных приемов, то требовать от него выполнения краткой записи, таблицы и т. п. вовсе не обязательно.

В практике иногда случаются такие случаи, когда ученик правильно решил задачу, но допустил ошибку в краткой записи, в результате отметка за такую работу была снижена. Это неправильно. Любая наглядная интерпритация – это помощь ученику, и формировать умение пользоваться данными средствами нужно постепенно. Здесь необходимо учитывать целесообразность такой помощи: в каком случае следует дать готовую наглядность, в каком случае предложить учащимся закончить ее, в каком случае учащиеся смогут выполнить ее самостоятельно.

Для проверки умения решать простые задачи можно использовать разнообразные методы: *устное фронтальное решение простых задач*, включающее задания на сравнение и преобразование задач, на постановку вопроса и преобразование задач; *письменные самостоятельные работы* на решение простых задач; *математические диктанты* на проверку умения выбирать арифметическое действие для решения задачи (в этом случае учитель читает задачу, а учащиеся записывают только знак действия, которым она решается).

4.2. Приемы работа над составной задачей.

При работе над составной задачей методика рекомендует ориентироваться на те же этапы работы над задачей, которые были рассмотрены при работе над простой задачей. Однако, большая сложность составных задач (по сравнению с простыми) требует некоторой коррекции видов деятельности учащихся и учителя при работе над ними.

Большего внимания требует работа над текстом задачи, поскольку текст становится объемнее, содержит больше данных и больше взаимосвязей, которые нужно установить между данными и искомым.

Многие методисты рекомендуют на этом этапе расширять и виды составляемых детьми *наглядных моделей задач:* это не только предметная наглядность или рисунок, ее заменяющий (те же кружочки или палочки), но и схема, краткая запись.

Большую сложность представляет собой и анализ задачи, подводящий ребенка к плану решения, поскольку он требует не одномоментного выбора действия, а установления последовательности двух или нескольких действий.

Появляется возможность решения задач разными способами, что было невозможно при решении простой задачи.

В этот же период дети знакомятся с различными способами записи решения задачи (по действиям, по действиям с пояснением, выражением, с вопросами).

Данный перечень показывает, что знакомство с составными задачами представляет собой достаточно объемную методическую задачу, требующую формирования у ребенка целого ряда *новых учебных умений.*

В связи с этим в прежних изданиях традиционного учебника математики с составными задачами дети знакомились в четырехлетней начальной школе только в декабре 2 класса. В последней редакции этого учебника составные задачи появляются в начале второго полугодия 1 класса.

Вопрос о роли и месте задач в начальном курсе математики является дискуссионным для многих методистов. Сроки знакомства с задачами и уровень сложности включаемых в тексты учебников задач определяются по-разному. Например, в новых версиях учебников И. И. Аргинской и Н. Б. Истоминой дети знакомятся с задачами (даже с простыми) только во 2 классе. Учебники Л. Г. Петерсон знакомят детей с задачей примерно в декабре 1 класса и уже во втором полугодии дети знакомятся с составной задачей, как и в издании традиционного учебника.

Многолетний опыт в области обучения решению задач в начальных классах позволяет утверждать, что суть проблемы не в сроках знакомства с задачей и не в количестве решенных задач, а в уровне развитии логического мышления ребенка (в частности, умении осознавать и прослеживать причинно-следственные связи явлений, умении строить умозаключения). При работе над более сложными составными задачами решающее значение приобретает собственная аналитическая деятельность ребенка, подкрепляемая умениями построить адекватную схему заданной в задаче ситуации.

а) Подготовительная работа.

Работа по формированию умения решать составные задачи начинается уже в процессе решения простых задач, выполняя функцию подготовки к знакомству составной задачи.

Прежде всего следует назвать задания, связанные ***с постановкой вопроса к данному условию задачи.*** Умение правильно оценить, на какой вопрос можно ответить, исходя из определенных данных, важно в последующей работе над составной задачей. Учитывая, что данное умение формируется неодинаково успешно и быстро у всех учащихся, работу в этом направлении следует проводить заблаговременно, на доступном для детей материале, т. е. на простых задачах. Приведем пример заданий такого типа:

1. Было ⬯ ⬯ ⬯ ⬯ ⬯ *(желуди). Стало на 3 больше. Сколько…?*
2. Было ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ *(шары). Стало на 3 меньше. Сколько…?*

Задания, связанные с постановкой вопроса к данному условию, могут быть представлены несколько в другой форме:

1. *На горке катались 8 мальчиков и 5 девочек, 4 девочки ушли домой.*
   Объясни, что узнаешь, выполнив действия: 8 + 5, 8 – 5, 5 – 4.
2. Поставь к каждой задаче вопрос так, чтобы она имела следующее решение: 8 – 6.
   а) В одном классе 8 отличников, а в другом 6 отличников.
   б) В прошлом году Сережа вырос на 8 см, а в этом – на 6 см.
3. *Дима нарисовал в тетради 5 елочек, а Саша 3 елочки.*
   Какие вопросы можно поставить к данному условию, чтобы задача решалась так: 5 – 3, 5 + 3.

Определенную роль в подготовке учащихся к решению составных задач играет ***решение задач с недостающими данными.***

Сначала предлагаются задания такого типа:

1. Мише надо решить 10 примеров. Он уже решил □ примеров. Сколько примеров ему осталось решить?

Для ответа на поставленный вопрос не хватает данных (в частности одного данного). Предоставляя ученикам возможность ввести это данное самим, необходимо обратить их внимание на то, что вводимое данное зависит от неизвестного, которое имеется в условии задачи. Так, например, числа 11, 12,… нельзя подставить в «окошко», так как ученику всего нужно было решить 10 примеров. Аналогичная ситуация возникает фактически и при решении составных задач. Так, для ответа на главный вопрос задачи (например, в два действия) не хватает одного данного. Его нужно найти, используя для этой цели другие данные задачи. В этом случае выполнить это условие намного сложнее. Тем не менее именно решение задач с недостающими данными позволяет постепенно овладеть этим умением и подойти к осознанию тех рассуждений, которые ученик должен проводить при решении составных задач.

Аналогичное задание в несколько иной форме:

Дополни задачи и реши их:

1. Кроликам принесли несколько кочанов капусты и морковок. Морковок было на 5 штук больше, чем кочанов капусты. Сколько морковок принесли кроликам?

2. На елке горело 10 зеленых лампочек, а красных лампочек было меньше. Сколько красных лампочек было на елке?

