O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYA VAZIRLIGI

NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI

“MAYDONLAR NAZARIYASI”

fanidan

O‘QUV – USLUBIY MAJMUA

Bilim sohasi:	**100 000**	**-**	**Gumanitar soha**
Ta’lim sohasi:	**140 000**	**-**	**Tabiiy fanlar**
Ta’lim yo’nalishi:	**5140200**	**-**	**Fizika**

Namangan-2023

Tuzuvchi: Ergasheva M **“Fizika” kafedrasi dotsenti.**

Taqrizchilar:

A.Xalmirzayev	NamDU “Fizika” kafedrasi mudiri.
M.Nuriddinova	“NamMTI Fizika kafedrasi dotsenti.

O‘quv-uslubiy majmua Fizika kafedrasining yig’ilishida muhokama etilgan.
(28.08.2023 yil, bayonnoma №1)

MA”RUZA MATNI

1-ma’ruza. Skalyar. Vektor. Vektorlarning qo’shilishi va ayrilishi. Vektorlarni skalyarga ko’paytirish. Vektorni ajratish. Vektorni o’qqa proyeksiyasi. Yuz konturi va normali. Vektorlarning skalyar ko’paytmasi. Vektorlarning vector ko’paytmasi.

Reja:

Tayanch so‘zlar va iboralar: Skalyar, kollinear, vektor, komplanar, bazis, fazo, nol vektor, orientatsiyali yuz, tekis o‘zgaruvchan harakat, tekis egri chiziqli harakat, kontur, skalyar ko`paytma, normal va tangentsial tezlanish, yuz konturi va normali.

Skalyar va vektor miqdorlar. Kundalik hayotimizda: institutning eng keksa o’qituvchisining yoshi nechada?; ma‘lum quduqdan bir kecha-kunduzda qancha neft olinadi?; fakultet talabalari bir kunda qancha paxta teradi?; Bobomurod traktorchi bir kunda qancha yer haydaydi?; korxona bir kunda necha metr mato ishlab chiqardi?; xonadagi havoning harorati qanday; bir dona to’la ochilgan paxta ko’sagining massasi qancha?; ishchi bir kunda qancha g’isht terdi?; zavod bir kecha-kunduzda qancha neftni qayta ishlaydi? kabi savollarga duch kelamiz. Bu savollarning barchasiga bitta aniq son yordamida to’liq javob olish mumkin. Boshqacha aytganda bu yerda miqdor o’zining faqatgina son qiymati bilan to’la aniqlanadi. O’zining son qiymati bilan to’liq aniqlanadigan miqdorlar skalyar miqdorlar deyiladi. Uzunlik, yuza, hajm va harorat skalyar miqdorga misol bo’la oladi. Shunday miqdorlar ham uchraydiki, ularni faqatgina son qiymati orqali to’liq aniqlab bo’lmaydi. Masalan: Qarshi shahridan 70km/soat tezlik bilan chiqqan avtomobil bir soatdan keyin qaerda bo’ladi? degan savolga birgina 70 km/soat yordamida javob berib bo’lmaydi. Agarda masalaning shartiga yo’nalish tayinlansa, uni hal etish mumkin. Ya‘ni Qarshi shahridan 70 km/soat tezlik bilan Qarshi-Samarqand yo’nalishi bo’yicha harakatlanayotgan avtomobil bir soatdan keyin qayerda bo’ladi? deyilsa, bu savolga to’liq javob berish mumkin. Son qiymatidan tashqari ma‘lum yo’nalishga ega bo’lgan miqdorlar vektor miqdorlar deyiladi. Harakat tezligi, tezlanish, kuch, magnit va elektr maydonining kuchlanganligi kabi kattaliklar vektor miqdorga misol bo’ladi.

Tez harakatlanuvchi jismlarning **relyativistik mexanikasidan** farqli o‘laroq kichik tezlik bilan (yorug‘likning vakuumdagi tezligi $s=3\cdot10^8$m/c ga qaraganda) harakatlanuvchi jismlar mexanikasi **klassik mexanika** deyiladi. Klassik mexanika asoslarini I.Nyuton ishlab chiqqan. Shuning uchun uni odatda **Nyuton mexanikasi** deyiladi. Relyativistik mexanika maxsus nisbiylik nazariyasiga asoslanadi va uni keyinroq ko‘rib (9-va 10- ma’ruzalarga ga qarang) chiqamiz.

Biz Nyuton mexanikasining ikki asosiy bo‘limi: kinematika va dinamikani o‘rganish bilan chegaralanamiz. Kinematikada harakatning har bir aniq turini amalga oshish sababini hisobga olmasdan jismlar mexanik harakatining matematik tavsifi beriladi. Mexanikaning asosiy bo‘limi dinamika bo‘lib, jismlar o‘zaro ta’sirlarining ular mexanik harakatiga ta’sirini tadqiqot qilish bilan shug‘ullanadi.

Har doim mexanikaning u yoki bu aniq masalasini echishda xayolan jismlar to‘plamidan berilgan masalada muhim bo‘lgan jismni ajratib olishga to‘g‘ri keladi. Bunday ko‘rilayotgan jismlarning xayolan ajratilgan majmuasiga mexanik sistema deyiladi.

Bizni o‘rab olgan hamma jismlar nihoyatda ko‘p sonli molekula va atomlardan tuzilgan bo‘lib, **makroskopik sistemani** tashkil qiladi. Jismlarning mexanik xossalari ularning kimyoviy tarkibi, ichki tuzilishi va holati bilan aniqlanib, ularni o‘rganish mexanika doirasidan chetga chiqishi sababli bu masalalar fizikaning boshqa bo‘limlarida ko‘rib chiqiladi. Mexanikada real jismlarni tavsiflashda konkret masala shartiga qarab moddiy nuqta, absolyut qattiq jism, absolyut elastik jism, absolyut noelatik jism va shu kabi sodda modellardan foydalaniladi. U yoki bu modelni tanlash berilgan masalada real jismning barcha muhim o‘ziga xos xususiyatlarini hisobga olish, hamma ikkinchi darajali, masala echishni qiyinlashtiruvchilarini esa tashlab yuborish bilan amalga oshirilishi zarur.

Tabiatdagi mavjud jismlarning vaziyatini, xususiyatlarini va harakatlarini o‘rganishda hamda ular bilan bog‘liq bo‘lgan jarayonlarni tasvirlashda qo‘yilgan maqsadning mohiyatiga ko‘ra *fizikada* har hil soddalashtirilgan o‘xshatmalardan (*modellardan*) foydalaniladi, ya’ni mavjud oboektlarni ularning ideallashgan nusxasi-modeli bilan almashtiriladi. SHu maqsadda fizikaning mexanika bo‘limida moddiy nuqta, mutlaq (absolyut) qattiq jism, uzluksiz (yaxlit) muhit deb ataladigan mexanikaviy o‘xshatmalardan (modellardan) foydalaniladi.

Moddiy nuqta deganda, shakli, o‘lchami va tuzilishi ko‘rilayotgan masala uchun axamiyatga ega bo‘lmagan, lekin ma’lum massaga ega bo‘lgan jism tushuniladi.

O‘rganilayotgan sharoitda geometrik o‘lchamlari va shakli hisobga olinmaydigan hamda massasi bir nuqtaga to‘plangan deb qaraladigan har qanday jism moddiy nuqta deb ataladi. Moddiy nuqta tushunchasi ilmiy abstraktsiya hisoblanadi. Bu tushunchani kiritganda biz asosiy eotiborni o‘rganilayotgan hodisaning bosh mohiyatini aniqlab beruvchi tomonlarga qaratib, boshqa xususiyatlar (jismning geometrik o‘lchamlari, tarkibi, ichki holati va bu xolatning o‘zgarishi kabi xususiyatlar) ni inobatga olmaymiz. Nazariy mexanika fanida faqat birgina jism o‘rganilmasdan bir necha jismlar to‘plami ham o‘rganiladi. Bu jismlarni moddiy nuqtalar to‘plami (tizimi) deb qarash mumkin. Bitta makroskopik jismni ham xayolan mayda bo‘lakchalarga bo‘lib, bu bo‘lakchalarni o‘zaro ta’sirlashuvchi moddiy nuqtalar tizimi (sistemasi) deb tasavvur qilish mumkin.

Ayni bir jismni bir masalada moddiy nuqta deb hisoblash mumkin, boshqalarida esa mumkin emas. Masalan, Er va boshqa sayyoralarning Quyosh atrofidagi orbitadagi harakati ko‘rilayotganda ularni moddiy nuqta deb qarash mumkin, chunki sayyoralar o‘lchami ularning orbitalari o‘lchamlaridan kichik. Shu vaqtning o‘zida mexanikaning «Er» dagi barcha masalalarida Erni moddiy nuqta deb hisoblash mumkin emas. O‘rganilayotgan mexanik sistemani tashkil etuvchi har qanday ko‘lami katta jism yoki jismlar sistemasini **moddiy nuqtalar sistemasi** deb qarash mumkin. Buning uchun sistemasining barcha jismlarini xayolan shu qadar ko‘p sondagi qismlarga bo‘lish kerakki, har bir qism o‘lchami jismlarning o‘zlarini o‘lchamlariga nisbatan solishtirilganda juda ham kichik bo‘lsin.

Absolyut qattiq jism deb, xohlagan ikki nuqtasi orasidagi masofa doimo o‘zgarmay qoladigan jismga aytiladi. Bu model ko‘rilayotgan masalada jismning boshqa jismlar bilan o‘zaro ta’sirlashgandagi deformatsiyasi juda ham kichik bo‘lgan hollarda yaroqlidir. Absolyut qattiq jismni bir-biri bilan qattiq bog‘langan moddiy nuqtalar tizimi ko‘rinishida deyishimiz mumkin. Kelgusida anglashilmovchilik keltirib chiqarmaydigan joylarda «absolyut qattiq jism» demasdan qisqacha «qattiq jism» deb ayta qolamiz. Mos ravishda «jism tarkibiga kiruvchi moddiy nuqtalar» so‘zlari o‘rniga «moddiy nuqta» deb aytamiz.

Absolyut elastik jism va absolyut noelastik jism-real jismlarning ikki chegaraviy holi bo‘lib, o‘rganilayotgan jarayonlarda ularning deformatsiyalarini hisobga olmaslik mumkin emas (masalan, jismlarning urilishida). **Absolyut elastik jism** deb, uning deformatsiyalari Guk qonuniga bo‘ysunadigan, ya’ni ularni yuzaga chiqaruvchi kuchga proporsional bo‘lgan jismga aytiladi. **Absolyut noelastik jism** deb, tashqi mexanik ta’sir to‘xtatilgach ta’sir tufayli hosil bo‘lgan deformatsiya holatini to‘liq o‘zida saqlaydigan jismga aytiladi.

2. Mexanik harakat - materiya harakatining eng sodda turi. Moddiy nuqta ilgarilanma harakat kinematikasi va kinematika elementlari: vaqt, fazo tushunchasi, sanoq sistemasi, tezlik, tezlanish, normal va tangentsial tezlanishlar.

Materiya harakatining fazodagi har qanday o‘zgarishiga harakat deyiladi. Materiya harakatining eng sodda turi mexanik harakat bo‘lib, u jismlar yoki jism qismlarining fazoda bir-biriga nisbatan siljishini ifodalaydi. Mexanik harakatni fazo va vaqtdan ajratilgan xolda tassavur etib bo‘lmaydi, chunki har kanday hodisa fazoning qaeridadir va qachondir sodir bo‘ladi.

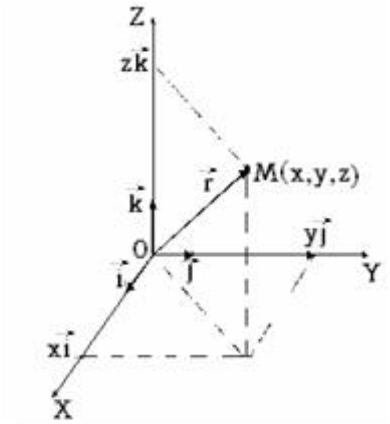
Harakatni tekshirilayotgan jismning turli paytlarda fazodagi vaziyatlarini aniqlash uchun sanoq sistemasi qabul qilinadi. Har bir harakat biror sanoq sistemasiga nisbatan qaralishi kerak. Biror jismni uloqtirib, uning uyga nisbatan qilayotgan harakatini ko‘rsak, bu holda uy sanoq jismini tashkil qiladi. Sanoq sistemasi uchun yana soat mexanizmi va koordinata sistemasi olinadi. Koordinata sistemasini shunday tanlab olinadiki, bunda uning boshlanish nuqtasi jism harakatining tekshira boshlash nuqtasiga to‘g‘ri kelishi kerak.

Hamma jismlar fazo va vaqtda mavjud va harakatlanadi. Fazo va vaqt tushunchalari hamma tabiiy fanlar uchun asosiydir. Har qanday jism hajmga, ya’ni fazoviy ko‘lamga ega. Vaqt-har qanday jarayon, ixtiyoriy harakatni tashkil etuvchi holatlarning almashinish tartibini ifodalaydi. U jarayonning davomiyligini o‘lchovi bo‘lib xizmat qiladi. Shunday qilib, fazo va vaqt materiya mavjudligining eng umumiy shaklidir. Shuningdek, qandaydir, boshqa jismlarga qiyos qilmay turib «umuman» biror jismning fazodagi vaziyati va mexanik harakati to‘g‘risida gapirish hech qanday maonoga ega emas. Doimo qandaydir aniq tanlangan boshqa jismga nisbatan bu jismning holati va harakati haqida gapiriladi (masalan, Quyoshga nisbatan sayyoralar, Erga nisbatan samolyot va xokazo).

O‘rganilayotgan jismning holatini ixtiyoriy vaqt momentida bir qiymatli aniqlash uchun sanoq sistemasini tanlab olishimiz zarur.

Sanoq sistemasi deb, soat bilan taominlangan, absolyut qattiq jismga qattiq bog‘langan va unga nisbatan vaqtning har xil momentlarida boshqa jismlarning holatlari aniqlanadigan koordinatalar sistemasiga aytiladi. Bunda soat deganda vaqtni yoki, aniqrog‘i hodisalar o‘rtasidagi vaqt oraliqlarini o‘lchashda ishlatiladigan qurilma tushuniladi: vaqt bir jinsli bo‘lganligidan uning sanoq boshini ixtiyoriy tanlash mumkin. Nyuton mexanikasida fazoning xossalari Evklid geometriyasi bilan tavsiflanadi, vaqt o‘tishi esa hamma sanoq sistemalarida bir xil deb faraz qilinadi. Bundan buyon Er bilan qattiq bog‘langan sanoq sistemasini Er yoki laboratoriya sistemasi deb ataymiz.

Ko‘pincha, 2.1-rasmda tasvirlangan to‘g‘riburchakli dekart koordinatalarning o‘ng sistemasidan foydalaniladi. Bu erda $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ - **ortonormalangan bazis**, koordinatalar sistemasining ortlari - modul bo‘yicha birlik va o‘zaro perpendikulyar vektorlar. Agar uchinchi ort (vektor $\vec{k}$) oxiridan birinchi ort ($\vec{i}$) dan ikkinchi ort ($\vec{j}$) ga eng qisqa masofa orqali aylanish, soat strelkasi aylanishiga teskari ko‘rinsa, ya’ni $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ vektorlarning o‘zaro yo‘nalishi o‘ng qo‘lning uchta bosh, ko‘rsatgich va o‘rta barmoqlari o‘zaro perpendikulyar joylashgandagi o‘zaro yo‘nalishlari bilan mos tushsa, bunday



2.1-rasm

koordinatalar sistemasini o‘ng koordinatalar sistemasi deyiladi.

Moddiy nuqta M ning koordinata sistemasiga nisbatan holatini ikkita ekvivalent usul bilan berish mumkin: M nuqtaning hamma *x, y, z* koordinatalari qiymatlarini ko‘rsatish yoki uning radius vektori $\vec{r}$ - koordinata boshi 0 dan M nuqtaga o‘tkazilgan vektor qiymatini ko‘rsatish bilan. Vektorlarni qo‘shish qoidasidan kelib chiqadiki, M nuqtaning radius vektorini $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ bazislar yordamida quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} . \qquad (2.1)$$

M nuqtaning koordinatalari *x, y, z* bazisga nisbatan $\vec{r}$ **radius-vektorning**

koordinatalari (komponentlari), $x\vec{i}, y\vec{j}, z\vec{k}$ - vektorlar esa koordinata o‘qlari bo‘yicha **tashkil etuvchi vektorlar** deyiladi. Bu koordinatalar sistemasi ortogonal bo‘lganligidan *x, y, z* larning qiymatlari $\vec{r}$ vektorning dekart koordinatalar o‘qlaridagi proeksiyalariga teng:

$$\left.\begin{aligned} r_x &= np_x\vec{r} = r\cos\alpha = x, \\ r_y &= np_y\vec{r} = r\cos\beta = y, \\ r_z &= np_z\vec{r} = r\cos\gamma = z, \end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

bu erda α, β va γ - radius-vektor $\vec{r}$ bilan koordinata o‘qlarining ortlari orasidagi burchaklar.

