ISSN:2181-0427 ISSN:2181-1458

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

НАМАНГАН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ ИЛМИЙ АХБОРОТНОМАСИ

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК НАМАНГАНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2021 йил 8-сон

MAKTAB O'QUVCHILARI UCHUN EHTIMOLLAR NAZARIYASI FANIDAN MISOL-MASALALARNI YECHISH USULLARI

Polvanov Rashid Raximjanovich
Namangan davlat universiteti

Annotatsiya: *Ehtimollar nazariyasiga taalluqli ayrim tushunchalarni, misol va masalalarni har xil usulda bajarish, mantiqiy-matematik mulohaza yuritishga o'quvchilarni o'rgatishdan iborat.*

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

Полванов Рашид Рахимжанович
Наманганский государственный университет

Аннотация: *Он включает в себя обучение студентов логическому и математическому мышлению, выполнение некоторых концепций, примеров и задач, связанных с теорией вероятностей, различными способами.*

METHODS FOR SOLVING PROBABILITY THEORY PROBLEMS FOR PUPILS

Polvanov Rashid Rahimjanovich
Namangan State University

Annotation: *It includes teaching students logical and mathematical thinking, performing some concepts, examples and problems related to the theory of probability in various ways.*

Tajriba natijasida biror shartlar to'plami bajarilganda albatta ro'y beradigan hodisa muqarrar hodisa deyiladi. Muqarrar hodisaning ehtimoli 1 ga teng va u E bilan belgilanadi. Tajriba natijasida shartlar to'plami bajarilganda mutlaqo ro'y bermaydigan hodisa mumkin bo'lmagan hodisa deyiladi. Bu hodisani ehtimoli nolga teng va 0 bilan belgilaymiz.

Tajribaning har bir natijasini ifodalovchi hodisa elementar hodisa deb ataladi. Elementar hodisalarga ajratish mumkin bo'lgan hodisa murakkab hodisa deyiladi. Agar bir necha hodisalardan istalgan birini tajriba natijasida ro'y berishi boshqalariga qaraganda kattaroq imkoniyatga ega deyishga asos bo'lmasa, bunday hodisalar teng imkoniyatli hodisalar deyiladi.

Masalan, soqqa (yoqlari 1 dan 6 gacha turli sonlar yozilgan bir jinsli qub) tashlanganda uning yuqori yog'ida $l\left(1 \le l \le 6\right)$ sonning paydo bo'lishi tasodifiy hodisasini qaraylik.

Soqqamiz simmetrik bo'lgani uchun 1 dan 6 gacha bo'lgan sonlarning istalgan birining kelib chiqishi hodisalarining ro'y berishi - bir xil imkoniyatli hodisalar deyiladi. Tashlash soni n katta bo'lganda l-sonini - 1 dan 6 gacha har qanday sonlarning har birini ham soqqaning yuqori yog'ida paydo bo'lishi taqriban $\frac{n}{6}$ holda ko'rish mumkin. Bu tajriba bilan tasdiqlangan. Nisbiy chastota soni $P^* = \frac{1}{6}$ ga yaqin bo'ladi. Shuning uchun l soning, shuningdek, 1 dan 6 gacha har qanday boshqa sonning ham yuqori yoqda paydo boʻlish ehtimoli $\frac{1}{6}$ ga teng deb hisoblanadi.

Agar A va B hodisalar bir paytda roʻy berishi mumkin boʻlmagan hodisalar boʻlsa, ular birgalikda boʻlmagan hodisalar deyiladi. Masalan, tangani tashlaganda bir vaqtda gerbli va raqamli tomonlarini tushish hodisalari birgalikda boʻlmagan hodisalar boʻladi.

A hodisaga qarama-qarshi hodisa deb, A hodisaning roʻy bermasligidan iborat $\overline{A}$ hodisaga aytiladi. A va $\overline{A}$ hodisalar birgalikda boʻlmasligi oʻz-oʻzidan ravshan. Agar tajribada tasodifiy hodisalarning istalgan birining roʻy berishi mumkin boʻlib, bu hodisa bilan birgalikda emas, biror boshqa hodisaning roʻy berishi mumkin boʻlmasa, bu holda tasodifiy hodisalar toʻliq gruppasini tashkil qiladi deb ataymiz. Teng imkoniyatli birgalikda boʻlmagan hodisalarning toʻliq gruppasini qaraylik. Bunday hodisalarni hollar (yoki imkonlar) deb ataymiz. Bunday gruppaning hodisasi, agar uning roʻy berishi natijasida A hodisaning roʻy berishi kelib chiqadigan boʻlsa, A hodisaning roʻy berishiga qulaylik tugʻdiruvchi hodisalar deb ataladi.