Особое место в работе по подготовке к решению составных задач занимают ***задачи с двумя вопросами.*** Например: *«Столяр изготовил 8 книжных полок, а кухонных полок на 3 меньше. Сколько кухонных полок изготовил столяр? Сколько всего полок изготовил столяр?»* Ориентируясь на данное задание, можно творчески подойти к работе с ним. Например, предложить учащимся вопросы в другой последовательности и выяснить, на какой из предложенных вопросов надо ответить сначала или на какой из вопросов учащиеся не могут сразу ответить. Данный прием позволит учащимся осознать взаимосвязь этих вопросов между собой. Для лучшего осознания этого факта целесообразно предложить задачу с двумя вопросами, которые никак не связаны между собой, и обратить на это внимание учащихся. Например, можно предложить такую задачу: *«На первой полке 6 книг, а на второй 8 книг. Сколько всего книг на двух полках? На сколько книг на одной полке больше, чем на второй?*

Рассмотрим задание, в котором использовано сочетание двух методических приемов: решение двух простых задач, взаимосвязанных между собой и решение задачи с недостающими данными:

1. В одном цехе 10 станков, а в другом на 4 станка меньше. Сколько станков в другом цехе?
2. В одном цехе 10 станков, а в другом □ *станков. Сколько всего станков в двух цехах?*

Для того чтобы дополнить недостающее данное во второй задаче, нужно решить первую задачу. Такая работа оказывается полезной не только при подготовке к решению составных задач, но и в процессе работы с ними. При работе над этими двумя задачами можно предложить ребятам подумать над таким вопросом:

- Как по другому можно сформулировать первую задачу, если в «окошко» подставить число 5, 7…?

При подготовке к решению составных задач очень полезно использовать задачи ***«с лишними данными».*** Они мобилизуют внимание учащихся, требуют от них осознанного анализа задачи и установления взаимосвязи между данными и искомым. Например:

«У Вани 6 значков, у Лены на 2 значка меньше, а у Коли 3 значка. Сколько значков у Коли и у Вани вместе?»

б) Знакомство с составной задачей.

При знакомстве с составной задачей полезно использовать различные методические приемы.

1. Традиционный подход использует метод фронтального решения задачи под руководством учителя с помощью рассуждений (аналитический «от вопроса» или синтетический «от данных»). Предложив детям задачу:

«В первой коробке 6 карандашей, а во второй на 2 карандаша меньше. Сколько карандашей в двух коробках?»

Используя метод беседы, учитель выясняет, что нужно узнать, чтобы ответить на вопрос задачи, каким действием можно узнать сколько карандашей во второй коробке. Записывается первое действие. Затем учитель показывает, как записать второе действие. Здесь же можно показать запись решения задачи выражением.

Если же подготовительная работа к решению составных задач была результативной, т. е. ребята не испытывали затруднений при выполнении заданий

описанных выше, то знакомство учащихся с составной задачей можно провести по-другому.
2. Рассматриваются две простые задачи с последующим объединением их в составную.
Например:

а) В первой коробке 6 карандашей, а во второй на 2 карандаша меньше. Сколько карандашей во второй коробке?

б) В первой коробке 6 карандашей, а во второй 4. Сколько карандашей в двух коробках?

После решения задач внимание детей обращается на связь, существующую между этими задачами. Для этого проводится беседа по вопросам:
- Обратили ли вы внимание, что задачи связаны между собой? (И в той и в другой задаче речь идет о двух коробках, в коробках лежат карандаши.)
- Кто сможет из двух задач составить одну с двумя вопросами?
После попыток учащихся составить текст с двумя вопросами учитель открывает текст задачи, записанный на доске:
«В первой коробке 6 карандашей, а во второй на 2 больше. Сколько карандашей в двух коробках? Сколько карандашей во второй коробке?»
Учитель просит учащихся внимательно прочитать каждый вопрос и подумать, на какой вопрос можно ответить сначала – на первый или на второй.

После этого учитель закрывает второй вопрос и спрашивает:
- Можно ли сразу ответить на вопрос задачи? (Нет, вначале нужно узнать сколько карандашей во второй коробке.).
- *Задача, в которой нельзя ответить на вопрос задачи одним действием, называется составной.*
Учитель показывает запись решения задачи по действиям и выражением.

Не следует после первого урока знакомства с составной задачей предлагать самостоятельно решить составную задачу дома, необходимо, чтобы учащиеся овладели умением записывать решение составной задачи.

в) Формирование умения решать составные задачи.

После знакомства учащихся с составной задачей описанные приемы работы не должны потерять своего значения. На уроках следует не только решать простые и составные задачи, но и использовать различные методические приемы, которые имели место на подготовительном этапе к решению составных задач.
Например, можно предложить учащимся ***преобразовать простую задачу в составную путем изменения вопроса.***
После решения такой задачи: *«Столяр сделал 8 книжных полок, а кухонных на 3 меньше. Сколько кухонных полок сделал столяр?»* учитель предлагает изменить вопрос задачи так, чтобы задача решалась в два действия.
В уроки следует включать не только решение простых и составных задач, но и их ***сравнение,*** направленных на формирование умения решать составные задачи. Например, работу с задачей такого вида: *«Купили игрушки: машину за 5 р., барабан за 3 р. и ружье за 4 р. Сколько стоит вся покупка?»* - можно построить следующим образом. Сначала к данному условию можно предложить различные вопросы, на которые учащиеся ответят в процессе устной фронтальной работы:
- Сколько денег заплатили за машину и барабан?
- Сколько денег заплатили за барабан и ружье?

- Сколько денег заплатили за машину и ружье?
- На сколько машина стоила дороже барабана?
- На сколько ружье стоило дороже барабана?

Затем учащиеся пытаются самостоятельно решить данную составную задачу. После чего на доске открывается решение задачи тремя способами, а учитель предлагает ученикам найти тот способ решения, который каждый из них выбрал.

1 способ	*2 способ*	*3 способ*
1) 5 + 3 = 8 (р.)	*1) 5 + 4 = 9 (р.)*	*1) 3 + 4 = 7 (р.)*
2) 8 + 4 = 12 (р.)	*2) 9 + 3 = 12 (р.)*	*2) 7 + 5 = 12 (р.)*

Дальнейшая работа проводится в зависимости от ситуации. Если все три способа решения нашли отражение в работах учащихся, то учитель предлагает объяснить каждый из них. Для этого он вызывает учеников, не справившихся с заданием самостоятельно. Справившиеся с заданием ученики контролируют их, задают наводящие вопросы. Они, например, могут спросить:

- Что означает число 5 в задаче?
- Что мы узнаем, если к 5 прибавим 3?

Проделанная работа подготовит учащихся к выполнению второго задания:

- Используя те же данные, составь задачи, которые решаются так: 5 + 3, 5 – 3, 4 – 3, 5 + 4».

Очень полезно при формировании умения решать составные задачи использовать ***прием выделения в простых задачах составной.***

Например, на доске записать тексты двух задач:

1. Маляру надо покрасить в одной квартире 6 дверей, а в другой 4 двери. Сколько дверей нужно покрасить маляру?

2. Маляру нужно покрасить 10 дверей. Он покрасил 7 дверей. Сколько дверей осталось покрасить маляру?

Учитель вначале организует работу класса по решению простых задач (фронтально или самостоятельно, устно или письменно). Затем он предлагает текст составной задачи:

«Маляру надо покрасить в одной квартире 6 дверей, а в другой 4 двери. Он покрасил 7 дверей. Сколько дверей осталось покрасить маляру?»

Для того чтобы обратить внимание учащихся на взаимосвязь данной составной задачи с простыми, полезно выделить составную задачу в тексте простых (подчеркнуть или обвести на доске). Данный прием поможет увидеть в составной задаче простые. Умение выделять в составной задаче простые будет полезным при решении некоторых составных задач.