M nuqtaning harakati tufayli uning koordinatalari va radius-vektori vaqt o‘tishi bilan o‘zgaradi. SHunga ko‘ra M nuqtaning harakat qonunini berish uchun t vaqt bo‘yicha funktsional bog‘lanishning ko‘rinishini yoki hamma uchta uning koordinatasi:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \tag{2.3}$$

yoki uning radius-vektori

$$\vec{r} = \vec{r}\,(t) \tag{2.3`}$$

uchun ko‘rsatish zarur. Uchta tenglama (2.3) yoki unga ekvivalent bo‘lgan bitta (2.3`) vektor tenglamani nuqta **harakatining kinematik tenglamasi** deyiladi.

Nuqtaning traektoriyasi deb, tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan nuqta harakatida chiziladigan chiziqqa aytiladi.

Nuqta harakatining kinematik tenglamalari (2.3) uning traektoriyasini parametrik shaklda beradi. Parametr bo‘lib vaqt t xizmat qiladi. Nuqta traektoriyasi tenglamasining odatdagi, ya’ni traektoriya nuqtalarining dekart koordinatalarini o‘zaro bog‘lovchi ikki tenglama ko‘rinishidagi shaklini (2.3) tenglamalarni echib, parametr t ni chiqarib tashlash yo‘li bilan olish mumkin. Masalan, nuqta harakatining kinematik tenglamasi quyidagi shaklda berilgan bo‘lsin:

$$x = a\cos\omega t, \;\; y = b\sin\omega t, \;\; z = 0,$$

bu erda ω=const.

Bu nuqta traektoriyasining tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad z = 0,$$

ya’ni nuqta z=0 tekislikda yarim o‘qlari *a* va b ga teng elliptik traektoriya bo‘ylab harakatlanadi.

Traektoriyaning shakliga bog‘liq ravishda **nuqtaning to‘g‘ri chiziqli** va **egri chiziqli harakatlarini** farqlaydilar. Nuqta traektoriyasi yassi egri chiziq bo‘lib, ya’ni butunlay bir tekislikda yotsa, bunday nuqta harakati **yassi harakat** deyiladi.

Jismning mexanik harakati **nisbiydir:** uning xarakteri, xususan, jism nuqtalarining traektoriyalari sanoq sistemasini tanlanishiga bog‘liq. Masalan, ma’lumki, Quyosh bilan bog‘langan sanoq sistemasiga nisbatan Quyosh sistemasidagi sayyoralar elliptik orbita bo‘ylab harakatlanadi. Xuddi shu vaqtda erdagi sanoq sistemasiga nisbatan ular etarlicha chalkash traektoriya bo‘yicha harakatlanadi.

Umumiy holda nuqta traektoriyasi fazoviy chiziqdir. Kinematikada nuqtaning ixtiyoriy traektoriyasini tavsiflashda urinuvchi tekislik va urinuvchi aylana, egrilik markazi va radiusi, bosh normal va boshqa tushunchalardan foydalaniladi.

Egri chiziqning biror M nuqtasidagi **urinuvchi tekislik** deb, bu egri chiziqning uchta N, M va R nuqtalaridan o'tuvchi tekislikning N va R nuqtalar cheksiz M nuqtaga yaqinlashgandagi chegaraviy holatiga aytiladi. Egri chiziqqa M nuqtada **urinuvchi aylana** deb, bu egri chiziqning uchta N, M va R nuqtalaridan o'tuvchi aylananing N va R nuqtalar cheksiz M nuqtaga yaqinlashgandagi chegaraviy holatiga aytiladi. Urunivchi aylana urinuvchi tekislikda yotadi, uning markazi va radiusi egri chiziqning M nuqtasidagi **egrilik markazi** va **egrilik radiusi** deb ataladi. **Bosh normalning** M nuqtadagi **birlik vektori** $\vec{n}$ traektoriyaning M nuqtasidan egrilik markaziga yo'naltiriladi, **urinmaning birlik vektori** $\vec{\tau}$ - harakat yo'nalishida M nuqtada traektoriyaga urinma bo'ladi. $\vec{n}$ va $\vec{\tau}$ vektorlar urinuvchi tekisliklarda yotadi va ular o'zaro ortogonaldir (to'g'ri burchaklidir).

Agar nuqta traektoriyasi yassi egri chiziq bo'lsa, urinuvchi tekislik hamma nuqtalari traektoriya yotgan tekislik bilan ustma-ust tushadi.

Agar traektoriya to'g'ri chiziqli bo'lsa, uning uchun urinuvchi tekislik, urinuvchi aylana, bosh normal, egrilik markazlari mahnoga ega emas. Bunday traektoriyani tobora to'g'rilanib borayotgan egri chiziqli traektoriyaning chegaraviy holi sifatiga qarab, to'g'ri chiziqli traektoriyaning egrilik radiusi cheksiz katta deb hisoblash mumkin.

Yo'l uzunligi deb, ko'rilayotgan vaqt oraligida nuqta bosib o'tgan va traektoriya bo'ylab nuqtaning harakat yo'nalishida o'lchanadigan S masofaga aytiladi.

Boshqacha aytganda, nuqtaning o'tgan yo'l uzunligi ko'rilayotgan vaqt oraligida nuqta bosib o'tgan traektoriyadagi hamma qismlarning uzunliklari yig'indisiga teng. Bu taoriflardan kelib chiqadiki, yo'l uzunligi S manfiy bo'lishi mumkin emas. Aytaylik, nuqta traektoriyaning AB qismi bo'ylab harakatlanayotgan bo'lsin (2.2-rasm). Vaqtning boshlang'ich paytida (t=0) radius-vektori $\vec{r}_0 = \vec{r}(0)$ bo'lgan A nuqtada, vaqtning t>0 paytida esa radius-vektori $\vec{r} = \vec{r}$ (t) bo'lgan M nuqtada bo'lsin. Agar nuqta hamma ko'rilayotgan 0 dan t gacha vaqt oraligida ayni bir yo'nalishda harakatlansa, u holda 2.2-rasmda ko'rsatilgandek, bu vaqtda nuqtaning o'tgan yo'li S(t)= $\cup$ MA. Lekin nuqta yanada murakkabroq ko'rinishda harakatlanishi ham mumkin. Masalan, 0 dan t_1<t gacha bo'lgan vaqt oraligida traektoriyaning A nuqtasidan V nuqtasiga ko'chishi mumkin, so'ngra shu traektoriya bo'yicha orqaga qaytib, vaqtning t payitida M nuqtada bo'ladi. Bu holda 0 dan t gacha bo'lgan vaqt oraligida nuqtaning yo'li $S(t) = \cup AB + \cup BM$, ya'ni $S(t) > \cup AB$.

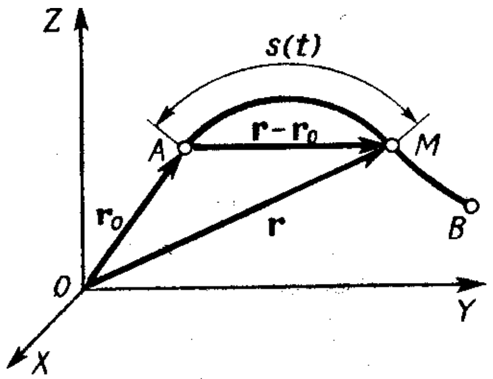
t=t_1 dan t=t_2 gacha vaqt oraligidagi **nuqtaning ko'chish vektori** deb, ko'rilayotgan vaqt oraligida shu nuqta radius- vektorining orttirmasiga aytiladi:

$$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1).$$

Ko'chish vektori nuqta traektoriyasining harakatlanuvchi nuqtani t_1 vaqt momentidagi holatidan t_2 vaqt momentidagi holatigacha mos kelgan qismini tortib turuvchi vatar bo‘yicha yo‘nalgan. Shuning uchun nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakatidan tashqari hamma hollarda ko‘chish vektorining moduli nuqtaning shu vaqt oraligida bosib o‘tgan yo‘li uzunligidan kichik. 2.2-rasmda 0 dan t gacha vaqt oraligidagi nuqtaning ko‘chish vektori $\vec{r}-\vec{r}_0$ ko‘rsatilgan.

Geometriyadan ma’lumki, biror egri chiziq va uni tortib turuvchi vatar uzunligining farqi shu qism uzunligi ozayishi bilan kamayib boradi. Demak, etarlicha kichik dt(t dan t + dt gacha) vaqt oraligida ko‘rilayotgan traektoriya bo‘yicha **nuqtaning elementar ko‘chish** vektori $d\vec{r}=\vec{r}(t+dt)-\vec{r}(t)$ moduli bilan shu vaqtdagi yo‘l uzunligi dS=S(t+dt) - S(t) ning farqini hisobga olmasligimiz mumkin. : $|d\vec{r}|=dS$. Aytilganlardan ma’lumki, $d\vec{r}$ vektor birlik urinma vektor $\vec{\tau}$ kabi traektoriyaga urinma ravishda nuqta harakati tomon yo‘nalgan. Shunday qilib,

$$d\vec{r}=|d\vec{r}|\vec{\tau}=dS\cdot\vec{\tau}\,. \tag{2.4}$$



2.2 - rasm

(2.1) ga asosan t dan t+Δt gacha har qanday chekli vaqt oraligida moddiy nuqtaning ko‘chish vektorini uch koordinata o‘qlari bo‘ylab nuqta siljishlarining geometrik yig‘indisi ko‘rinishida quyidagicha ko‘rsatish mumkin:

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k}\,. \tag{2.5}$$

Bu erda $\Delta x=x(t+\Delta t)-x(t),\ \ \Delta y=y(t+\Delta t)-y(t),\ \ \Delta z=z(t+\Delta t)-z(t)$ - moddiy nuqta koordinatalarining ko‘rilayotgan vaqt oraligidagi orttirmalari.

Mexanikada nuqta harakatining yo‘nalishi va jadalligini xarakterlash uchun tezlik deb ataluvchi vektor fizik kattalik kiritiladi. Nuqtaning t dan t + Δt gacha vaqt oralig‘idagi **o‘rtacha tezligi deb,** shu vaqt oraligidagi radius-vektor orttirmasi $\Delta\vec{r}$ ni uning davomiyligi Δt ga nisbatiga teng bo‘lgan $<\mathbf{\vec{v}}>$ vektorga aytiladi:

$$<\mathbf{\vec{v}}>=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \tag{2.6}$$

O‘rtacha tezlik orttirma vektori $\Delta\vec{r}$ kabi, ya’ni nuqta traektoriyasining mos qismini tortib turuvchi vatar bo‘ylab yo‘nalgan. (Vaqt harakatlanuvchi nuqta koordinatalaridan farqli o‘laroq kamayishi mumkin emas. Shuning uchun nuqta ko‘chishining har qanday davomiyligi Δt>0). Shuningdek, $|\Delta\vec{r}|\leq\Delta S$, bu erda ΔS - nuqtaning ko‘rilayotgan vaqt oraligidagi yo‘l uzunligi, u holda

$$|<\vec{\mathbf{v}}>|\leq\frac{\Delta S}{\Delta t}\quad. \qquad (2.7)$$

(2.7) dagi tenglik belgisi t dan t+Δt gacha vaqt oraligida nuqtaning to‘g‘ri chiziqli traektoriya bo‘ylab ayni bir yo‘nalishda harakatlanishiga mos keladi.

Nuqtaning t vaqt momentidagi **tezligi** deb, shu nuqtaning radius-vektoridan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng vektor kattalik $\vec{\mathbf{v}}$ ga aytiladi.

$$\vec{\mathbf{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad (2.8)$$

yoki

$$\vec{\mathbf{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}<\vec{\mathbf{v}}> \quad. \qquad (2.8`)$$

Tezlik vektori nuqta traektoriyasiga urinma bo‘ylab harakat yo‘nalishi tomon yo‘nalgan. (2.4) dan ko‘rinadiki,

$$\vec{\mathbf{v}}=\frac{dS}{dt}\vec{\tau}, \qquad \upsilon=|\vec{\mathbf{v}}|=\frac{dS}{dt}\quad, \qquad (2.9)$$

ya’ni nuqtaning tezlik moduli bu nuqtaning bosib o‘tgan yo‘lidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng. Vektor $\vec{\mathbf{v}}$ ni $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ bazis bo‘yicha, ya’ni to‘g‘ri burchakli dekart koordinatalar sistemalarining o‘qlari bo‘yicha uchta tashkil etuvchilarga ajratish mumkin:

$$\vec{\mathbf{v}}=\upsilon_x\vec{i}+\upsilon_y\vec{j}+\upsilon_z\vec{k}\quad, \qquad (2.10)$$

bunda (2.1) va (2.8) ga asosan

$$\upsilon_x=\frac{dx}{dt},\ \ \upsilon_y=\frac{dy}{dt},\ \ \upsilon_z=\frac{dz}{dt}, \qquad (2.11)$$

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2}=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\ . \qquad (2.11`)$$

Agar nuqtaning tezlik vektori $\vec{\mathbf{v}}$ ning yo‘nalishi o‘zgarmasa, u holda nuqta traektoriyasi to‘g‘ri chiziqli bo‘ladi. Nuqtaning egri chiziqli harakatida uning tezlik yo‘nalishi uzliksiz o‘zgaradi. **Tekis harakatda** nuqtaning υ tezlik moduli o‘zgarmas, nuqtaning t dan t+Δt gacha vaqt oralig‘ida bosib o‘tgan yo‘li $\Delta S=\upsilon\cdot\Delta t$. Bu holda nuqta teng vaqt oraliqlarida teng uzunliklardagi yo‘llarni bosib o‘tadi.

Agar nuqta $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik bilan 0X o‘q bo‘yicha to‘g‘ri chiziqli va tekis harakatlansa, u holda uning x koordinatasining vaqtga bog‘lanishini ko‘rinishi $x=x_0+\upsilon_x t$, bu erda x_0 – vaqtning boshlang‘ich (t=0) paytidagi x ning qiymati, υ_x - nuqta tezligining 0X o‘qdagi proeksiyasi.

Agar nuqta tezlik vektorining moduli vaqt o‘tishi bilan o‘zgarsa, nuqtaning bunday harakatini **notekis harakat** deyiladi. Nuqtaning t dan t+Δt gacha vaqt oraligida notekis harakatda bosib o‘tgan ΔS yo‘li

$$\Delta S=\int_t^{t+\Delta t}\upsilon\cdot dt \qquad (2.12)$$

ga teng. Harakat jarayonida tezlik moduli ortsa, ya’ni $\frac{d\upsilon}{dt}>0$, nuqtaning bunday notekis harakatini **tezlanuvchan harakat** deyiladi. Agarda $\frac{d\upsilon}{dt}<0$ bo‘lsa, u holda nuqtaning harakatini **sekinlanuvchan harakat** deyiladi.

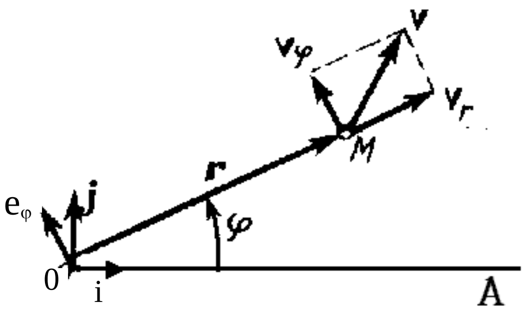
Mexanikada ko‘pincha tezliklari bir-biriga nisbatan harakatlanuvchi turli sanoq sistemalarida berilgan ikki yoki undan ortiq bir vaqtda ro‘y berayotgan harakatlarni qo‘shilishi sodir bo‘ladigan masalalar bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Oddiy misol sifatida quyidagi masalani ko‘ramiz: teploxod suvga nisbatan $\vec{\mathbf{v}}_1$ tezlik bilan daryo oqimi bo‘ylab pastga ketayapti; agar daryoning oqim tezligi $\vec{\mathbf{v}}_2$ bo‘lsa, teploxodning qirg‘oqqa nisbatan tezligini toping. Buning javobi har bir maktab o‘quvchisiga ma’lum-teploxodning qirg‘oqqa nisbatan tezligi $\vec{\mathbf{v}}_1$ va $\vec{\mathbf{v}}_2$ tezliklarning geometrik yig‘indisiga teng

$$\vec{\mathbf{v}}=\vec{\mathbf{v}}_1+\vec{\mathbf{v}}_2 \ .$$

Lekin bu odatdagi munosabatdan foydalanib, ko‘pchilik u faqat tezlikni vektor harakterining natijasigina bo‘lib qolmay, shuning bilan birga Nyuton mexanikasining asosida yotuvchi fazo va vaqtning xossalari haqidagi tasavvurlar oqibati ham ekanligini o‘ylamaydi. Qirg‘oqqa bog‘langan sanoq sistemasida o‘lchangan tezlikning vektor xarakteridan faqat teploxodning qirg‘oqqa nisbatan natijaviy tezligi $\vec{\mathbf{v}}$ ni topish uchun daryo oqimining tezlik vektori $\vec{\mathbf{v}}_2$ ga teploxodning daryo suviga nisbatan harakatining qirg‘oq bilan bog‘langan sanoq sistemasida o‘lchangan tezlik vektori $\vec{\mathbf{v}}_1$* ni qo‘shish kerakligi kelib chiqadi xolos: $\vec{\mathbf{v}}=\vec{\mathbf{v}}_1^{\,*}+\vec{\mathbf{v}}_2$. Shunday qilib, yuqorida $\vec{\mathbf{v}}$ uchun keltirilgan ifodani isbotlashda $\vec{\mathbf{v}}_1^{\,*}=\vec{\mathbf{v}}_1$ ekanini isbotlash kerak.