Masalan, qutida 8 ta shar boʻlib uning har biriga bittadan 1 dan 8 gacha boʻlgan raqam yozilgan. 1,2,3,4 raqamli sharlar qizil, qolgan boshqa sharlar esa qora rangda. 1 raqamli sharning paydo boʻlishi (shuningdek 2,3 va 4 raqamli sharning paydo boʻlishi ham) qizil sharning paydo boʻlishiga qulaylik tugʻdiruvchi hodisadir.

Ehtimollar nazariyasiga doir bir nechta misol-masalalarni qarab chiqamiz. Koʻpchilik hollarda mumkin boʻlgan turli imkoniyatlarni kombinatorika formulalariga asoslanib toʻgʻridan-toʻgʻri hisoblash kerak boʻladi. Endi quyidagi misol-masalalarni yechimlari bilan beramiz.

1-misol. Yashikda oʻlchamlari va ogʻirligi bir xil boʻlgan uchta koʻk, sakkizta qizil va toʻqqizta oq shar boʻlib, sharlar yaxshilab aralashtirilgan. Yashikdan bir marta shar olinganda, koʻk, qizil va oq shar chiqish ehtimoli qancha?

Yechish. Istalgan sharning chiqishini teng imkoniyatli deb hisoblash mumkin boʻlganligidan, jami $n=3+8+9=20$ ta elementar hodisaga egamiz. Agar A,B,C orqali mos ravishda koʻk, qizil va oq shar chiqishidan iborat hodisalarni, m_1,m_2,m_3 orqali esa bu hodisalarga qulaylik tugʻdiruvchi elementar hodisalar sonini belgilasak, u holda $m_1=3,\ m_2=8,\ m_3=9$ boʻlishi tushunarli. Shuning uchun

$$P(A)=\frac{3}{20}=0{,}15;\quad P(B)=\frac{8}{20}=0{,}4;\quad P(C)=\frac{9}{20}=0{,}45\,.$$

2-misol. Ikkita tanga bir vaqtda tashlangan. $m(m=0,1,2)$ marta gerbli tomon tushish ehtimoli qancha?

Yechish. Ikkita tangani tashlanganda mumkin boʻlgan natijalarni tekshiraylik. Ravshanki, ularni

$$GG, GR, RG, RR$$

Sxema boʻyicha tavsiflash mumkin, bunda G-gerbli tomon, R-raqamli tomon tushishini bildiradi. Shunday qilib, toʻrtta elementar hodisa boʻlishi mumkin. Tangalar toʻgʻri geometrik formaga ega va bir jinsli deb faraz qilinishi sababli ulardan birortasining bir tomoni ikkinchi tomoniga nisbatan koʻproq tushadi deb taxmin qilishga asos yoʻq. Shuning uchun bu toʻrttala holni teng imkoniyatli deb hisoblash lozim. U holda m marta gerbil tomon tushish ehtimolini P_m orqali belgilab, quyidagilarni osongina hosil qilamiz:

$$P_0 = \frac{1}{4},\ P_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},\ P_2 = \frac{1}{4}.$$

3-misol. Yoqlariga $1,2,3,4,5,6$ ochkolar yozilgan ikkiga oʻyin soqqasi bir vaqtda tashlanadi. Ikkala soqqada tushgan ochkolar yigʻindisining sakkizga teng boʻlish ehtimoli qancha?

Yechish. Mumkin boʻlgan jami hollar soni $n = 6 \cdot 6 = 36$ ta, chunki bir soqqadagi istalgan ochko ikkinchi soqqadagi istalgan ochko bilan birga tushishi mumkin. Bu barcha hollar jufti-jufti bilan birgalikda emasligiga, teng imkoniyatligiga va toʻla gruppa tashkil qilishiga osongina ishonch hosil qilish mumkin. Masalada qoʻyilgan savolga javob berish uchun ochkolar yigʻindisi sakkizga teng boʻladigan hollar sonini hisoblash lozim. Bu tashlangan soqqalarda tushgan ochkolar

$$2+6,\ 3+5,\ 4+4,\ 5+3 \text{ yoki } 6+2$$

ga teng boʻlganda roʻy beradi, bunda birinchi qoʻshiluvchi birinchi soqqada, ikkinchi qoʻshiluvchi esa ikkinchi soqqada tushgan ochkolar sonini bildiradi. Bundan koʻrinadiki, ikkala soqqada tushgan ochkolar yigʻindisi sakkizga teng boʻlishidan iborat boʻlgan A hodisaga $m = 5$ ta hol qulaylik tugʻdiradi. Shuning uchun

$$P(A) = \frac{5}{36}.$$

4-misol. Nishonga "a'lo" bahoda oʻq uzish ehtimoli $0{,}3$ ga, "yaxshi" bahoda oʻq uzish ehtimoli esa $0{,}4$ ga teng. Otilgan oʻq uchun "yaxshi" bahodan kam baho olmaslik ehtimoli qancha?