4.3. Моделирование как обобщенный прием работы над задачей.

В основе формирования умения решать задачи лежит **прием моделирования,** которым дети овладевают в процессе специально организованной деятельности.

Модель – это построенный по определенным правилам аналог исследуемого объекта. Его изучение дает нам новую информацию об этом объекте. Под моделированием, таким образом, можно понимать способ построения модели.

Ученик строит абстрактную модель реальной ситуации, предлагаемой в задаче. От того, насколько правильно он построит эту модель, и какие способы ее построения выберет, зависит правильность ее решения. Удачно построенная модель должна облегчить ученику процесс решения задачи.

В начальной школе используются разные способы построения модели. Моделирование может быть *предметным*, т. е. модель строится с использованием вещественной, предметной наглядности. Моделирование может быть *графическим*, когда ситуация, предложенная в задаче, изображается с помощью схемы, схематического чертежа, схематического рисунка (множество, о котором идет речь в задаче, заменяется упрощенными обозначениями: кружками, палочками, треугольниками и т. п.)

Как и всякому учебному умению, моделированию нужно обучать. Использование визуально воспринимаемых моделей позволяет опираться на наглядно-образное мышление ребенка, характерное для младшего школьного возраста. Сензитивным (наиболее удачным) периодом для обучения моделированию является период обучения в начальной школе. Причем если организовать обучение моделированию еще на подготовительном этапе, до начала обучения решению задач, то в дальнейшем можно формировать умение решать задачи *на базе усвоенных принципов построения модели объекта, ситуации, процесса, явления и* т. д.

Основными принципами построения учебной модели являются следующие:

1) модель должна **отражать** особые (в данном случае количественные) **отношения** реальной действительности;

2) модель может и должна **замещать** соответствующие **реальные объекты**, явления, процессы, ради которых она была создана;

3) модель, отображая структуру исследуемого объекта, процесса, ситуации и т. д. способна замещать его так, чтобы ее изучение давало **новую информацию об этом объекте**, ситуации и т. п.

Средствами построения математической модели могут служить символы, знаки, рисунки, чертежи, схемы.

Для того чтобы решать задачу, ученик должен уметь переходить от текста к представлению ситуации, а от нее – к записи решения с помощью математических символов.

Процесс обучения задач решению задач можно рассматривать как обучение приемам перевода моделей одного вида в модели другого вида, а моделирование будет выступать в качестве обобщенного способа решения задачи любого типа.

Для того чтобы решить любую математическую задачу, ученик должен уметь выполнить двойной переход:

$$\textit{текст} \xrightarrow{1} \textit{образ} \xrightarrow{2} \textit{запись решения}$$

Сущность второго шага (перехода от мысленной модели задачи к математической) заключается в правильном выборе арифметических действий, соответствующих смыслу происходящих в задаче изменений. Если мысленная модель, которой руководствуется ученик при выборе действий, верно отражает структуру связей, то она будет прогнозировать ход ее решения и обусловливать верный выбор действий.

Если ребенок владеет арифметической символикой и понимает смысл арифметических действий, этот этап он обычно преодолевает без особых трудностей. Часть учеников, не умеющих решать задачи самостоятельно, довольно успешно справляются с ними, если получают в качестве индивидуальной помощи план ее решения в той или иной форме. План решения в этом случае играет ту же роль, что и мысленная модель, т. е. является схемой способа действия. Таким образом, психологически обучение математической символике и формирование понятия о смысле арифметических действий должны предшествовать обучению решению задач. Если ребенок будет плохо понимать смысл действий и путаться в символах, ему сложно будет осуществлять переход от мысленной модели к математической.

А то же время первый шаг в этой цепочке переходов (переход от текста к мысленной модели) представляет для многих детей гораздо большую трудность, чем второй шаг (переход от мысленной модели к математической). Дело в том, что в возрасте 6-7 лет у ребенка преобладает наглядно-образное мышление, которое в большой степени зависит от непосредственного восприятия. А это означает, что абстрагироваться, отвлечься от наиболее бросающихся в глаза свойств предмета или конкретных подробностей текста ученику этого возраста очень трудно. Опытный учитель знает, что научить младшего школьника решать задачи по самостоятельно выстроенному представлению, т. е. пользуясь самостоятельно созданной мысленной моделью, если у него нет к тому природных способностей, крайне трудно, и почти всегда в классе есть дети, которые так и не могут этому научиться самостоятельно. Они обычно читают текст задачи в целом, не обращая внимания на его составляющие, а потом пытаются угадать нужные действия, манипулируя числами.

Чтобы помочь ученикам в этой ситуации, учителя обычно пользуются наглядностью: сначала предметно-аналитической (предметы, картинки), а затем более абстрактным ее вариантом (множества данные в задаче заменят упрощенными обозначениями: палочками, кружками). Использование конкретно воспринимаемого материала помогает ученику осмыслить ситуацию.

Использование приема моделирования целесообразно уже на этапе подготовки к введению задачи и в процессе обучения решению простых задач. Это облегчает ребенку процесс «представления» ситуации задачи. В дальнейшем этот прием выступает как *одно из общих интеллектуальных умений* и играет роль *обобщенного способа действия* в процессе решения математической задачи любого типа. Тем самым снимается необходимость выработки особых подходов к задачам разного типа, как простым, так и составным.

Подготовительным этапом формирования у ребенка умения моделировать ситуацию задачи и описывать ее с помощью математических символов является

обучение ученика выполнению действий с предметными совокупностями таким образом, чтобы его действия соответствовали смыслу ситуации, предлагаемой условием задачи.

Самым простым способом моделирования задачи является моделирование на предметной наглядности. Этим способом учитель может пользоваться на начальных этапах обучения решению задач, поскольку в этот период особенно важно правильное понимание смысла действия, а смысл действия удобнее всего проиллюстрировать наглядно.

Такое моделирование доступно практически всем детям, и они с удовольствием пользуются им самостоятельно. Если при использовании этого приема моделирования исключается возможность пересчитывания, такая работа является первым шагом на пути обучения ребенка общему умению решать задачи.

Рассмотрим задачу:

Задача.
В аквариуме плавали рыбки. Когда 3 рыбки вынули, там осталось 6 рыбок. Сколько рыбок было в аквариуме сначала?

Обычно такие задачи вызывают у детей затруднения, т. к. слова «осталось», «вынули» ассоциируются у них с уменьшением, а потому дети могут предложить такое решении задачи: 6 – 3 = 3.

Наглядное предметное моделирование будет особенно полезным.
Учитель складывает в небольшую коробку стопку открыток с рыбками так, чтобы дети не смогли их пересчитать и предлагает взять одному ученику количество открыток, соответствующее вынутым рыбкам из аквариума.
Ученик берет из коробки 3 открытки. Другой ученик пересчитывает оставшиеся открытки. (Их 6)
- Сколько рыбок взяли? (3)
- Сколько рыбок осталось? (6)
- Какой вопрос задачи?
- Что означает слово «было»? (Действие, которое происходило раньше)
- Что нужно сделать, чтобы узнать, сколько рыбок было раньше? (Нужно положить 3 рыбки обратно в коробку.)
- Каким действием можно узнать, сколько рыбок было? (Сложением.)
- Запишите выражение.