Nyuton mexanikasida ikki voqea o‘rtasidagi vaqt oraliklari va ikki nuqta orasidagi masofalarning invariantligi to‘g‘risidagi ikkita aksiomani o‘rinli ekanligi faraz qilinadi. Demak, ayni bir dt vaqt oralig‘ida teploxod qirg‘oq bilan bog‘langan sanoq sistemasida ham, daryodagi suv bilan harakatlanayotgan sanoq sistemasida ham ayni bir $d\vec{r}$ masofani bosib o‘tadi. Shuning uchun

$$\vec{\mathbf{v}}_1=\frac{d\vec{r}}{dt}=\vec{\mathbf{v}}_1^{\,*} \ .$$



2.3-rasm

4. Nuqtaning tekis harakatini tavsiflash uchun ko‘pincha r va φ qutb koordinatalardan foydalanish qulay ekan, bu erda r – qutb 0 dan qaralayotgan M nuqtagacha bo‘lgan masofa, φ esa qutb burchagi bo‘lib, u qutb o‘qi 0A dan soat strelkasiga qarshi yo‘nalishda hisoblanadi (2.3-rasm). M nuqtaning $\vec{\mathbf{v}}$ tezligini o‘zaro perpendikulyar ikkita tashkil etuvchilarga - **radial tezlik** $\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{r}}$ **va transversal tezlik** $\vec{\mathbf{v}}_\varphi$ larga ajratish mumkin:

$$\vec{\mathbf{v}}=\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{r}}+\vec{\mathbf{v}}_\varphi \qquad \text{va} \qquad \upsilon=\sqrt{\upsilon_r^2+\upsilon_\varphi^2} \ .(2.13)$$

$\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{r}}$ va $\vec{\mathbf{v}}_\varphi$ larning qiymatlarini topish uchun M nuqtaning qutb radius-vektori $\vec{r}$ ning ifodasini quyidagi shaklda yozamiz: $\vec{r}$ =r($\vec{i}$ cosφ + $\vec{j}$ sinφ), bunda $\vec{i}$ – 0A qutb o‘qining orti, $\vec{j}$ - 0A dan $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$ burchak tashkil etuvchi o‘qning orti (2.3-rasm). U holda M nuqtaning tezligi

$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}(\vec{i}\cos\varphi + \vec{j}\sin\varphi) + r\frac{d\varphi}{dt}(-\vec{i}\sin\varphi + \vec{j}\cos\varphi).$$

Bu erda $\vec{i}\cos\varphi + \vec{j}\sin\varphi = \frac{\vec{r}}{r}$ - M nuqtaning $\vec{r}$ -radius-vektor yo‘nalishiga to‘g‘ri keluvchi birlik vektor, - $\vec{i}\sin\varphi + \vec{j}\cos\varphi = \vec{e}_{\varphi}$ - $\vec{r}$ vektorga ortogonal bo‘lgan birlik vektor. Shunday qilib,

$$\vec{\mathbf{v}}_r = \frac{dr}{dt}\cdot\frac{\vec{r}}{r}, \qquad \vec{\mathbf{v}}_{\varphi} = r\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_{\varphi}. \tag{2.14}$$

Bu formulalardan ko‘rinadiki, nuqtaning radial tezligi nuqtadan qutbgacha bo‘lgan masofani o‘zgarish jadalligini, transversal tezligi esa – qutb burchagi φ ning o‘zgarish jadalligini, ya’ni nuqtaning qutb radius-vektori $\vec{r}$ ni aylanish jadalligini harakaterlaydi.

dt vaqtda M nuqtaning qutb radius-vektori $\vec{r}$ qutb O atrofida kichik dφ burchakka buriladi va $dS = \frac{1}{2}r^2 d\varphi$ doiraviy sektor yuzasini chizib o‘tadi.

$$\sigma = \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}r^2\frac{d\varphi}{dt} \tag{2.15}$$

kattalik M nuqtaning **sektorial tezligi** deyiladi.

Nuqtaning to‘g‘ri chiziqli tekis harakatdan tashqari har qanday harakatida uning tezligi o‘zgaradi. Mexanikada nuqtaning $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik o‘zgarishi jadalligini xarakterlash uchun tezlanish deb ataluvchi vektor fizik kattalik kiritiladi.

Nuqtaning $\vec{\mathbf{v}}$ tezligidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo‘lgan $\vec{a}$ vektorga tezlanish deyiladi:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}. \tag{2.16}$$

Shuningdek, (2.8) ga asosan nuqtaning tezlanishi $\vec{r}$ radius-vektordan vaqt bo‘yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng:

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \tag{2.16`}$$

Nuqta tezlanishini $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bazis bo‘yicha, ya’ni to‘g‘ri burchakli dekart koordinatalar sistemasining o‘qlari bo‘yicha tashkil etuvchilarga ajratish quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}, \tag{2.17}$$

bu erda

$$\left.\begin{aligned} a_x &= \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \\ a_y &= \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \\ a_z &= \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \end{aligned}\right\} \tag{2.17`}$$

Bu erda υ_x, υ_u, υ_z – nuqta tezligining komponentlari, x, u va z – lar esa shu nuqtaning ko‘rilayotgan vaqt momentidagi koordinatalari.

Agar nuqta traektoriyasi tekislikda yotgan egri chiziqdan iborat bo‘lsa, u holda $\vec{a}$ tezlanish shu tekislikda yotadi. Umumiy holda nuqta traektoriyasi fazoviy egri chiziqdan iborat bo‘lib, $\vec{a}$ tezlanish esa urinuvchi tekislikda yotadi. Urinuvchi tekislikda ikkita tanlangan yo‘nalish bor – traektoriyaga urinma ($\vec{\tau}$ ort) va bosh normal ($\vec{n}$ ort). Shuning uchun $\vec{a}$ vektorni shu yo‘nalishlar, ya’ni $\vec{\tau}$, $\vec{n}$ bazis bo‘yicha ikkita tashkil etuvchiga ajratish qulaydir:

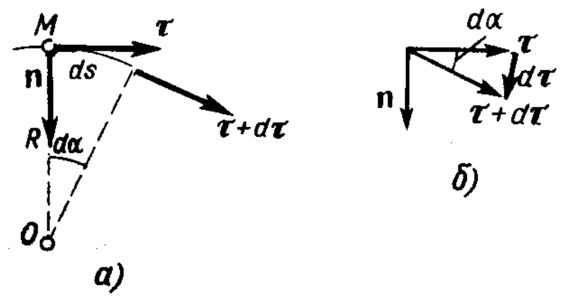
$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau. \tag{2.18}$$

$\vec{a}_\tau = a_\tau \vec{\tau}$ tashkil etuvchini nuqtaning urinma yoki **tangentsial tezlanishi**, $\vec{a}_n = a_n \vec{n}$ tashkil etuvchini esa nuqtaning **normal tezlanishi** deyiladi. $\vec{a}$ vektor komponentlari a_n va a_τ larning qiymatini topish uchun nuqta tezligi $\vec{\mathbf{v}} = \upsilon\vec{\tau}$ uchun (2.9) munosabatdan foydalanamiz. Shunday qilib,

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(\upsilon\vec{\tau}) = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \upsilon\frac{d\vec{\tau}}{dt} \tag{2.19}$$

Bu erda $d\vec{\tau}$-nuqtaning kichik dt vaqt ichida traektoriya bo‘yicha o‘tadigan dS=υdt elementar yo‘lga mos keluvchi traektoriyaga urinma ortning orttirmasi (2.4,a-rasm).

Traektoriyaning bu qismi kichik bo‘lgani uchun uni $d\alpha = \frac{dS}{R} = \frac{\upsilon}{R}dt$ markaziy burchakka to‘g‘ri keladigan, markazi 0 nuqtada bo‘lgan R radiusli urinuvchi aylananing mos qismi bilan ustma-ust tushadi deb hisoblash mumkin.



2.4 – rasm.

Traektoriya bo‘yicha kichik dS masofaga ko‘chishda mos holda urinmaning birlik vektori dα burchakka buriladi deb hisoblash mumkin (2.4,b-rasm). Vektorlar $\vec{\tau}$, $\vec{\tau} + d\vec{\tau}$ va $d\vec{\tau}$ ning teng yonli uchburchagidan ko‘rinadiki, dα ning kichikligi sababli $[d\vec{\tau}] = 2[\vec{\tau}]\sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) = d\alpha$, $d\vec{\tau}$ vektorning yo‘nalishi esa $\vec{\kappa}$ bosh normalning orti bilan mos keladi. Shunday qilib,

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{d\alpha}{dt}\vec{n} = \frac{\upsilon}{R}\vec{n}\ . \tag{2.20}$$

va nuqta tezlanishi uchun (2.19) ifodani qulayroq shaklda qayta yozishimiz mumkin:

$$\vec{a} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}\ . \tag{2.21}$$

Nuqtaning urinma tezlanishi (2.21)dan ko‘rinadiki,

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} \tag{2.22}$$

Nuqtaning urinma tezlanishi tezlik modulining o‘zgarish jadalligini xarakterlaydi. Tezlanuvchan harakatda $\frac{d\upsilon}{dt} > 0$ va $\vec{a}_\tau$ vektor nuqtaning $\vec{r}$ tezlik yo‘nalishi bilan mos tushadi, $\vec{a}$ tezlanishning $\vec{\mathbf{v}}$ yo‘nalishdagi proeksiyasi esa $a_\tau = \left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) > 0$. Sekinlanuvchan harakatda $a_\tau = \left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) < 0$ va $\vec{a}_\tau$ vektor $\vec{\mathbf{v}}$ tezlik bilan qarama-qarshi yo‘nalgan.

Agar nuqtaning tezlik moduli teng vaqt oraliqlarida bir xil kattalikka o‘zgarsa, ya’ni bu harakatda a_τ=const bo‘lsa, nuqtaning bunday harakatini **tekis o‘zgaruvchan harakat** deyiladi. Harakatning **tekis tezlanuvchan** holi uchun a_τ=const>0, harakatning **tekis sekinlanuvchan** holi uchun a_τ=const<0. Tekis harakatda a_τ=0.

(2.19) va (2.20) dan ko‘rinadki, nuqtaning normal tezlanishi

$$\vec{a}_n = \upsilon\frac{d\alpha}{dt}\vec{n} = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n} \tag{2.23}$$

ga teng. U nuqta tezlik vektori yo‘nalishining o‘zgarish jadalligini harakaterlaydi. Normal tezlanish doimo traektoriyaning egrilik markazi tomon yo‘nalgan bo‘lib, uning $\vec{n}$ bosh normalga bo‘lgan proeksiyasi:

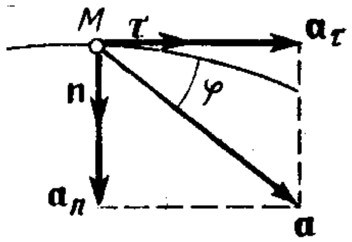
$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (2.23`)$$

manfiy bo‘lishi mumkin emas. Shu sababdan nuqtaning normal tezlanishini ko‘picha **markazga intilma tezlanish** ham deyiladi. Agar nuqta to‘g‘ri chiziqli harakat qilayotgan bo‘lsa, nuqtaning normal tezlanishi nolga teng bo‘ladi. Nuqtaning aylana bo‘ylab tekis harakatida a_n=const, biroq aylananing har xil nuqtasida $\vec{n}$ vektorning yo‘nalishi har xil bo‘lgani uchun $\vec{a}_n = a_n\vec{n}$ vektor o‘zgarib turadi.

Nuqtaning tezlanish moduli

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2} \tag{2.24}$$

Egri chiziqli harakatda nuqtaning tezlanish vektori har doim traektoriyaning



2.5- rasm.

botiqligi tomoniga og‘gan bo‘ladi. 2.5-rasmda ko‘rsatilgan nuqtaning egri chiziqli traektoriya bo‘ylab tezlanuvchan harakati holida $\vec{a}$ va $\vec{\tau}$ vektorlar orasidagi burchak φ o‘tkir. Nuqtaning sekinlanuvchan harakatida φ burchak o‘tmas bo‘ladi.

Ko‘lamli jismdagi ihtiyoriy ikki nuqtani tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq jism bilan birga ko‘chganda o‘zining boshlang‘ich holatidagi yo‘nalishiga parallel qoladigan eng oddiy mexanik harakat qattiq jismning **ilgarilanma harakatidir**.

Er (laboratoriya) sanoq sistemasiga nisbatan, masalan, prujinaga osib qo‘yilgan va vertikal to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tebranish sodir etayotgan sharcha,barqaror dvigatel silindridagi porshen, shaxta ko‘tarmasining kabinasi, tokarlik stanogining keskichi va hokazolar ilgarilanma harakatlanadi. 2.6-rasmda ilgarilanma harakatlanayotgan kubning ikkita A va B uchlari, shuningdek, AB diagonaldagi C nuqtasining traektoriyalari ko‘rsatilgan. A_0, B_0 va C_0 nuqtalar vaqtning boshlang‘ich paytidagi kubning holatiga to‘g‘ri keladi. B_0B va C_0C traektoriyalar A_0A bilan bir xil va A_0B_0 to‘g‘ri chiziq bo‘ylab A_0B_0 va A_0C_0 masofalarga parallel ko‘chirish vositasida u bilan to‘liq ustma-ust tushirilishlari mumkin. Shunday qilib, ilgarilanma harakat qilayotgan jismning hamma nuqtalarinini radius vektorlari dt vaqtda ayni bir kattalik $d\vec{r}$ ga o‘zgaradi: $d\vec{r}_A = d\vec{r}_B = d\vec{r}_C = d\vec{r}$, bu erda $\vec{r}_A$, $\vec{r}_B$, $\vec{r}_s$, $\vec{r}$ jism A, B, C nuqtalar va ixtiyoriy M nuqtasining radius vektorlari.

Mos ravishda jismning hamma nuqtalarining tezliklari, shuningdek, ularning tezlanishlari vaqtning har bir paytida bir xil bo‘lishi kerak:

$$\vec{\mathbf{v}}_A = \vec{\mathbf{v}}_B = \vec{\mathbf{v}}_C = \vec{\mathbf{v}} \quad \textit{ва} \quad \vec{a}_A = \vec{a}_B = \vec{a}_C = \vec{a}\,.$$

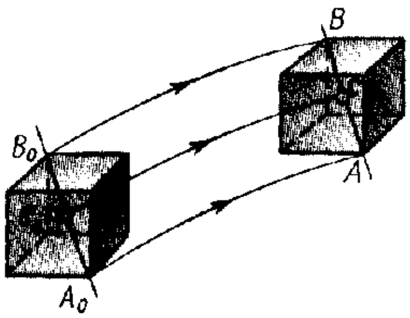
Bu munosabatlardan ko‘rinadki, qattiq jismning ilgarilanma harakatini kinematik tavsiflash uchun uning **qandaydir bir nuqtasining harakatini ko‘rib chiqish yetarlidir.**

Nuhoyat, jismning 0X o‘qi bo‘yicha tekis o‘zgaruvchan to‘g‘ri chiziqli ilgarilanma harakati uchun o‘rta maktabdan ma’lum

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau = \vec{a}_x \tag{2.25}$$

munosabatlarni esga olamiz. $a_x = \left(\dfrac{d\upsilon_x}{dt}\right) = const$ bo‘lganligidan

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_x(0) + a_x t. \tag{2.26}$$



2.6 – rasm.

$\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}$ dan jismning qandaydir M nuqtasining x koordinatasini vaqtga bog‘liqligi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$x(t) = x(0) + \int_0^t \upsilon_x(t)dt = x(0) + \upsilon_x(0)t + \frac{a_x t^2}{2}. \tag{2.27}$$

Bu erda x(o) va υ_x(o) – vaqtning hisob boshlanishi (t=0) paytidagi x va υ_x ning qiymatlari.

Mustahkamlash uchun savollar:

1. Mexanik harakat deb qanday harakatga aytiladi?
2. Vaqt va fazo tushunchasi nimadan iborat?
3. To‘g‘ri chiziqli tekis harakatda tezlik, tezlanish deb nimaga aytiladi?
4. Egri chiziqli harakatda moddiy nuqtaning normal va tangentsial tezlanishlari qanday yo‘nalishga ega?
5. Moddiy nuqtaning aylanma harakatida chiziqli tezlik va burchak tezlanish deb nimaga aytiladi?

6. Burchak tezlanishning yo‘nalishi haqida nima deya olasiz?
7. Absolyut qattiq jism deb qanday jismga aytiladi?
8. Erkinlik darajalar soni nimani bildiradi?
9. Hosilaning mexanik ma’nosi nima?
10. Integralning fizikaviy mazmunini tushuntiring.