Yechish. Agar A hodisa "a'lo" baho olishni, B hodisa esa "yaxshi" baho olishni bildirsa, u holda

$$P(A \text{ yoki } B) = P(A) + P(B) = 0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7.$$

5-misol. Ichida n ta oq, qizil va qora shar boʻlgan yashikda k ta oq va l ta qizil shar bor. Yashikdan rangi qora boʻlmagan shar olish ehtimoli qancha?

Yechish. A hodisa olingan sharning oq boʻlishini, B hodisa esa uning qizil boʻlishini ifoda qilsin. Olingan sharning qora rangli boʻlmasligi uning oq yoki qizil rangli boʻlishini bildiradi. Ehtimolning ta'rifiga koʻra

$$P(A) = \frac{k}{n},\ P(B) = \frac{l}{n}$$

boʻlganligi uchun qora rangli boʻlmagan shar chiqish ehtimoli qoʻshish teoremasiga koʻra

$$P(A \ yoki \ B) = P(A) + P(B) = \frac{k}{n} + \frac{l}{n} = \frac{k+l}{n}.$$

Bu masalani quyidagicha ham yechish mumkin. C-qora rangli shar chiqishidan iborat hodisa boʻlsin. Qora rangli sharlar soni $n-(k+l)$ ga teng boʻlgani uchun

$$P(C) = \frac{n-(k+l)}{n} = \frac{n-k-l}{n}.$$

Qora rangli boʻlmagan sharning chiqishi C hodisaga qarama-qarshi $\overline{C}$ hodisa boʻladi, shuning uchun qoʻshish teoremasining yuqorida koʻrsatilgan natijasiga koʻra oʻsha

$$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{n-k-l}{n} = \frac{n-n+k+l}{n} = \frac{k+l}{n}$$

natijaga ega boʻlamiz.

6-misol. Pul-buyum lotereyasida 1000 ta biletli har bir seriyaga 120 ta pul yutuq va 80 ta buyum yutuq toʻgʻri keladi. Bitta lotereya biletiga biror yutuq chiqish ehtimoli qancha?

Yechish. Agar A orqali pul yutuq chiqishini, B orqali esa buyum yutuq chiqishini belgilasak, u holda ehtimolning taʼrifiga koʻra

$$P(A) = \frac{120}{1000} = 0{,}12; \qquad P(B) = \frac{80}{1000} = 0{,}08.$$

Bizni qiziqtirayotgan hodisa (A yoki B) dan iborat, shuning uchun qoʻshish teoremasidan

$$P(A \ yoki \ B) = P(A) + P(B) = 0{,}12 + 0{,}08 = 0{,}20$$

kelib chiqadi. Shunday qilib, biror yutuq chiqish ehtimoli $0{,}2$ ga teng.

7-misol. Korxona mahsulotining 96% i yaroqli (A hodisa) deb tan olinadi. Har 100 ta yaroqli mahsulotdan 75 tasi birinchi navli (B hodisa) boʻlar ekan. Tasodifan olingan mahsulotning birinchi navli boʻlish ehtimolini aniqlang.

Yechish. Izlanayotgan ehtimol A va B hodisalarni birgalikda yuz berishidan iborat boʻlgan (A va B) hodisaning ehtimolidir. Shartga koʻra $P(A) = 0{,}96$ va $P_A(B) = 0{,}75$. Shuning uchun koʻpaytirish teoremasi quyidagi natijani beradi:

$$P(A \ va \ B) = P(A) \cdot P_A(B) = 0{,}96 \cdot 0{,}75 = 0{,}72.$$

8-misol. Ayrim oʻq uzishda oʻqning nishonga tegish (A hodisa) ehtimoli $0{,}2$ ga teng. Agar portlatgichlarning 2% i portlamay qolsa (yaʼni 2% holda oʻq uzilmay qoladi), oʻqning nishonga tegish ehtimoli qancha?

Yechish. B hodisa oʻqning otilishidan iborat hodisa, $\overline{B}$ esa unga qarama-qarshi hodisa boʻlsin. U holda masala shartiga koʻra $P(\overline{B}) = 0{,}02$ boʻlib, qoʻshish teoremasining natijasiga muvofiq, $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$. Soʻngra shartga koʻra $P_B(A) = 0{,}2$.

Oʻqning nishonga tegishi A va B hodisalarning birgalikda yuz berishidan iborat boʻlgan hodisadir (oʻq otiladi va nishonga tegadi). Shuning uchun koʻpaytirish teoremasiga asosan

$$P(A \ va \ B) = P(B) \cdot P_B(A) = 0{,}98 \cdot 0{,}2 = 0{,}196.$$

Foydalaniladigan adabiyotlar:

1. Бернштейн С.Н., «Теория вероятностей», ГИТТЛ, 1946.
2. Гутер Р.С., Овчинский Б.В. «Эҳтимоллар назарияси асослари», Т., 1978.
3. Farmonov Sh.K., Turgunboyev R.M., Sharipova L.D., Parpiyeva N.T. Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistika. T.: “JAHON PRINT” MCHJ, 2011.-200 b.

МУНДАРИЖА