6 + 3

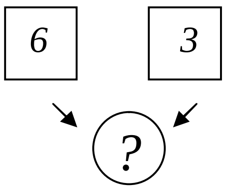
Проведенное таким образом предметное моделирование позволяет после решения данной задачи провести проверку наиболее адекватным для этого периода обучения способом: дети пересчитывают все открытки, вынимая их из коробки, и убеждаются в правильности найденного ответа.

Предметное моделирование – лучший способ организации деятельности учеников на этапе формирования понятия о смысле арифметического действия. Постепенно можно заменять предметную наглядность другим способом моделирования простой задачи – **схематическим моделированием** (упрощенный вариант графической модели).

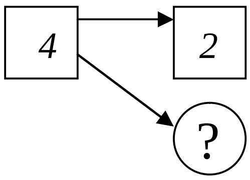
Поскольку на этом этапе модель должна помочь учителю научить ученика правильному ходу мысли при выборе действия, она должна визуально

соответствовать характеру этого действия, отражать структурные связи между его компонентами (сложение – объединение двух множеств, не имеющих общих элементов; вычитание – удаление части множества).

В предлагаемом способе схематического моделирования схема, соответствующая действию сложения, выглядит так:*



Схема, соответствующая действию вычитания, выглядит так:



Такой рисунок предельно прост в исполнении, посилен для любого ребенка, нагляден и, кроме того, вызывает у детей положительные эмоции: дети с удовольствием составляют схемы из готовых деталей на магнитной доке (карточек с цифрами и стрелок из бумаги), рисуют их на доске и в тетради без затруднения, поскольку для этих рисунков достаточно того уровня умения рисовать, которым обладает даже самый слабо подготовленный ребенок шести лет.

Главным достоинством такой схемы с математической точки зрения является то, что она *визуально и по смыслу точно отражает характер операций сложения* (объединения) и *вычитания* (удаления части множества).

При работе над составной задачей учитель ориентируется на те же этапы, что и в работе с простой задачей. Умения, сформированные у детей при решении простых задач, получают дальнейшее развитие, становятся более совершенными. Приемы работы с моделью, используемые на каждом этапе работы с задачей, носят более разнообразный и сложный характер.

---

* Данный прием моделирования предлагает Белошистая А. В.

См. Белошистая А. В. Прием графического моделирования при обучении решению задач //Начальная школа. – 1991. - №4.- с.56.

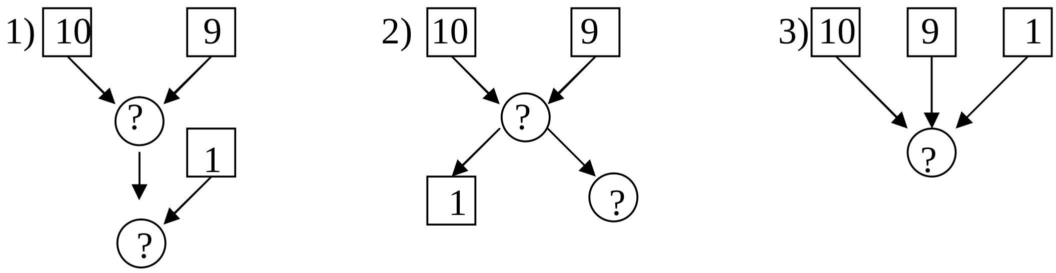
Рассмотрим задачу:

Задача.

В автобусе ехали 10 человек. На первой остановке в автобус вошли 9 человек, на второй вошел еще 1 человек. Сколько человек стало в автобусе?

В связи с тем, что при решении составной задачи может быть использована новая форма записи ее решения – в виде выражения, при разборе этой задачи может быть использован такой методический прием:

После чтения задачи и разбора ее текста учитель предлагает детям рассмотреть готовые схемы на доске и выбрать ту, которая подходит к данной задаче:



При анализе выбранных схем 1 и 3 учитель обращает внимание учащихся на то, что схема 1 отражает последовательность событий: 9 человек вошли на первой остановке, 1 человек – на второй остановке. Но поскольку все они едут на одном автобусе и в задаче спрашивается «Сколько человек стало в автобусе?», схема 3 также отражает структуру этой ситуации.

При выборе схем учитель показывает детям две формы записи решения:

1) 10 + 9 = 19 (ч.)   и   10 + 9 + 1 = 20 (ч.)

2) 19 + 1 = 20 (ч.)

и предлагает определить, какая из форм записи подходит к схеме 3, а какая – к схеме 1. Схема 3 определяет форму записи выражением, схема 1 – по действиям. Такие упражнения на установление связей между структурой схемы и формой записи решения способствуют формирования аналитических способностей: ученик в состоянии проанализировать структуру схемы и соотнести ее со структурой записи решения. Здесь же можно обсудить вопрос о том, какая из схем и соответственно приемов записи решения задачи имеют более экономную (компактную) форму.

При постепенном переходе от использования предметной наглядности к использованию схемы (абстрактного изображения ситуации, предложенной в задаче) создаются предпосылки, и фактически ведется работа по формированию у ребенка *умения абстрагироваться,* необходимого для *развития математического мышления.*

Схема состоит из элементов, смысл которых понимается детьми: кружков, квадратиков, стрелок. Она является абстрактным изображением той ситуации, которая дана в задаче, она позволяет отвлечься от несущественных подробностей, приучает ученика быстро находить главное в задаче (данные и искомое) и тем самым помогает осознать условие задачи и выбрать действие. Наличие схемы на доске или индивидуальной карточке поможет сориентироваться даже слабым учащимся. Готовая схема исключает этап поиска пути решения, так как она сама является схемой способа действия, способа решения, поэтому постоянно использовать готовые схемы не рекомендуется. Зато схема является средством контроля (самоконтроля), поскольку ребенок всегда может сравнивать выполняемые им действия со способом действия, зафиксированным в схеме. Использование приема моделирования (со схемой в качестве модели) помогает формированию таких приемов умственной деятельности как *абстрагирование, анализ, синтез,* а также способствует формированию внутреннего плана действий у ребенка.

В 90-е годы методисты стали много внимания уделять приему моделирования задачи с помощью различных схем (Н. Б. Истомина, Л. Г. Петерсон и другие). Однако во всех случаях речь идет об обучении ребенка использованию *сразу* графической модели в виде отрезков, где различные совокупности или величины, заданные в задаче, изображаются с помощью отрезков. Безусловно, эти схемы являются очень действенными. Но сама форма этой схемы является очень абстрактной и слишком условной для понимания ее детьми 6-7 летнего возраста. У учителя обычно уходит много сил и времени на обучение детей этому способу моделирования уже с 1 класса. Возможно именно поэтому, новый вариант учебника математики Н. Б. Истоминой для четырехлетней школы, активно использующий «схему в отрезках» для обучения решению задач, «отодвигает» знакомство с задачей на 2 класс. При этом схема в отрезках, даже предъявляемая ребенку готовой, не является «очевидной с первого взгляда»; она не дает ученику визуально воспринимаемую и понятную с первого взгляда картину выбора действия, если он заранее не обучен специально вычерчиванию и чтению этой модели.