Asosiy adabiyotlar:

1. O.Axmadjonov. Nazariy mexanikakursi, I-tom. Toshkent, “O‘qituvchi”. 1991.
2. I.V.Savelev. Kurs obshey fiziki. T.1,M., Nauka,2000g.
3. A.A.Detlaf, B.M.Yavorskiy. Kurs fiziki. M., “Visshaya shkola”.2000g.
4. T.I.Trofimova Kurs fiziki, M., «Visshaya shkola». 2000 g, 380c.
5. G.A.Zisman, O.M.Godess. Kurs obshey fiziki. M, izd. “Visshaya shkola”, 1991 g
6. D.V.Sivuxin «Obshiy kurs fiziki». Tom 1. M.Nauka.1977-90 g
7. O‘.Q.Nazarov, H.Z.Ikromova va K.A.Tursunmetov. Umumiy Nazariy mexanikakursi. Mexanika va molekulyar fizika. Toshkent, “O‘zbekiston”, 1992, 279 bet.
8. Nuomonxo‘jaev A.S. Nazariy mexanikakursi. 1-qism. Mexanika, statistik fizika, termodinamika. Toshkent:«O‘qituvchi»,1992,208 b.

2-ma’ruza. Orientatsiyali yuzlarni qo’shish Sistemani inersiya markazi. Zaryadlar sistemasining elektr momenti. Kuchlarning bosh vektori va bosh momenti. Kuchning nuqtaga va o’qqa nisbatan momenti.Reja:

Tayanch so‘zlar va iboralar: Massa va uning birligi, kuch va uning birligi, og‘irlik kuchi, erkin jism, inertlik, inersiya, inersial sanoq tizimi, Nyutonning birinchi qonuni, dinamikaning asosiy qonuni, impuls, ta’sir, aks ta’sir, Nyutonning uchinchi qonuni, massa markazi, og‘irlik markazi.

1. Dinamikaning asosiy vazifasi. Inersial sanoq sistemasi tushunchasi. Nyutonning birinchi qonuni. Massa va impuls.

Mexanikaning kinematika qismida harakat qonunlarini o‘rganish bu harakatlarni yuzaga keltirgan sabablar bilan bog‘lanmagan holda olib boriladi. Mexanikaning dinamika bo‘limida esa jismlar harakatini mazkur harakatni yuzaga keltiruvchi sabablar mohiyati bilan bog‘lab o‘rganiladi. Dinamikaning vazifasi asosan ikki qismdan iborat:

1) jism harakati ma’lum bo‘lsa, unga ta’sir etuvchi kuchni aniqlash;

2) jismga ta’sir etuvchi kuch ma’lum bo‘lgan taqdirda harakat qonunini aniqlash.

Bu mulohazalardan har qanday harakat kuch ta’siri ostida mavjud bo‘lishi mumkin, degan xulosa kelib chiqmasligi lozim. Tajriba shuni ko‘rsatadiki, kuch ta’sirida jismlarning tezligi o‘zgaradi, ya’ni ular tezlanish oladilar.

Harakat jarayonida moddiy nuqta (yoki moddiy nuqtalar tizimi)ning koordinatalari, ya’ni radius – vektori o‘zgaradi.

Tajriba ko‘rsatadiki, moddiy nuqtaning berilgan vaqtdagi holati uning radius-vektori **r** va tezligi **V** bilan, ya’ni uning x,y,z koordinatalri hamda koordinata o‘qlari bo‘yicha tezlikning proeksiyalari $\mathbf{V_x}$**,** $\mathbf{V_y}$**,** $\mathbf{V_z}$**,** bilan aniqlanadi. N ta moddiy nuqtadan iborat tizimning berilgan vaqtdagi holati tizimdagi moddiy nuqtalarining radius - vektorlari $\mathbf{r_1}$**,** $\mathbf{r_2}$**, …** $\mathbf{r_N}$ va ularning tezliklari $\mathbf{V_1}$**,** $\mathbf{V_2}$**, ….,** $\mathbf{V_N}$**,** bilan ifodalanadi. Demak, har bir moddiy nuqtaning holati bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan ikkita vektor kattalik, $\vec{r}$ va $\vec{V}$ bilan aniqlanadi. Har bir moddiy nuqta fazoda 3 tadan erkinlik darajasiga ega bo‘lganligi uchun N ta moddiy nuqtadan iborat tizimning harakatini aniqlovchi kattaliklar soni 6 N ga teng bo‘ladi.

Jism inertligining o‘lchovi bo‘lib, massa deb ataladigan fizik kattalik xizmat qiladi. Demak, jismning massasi naqadar katta bo‘lsa, uning inertligi ham shu qadar oshadi. Massa jismning eng asosiy xossalaridan biridir.

Tajribalarning ko‘rsatishicha shakllari bir xil, massalari esa m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning har biriga bir xil tashqi kuch bilan ta’sir etsak, ular olgan tezlanishlar (a_1 va a_2) mazkur jismlarning massalariga teskari mutanosibdir, ya’ni

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Har qanday jismning massasi etalon sifatida qabul qilingan jism massasi bilan taqqoslash orqali o‘lchanadi. Bu usulda jismlarning erkin tushish qonuniyatidan foydalaniladi. Erkin tushish esa jismlarga Er tortish kuchi ta’sirining natijasidir. Er yuzining har bir nuqtasi uchun jismlarning erkin tushishidagi tezlanishi o‘zgarmas kattalik bo‘lib, g ga teng va massasi m bo‘lgan jismga R = mg kattalikdagi kuch ta’sir etadi. Tarozi pallasiga qo‘yilgan jism pallani *og‘irlik kuchiga* teng kuch bilan bosadi. Shu tufayli ikki jism massalarining nisbati ular og‘irliklarining nisbati kabidir:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{P_1}{P_2}.$$

Jism massasi skalyar kattalik bo‘lib, uning og‘irligi esa vektor kattalikdir. Bu vektor erkin tushish tezlanishi yo‘nalishida Erning markazi tomon yo‘nalgan.

Tajribalarning ko‘rsatishicha, massa additiv kattalikdir, ya’ni jism massasi uning ayrim bo‘laklari massalarning yig‘indisiga teng. Mexanikaviy tizimning massasi tizimning tarkibiga kiruvchi barcha jismlar massalarining yig‘indisiga teng.

Jismga boshqa jismlar ta’sir etmasa, uni erkin jism deyiladi. Lekin tabiatda erkin jismlar mavjud emas, chunki tabiiy sharoitda har qanday jism boshqa jismlar ta’sirida bo‘ladi.

Nyutonning birinchi qonunini qanoatlantiradigan sanoq tizimlari inersial sanoq tizimlari deyiladi. Boshqacha aytganda, inersial sanoq tizimi deb shunday sanoq tizimiga aytiladiki, unda erkin jism tinch holatda bo‘ladi yoki o‘zgarmas tezlik bilan to‘g‘ri chiziqli harakat qiladi. O‘z-o‘zidan ravshanki, agar biror inersial sanoq tizimini tanlab olgan bo‘lsak, u holda unga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan boshqa sanoq tizimlari ham inersial sanoq tizimi bo‘ladi.

Ingliz fizigi Isaak Nyutonning "Natural falsafaning matematik asoslari" (1687 y) degan asarida dinamika qonunlari bayon etilgan.

Agar jismga boshqa jismlar ta’sir etmasa, o‘zining tinchlikdagi holatini yoki harakatdagi holatini saqlaydi.

Jismni tinch yoki harakatdagi holatini tashqi kuchlar ta’sir etmaganda saqlash xususiyati, jismni inertligi deyiladi. Shuning uchun ham Nyutonning I qonunini inersiya qonuni deb ham aytiladi. Nyuton birinchi qonunining to‘g‘riligi tajribalardan olingan natijalarni umumlashtirishdan kelib chiqadi.

Nyuton qonunlari bajariladigan tizim inersial sanoq tizimi deyiladi. Bu sistema boshqa inersial sistemaga nisbatan tinch holatda yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatda bo‘lishi kerak. *Koordinata boshi Kuyoshda, o‘qlari yulduzlarga qarab ketgan geliotsentrik sistema inersial sanoq sistemasi bo‘ladi.* Bu sistemada Nyutonning birinchi qonuni aniq bajariladi.

Tajribalardan ma’lumki, o‘zgarmas kuch ta’sirida turli jismlar turlicha tezlanishlar oladilar. Jismlar olgan tezlanish jismning hususiyatiga (uning massasiga) bog‘liq bo‘ladi.

2. Nyutonning ikkinchi qonuni. Kuch-impulsdan vaqt bo‘yicha o lingan birinchi tartibli hosila

Jismning massasi - materiya xususiyatini xarakterlovchi fizikaviy kattalik bo‘lib, u jismning inertligi va gravitatsion xususiyatini ifodalaydi. Jism tezligini o‘zgartirib, unga tezlanish beradigan vektor kattalikka kuch deyiladi.

Moddiy nuqta mexanik harakatini tashqi kuchlar ta’sirida qanday o‘zgarishi dinamikaning asosiy ikkinchi qonunida bayon etiladi. Ixtiyoriy biror jismga F_1, F_2,... kuchlar ta’sir etsa, bu kuchlar ta’sirida jism moc ravishda a_1, a_2,..., tezlanishlar oladi. Biroq $F_1/a_1 = F_2/a_2 = ... =$ const bo‘lib, bu kattalik jism inertligini ifodalaydi. Agar turli kuchlar biror jismga ta’sir etsa, jism olgan tezlanish kuchlarning teng ta’sir etuvchisiga tug‘ri proporsional bo‘ladi, ya’ni

$$a \sim F \ (m = \text{const}) \qquad (3.1)$$

Agar turli massali jismlarga bir xil kuch ta’sir etsa, jismlar olgan tezlanishlar turlicha bo‘ladi. Jismlar massalari qancha katta bo‘lsa, ular olgan tezlanishlar shuncha kichik bo‘ladi.

$$a \approx \frac{1}{m} \qquad (3.2)$$

(3.1) va (3.2) tengliklardan

$$a = k\frac{F}{m} \qquad (3.3)$$

deb yozamiz. (3.3) - tenglik Nyutonning ikkinchi qonunini ifodalaydi. *Bu ifodaga ko‘ra, jism olgan tezlanish kuchga to‘g‘ri, jism massasiga teskari proporsional bo‘ladi. Nyutonning ikkinchi qonuni inersial sanoq sisitemasi uchun o‘rinlidir.* Birinchi qonun Nyuton ikkinchi qonunining xususiy xoli sifatida qaraladi. Sistemaga qo‘yilgan kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng bo‘lganda, jism olgan tezlanish xam nolga teng bo‘ladi.

Halqaro birliklar tizimi (SI) da (3.3) - tenglikdagi proporsional lik koeffitsienti k = 1 bo‘lgani uchun

$$a = \frac{F}{m}$$

yoki

$$F = ma = m * \left(\frac{dV}{dt}\right) \qquad (3.4)$$

bo‘ladi. Jism massasi klassik mexanikada o‘zgarmas miqdor bo‘lgani uchun (3.4) - tenglikni:

$$F = \frac{d(mV)}{dt} \qquad (3.5)$$

kabi yozish mumkin. *Moddiy nuqta massasini tezligiga ko‘paytmasi uning harakat miqdorini (impulsini) belgilaydi,* ya’ni

$$R = mV \qquad (3.6)$$

Bu tenglikni (3.5) ga qo‘yib

$$F = \frac{dP}{dt} \qquad (3.7)$$

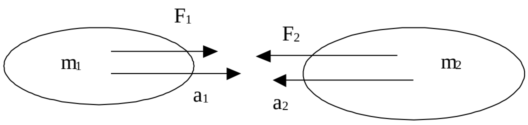
ni hosil qilamiz. (3.7) - tenglik Nyutonning ikkinchi qonunini umumiy ko‘rinishini ifodalaydi. (3.7) ga ko‘ra *jismga ta’sir etuvchi kuch impulsdan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan.*

3. Nyutonning uchinchi qonuni. Nyuton qonunlarini zamonaviy talqin etilishi. Moddiy nuqta harakatini klassik usulda ifodalashning chegarasi.

Nyutonning III-qonuniga ko‘ra *ikki jism o‘rtasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari miqdor jihatidan teng yo‘nalishi qarama-qarshi bo‘ladi,* ya’ni

$$\mathbf{F_1} = -\mathbf{F_2} \tag{3.8}$$

Masalan, massalari m_1 va m_2 bo‘lgan turli ishorali zaryadlangan ikki jismni ko‘raylik (3.1-rasm).



3.1-rasm

$\mathbf{F_1}$ va $\mathbf{F_2}$ kuchlar ta’sirida jismlar $\boldsymbol{a_1}$ va $\boldsymbol{a_2}$ tezlanishlar oladi. Ikkinchi qonunga ko‘ra

$$G‘_1 = m_1\mathbf{a_1} \text{ va } F_2 = m_2\mathbf{a_2} \tag{3.9}$$

3.8 va 3.9-tengliklardan

$$m_1\mathbf{a_1} = -m_2\mathbf{a_2}$$

yoki

$$a_1 = -\frac{m_2 a_2}{m_1},$$

ya’ni o‘zaro ta’sirlashuvchi jismlar tezlanishlari ularning massalariga teskari proporsional bo‘lib, qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan bo‘ladi.

4. Massa markazi. Massa markazining harakati haqidagi teorema

Ko‘p hollarda bir necha jism (moddiy nuqtalar)dan iborat mexanikaviy tizimning harakat qonunlarini o‘rganish bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Bunday tizimning harakat qonunlarini o‘rganishda mazkur tizim tarkibidagi jismlarning unda qanday taqsimlanganligini yoki bu jismlar bir-biriga nisbatan tizimda qanday joylashganligini bilish zaruriyati tug‘iladi. SHu munosabat bilan inersiya markazi (massa markazi) degan tushuncha (inersiya markazi va massa markazi atamalari aynan bir maonoda ishlatiladi, chunki jismning massasi uning inersiya o‘lchovidir) kiritiladi.

Inersiya markazi va og‘irlik markazi degan tushunchalar orasida quyidagi farq borligini esdan chiqarmaslik kerak: og‘irlik markazi-bir jinsli og‘irlik kuchi maydonida joylashgan qattiq jismlar uchungina maonoga ega; inersiya markazi esa hech qanday maydon bilan bog‘liq emas va ixtiyoriy mexanikaviy tizim uchun o‘rinlidir. Og‘irlik kuchi maydonida joylashgan qattiq jismlar uchun inersiya markazi va og‘irlik markazi bir-biri bilan mos tushadi, ya’ni bir nuqtada joylashgan bo‘ladi. Inersiya markazi massaning taqsimlanishini tasvirlovchi geometrik nuqta bo‘lib, uning vaziyati koordinatalar boshiga nisbatan $\vec{r}_c$ radius-vektor bilan quyidagicha aniqlanadi.

$$\vec{r}_c = \frac{m_i\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n},$$

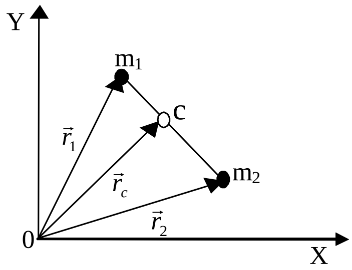
ya’ni:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{r}_i, \tag{3.10}$$

bu erda

m_i - tizimga mansub, i-jismning massasi;

r_i - koordinatalar boshi O ga nisbatan i-jismning vaziyatini aniqlovchi radius-vektor; $m = m_1 + m_2 + ... + m_n$ - tizimning umumiy massasi.



3.2-rasm

Soddalashtirish maqsadida ikkita jismdan iborat tizimni olib qaraylik (3.2-rasm). Massalari m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning vaziyatlari koordinata boshi O ga nisbatan mos ravishda $\mathbf{r_1}$ va $\mathbf{r_2}$ radius- vektorlar bilan berilgan bo‘lsa, bu ikki jismdan iborat tizimning inersiya markazi

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

formula orqali ifodalanib, ikki jismning geometrik markazlarini birlashtiruvchi to‘g‘ri chiziqda yotadi.

(3.10) tenglama vektor orqali ifodalangan tenglamadir, lekin inersiya markazlarining vaziyatini aniqlovchi mazkur radius-vektorni uning koordinata o‘qlaridagi proektsiyalar orqali ham ifodalash mumkin:

$$X_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i x_i,\ Y_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i y_i,\ Z_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i z_i, \tag{3.11}$$

bunda

m - tizimining umumiy massasi;

x_i ,y_i ,z_i - tizim tarkibidagi i - jismning koordinatalari.

Xususiy holda, agar tizim massalari m_1 va m_2 bo‘lgan ikkita jismdan iborat bo‘lsa va ularni X o‘qi bo‘yicha joylashtirsak, inersiya markazining koordinatasi

$$X_c = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

bo‘ladi. Tizim inersiya markazini aniqlovchi radius-vektor r_c dan vaqt bo‘yicha olingan hosila (r_c ning birlik vaqt davomida o‘zgarishi) inersiya markazining tezligini ifodalaydi:

$$V_c = \frac{dr_c}{dt} \tag{3.12}$$

(3.10) formulani (3.12) ga qo‘yib, inersiya markazining tezligi uchun

$$V_c = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum_i m_i r_i\right) = \frac{1}{m}\sum_i m_i\frac{dr_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i m_i V_i = \frac{1}{m}\sum_i P_i \tag{3.13}$$

ga ega bo‘lamiz; bu erda V_i va ρ_i mos ravishda i-jismning tezligi va impulsi; ravshanki

$$P = \sum_i P_i = \sum_i m_i V_i \qquad (3.14)$$

tizimning to‘la impulsi bo‘lib, ko‘pincha R-inersiya markazining impulsi ham deyiladi; m-tizimining umumiy massasi ya’ni:

$$\mathrm{m} = \mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2 + \ldots + \mathrm{m}_n = \sum_i \mathrm{m}_i . \qquad (3.15)$$

Endi (3.14) ni ko‘zda tutib, (3.13) ifodani quyidagicha yozamiz:

$$V_c = \frac{P}{m} \quad \text{yoki } \mathrm{R} = \mathrm{mV_s}$$

Nyutonning ikkinchi qonuniga asoan tizimning to‘la impulsidan vaqt bo‘yicha olingan hosila shu tizimga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning vektor yig‘indisiga teng:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = m\vec{a}_c = \vec{F}_r , \qquad (3.16)$$

bu erda

$\boldsymbol{a}_c$- inersiya markazining tezlanishi,

$\mathbf{F_r}$- tizimiga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning vektor yig‘indisi.

Berk tizimda unga ta’sir etuvchi tashqi kuchlar mavjud emas yoki tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng ($\mathrm{F_t}$ = 0). U holda oxirigi tenglikdan inersiya markazining tezlanishi

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = 0$$

bo‘ladi. Bundan $\mathrm{V_s}$ = const ekanligi kelib chiqadi. Bu xulosa inersiya markazining saqlanish qonunini ifodalaydi va u quyidagicha taoriflanadi: *berk tizimning inersiya markazi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tekis harakat qiladi yoki tinch holatda bo‘ladi.*

Tizim impulsining saqlanish qonunidan massaning additivlik qonuni kelib chiqadi.

Tizimning massasi uning tarkibidagi ayrim jismlar massalarining yig‘indisiga teng.

Inersiya markazi tushunchasi bir necha jismdan iborat bo‘lgan tizim harakatini tavsiflashda ancha qulayliklarga ega. Shu maqsadda (3.16) formulani quyidagicha yozamiz:

$$m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = \vec{F}_T , \qquad (3.17)$$

ma’lumki, bu erda

$\mathrm{V_s}$ - inersiya markazining tezligi,

$\mathrm{F_t}$ - tizimga ta’sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi (ichki kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng).

Demak, tizim inersiya markazining olgan tezlanishi, ya’ni $\mathrm{dV_s/dt}$ tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisiga to‘g‘ri va tizim tarkibidagi jismlar massalarining yig‘indisiga teskari mutanosibidir.

Ko‘rinib turibdiki, bu formula shaklan massasi m va tezligi V bo‘lgan bitta moddiy nuqtaning tashqi F_t kuch ta’sirida qilayotgan harakatini ifodalovchi tenglamaga o‘xshashdir. Shuning uchun bu formula inersiya markazining harakat tenglamasini ifodalaydi va u quyidagi xulosaga olib keladi: *tizimning inersiya markazi tashqi kuchlar ta’sirida massasi tizim tarkibidagi barcha jismlarning massasiga teng bo‘lgan moddiy nuqta kabi harakatlanadi. Bu xulosa inersiya markazining harkakati haqidagi teorema deb ataladi.*

(3.17) formuladan ko‘rinadiki, inersiya markazining tezligini o‘zgartirish uchun tizimga tashqi kuchlar ta’sir etishi kerak; tizim tarkibidagi jismlarning o‘zaro ta’siri tufayli vujudga keladigan ichki kuchlar o‘sha jismlarning inersiya markaziga nisbatan tezliklarini o‘zgartirsa-da, bu kuchlar inersiya markazining holatini, harakat yo‘nalishini va tezligini o‘zgartira olmaydi.

Mustahkamlash uchun savollar

1. Nyuton birinchi qonuni qanday hollarda bajariladi?
2. Massa, kuch tushunchalariga taorif bering.
3. Nyuton ikkinchi qonuning umumiy ifodasini yozing va tushuntiring.
4. Nyuton uchinchi qonunini ta’riflang.
5. Massa markazi haqidagi teoremani izohlang.
6. Dinamikaning asosiy vazifasi nima?
7. Moddiy nuqtaning holati qanday ifodalanadi?
8. Qanday jism erkin jism deyiladi?
9. Kuch qanday birliklarda o‘lchanadi?
10. Massa markazi va og‘irlik markazi deganda nimalarni tushunasiz?

Asosiy adabiyotlar

1. O.Axmadjonov. Nazariy mexanikakursi, I-tom. Toshkent, “O‘qituvchi”. 1991.
2. I.V.Savelev. Kurs obshey fiziki. T.1,M., Nauka,2000g.
3. A.A.Detlaf, B.M.Yavorskiy. Kurs fiziki. M., “Visshaya shkola”.2000g.
4. T.I.Trofimova Kurs fiziki, M., «Visshaya shkola». 2000 g, 380c.
5. G.A.Zisman, O.M.Godess. Kurs obshey fiziki. M, izd. “Visshaya shkola”, 1991 g
6. D.V.Sivuxin «Obshiy kurs fiziki». Tom 1. M.Nauka.1977-90 g
7. O‘.Q.Nazarov, H.Z.Ikromova va K.A.Tursunmetov. Umumiy Nazariy mexanikakursi. Mexanika va molekulyar fizika. Toshkent, “O‘zbekiston”, 1992, 279 bet.
8. Nuomonxo‘jaev A.S. Nazariy mexanikakursi. 1-qism. Mexanika, statistik fizika, termodinamika. Toshkent:«O‘qituvchi»,1992,208 b.

3- MAVZU: Kompleks sonning vektor tasvirlanishi. Garmonik skalyar tebranishlarning kompleks ifodalanishi. Garmonik skalyar tebranishlarning vektor tasvirlanishi. Elektr zanjirining vektor diagrammalari. Garmonik vektor tebranishlar. Elementar toklarlarning o'zaro ta'siri. Elektronning magnit momenti va harakat miqdori momenti. Atomning vektor modellari.

Dinamikaning umumiy tenglamasini keltirib chiqarish uchun ideal va bo`shatmaydigan bog`lanishdagi mexanik sistema nuqtalari uchun Dalamber prinsipini yozamiz:

$$\begin{cases} \vec{F}_1+\vec{N}_1+\vec{\Phi}_1=0\,, \\ \vec{F}_2+\vec{N}_2+\vec{\Phi}_2=0\,, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \vec{F}_n+\vec{N}_n+\vec{\Phi}_n=0 \end{cases} \qquad (113.1)$$

Sistema nuqtalariga mumkin bo`lgan ko`chish berib, (113.1) tenglamani tegishlicha $\delta\vec{r}_1\,,\delta\vec{r}_2\,,\cdots,\delta\vec{r}_n$ larga skalyar ko`paytirib, hosil bo`lgan ifodalarni hadlab qo`shsak,

$$\sum(\vec{F}_\nu+\vec{N}_\nu+\vec{\Phi}_\nu)\delta\vec{r}_\nu=0$$

kelib chiqadi. Sistema ideal bog`lanishda bo`lgani tufayli

$$\sum\vec{N}_\nu\,\delta\vec{r}_\nu=0\,.$$

Shunday qilib,

$$\sum(\vec{F}_\nu+\vec{\Phi}_\nu)\delta\vec{r}_\nu=0 \qquad (113.2)$$

ifodaga ega bo`lamiz.

(113.2) tenglama analitik usulda Dekart koordinata o`qlaridagi proeksiyalari orqali quyidagicha yoziladi:

$$\sum\left[(F_{\nu x}-m_\nu\,\ddot{x}_\nu)\delta x_\nu+(F_{\nu y}-m_\nu\,\ddot{y}_\nu)\delta y_\nu+(F_{\nu z}-m_\nu\,\ddot{z}_\nu)\delta z_\nu\right]=0\,.$$

(113.3)

(113.2) yoki (113.3) dinamikaning umumiy tenglamasi deyiladi va quyidagi teorema bilan ta'riflanadi: *ideal va bo`shatmaydigan bog`lanishlar qo`yilgan mexanik sistemaga ta'sir etuvchi aktiv kuchlarning hamda inersiya kuchlarining har qanday mumkin bo`lgan ko`chishdagi elementar ishlarining yig`indisi nolga teng.*

Dinamikaning umumiy tenglamasi Dalamber hamda Lagranj prinsiplarini birgalikda qaralishidan kelib chiqqani sababli (113.2) Dalamber-Lagranj tenglamasi deb ham ataladi.

Mazkur tenglamani qo`llab yechiladigan masalalar quyidagi tartibda hal etiladi.

1. Sistemaga ta'sir qiluvchi kuchlar hamda ideal bo`lmagan bog`lanishlar reaksiya kuchlari rasmda tasvirlanadi.

2. Sistemani tashkil etuvchi har qaysi jism inersiya kuchlarining bosh vektori va bosh momenti aniqlanadi.

3. Sistemaga mumkin bo`lgan ko`chish beriladi.

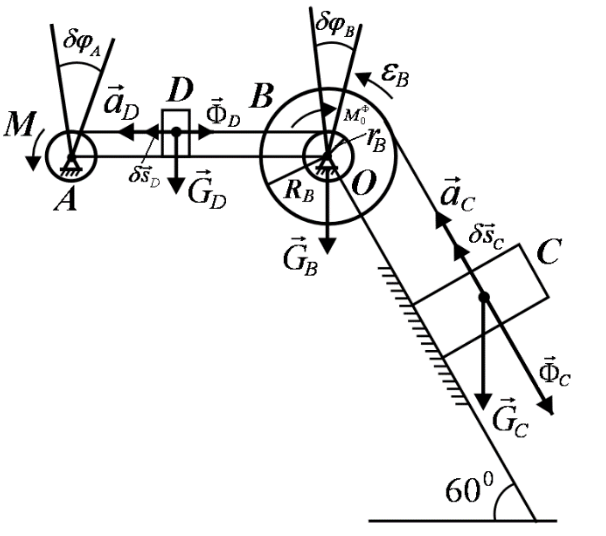
4. Dinamikaning umumiy tenglamasi tuziladi.

5. Tuzilgan tenglamadan kerakli noma'lumlar aniqlanadi.

77- masala. Mexanik sistema A blokka hamda B pog`onali shkivga o`ralgan arqonlar, shuningdek, bu arqonlarga bog`langan $C$ va $D$ yuklardan iborat (203-rasm). $B$, $C$, $D$ jismlarning og`irliklari mos ravishda $\vec{G}_B, \vec{G}_C, \vec{G}_D$. A blokka qo`yilgan M momentli juft kuch ta'sirida sistema vertikal tekislikda harakat qiladi. $G_B = 30\,N$, $G_C = 40\,N$, $G_D = 20\,N$, $M = 16\,Nm$, $R_A = 0{,}2\,m$, $R_B = 0{,}3\,m$, $r_B = 0{,}15\,m$.

B shkivning inersiya radiusi $\rho_B = 0{,}2\,m$. Sistema niqtalari orasidagi ishqalanishlarni hamda A blok og`irligini hisobga olmay, C yukning tezlanishi aniqlansin.

Yechish. Tekshirilayotgan sistemaga ideal bog`lanishlar qo`yilgan. Ta'sir qiluvchi kuchlar 207-rasmda ko`rsatilgan. C yuk tezlanishini $\vec{a}_C$ bilan belgilaymiz.



207-rasm

Sistemaga ta'sir qilayotgan kuchlar qatoriga yuklarning

$$\Phi_C = \frac{G_C}{g} a_C\,,\ \Phi_D = \frac{G_D}{g} a_D \qquad (113.4)$$

inersiya kuchlarining hamda pog`onali B shkivning

$$M_0^\Phi = \frac{G_B}{g} \rho_B^2 \varepsilon_B \qquad (113.5)$$

inersiya kuchlarining momentini qo`shamiz.

C va D yuklar B shkivga arqon yordamida bog`langani sababli

$$a_C = \varepsilon_B R_B\,,\ a_D = \varepsilon_B r_B \qquad (113.6)$$

bo`ladi. (113.6) dan:

$$\varepsilon_B = \frac{a_C}{R_B}\,,\ a_D = \frac{a_C}{R_B} \cdot r_B\,. \qquad (113.7)$$

(113.7) ni (113.4) va (113.5) ga qo`ysak,

$$\Phi_C = \frac{G_C}{g} \cdot a_C\,,\quad \Phi_D = \frac{G_D}{g} \frac{r_B}{R_B} \cdot a_C\,,\quad M_0^\Phi = \frac{G_B}{g} \frac{\rho_B^2}{R_B} \cdot a_C \qquad (113.8)$$

kelib chiqadi.

Sistemaga mumkin bo`lgan ko`chish bersak, C , D yuklar mos ravishda δs_C , δs_D ko`chishlarni, shuningdek, $A$ blok mumkin bo`lgan $\delta\varphi_A$ burilishni , B shkiv esa $\delta\varphi_B$ burilishni oladi.

Natijada dinamikaning umumiy tenglamasi quyidagicha bo`ladi:

$$(-G_C \sin 60^0 - \Phi_C)\,\delta s_C - M_0^{\Phi}\,\delta\varphi_B - \Phi_D\,\delta s_D + m\,\delta\varphi_A = 0 .$$

(113.9)

δs_C , δs_D va $\delta\varphi_A$ larni $\delta\varphi_B$ orqali ifodalaymiz.

207-rasmdan

$$\delta s_C = R_B\,\delta\varphi_B\,,\ \delta s_D = r_B\,\delta\varphi_B\,. \qquad (113.10)$$

B shkiv A blok bilan arqon vositasida biriktirilgani tufayli :

$$R_A\,\delta\varphi_A = r_B\,\delta\varphi_B\,, \qquad (113.11)$$

bundan
$$\delta\varphi_A = \frac{r_B}{R_A}\cdot\delta\varphi_B\,.$$

(113.7) , (113.10) , (113.11) ifodalarni (113.9) ga qo`ysak:

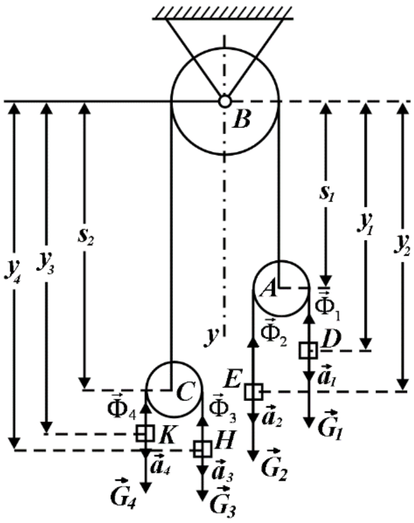
$$\left[G_C\left(-\sin 60^0 - \frac{a_C}{g}\right)R_B - \frac{G_B}{g}\frac{\rho_B^2}{R_B}\cdot a_C - \frac{G_D}{g}\frac{r_B^2}{R_B}\cdot a_C + M\frac{r_B}{R_A}\right]\delta\varphi_B = 0,$$

bunda $\delta\varphi_B \neq 0;$ shuning uchun yuqoridagi tenglikdan

$$G_C\left(-\sin 60^0 - \frac{a_C}{g}\right)R_B - \frac{G_B}{g}\frac{\rho_B^2}{R_B}\cdot a_C + M\frac{r_B}{R_B} = 0 \qquad (113.12)$$

kelib chiqadi. Masala shartidagi berilganlarni e’tiborga olsak, (113.12) dan
$a_C = 0{,}9\,m/s$
hosil bo`ladi.

78-masala. Sistema 4 ta m_1 , m_2 , m_3 va m_4 massalardan iborat. Bu massalar ikkitadan birlashtirilgan bo`lib, ular $A$ , $B$ , $C$ bloklar yordamida 208-rasmdagidek osilgan.Boshlang`ich paytda sistema muvozanatda turadi. m_4 massa qo`zg`almasligi uchun massalar orasidagi munosabat qanday bo`lishi aniqlansin. Bloklar va arqon og`irliklari hamda ishqalanish hisobga olinmasin.



Arqonlar cho`zilmaydi deb hisoblansin.