Учителя обращают внимание на то, что наличие в учебниках большого количества готовых схем в отрезках ко многим задачам незначительно влияет на уровень сформированности умения решать задачи у школьников. Это обусловлено тем, что само *умение строить графическую модель к задаче является базовым для обучения ее решению*. Формировать это умение следует, постепенно повышая уровень абстрактности используемой модели, а «скачок» от предметного моделирования к абстрактной схеме в отрезках для многих детей слишком сложен. Практический опыт показывает, что даже для учителя составление схемы в отрезках для задач чуть более повышенного уровня сложности требует специального обучения. Поэтому при обучении учащихся построению вспомогательных графических моделей в ходе решения задач важно обеспечить потепенный, но своевременный переход от использования одних видов моделей к другим – от более конкретных к менее конкретным. Только во втором классе имеет смысл знакомить детей со схемой в отрезках.

Проиллюстрируем на примере задачи различные способы моделирования:

Задача.

У Кати 7 книг на полке, а в портфеле на 5 книг меньше. Сколько всего книг у Кати?

Решая задачу, ученики могут воспользоваться **условным рисунком**: на одной строке они рисуют 7 кружков, на другой – столько же, затем, руководствуясь текстом условия, 5 из них зачеркивают. Оставшиеся не зачеркнутыми кружки обозначают число книг в портфеле. Арифметическое действие при этом можно не выполнять, так как ответ легко сосчитать.

Использование такого рисунка фактически является дублированием соответствующих предметных действий. Такая модель наиболее близка к конкретной наглядности.

Другой вариант использования приема моделирования – это изображение ситуации задачи с помощью **<u>схемы</u>**:

$$\boxed{7} \xrightarrow{\textit{на 5 меньше}} ?$$

Данная схема отражает отношения между данными и искомым, которые описаны в задаче, но не дает детям возможности найти ответ пересчетом.

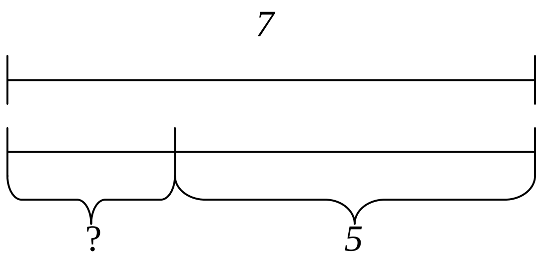
Чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо выполнить действие. Такая модель является более абстрактной.

Еще один вариант схематического изображения отношений между данными и искомым – это **<u>схема «в отрезках»</u>**. Такая схема может быть двух видов:

1) длина отрезка «в клеточках» соответствует данным задачи, в этом случае ответ задачи можно получить пересчетом;

2) длины отрезков условны и отражают только отношения между данными и искомым, а численное их значение записываются с помощью цифр: найти искомое в этом случае становится возможным лишь выполнив те или иные арифметические действия над указанными на чертеже числами.

К приведенной выше задаче этот чертеж в отрезках выглядел бы соответственно так:



Очевидно, что графическая модель «в отрезках» является моделью высокого уровня абстрактности, более высокого, чем схематический рисунок. Такая модель требует формирования определенного уровня умения читать схематические изображения ситуаций, и еще более сложного умения составлять такие графические изображения ситуаций.

В связи с высоким уровнем абстрактности схема в отрезках обладает большими возможностями: при использовании одного и того же чертежа в отрезках можно решать задачу несколькими способами и не нужно каждый раз рисовать новую схему. Схема в отрезках удобна, проста, заменяет краткую запись, помогает выбрать действие для ответа на вопрос задачи.

Знакомство с моделированием задач схемами « в отрезках» целесообразно начать с таких задач, данные которых выражены в мерах длины. В этом случае изображение данных и искомого в виде отрезков будет понятнее детям.

Приведем пример такого моделирования.

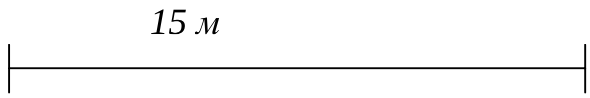
Задача.

В куске было 15 м ткани. Одному покупателю продали 5 м, другому покупателю отрезали 4 м. Сколько метров ткани осталось в куске?

Рассмотрим процесс построения схемы в отрезках к этой задаче:

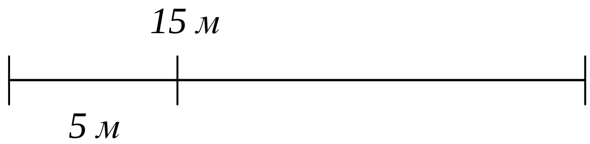
- Сколько ткани было в куске? (15 м.)

- Изобразим с помощью произвольного отрезка длину всего куска ткани, надпишем над ним, что он изображает 15 метров:



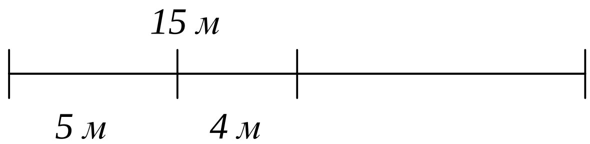
- Что еще известно в задаче? (Одному покупателю продали 5 м.)

- Давайте отметим эту часть отрезка и подпишем под ним, что он изображает 5 метров.



- Что известно о ткани, проданной второму покупателю? (Ее было продано 4 м.)

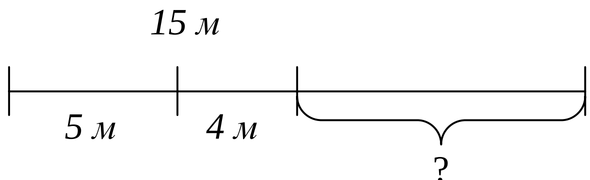
- Обозначим это отрезком и подпишем:



- Что нужно узнать в задаче? (Сколько ткани осталось в куске.)

- Покажите на чертеже отрезок, который обозначает оставшуюся ткань.

Ученик показывает и вслед за движением руки рисует скобку и ставит знак вопроса:



Если первоначально отрезок, изображающий 15 м ткани, отложить размером 15 клеточек, то ответ задачи можно найти пересчетом, т. е. задача будет решена графически и другого решения не требует.

Такая модель, выполненная средствами языка графики, очень абстрактна. Она не отражает никаких соотношений, кроме количественных, все второстепенные детали опущены, выбор действия производится только исходя из логики происходящих изменений. Поэтому не все дети могут воспользоваться этим способом. Мы советуем учителям не вводить новый способ моделирования «в отрезках» «категоричным требованием». Пусть ребенок сам постепенно перейдет на него, а в «переходный период» он может использовать любой способ моделирования, лишь бы этот способ помогал ему легко и правильно решить задачу.

Многие учителя используют в качестве модели ситуации задачи краткую запись. Такой вид моделирования принято называть **словесно – графическим.** Краткая запись представляет собой, переформулированное и коротко изложенное содержание задачи, с выделением количественных характеристик основных понятий, связей между данными, данными и искомым.