Yechish. Sistemaga ta’sir etuvchi kuchlar og`irlik kuchlaridan iborat. Ta’sir etuvchi kuchlar qatoriga yuklarning inersiya kuchlarini qo`shamiz:

$$\vec{\Phi}_1 = -m_1\,\vec{a}_1\,,\ \vec{\Phi}_2 = -m_2\,\vec{a}_2\,,\ \vec{\Phi}_3 = -m_3\,\vec{a}_3\,,\ \vec{\Phi}_4 = -m_4\,\vec{a}_4$$

m_1, m_2, m_3 , m_4 massalarining absolyut harakati koordinatalarini mos ravishda y_1 , y_2 , y_3 , y_4 bilan belgilaymiz. Sistemaga mumkin bo`lgan ko`chish bersak, m_1 , m_2 m_3 , m_4 massalar mos ravishda δy_1 , δy_2, δy_3 va δy_4

208-rasm

ko`chishlarga ega bo`ladi. Bu holda dinamikaning umumiy tenglamasini quyidagicha yoza olamiz:

$$
\begin{aligned}
&(m_1 g - m_1 a_1)\delta y_1 + (m_2 g - m_2 a_2)\delta y_2 + \\
&+ (m_3 g - m_3 a_3)\delta y_3 + (m_4 g - m_4 a_4)\delta y_4 = 0
\end{aligned}
\qquad (116.13)
$$

Mumkin bo`lgan ko`chishlar orasidagi munosabatni aniqlash uchun bog`lanish tenglamasini tuzamiz. DE, AC, HK arqonlar uzunliklarini tegishlicha L_1, L_2, L_3 desak:

$$
\begin{aligned}
&y_1 - s_1 + y_2 - s_1 + \pi r_A = L_1 , \\
&s_1 + s_2 + \pi r_B = L_2 , \\
&y_3 - s_2 + y_4 - s_2 + \pi r_C = L_3 .
\end{aligned}
$$

Bu tenglamalarning ikkinchisini 2 ga ko`paytirib, so`ngra uchchalasini qo`shamiz:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 2L_2 - 2\pi r_B + L_1 - \pi r_A + L_3 - \pi r_C = const \qquad (116.14)$$

Bu esa bog`lanish tenglamasini ifodalaydi. (116.14) ni variatsiyalasak:

$$\delta y_1 + \delta y_2 + \delta y_3 + \delta y_4 = 0$$

Bundan

$$\delta y_4 = -(\delta y_1 + \delta y_2 + \delta y_3) \qquad (116.15)$$

(116.14) dan vaqt bo`yicha ikkinchi tartibli hosila olamiz:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$$

Bundan

$$a_4 = -(a_1 + a_2 + a_3) \qquad (116.16)$$

(116.15) ni (116.13) ga qo`yamiz:

$$
\begin{aligned}
&\left[m_1(g - a_1) - m_4(g - a_4)\right]\delta y_1 + \\
&+\left[m_2(g - a_2) - m_4(g - a_4)\right]\delta y_2 + \\
&+\left[m_3(g - a) - m_4(g - a_4)\right]\delta y_3 = 0
\end{aligned}
\qquad (116.17)
$$

δy_1, δy_2, δy_3 variatsiyalar o`zaro bog`liqsiz bo`lgani sababli (116.17) tenglik bajarilishi uchun mazkur variatsiyalar oldidagi koeffitsientlar nolga teng bo`lishi kerak,ya’ni:

$$
\begin{aligned}
&m_1(g - a_1) - m_4(g - a_4) = 0 , \\
&m_2(g - a_2) - m_4(g - a_4) = 0 , \\
&m_3(g - a_3) - m_4(g - a_4) = 0 .
\end{aligned}
$$

Bu tengliklarni mos ravishda $m_2 m_3$, $m_1 m_3$, $m_1 m_2$ ga ko`paytirib qo`shamiz va (116.16) formulani hisobga olib quyidagini hosil qilamiz:

$$a_4 = \frac{m_4(m_1 m_2 + m_1 m_3 + m_2 m_3) - 3 m_1 m_2 m_3}{m_1 m_2 m_3 + m_1 m_2 m_4 + m_1 m_3 m_4 + m_2 m_3 m_4} \cdot g$$

To`rtinchi yuk joyidan qo`zg`almasdan (boshlang`ich paytda to`rtinchi yuk tezligi nolga teng) qolishi uchun $a_4 = 0$ bo`lishi zarur. Bu holda

$$m_4(m_1m_2 + m_1m_3 + m_2m_3) = 3m_1m_2m_3$$

Tenglikning ikki tomonini $m_1m_2m_3$ ga bo`lsak,massalar orasidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\frac{m_4}{m_1} + \frac{m_4}{m_2} + \frac{m_4}{m_3} = 3$$

Mustahkamlash uchun savollar

11. Nyuton birinchi qonuni qanday hollarda bajariladi?
12. Massa, kuch tushunchalariga taorif bering.
13. Nyuton ikkinchi qonuning umumiy ifodasini yozing va tushuntiring.
14. Nyuton uchinchi qonunini ta’riflang.
15. Massa markazi haqidagi teoremani izohlang.
16. Dinamikaning asosiy vazifasi nima?
17. Moddiy nuqtaning holati qanday ifodalanadi?
18. Qanday jism erkin jism deyiladi?
19. Kuch qanday birliklarda o‘lchanadi?
20. Massa markazi va og‘irlik markazi deganda nimalarni tushunasiz?

Asosiy adabiyotlar

9. O.Axmadjonov. Nazariy mexanikakursi, I-tom. Toshkent, “O‘qituvchi”. 1991.
10. I.V.Savelev. Kurs obshey fiziki. T.1,M., Nauka,2000g.
11. A.A.Detlaf, B.M.Yavorskiy. Kurs fiziki. M., “Visshaya shkola”.2000g.
12. T.I.Trofimova Kurs fiziki, M., «Visshaya shkola». 2000 g, 380c.
13. G.A.Zisman, O.M.Godess. Kurs obshey fiziki. M, izd. “Visshaya shkola”, 1991 g
14. D.V.Sivuxin «Obshiy kurs fiziki». Tom 1. M.Nauka.1977-90 g
15. O‘.Q.Nazarov, H.Z.Ikromova va K.A.Tursunmetov. Umumiy Nazariy mexanikakursi. Mexanika va molekulyar fizika. Toshkent, “O‘zbekiston”, 1992, 279 bet.
16. Nuomonxo‘jaev A.S. Nazariy mexanikakursi. 1-qism. Mexanika, statistik fizika, termodinamika. Toshkent:«O‘qituvchi»,1992,208 b.

4-MAVZU : O’zgaruvchan skalyar va vektorlar. Skalyar argumentli vektorni differensiallash. Vektor moduli va yo’nalishining o’zgarishlari orasidagi bog’lanish.

Lagranjning ikkinchi tur tenglamalarini keltirib chiqarish uchun dinamikaning ununiy tenglamasi quyidagicha yozib olinadi:

$$\sum(\vec{F}_\nu - m_\nu \ddot{\vec{r}}_\nu)\delta\vec{r}_\nu = 0. \qquad (114.1)$$

Faraz qilaylik, golonom, ideal va bo`shatmaydigan bog`lanishdagi sistema n ta nuqtadan tashkil topgan bo`lib, erkinlik darajasi $k$ ta bo`lsin.

Ma’lumki, sistema nuqtasining radius-vektorini umumlashgan koordinatalar funksiyasi sifatida quyidagicha yozish mumkin:

$$\vec{r}_\nu = \vec{r}_\nu(q_1, q_2, \cdots, q_k, t). \qquad (114.2)$$

Sistema nuqtalarining mumkin bo`lgan ko`chishlari

$$\delta\vec{r}_\nu = \sum_{j=1}^{k}\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}\cdot\delta q_j \quad , \quad (\nu = \overline{1, n}). \qquad (114.3)$$

(114.3) ni (114.1) ga qo`yamiz:

$$\sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{\nu=1}^{n}\vec{F}_\nu\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j} - \sum_{\nu=1}^{n}m_\nu\ddot{\vec{r}}_\nu\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right)\delta q_j = 0.$$

(110.3) formulaga ko`ra:

$$Q_j = \sum_{\nu=1}^{n}\vec{F}_\nu\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}.$$

Natijada,

$$\sum_{j=1}^{k}\left(Q_j - \sum_{\nu=1}^{n}m_\nu\ddot{\vec{r}}_\nu\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right)\delta q_j = 0. \qquad (114.4)$$

(114.4) dagi $\ddot{\vec{r}}_\nu\dfrac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}$ ni quyidagicha o`zgartiramiz:

$$\ddot{\vec{r}}_\nu\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j} = \frac{d\dot{\vec{r}}_\nu}{dt}\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j} = \frac{d}{dt}\left(\dot{\vec{r}}\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right) - \dot{\vec{r}}_\nu\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right). \qquad (114.5)$$

(114.2) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz:

$$\dot{\vec{r}}_\nu = \frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_k}\dot{q}_k + \frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial t}. \qquad (114.6)$$

(114.6) dan q_j hamda $\dot{q}_j$ bo`yicha xususiy hosilalar olamiz:

$$\frac{\partial\dot{\vec{r}}_\nu}{\partial q_j} = \frac{\partial^2\vec{r}_\nu}{\partial q_1\partial q_j}\dot{q}_1 + \frac{\partial^2\vec{r}_\nu}{\partial q_2\partial q_j}\dot{q}_2 + \cdots + \frac{\partial^2\vec{r}_\nu}{\partial q_j\partial q_k}\dot{q}_k + \frac{\partial^2\vec{r}_\nu}{\partial t\partial q_j}, \quad (j = \overline{1,k});$$

(114.7)

$$\frac{\partial\dot{\vec{r}}_\nu}{\partial\dot{q}_j} = \frac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j} \quad , \quad (j = \overline{1,k}). \qquad (114.8)$$

Endi (114.5) ifodadagi $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial\vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right)$ ni hisoblaymiz:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right)=\frac{\partial^2 \vec{r}_\nu}{\partial q_j\,\partial t}+\frac{\partial^2 \vec{r}_\nu}{\partial q_j\,\partial q_1}\dot{q}_1+\frac{\partial^2 \vec{r}_\nu}{\partial q_j\,\partial q_2}\dot{q}_2+\cdots+\frac{\partial^2 \vec{r}_\nu}{\partial q_j\,\partial q_k}\dot{q}_k\,. \tag{114.9}$$

(114.7) bilan (114.9) ni solishtirsak,

$$\frac{\partial \dot{\vec{r}}_\nu}{\partial q_j}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \vec{r}_\nu}{\partial q_j}\right) \tag{114.10}$$

kelib chiqadi.

(114.7) va (114.10) ni (114.5) ga qo`yamiz:

$$\ddot{\vec{r}}_\nu\,\frac{\partial \vec{r}_\nu}{\partial q_j}=\frac{d}{dt}\left(\dot{\vec{r}}_\nu\,\frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial \dot{q}_j}\right)-\dot{\vec{r}}_\nu\,\frac{\partial \dot{\vec{r}}}{\partial q_j}\quad \text{yoki}\quad \ddot{\vec{r}}_\nu\,\frac{\partial \vec{r}_\nu}{\partial q_j}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\frac{\partial \dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{1}{2}\frac{\partial \dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}}{\partial q_j}\,. \tag{114.11}$$

(114.11) ni (114.4) ga qo`ysak:

$$\sum_{j=1}^{k}Q_j\,\delta q_j-\sum_{j=1}^{k}\left\{\frac{d}{dt}\left[\sum_{\nu=1}^{n}\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(m_\nu\,\dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}\right)\right]-\sum_{\nu=1}^{n}\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial q_j}\left(m_\nu\,\dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}\right)\right\}\delta q_j=0$$

yoki

$$\sum_{j=1}^{k}Q_j\,\delta q_j-\sum_{j=1}^{k}\left\{\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_j}\left(\sum_{\nu=1}^{n}\frac{m_\nu\,\dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}}{2}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial q_j}\left(\sum_{\nu=1}^{n}\frac{m_\nu\,\dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}}{2}\right)\right\}\delta q_j=0$$

hosil bo`ladi.

Bunda $\sum\frac{m_\nu\,\dot{\vec{r}}_\nu^{\,2}}{2}=T$ — sistemaning kinetik energiyasi bo`lgani uchun

$$\sum_{j=1}^{k}\left[Q_j-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)+\frac{\partial T}{\partial q_j}\right]\delta q_j=0 \tag{114.12}$$

tenglamani hosil qilamiz.

(114.12) da $\delta q_j\neq 0;$ shuning uchun , (114.12) dan quyidagi tenglamalar kelib chiqadi:

$$Q_j-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)+\frac{\partial T}{\partial q_j}=0\quad ,\quad (j=\overline{1,k})$$

yoki

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}=Q_j\quad ,\quad (j=\overline{1,k})\,. \tag{114.13}$$

(114.13) tenglamalar *Lagranjning II tur tenglamalari* deyiladi. Shunday qilib, Lagranjning ikkinchi tur tenglamalari dinamika umumiy tenglamasining umumlashgan koordinatalar orqali ifodasidan iborat.

Lagranj II tur tenglamalarining afzalligi shundan iboratki, bu tenglamalar soni sistemaning erkinlik darajasi soniga teng bo`lib, sistemani tashkil etuvchi nuqtalar soniga bog`liq emas.

Agar ta'sir qiluvchi kuch potensialli bo`lsa,

$$Q_j=-\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}\,,$$

bu holda (114.13) quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_j}=0 \quad , \quad (j=\overline{1,k}). \qquad (114.14)$$

Bundagi $L=T-\Pi$ — Lagranj funksiyasi yoki Lagranjning kinetik potensiali deyiladi; $\Pi=\Pi(q_1,q_2,\cdots,q_k)$ esa potensial energiyadan iborat.

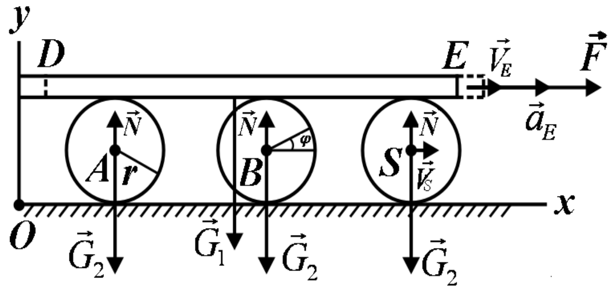
Lagranjning II tur tenglamalarini tatbiq etib masalalar yechish

Lagranjning II tur tenglamasini tatbiq etib hal qilinadigan masalalar quyidagi tartibda yechiladi:

1. Berilgan sistemaning erkinlik darajasi aniqlanadi.
2. Umumlashgan koordinatalar tanlab olinadi.
3. Sistemaning kinetik energiyasi hisoblanadi va u umumlashgan tezliklar orqali ifodalanadi.
4. Umumlashgan kuch aniqlanadi.
5. Lagranjning II tur tenglamalari tuziladi.
6. Tuzilgan tenglamadan kerakli noma'lumlar aniqlanadi.

79- masala. m_1 massali *DE* sterjen har birining massasi m_2 bo`lgan uchta g`altak ustida yotadi. Sterjenning o`ng tomoniga gorizontal ravishda yo`nalgan $\vec{F}$ kuch qo`yilgan. U sterjen va g`altaklarni harakatga keltiradi. *DE* sterjenning tezlanishi aniqlansin.

G`altaklar bir jinsli doiraviy silindr deb hisoblansin. Sterjen bilan g`altaklar, shuningdek, g`altaklar bilan gorizontal tekislik orasidagi ishqalanish hisobga olinmasin (209-rasm).



209-rasm

Yechish. Tekshirilayotgan sistemaga qo`yilgan bog`lanishlar ideal. Sistemaning holati *DE* sterjen *E* nuqtasining koordinatasi x_E — umumlashgan koordinata orqali bir qiymatli aniqlanadi. Demak, systema bitta erkinlik darajaga ega.

DE sterjen tezlanishni aniqlash uchun Lagranj II tur tenglamasini tuzish kerak.

Buning uchun avval sistema kinetik energiyasini hisoblaymiz. Sistema kinetik energiyasi sterjen va g`altaklar kinetik energiyalarining yig`indisiga teng:

$$T=T_{DE}+T_{g'al.}\ . \qquad (115.1)$$

DE sterjen ilgarilama harakatda bo`lgani tufayli uning kinetik energiyasi quyidagicha:

$$T_{DE}=\frac{1}{2}m_1V_E^2\ . \qquad (115.2)$$

G`altaklar tekis parallel harakatda. Suning uchun ularning kinetik energiyasi:

$$T_{g'al.} = 3\left(\frac{1}{2}m_2 V_S^2 + \frac{1}{2}I_S\,\omega^2\right) \quad \text{yoki} \quad T_{g'al.} = 3\left(\frac{1}{2}m_2 V_S^2 + \frac{1}{4}m_2\,r^2\,\omega^2\right).$$

(115.3)

G`ildiraklarning tekislik bilan urinish nuqtalari tezliklar oniy markazi bo`lgani uchun

$$V_S = \omega\, r \quad , \quad V_E = \omega \cdot 2\,r\,. \tag{115.4}$$

(115.4) dan:

$$V_S = \frac{1}{2}V_E\,. \tag{115.5}$$

(115.4) ni (115.3) ga qo`ysak:

$$T_{g'al.} = 3\left(\frac{1}{8}m_2 V_E^2 + \frac{1}{16}m_2 V_E^2\right) = \frac{9}{16}m_2 V_E^2\,. \tag{115.6}$$

(115.2) va (115.6) ni (115.1) ga qo`yamiz:

$$T = \frac{V_E^2}{16}(9m_2 + 8m_1) = \frac{8m_1 + 9m_2}{16}\,\dot{x}_E^2\,. \tag{115.7}$$

Endi sistemaga x_E umumlashgan koordinata bo`yicha $\delta\,x_E$ mumkin bo`lgan ko`chish berib, umumlashgan kuchni aniqlaymiz. Sistemaga qo`yilgan kuchlarning mumkin bo`lgan ko`chishdagi ishlarning yig`indisini hisoblaymiz: $\delta\,A = F\,\delta\,x_E$.

Umumlashgan kuchni aniqlash formulasi $Q_{x_E} = \dfrac{\delta\,A}{\delta\,x_E}$ ga ko`ra

$$Q_{x_E} = F \tag{115.8}$$

Sistemaning erkinlik darajasi bitta bo`lgani sababli Lagranj II tur tenglamasi bitta bo`ladi, ya'ni

$$\frac{d}{d\,t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_E} = Q_{x_E}\,. \tag{115.9}$$

(115.7) dan:

$$\frac{\partial T}{\partial x_E} = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E} = \frac{8m_1 + 9m_2}{8}\,\dot{x}_E \quad , \tag{115.10}$$

$$\frac{d}{d\,t}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_E}\right) = \frac{a_E}{8}(8m_1 + 9m_2).$$

(115.8) va (115.10) ni (115.9) ga qo`yamiz:

$$\frac{a_E}{8}(8m_1 + 9m_2) = F\,.$$

Bu ifodadan DE sterjenning tezlanishi a_E kelib chiqadi:

$$a_E = \frac{8F}{8m_1 + 9m_2}\,(m/s^2)\,.$$

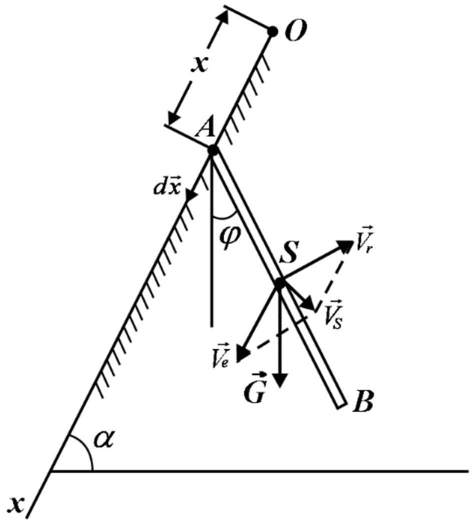
80-masala. Uzunligi l bo`lgan bir jinsli $AB$ sterjen vertikal tekislikda $A$ sharnir atrofida aylanishi mumkin. Sterjenning og`irligi $G=Mg$ ga teng. Sterjenning A uchi esa gorizont bilan α burchak hosil qiluvchi tekislik bo`ylab ishqalanmasdan sirpanadi Sterjen harakatining differensial tenglamasi tuzilsin (210-rasm).

Yechish. Sistemaga qo`yilgan bog`lanishlar ideal bo`lib, sistemaning erkinlik darajasi ikkita. Demak, umumlashgan koordinatalar ham ikkita bo`lib, ular uchun *A* nuqtaning og`ma tekislik bo`ylab ko`chishi $q_1 = x$ hamda sterjenning vertikaldan og`ishi $q_2 = \varphi$ olinishi mumkin.

Sanoq sistemasi 205-rasmdagidek tanlanadi. Sterjenning kinetik energiyasini hisoblaymiz.

$$T = \frac{1}{2} M V_S^2 + \frac{1}{2} I_S \, \omega^2 .$$

Bunda $\omega = \dot{\varphi}$, $I_S = \frac{M\, l^2}{12}$, bu yerda M — sterjen massasi.



210-rasm

S nuqta tezligi tezliklarni qo`shish teoremasidan foydalanib aniqlanadi:

$$\vec{V}_S = \vec{V}_r + \vec{V}_e ,$$

bu yerda $\vec{V}_r$ — sterjen inersiya markazining *A* nuqta atrofida aylanishidagi nisbiy tezligi; $\vec{V}_e$ — *S* nuqtaning og`ma tekislikka parallel bo`lgan ko`chirma tezligi. Ularning miqdorlari quyidagicha:

$$V_r = \frac{l}{2}\dot{\varphi} \quad , \quad V_e = \dot{x}$$

210-rasmdan (kosinuslar teoremasiga ko`ra):

$$V_S^2 = \dot{x}^2 + \frac{l^2}{4}\dot{\varphi}^2 - \dot{x}\, l\, \dot{\varphi}\cos(\alpha - \varphi) .$$

Natijada

$$T = \frac{M}{2}\left[\dot{x}^2 + \frac{l^2\dot{\varphi}^2}{4} - l\,\dot{x}\dot{\varphi}\cos(\alpha - \varphi) \right] + \frac{M\,l^2}{24}\dot{\varphi}^2 . \qquad (115.11)$$

(115.11)dan:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = M\,\dot{x} - \frac{M\,l\,\dot{\varphi}\cos(\alpha - \varphi)}{2};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = -\frac{1}{2} M\,l\,\dot{\varphi}\,\dot{x}\sin(\alpha - \varphi) \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{M\,l^2\,\dot{\varphi}}{4} - \frac{M\,l\,\dot{x}\cos(\alpha - \varphi)}{2} + \frac{M\,l^2\,\dot{\varphi}}{12};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = M\,\ddot{x} - \frac{1}{2} M\,l\,\ddot{\varphi}\cos(\alpha - \varphi) - \frac{1}{2} M\,l\,\dot{\varphi}^2 \sin(\alpha - \varphi);$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) = \frac{M\,l^2}{4}\ddot{\varphi} - \frac{1}{2} M\,l\,\ddot{x}\cos(\alpha - \varphi) - \frac{1}{2} M\,l\,\dot{x}\,\dot{\varphi}\sin(\alpha - \varphi) + \frac{M\,l^2\,\ddot{\varphi}}{12} .$$

(15.12)

Umumlashgan kuchlar quyidagicha bo`ladi:

$$Q_x=\frac{\delta A}{\delta x}\quad,\quad Q_\varphi=\frac{\delta A}{\delta \varphi}$$

yoki

$$Q_x=\frac{G\delta x\sin\alpha}{\delta x}=G\sin\alpha\quad,\quad Q_\varphi=-\frac{Gl\sin\varphi\,\delta\varphi}{2\delta\varphi}=-\frac{Gl}{2}\sin\varphi\ ,$$

(115.13)

bunda $G=Mg$.

Endi Lagranj II tur tenglamasini yozamiz:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x\ ,\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right)-\frac{\partial T}{\partial \varphi}=Q_\varphi . \qquad (115.14)$$

(115.12) va (115.13) ni (115.14) ga qo\`yamiz:

$$\frac{l\ddot{\varphi}}{3}-\frac{\ddot{x}\cos(\alpha-\varphi)}{2}+\frac{g\sin\varphi}{2}=0\ ,$$

$$\ddot{x}-\frac{l\ddot{\varphi}}{2}\cos(\alpha-\varphi)-\frac{l\dot{\varphi}^2}{2}\sin(\alpha-\varphi)-g\sin\alpha\ .$$

Bu sterjen harakatining differensial tenglamalarini ifodalaydi.

Nazorat savollari

1. Dinamikaning umumiy tenglamasi qanday yoziladi?
2. Lagranj II tur tenglamasini yozing.
3. Sistemaga ta’sir qilayotgan kuch potensialli bo\`lganda umumlashgan kuch ifodasi qanday?
4. Potensialli kuch uchun Lagranj II tur tenglamasi qanday yoziladi?
5. Dinamikaning umumiy tenglamasiga doir masalalar qanday tartibda yechiladi?
6. Lagranj II tur tenglamasiga oid masalalar qanday hal etilishini tushuntiring?

5-MAVZU: Maydon funksiyalarining fazoviy hosilalari. Skalyar funksiyaning yo'nalish bo'yicha hosilasi. Skalyar funksiyaning gradient.

Texnikada uchraydigan bir qancha masalalarda sistemaning muvozanat holati yaqinida kichik amplituda bilan tebranishlarini hisobga olishga to`g`ri keladi. Bunday tebranishlarni mashina va mexanizmlar vibratsiyasi, samolyotlar vibratsiyasi, yer silkinishlarini o`lchaydigan asbobning tebranishi misol bo`ladi.

Faraz qilaylik, mexanik sistema qo`yilgan kuchlar ta'sirida muvozanatda bo`lsin. Agar sistema nuqtalariga kichik boshlang`ich tezlik berish natijasida sistema nuqtalari doimo muvozanat holati yaqinida qolsa,sistemaning bunday muvozanati uctivor muvozanat, muvozanat holatidan uzoqlasha borsa, beustivor muvozanat deyiladi.

Sistema muvozanatining yetarli sharti quyidagi Lagranj-Dirixle teoremasi vositasida aniqlanadi: agar golonom,ideal va statsionar bog`lanishlar qo`yilgan,potensialli kuchlar ta'siridagi sistemaning biror holatidan uning potensial energiyasi minimal qiymatga erishsa, sistema bu holatda ustivor muvozanatda bo`ladi.Ustivor muvozanat *(q=0)* yaqinida

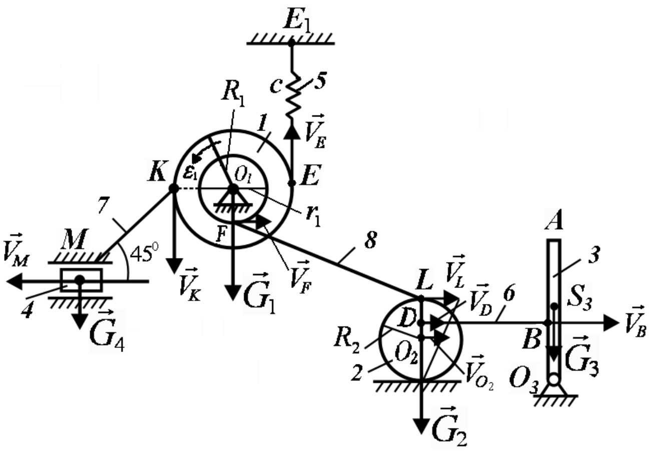
$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial q}\right)_{q=0} = 0\,,\ \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial q^2}\right)_{q=0} > 0$$

Sistemaning kichik tebranma harakatiga oid quyidagi masalani yechamiz.

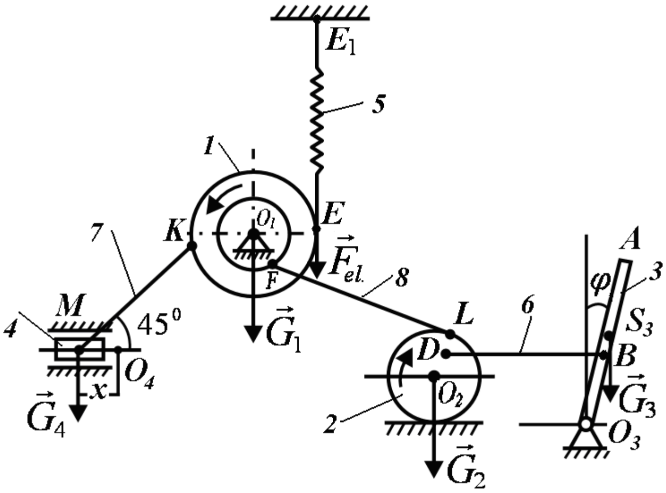
81-masala. 211- rasmda ko`rsatilgan mexanizm vertikal tekislikda joylashgan bo`lib, u qo`zg`almas o`q atrofida aylanuvchi, radiuslari mos ravishda $R_1 = 0{,}4m$, $r_1 = 0{,}2m$ bo`lgan 1-pog`onali g`ildirak, gorizontal tekislikda sirpanmasdan dumalaydigan radiusi $R_2 = 0{,}3m$ bo`lgan g`ildirak, uzunligi *l=1 m* bo`lgan 3-sterjen hamda gorizontal bo`ylab ishqalanmasdan sirpanadigan 4-polzundan iborat. 3-sterjen 2-g`ildirakka, 4-polzun 1-gildirakka sharnirlar yordamida og`irligi e'tiborga olinmaydigan 6 va 7-sterjenlar vositasida biriktirilgan. 7-sterjen gorizontal bilan 45^0 burchak hosil qiladi,

6-sterjen esa gorizontal joylashgan. 1 va 2 – g`ildiraklar og`irligi hisobga olinmaydigan 8-sterjen yordamida bog`langan. *AB=0,55 m.* Bikirligi *c* bo`lgan vertikal EE_1 prujinaning *E* uchi 1-pog`onali g`ildirakka biriktirilgan. E_1 uchi esa mahkamlangan. 211-rasmda mexanizmning muvozanat holati ko`rsatilgan.

Sistemaning muvozanat vaziyati yaqinidagi tebranishlar takrorligi va davri aniqlansin. Shuningdek, prujinaning statik cho`zilishi $\lambda_{st.}$ topilsin. 1 va 2-g`ildiraklar bir jinsli silindr deb hisoblansin. $O_2D = \frac{1}{2}R$, $m_1 = 15\ kg$, $m_2 = 6\ kg$, $m_3 = 2\ kg$, $m_4 = 10\ kg$, $c = 700\ N/m$.



212-rasm



211-rasm

Yechish. Tekshirilayotgan sistemaning erkinlik darajasi birga teng.Chunki 4-polzunning O_4 muvozanat holatidan og\`ishi yoki 1-g\`ildirakning burilishi, yoki prujinaning ko\`chishi, yoki 3-sterjenning burilishi orqali sistemaning holatini bir qiymatli aniqlash mumkin.

Faraz qilaylik**, 4-**polzun kichik x masofaga surilsin. Bu holda mexanizm ko\`rinishi 212-rasmdagidek bo\`ladi.

Umumlashgan koordinata deb x ni olamiz.

Sistemaning kichik tebranishini tekshirayotganimiz sababli sistema nuqtalarining tezliklari 212-rasmda tasvirlanganidek yo\`naladi.

Tekshirilayotgan sistema uchun Lagranjning II tur tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q \qquad (119.1)$$

Sistemaga $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3, \vec{G}_4$ og\`irlik kuchlari hamda prujinaning elastiklik kuchi $\vec{F}_{el.}$ ta'sir qiladi. Ular potensialli bo\`lgani uchun

$$Q=-\frac{\partial \Pi}{\partial x} \qquad (119.2)$$

bo\`ladi.

Sistemaning kinetik energiyasi

$$T=T_1+T_2+T_3+T_4 \qquad (119.3)$$

1-g\`ildirak hamda 3-sterjen aylanma harakatda, 2-g\`ildirak tekis parallel harakatda, 4-polzun esa ilgarilama harakatda bo\`lgani uchun ularning kinetik energiyalari

$$T_1=\frac{1}{2}I_1\omega_1^2\ ,\ T_2=\frac{1}{2}I_2\omega_2^2+\frac{1}{2}m_2V_{O_2}^2\ ,\ T_3=\frac{1}{2}I_3\omega_3^2\ ,\ T_4=\frac{1}{2}m_4V_M^2 \qquad (119.4)$$

bo\`ladi. Bu ifodada

$$I_1=\frac{1}{2}m_1R_1^2\ ,\ I_2=\frac{1}{2}m_2R_2^2\ ,\ I_3=\frac{1}{3}m_3l^2$$

(119.4) ifodalardagi hamma tezliklarni umumlashgan tezlik $V_M = \dot{x}$ orqali ifodalaymiz.

7-sterjen tekis parallel harakat qiladi. Shuning uchun K nuqta tezligini aniqlashda tekis harakatdagi jism ikkita nuqtasi tezliklarining shu nuqtalardan o`tuvchi o`qdagi proyeksiyalari tengdir,degan teoremadan foydalanamiz:

$$V_M \cos 45^0 = V_K \cos 45^0$$

Bundan $V_K = \dot{x}$; K nuqta 1-g`ildirakka tegishli bo`lgani uchun:

$$\dot{x} = V_K = \omega_1 R_1 \, , \omega_1 = \frac{\dot{x}}{R_1} \, , \varphi_1 = \frac{x}{R_1} \qquad (119.5)$$

$\vec{V}_F \parallel \vec{V}_L$ bo`lgani uchun 8-sterjen oniy ilgarilama harakat qiladi.Binobarin,

$$V_F = V_L \qquad (119.6)$$

2-g`ildirak sirg`anmasdan g`ildiragani uchun uning oniy markazi $P$ nuqtada bo`ladi. Shu sababli

$$V_L = \omega_2 \cdot 2R_2 \, , V_F = \omega_1 r_1 \qquad (119.7)$$

(119.7) ni (119.6) ga qo`ysak:

$$\omega_2 \cdot 2R = \omega_1 r_1$$

bundan
$$\omega_2 = \frac{r_1}{2R_2} \cdot \omega_1 = \frac{r_1}{2R_2 R_1} \cdot \dot{x} \qquad (119.8)$$

O_2 va D nuqtalar tezliklari quyidagicha aniqlanadi:

$$V_{O_2} = \omega_2 R_2 = \frac{r_1}{2R_1} \cdot \dot{x} \qquad (119.9)$$

$$V_D = \omega_2 PD = \frac{3r_1}{4R_1} \cdot \dot{x} \qquad (119.10)$$

DB sterjenning D nuqtasi tezlik vektorining yo`nalishi $\vec{V}_B$ yo`nalishi bilan bir xil bo`lib, $DB$ bo`yicha yo`naladi. Shu sababli $DB$ oniy ilgarilama harakatda bo`ladi:

$$V_D = V_B \qquad \text{yoki} \qquad \omega_2 PD = \omega_3 O_3 B$$

bu ifodada $PD = O_3 B.$ Shuning uchun

$$\omega_3 = \omega_2 = \frac{r_1}{2R_1 R_2} \cdot \dot{x} \qquad (119.11)$$

(119.5) , (119.8) , (119.9) va (119.11) larni (119.4) ga qo`yamiz:

$$T_1 = \frac{1}{4} m_1 \cdot \dot{x}^2 = 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot \dot{x}^2 \, , T_2 = \frac{3}{16} m_2 \frac{r_1^2}{R_1^2} \cdot \dot{x}^2 \, ,$$

$$T_3 = \frac{1}{24} \frac{m_3 l^2 r_1^2}{R_1^2 R_2^2} \cdot \dot{x}^2 = \frac{25}{108} \cdot \dot{x}^2 \, , \; T_4 = \frac{1}{2} m_4 \cdot \dot{x}^2 = 5\dot{x}^2$$

Bularni (119.3) ga qo`ysak,

$$T = \left(\frac{15}{4} + \frac{9}{32} + \frac{25}{108} + 5 \right) \dot{x}^2 = 9 \frac{227}{864} \dot{x}^2 \qquad (119.12)$$

kelib chiqadi.