К данной задаче краткая запись может выглядеть так:

Было – 15 м
Продали – 5 м
Отрезали – 4 м
Осталось - ?

Если ребенок уже хорошо владеет навыком чтения и письма, краткая запись помогает ему выделить данные и соотношения между ними, соотношения между данными и искомым, и решить задачу. Если эти умения еще сформированы слабо, то краткая запись отнимает у ребенка больше сил и времени, чем само решение задачи.

Еще одним видом моделирования является **табличное моделирование**. Данная модель является более громоздким вариантом модели. Планируя использование таблицы, учитель должен заготовить ее заранее, чтобы не тратить время на ее вычерчивание на уроке. Если таблица заполнена в процессе анализа текста на доске, ученикам нет смысла переносить ее в тетрадь – это занимает много времени. Таблица удобна при фронтальном разборе задачи и в том случае, когда учитель планирует решать задачи, обратные данной. Тогда, заменяя одно из данных вопросом, а прежнее искомое – данным, легко построить обратную задачу той же структуры. Наиболее часто используется данный способом моделирования при решении задач на пропорциональную зависимость, так как оформление условия и вопроса в форме таблицы позволяет ученику быстрее определить характер и количество задействованных в задаче величин, а также структуру связей между ними.

Недостатком этой модели является то, что ее составление нельзя отнести к самостоятельному приему работы над задачей самого ученика. Таблицу готовит учитель, он же руководит ее заполнением. Дети не всегда чертят таблицу в тетради. Поэтому составление данной модели не становиться собственным приемом работы ребенка с задачей.

Предметное и графическое моделирование математической ситуации при решении текстовых задач давно применяется в школьной практике, но без должной системы и последовательности, что объясняется неправильным пониманием роли наглядности в обучении и развитии учащихся. До сих пор многие учителя неправильно полагают, что наглядность обязательно должна быть только на начальном этапе обучения, а с развитием абстрактного мышления у детей она теряет свое значение. Отсюда во 2-3 классах основным средством наглядности при анализе задач становится краткая запись условия задачи и лишь изредка применяются готовые схемы и таблицы. А между тем наглядность, особенно графическая, нужна на всем протяжении обучения как важное средство развития более сложных форм конкретного мышления и формирования математических понятий. «Рисунки, схемы и чертежи не только помогают учащимся в сознательном выявлении скрытых зависимостей между величинами, но и побуждают активно мыслить, искать наиболее рациональные пути решения задач, помогают не только усваивать знания, но и овладевать умением применять их на практике».*

Таким образом, чтобы дети лучше представляли себе жизненную ситуацию, отраженную в задаче, легче прослеживали зависимости между величинами, а выбор действия становился для них осознанным и доказательным, необходимо систематически обучать детей моделированию, начиная с полного предметного изображения числового взаимоотношения величин с демонстрацией самого действия задачи. Затем следует постепенно переходить к более обобщенному условно-предметному и графическому моделированию, к краткой записи задачи с использованием создаваемого на глазах у детей и самими детьми чертежа, схемы, после чего можно переходить к более высокой степени абстракции с применением готовых обобщенных опорных схем и таблиц.

Систематическое использование предметного и графического моделирования обеспечит более качественный анализ задачи, осознанный и обоснованный выбор необходимого арифметического действия и предупредит многие ошибки в решении задач учащимися.

Предложенная система не является универсальной, так как каждый учитель сам должен искать и адаптировать методы и приемы обучения решению задач в зависимости от уровня готовности класса к обучению, его дальнейшего развития.

* Левенбург Л. Ш. Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики. – М. - 1978. - стр. 4-5.

Заключение

В результате наблюдений, анализа проведенной работы, бесед с учащимися можно сделать вывод о том, что одна из основных причин допускаемых детьми ошибок в решении текстовых задач – неправильная организация первичного восприятия учащимися условия задачи и ее анализа, которые проводятся без должной опоры на жизненную ситуацию, отраженную в задаче, без ее предметного или графического моделирования, в следствии этого учащиеся не умеют проводить семантический и структурный анализ задачи и устанавливать причинно-следственные связи в ее контексте. Как правило, традиционная практика обучения учащихся решению текстовых задач не способствует в должной мере осознанному усвоению математических знаний, предусмотренных программой, развитию мышления и творческой активности учащихся. Зачастую обучение решению задач сводится к показу образца и заучиванию способов решения, а создание модели самими детьми в процессе разбора задачи применяются крайне редко. К тому же при фронтальном анализе и решении задачи учителя нередко ограничиваются правильными ответами двух-трех учеников, а остальные записывают за ними готовые решения без глубокого их понимания. При этом основное внимание направлено на реализацию единственной цели – получение ответа на вопрос задачи. Необоснованно много внимания и неопраданных затрат времени идет на оформление краткой записи и решения задачи в ущерб осознанному поиску ее решения. На заключительный анализ, на установление того, какие выводы можно сделать из выполненного решения, не остается времени, а ведь это самое главное, ради чего и решается задача.

Исходя из этого необходимо, прежде всего, решительно улучшить методику организации первичного восприятия и анализа задачи, чтобы обеспечить осознанный и доказательный выбор арифметического действия *всеми* учащимися.

Главное для каждого ученика на этом этапе – понять задачу, т. е. уяснить, о чем эта задача, что в ней известно, что нужно узнать, как связаны между собой данные, каковы отношения между данными и искомым и т. п. Для этого необходимо с 1 класса учить детей разбивать текст задачи на смысловые части и моделировать ситуации, отраженные в задаче.

После того как задача решена, получен ответ, не следует торопиться приступать к выполнению другого задания. Полезно подумать, попробовать найти другой способ решения задачи, осмыслить его, попытаться обратить внимание на трудности при поиске решения задачи, проанализировать неверно найденное решение, выявить новую и полезную для учащихся информацию.

Такой подход к обучению решению задач будет способствовать формированию приемов работы над задачей, элементов творческого мышления учащихся наряду с реализацией непосредственных целей обучения.

Учитель знает, что цель обучения – научить ребенка работать над задачей самостоятельно. Однако на уроках мы часто наблюдаем, что дети боятся задач, не научены с ними работать, идут к их решению наугад, совершенно отбрасывая логику. Учитель должен создавать такие условия, при которых ученик мог бы самостоятельно разобраться в задаче.

Любой вопрос учителя должен стать сигналом к мыслительной деятельности ученика. Надо направлять ребенка, не задавая наводящих вопросов, а предоставлять ему возможность самому подниматься по логическим ступенькам. Он должен надеяться только на себя. Еще великий Платон говорил, что в работе над своим развитием познавай медленно и постепенно, помня золотое правило мудрости: не спеши. Но, судя по практике, как раз это и вызывает у учителя беспокойство. Он сам не выдерживает, когда ребятам долго приходится осмысливать ситуацию, и, включаясь в процесс, занимает ведущую роль, оттесняя ученика в сторону, отбивая у него полностью интерес, порождая в ребенке неуверенность в себе. В этом главная ошибка учителя. Ученик «угасает», становится пассивным слушателем, копировщиком мыслей и действий учителя. А он должен быть открывателем.

Результативность

Сложившаяся система работы над задачей позволяет сформировать у учащихся глубокие, прочные знания, снижает степень неуверенности в своих способностях, помогая найти ответ на вопрос задачи, способствует развитию мышления, внимания, наблюдательности. Эффективность выстроенной системы работы отслеживалась 2 года через различные формы и методы диагностики: диаграммы, контрольные срезы, письменные опросы, тесты.

1. *Диаграммы*

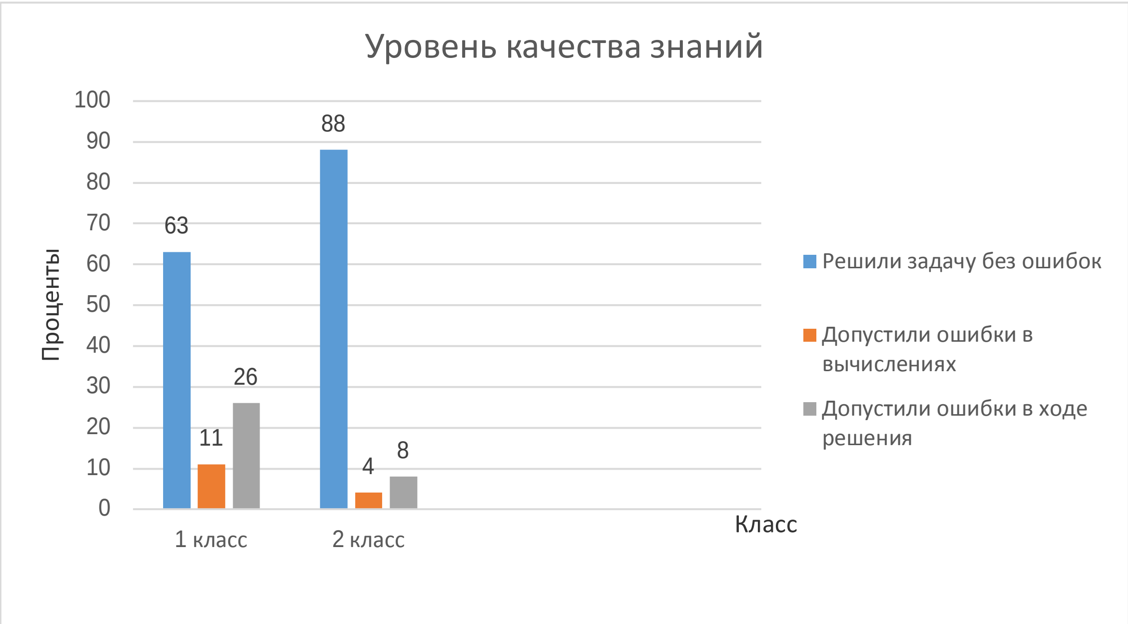
Диаграмма 1.

Цель: определить уровень качества знаний при обучении решению задач определенного типа.

Метод проведения: самостоятельная работа

Ход проведения. Учащимся в конце учебного года предлагается решить задачу на разностное сравнение, так как она вызывает у обучающихся наибольшие затруднения.

Диаграмма качества знаний при обучении решению задач на разностное сравнение



.

Вывод: из диаграммы видно, что в 1 классе количество ребят, допускавших ошибки в вычислениях при решении задачи на разностное сравнение составляло 11%, во 2 классе количество этих учащихся снизилось до 4%. Количество ребят, допускавших ошибки в ходе решения в 1 классе составило 26%, к концу второго класса их количество снизилось до 8%. Количество детей, которые решили задачу без ошибок плавно растет с 1 по 2 класс (с 63% до 88%).

Диаграмма 2.

Цель: определить уровень качества знаний при обучении решению задач определенного типа.

Метод проведения: самостоятельная работа

Ход проведения. Учащимся в конце первого и второго полугодия 2-ого года обучения предлагается решить задачу составную задачу, состоящую из следующих простых задач:

конец 1-ого полугодия

1) на уменьшение числа на несколько единиц,
2) на хождение суммы;

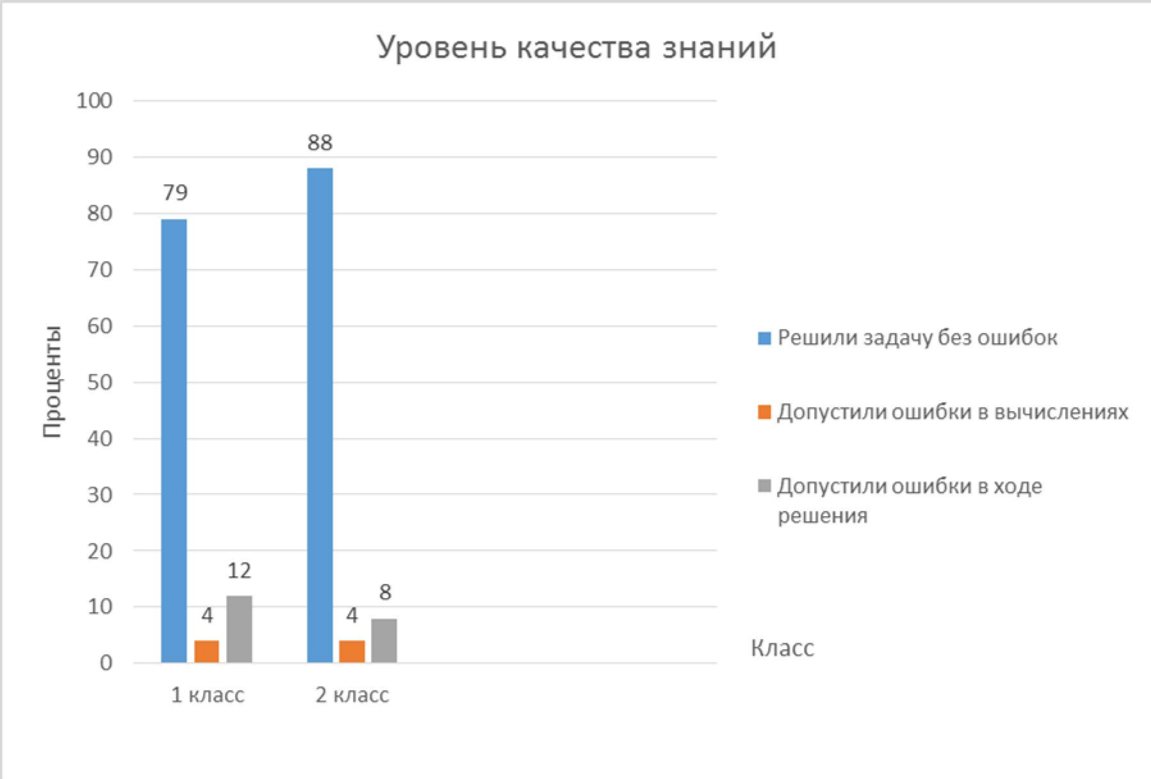
конец 2-ого полугодия

1) на увеличение числа в несколько раз,
2) на нахождение суммы.

Диаграмма качества знаний при обучении решению задач составных задач

Вывод: из диаграммы видно, что в конце 1-ого полугодия 2-ого класса количество ребят, допускавших ошибки в ходе решения составляло 32%, к концу второго полугодия 2 класса их количество снизилось до 17%. Количество детей, которые решили задачу без ошибок плавно возросло с 64% до 79%.

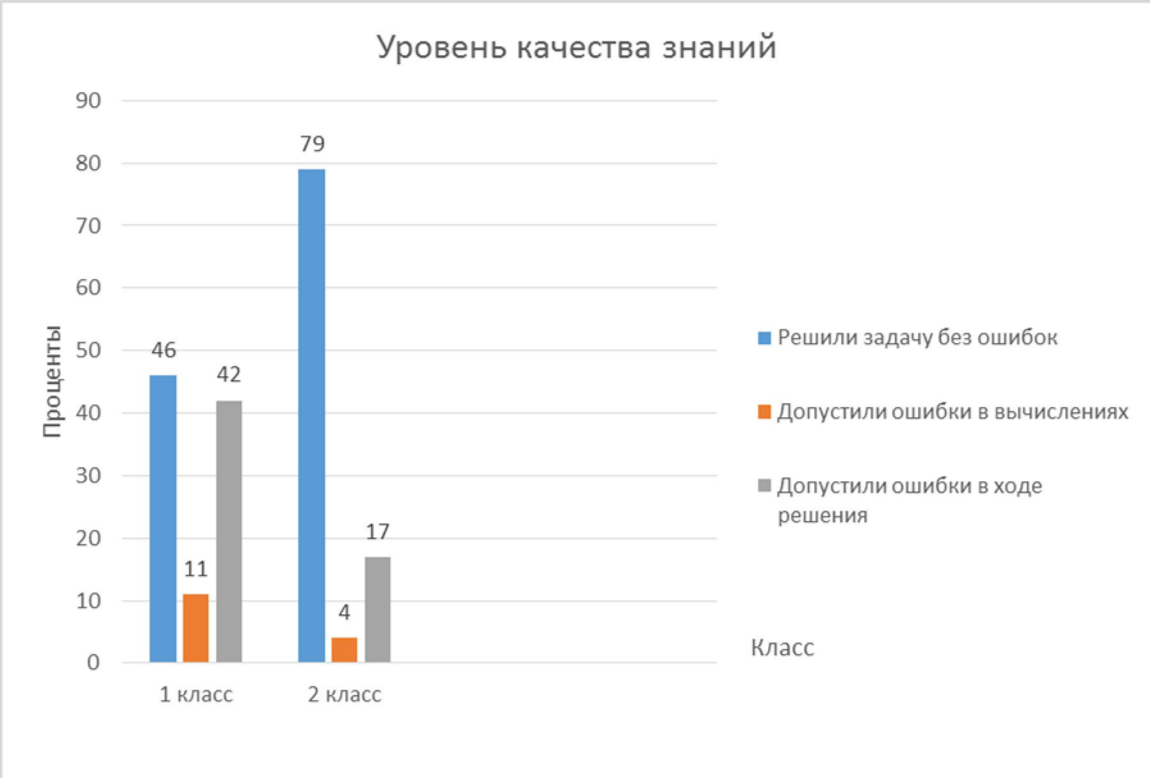
Диаграмма 3.
Диаграмма качества знаний обучающихся при обучении решению простых задач



Вывод: из диаграммы видно, что в 1 классе количество ребят, допускавших ошибки в ходе решения задач составляло 12%, во 2 классе количество этих учащихся снизилось до 8 %. Количество детей, которые решили задачу без ошибок плавно растет с 1 по 2 класс (с 79% до 88%).

Диаграмма 4.

Диаграмма качества знаний обучающихся при обучении решению составных задач.



Вывод: из диаграммы видно, что в 1 классе количество ребят, допускавших ошибки в ходе решения задач составляло 42%, во 2 классе количество этих учащихся снизилось до 17 %. Снизилось количество ребят, допускавших ошибки в вычислениях с 1 по 2 класс (11% до 4%). Количество детей, которые решили задачу без ошибок возросло с 1 по 2 класс (с 46% до 79%).

Список литературы

1. Аргинская И. И., Дмитриева И. А., Полякова А. В. *Обучаем по системе Л. В. Занкова. Первый класс. – М. - 1993.*

2. Артемов А. К., Истомина Н. Б. *Теоретические основы методики обучения математике в начальных классах. – М. - Воронеж. - 1996.*

3. Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. *Методика преподавания математики в начальных классах. – М. - 1984.*

4. Истомина Н. Б. *Методика обучения математике в начальных классах. – М. - 1998.*

5. Истомина Н. Б. *Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах. – М. - 1985.*

6. Истомина Н. Б. *Методические рекомендации к учебнику «Математика. 1 класс». 4-е издание. – М. - 1996.*

7. Истомина Н. Б. *Методические рекомендации к учебнику «Математика. 2 класс». 3-издание. – М. - 1996.*

8. Истомина Н. Б. *Методические рекомендации к учебнику «Математика. 3 класс». – М. - 1995.*

9. Левенберг Л. Ж. *Рисунки, схемы и чертежи в начальном курсе математики./ Под ред. Моро М. И. – М. - 1978.*

10. Моро М. И., Пышкало А. М. *Методика обучения математике в 1 – 3 классах. – М. - 1988.*

11. Степанова В. В. *Введение в учебную деятельность. – Владивосток. - 1997.*

Список статей из журнала «Начальная школа».

1983 г.

Холомкина А. И. *Решение задач на движение. - №3.*

1985 г.

Истомина Н. Б. *Обучение решению задач. - №1.*

Истомина Н. Б., Шикова Р. Н. *Формирование умения решать задачи различными способами. - №9.*

Царева С. Е. *Приемы первичного анализа задачи. - №9.*

1988 г.

Истомина Н. Б. *Работа над составной задачей. - №2.*

Царева С. Е. *Один из способов проверки решения задачи. - №2.*

1990 г.

Фонин Д. С., Целищева И. И. *Моделирование как важное средство обучения решению задач. - №3.*

Царева С. Е. *Виды работы с задачами на уроке математики. - №10.*

1991 г.

Белошистая А. В. *Прием графического моделирования при обучении решению задач. - №4.*

1992 г.

Рудакова Е. А., Царева С. Е. *Разбор задачи с использованием графических схем. - №11-12.*

1994 г.

Петерсон Л. Г. *Курс математики в новой модели школы «Экология и диалектика». - №12.*

1996 г.

Боробулько М. А., Стойлова Л. П. *Обучение решению задач и моделирование. - №8.*

Целищева И. И. *Моделирование в процессе решения текстовых задач. - №3.*

1997 г.

Царева С. Е. *Обучение решению задач. - №11.*

1998 г.

Царева С. Е. *Обучение решению задач. - №1.*

Махрова В. Н. *Рисунок помогает решить задачи. - №7.*

Истомина Н. Б., Нефедова И. Б. *Первые шаги в формировании умения решать задачи. - №11/12.*

2003 г.

Мамыкина М. Ю. *Работа над задачей. Система Л. В. Занкова. - №4.*

2006 г.

Халидов М. М., Мукина В. М. *Теория и практика обучения младших школьников решению математических задач. - №9.*