Endi potensial energiyani hisoblaymiz:

$$\Pi = \frac{1}{2} c\,\lambda + m_1\,g\,z_{O_1} + m_2\,g\,z_{O_2} + m_3\,g\,z_{C_3} + m_4\,g\,z_M \qquad (119.13)$$

$\vec{G}_1\,,\vec{G}_2\,,\vec{G}_4$ kuchlar qo`ilgan nuqta vertikal bo`ylab ko`chmagani tufayli:

$$z_{O_1} = z_{O_2} = z_M = 0\,,\; z_{C_3} = \frac{l}{2}\cos\varphi$$

$\cos\varphi$ ni Teylor qatoriga yoyib, to`rtinchi va undan yuqori tartibli kichik miqdorlarni e’tiborga olmasak,

$$z_{C_3} = \frac{l}{2}\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) \qquad (119.14)$$

hosil bo`ladi.

(119.11) ga binoan

$$\varphi = \frac{r_1}{2R_1\,R_2}\cdot x$$

deb yozish mumkin. Sistemaning muvozanat vaziyatida prujina $\lambda_{st.}$ ga cho`zilgan,u holda:

$$\lambda = \lambda_{st} - s_E = \lambda_{st.} - R_1\,\varphi_1 = \lambda st. - x$$

Natijada

$$\Pi = \frac{1}{2} c\,(\lambda_{st.} - x)^2 + m_3\,g\,\frac{l}{2}\left(1 - \frac{r_1^2}{8R_1^2\,R_2^2}\cdot x^2\right)$$

Bundan

$$Q = -\frac{\partial \Pi}{\partial x} = c\,(\lambda_{st.} - x) + m_3\,g\,l\,\frac{r_1^2\,x}{8R_1^2\,R_2^2} \qquad (119.15)$$

kelib chiqadi.

(119.12) dan

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0\,,\; \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 18\frac{227}{432}\cdot\dot{x}\,,\; \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 18\frac{227}{432}\cdot\ddot{x} \qquad (119.16)$$

(119.15) va (119.16) ni (119.1) ga qo`yamiz:

$$18\frac{227}{432}\cdot\ddot{x} = c\,(\lambda_{st.} - x) + m_3\,g\,l\,\frac{r_1^2}{8R_1^2\,R_2^2}\cdot x \qquad (119.17)$$

Sistemaning muvozanat holatida *x = 0* , *Q = 0.*

Natijada $c\,\lambda_{st.} = 0\,,\, \lambda_{st.} = 0$ bo`ladi. Bu holda Lagranjning II tur tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$18\frac{227}{432}\cdot\ddot{x} + \left(c - m_3\,g\,l\,\frac{r_1^2}{8R_1^2\,R_2^2}\right)\cdot x = 0$$

yoki

$$\ddot{x} + k^2\,x = 0\,.$$

Bunda k — tebranishning doiraviy takrorligi

$$k^2 = \frac{c - \dfrac{m_3\, g\, l\, r_1^2}{8 R_1^2\, R_2^2}}{18 \dfrac{227}{432}}$$

Son qiymatlarni qo`ysak: $k = 6{,}1 s^{-1}$; tebranish davri esa $\tau = 1{,}03 s$.

Nazorat savollari

1.Dinamikaning umumiy tenglamasi qanday yoziladi?

2.Lagranj II-tur tenglamasini yozing.

3.Sistemaga ta'sir qilayotgan kuch qanday holda potensialli bo`ladi?

4.Potensialli kuch uchun Lagranj II-tur tenglamasi qanday yoziladi?

5.Dinamikaning umumiy tenglamasiga doir masalalar qanday tartibda yechiladi?

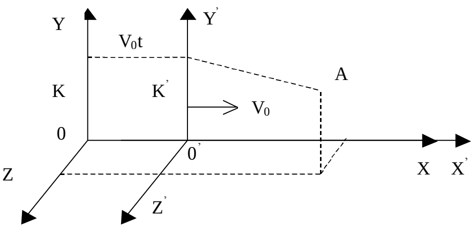
6.Lagranj II-tur tenglamasiga oid masalalar qanday hal etilishini tushuntiring?

7.Erkinlik darajasi bitta bo`lgan sistemaning kichik tebranishi haqida nimani bilasiz?

6-MAVZU: Vektor maydon potensiali. Vektorning potensial va solenoidal vektorlarga ajratilishi. O'zgaruvchi maydon. Harakatdagi soha integralining o'zgarishi. Nostatsionar maydon potensiallari.

1. Inersial sanoq sistemasi va nisbiylikning mexanik prinsipi

Jismning tinch holati yoki to'g'ri chiziqli tekis harakati nisbiy bo'lib, u sanoq sistemasiga bog'liq. Masalan, bir - biriga nisbatan biror tezlanish bilan harakatlanayotgan ikki sanoq sistemasi mavjud bo'lsin. Bu sistemalarning birida tinch holatini saqlayotgan jism ikkinchi sanoq sistemasida tezlanish bilan harakatlanadi. Demak, Nyutonning birinchi qonuni barcha sanoq sistemalarida bajarilavermaydi. *Lekin shunday sanoq sistemalar mavjudki, ularda erkin yoki kvazi erkin jism o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi. Bunday sanoq sistemalarini inersial sanoq sistemalari deb ataladi.* Nyutonning birinchi qonuni bajariladigan sanoq sistemalarini inersial sanoq sistemalari deb, aks holda esa noinersial sanoq sistemalari deb atay olamiz.



9.1-rasm

Biror inersial sanoq sistemasiga nisbatan to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotgan ixtiyoriy sanoq sistemasi ham inersial sanoq sistemasi bo'ladi.

9.1 – rasmda K sistemaga nisbatan K' sanoq sistemasining to'g'ri chiziqli tekis harakati ko'rsatilgan.

Jism harakati sanoq sistemasiga nisbatan aniqlanadi. Sanoq sistemasini tanlash kuzatuvchining ixtiyorida. Shuning uchun bir harakatni turli sanoq sistemalariga nisbatan tekshirish natijasida bu sanoq sistemalaridan birortasini boshqalarga nisbatan imtiyozli deb hisoblash mumkinmi? Bu savolga javob berish maqsadida etarlicha aniqlik bilan inersial sanoq sistemasi deb hisoblash mumkin bo'lgan K sistemaga nisbatan K' sanoq sistemasining to'g'ri chiziqli tekis harakatini tekshiraylik. Soddalashtirish maqsadida K' sistema K sistemaga nisbatan V_0 tezlik bilan OX o'q yo'nalishida harakatlanadi, deb hisoblaylik (9.1-rasm).

t = 0 vaqtda ikkala sanoq sistemasi bir-birining ustiga tushadi. $t \neq 0$ da K sanoq sistemasining boshi (ya'ni 0^1 nuqta) K sanoq sistemasida $X = V_0 \cdot t$; $u = 0$; $z = 0$ koordinatalar bilan aniqlanuvchi nuqtada joylashgan bo'ladi. U holda moddiy nuqta (A) ning ixtiyoriy paytda ikkala sanoq sistemasidagi koordinatalari Galiley almashtirishlari deb ataladigan quyidagi munosabatlar bilan o'zaro bog'langan:

$$x = x' + v_0 t; \quad u = u'; \quad z = z'; \quad t = t'; \qquad (9.1)$$

bundagi t va t′ mos ravishda K va K′ sanoq sistemalaridagi soatlar ko'rsatayotgan vaqtlar. Agar vaqt hisobi ikkala sanoq sistemalarining boshlari (0 va 0′ nuqtalar) biri – birining ustiga tushib turgan paytdan boshlansa, ikkala sistemadagi bir xil soatlar bir xil vaqtlarni ko'rsatishi (ya'ni $t = t^1$) tabiiy hol ekanligiga o'rganib qolganmiz.

Demak, *bir sanoq sistemasidan (K) dan ikkinchi sanoq sistemasi (K^1) ga o'tganda koordinatalar o'zgaradi, ya'ni koordinatalar nisbiy kattaliklardir. Vaqt o'tishi esa sanoq sistemalarining nisbiy harakatlanishiga bog'liq emas, ya'ni vaqt absolyut kattalikdir.*

2. Galiley koordinata almashtirishlari. Almashtirishlarning invariantligi

Endi biror sterjen uzunligini ikkala sistemada aniqlaylik (9.2-rasm).

Sterjen uchlari (A va B nuqtalar) ning K sistemadagi koordinatalarini mos ravshda X_1, U_1, Z_1 va X_2, U_2, Z_2 deb belgilasak, uning uzunligi

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \qquad (9.2)$$

bo'ladi. K^1 sanoq sistemasi esa K ga nisbatan OX yo'nalishida V_0 tezlik bilan harakatlanyapdi. Shuning uchun K^1da sterjen uchlarining koordinatalari mos ravishda

$$x_1^1 = x_1 - V_0 t \qquad x_2^1 = x_2 - V_0 t$$
$$y_1^1 = y_1 \qquad y_2^1 = y_2$$
$$z_1^1 = z_1 \qquad z_2^1 = z_2$$

bo'ladi.

Natijada sterjenning K^1 sanoq sistemasidagi uzunligi uchun

$$\ell' = \sqrt{\left(X_2^1 - X_1^1\right)^2 + \left(Y_2^1 - Y_1^1\right)^2 + \left(Z_2^1 - Z_1^1\right)^2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \qquad (9.3)$$

Ifodani hosil qilamiz (9.2) va (9.3) larni o'aro taqqoslab

$$\ell = \ell' \qquad (9.4)$$

degan xulosaga kelamiz. Umuman, bir sanoq sistemasidan ikkinchi sanoq sistemasiga o'tganda biror kattalikning qiymati o'zgarmasa, bu kattalik mazkur almashtirishga nisbatan i n v a r i a n t deyiladi. U holda (9.4) ifodaga asosan, quyidagini ayta olamiz: uzunlik Galiley almashtirishlariga nisbatan invariyantdir.

Harakatlanayotgan moddiy nuqtaning K va K′ sanoq sistemalaridagi tezliklarining proeksiyalari orasidagi bog'lanishni topish uchun (9.1) ifodalardan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

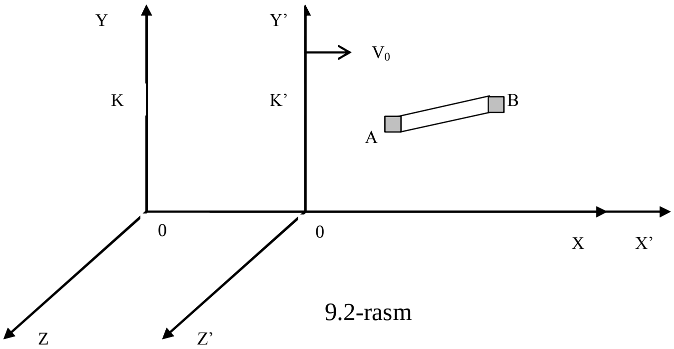
$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x' + V_0 t) = V_x^1 + V_0$$
$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(y') = V_y^1 \qquad (9.5)$$
$$V_z = \frac{dZ}{dt} = \frac{d}{dt}(z') = V_z^1$$

Bu munosabatlarni vektor ko'rinishda

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_o \qquad (9.6)$$

shaklda yozish mumkin.

Bu (9.6) ifoda tezliklarning qo‘shilish qonuni bo‘lib, uni quyidagicha tavsif qilish mumkin: moddiy nuqtaning K sanoq sistemasidagi tezligi ($\vec{V}$) shu nuqtaning K′ dagi tezligi ($\vec{V}'$) va K′ ning K ga nisbatan tezligi ($\vec{V}_0$) ning vektor yig‘indisiga teng.



9.2-rasm

(9.5) ifodalardan vaqt bo‘yicha hosila olsak, moddiy nuqtaning K va K′ sanoq sistemalaridagi tezlanishlarining proeksiyalari orasidagi bog‘lanishni hosil qilamiz:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d}{dt}(V'_x + V'_0) = \frac{dV'_x}{dt} = a'_x$$
$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d}{dt}(V'_y) = a'_y \qquad (9.7)$$
$$a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d}{dt}(V'_z) = a'_z$$

Vektor ko‘rinishda (9.7) ifodalarni

$$\mathbf{a} = \mathbf{a'} \qquad (9.8)$$

shaklda yozamiz. Demak, moddiy nuqtaning K sanoq sistemasidagi tezlanishi (**a**) va K′ sanoq sistemasidagi tezlanishi (**a’**) bir xil ekan. Boshqacha aytganda, *tezlanish Galiley almashtirishlariga nisbatan invariantdir.*

Tajribalarning ko‘rsatishicha, barcha inersial sanoq sistemalarda jism massasi bir xil qiymatga ega va u harakat tezligiga (yorug‘lik tezligidan ancha kichik tezliklar nazarda tutiladi) bog‘liq emas:

$$m = m' . \qquad (9.9)$$

Nyuton mexanikasida o‘rganiladigan kuchlar, xususan elastiklik kuchi yoki torishish kuchi jismning ayrim qismlari orasidagi masofaga bog‘liq. Masofa (uzunlik) Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant. Ba’zi kuchlar, masalan, ishqalanish kuchlari o‘zaro ta’sirla shuvchi jismlar tezliklarning farqiga bog‘liq. Tezliklar farqi, (9.6) munosabatga asosan, bir inersial sanoq sistemasidan ikkinchisiga o‘tilganda o‘zgarmaydi ($V_2 - V_1 = V'_2 - V'_1$). Shuning uchun *klassik mexanikada kuch Galiley almashtirishlariga nisbatan invariantdir,* ya’ni

$$\vec{F} = \vec{F}' \quad . \qquad (9.10)$$

Dinamikaning asosiy qonuni – Nyutonning ikkinchi qonuni

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad (9.11,a)$$

ga etibor bersak, undagi barcha kattaliklar [(9.8), (9.9) va (9.10) ga qarang.] Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant. Binobarin, dinamika asosiy qonunining K sanoq sistemasiga nisbatan $\mathbf{V_0}$ tezlik bilan harakatlanayotgan K′ sanoq sistemasidagi matematik ifodasi

$$\mathbf{G}'' = m' \cdot \mathbf{a}' \qquad (9.11,b)$$

Mazkur qonunning K sanoq sistemasidagi ifodasiga to‘liq mos keladi. Demak, *barcha inersial sanoq sistemalarida ayni bir mexanik hodisa bir xil tarzda sodir bo‘ladi va mazkur inersial sanoq sistemasida o‘tkaziladigan mexanik tajribalar yordamida sanoq sistemasi tinch turganligini yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotganligini aniqlab bo‘lmaydi.*

Bu fikrni Galiley bayon etganligi uchun Galileyning nisbiylik prinsipi, Ba’zan nisbiylikning mexanik prinsipi deb yuritiladi. Bu prinsipga asosan, agar biror sistema (masalan, K sanoq sistemasi) inersial bo‘lsa, unga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanuvchi juda ko‘p inersial sistemalar (K′) ham mavjud. Inersial sanoq sistemalarning barchasida klassik mexanika qonunlari aynan bir xil namoyon bo‘lishidan bu sistemalarning barchasi teng xuquqli va ular orasidan biror imtiyozli inersial sanoq sistemasini ajratish mumkin emas, degan xulosa kelib chiqadi.

Shuni ham qayd qilaylikki, tezlikka bog‘liq bo‘lgan kattaliklar, masalan, impuls ($\mathbf{R} = m \cdot \mathbf{v}$) yoki kinetik energiya bir inersial sanoq sistemasidan ikkinchi inersial sanoq sistemasiga o‘tganda o‘zgaradi, chunki mazkur o‘tishda tezlik o‘zgarar edi ($\mathbf{V} = \mathbf{V}' + \mathbf{V_o}$). Biroq impuls va energiyalarning turli inersial sanoq sistemalaridagi qiymatlari bir–biridan $\mathbf{V_o}$ bilan aniqlanuvchi doimiy miqdorga farqlanadi. Shuning uchun bunday kattaliklarni xarakterlovchi qonunlar ifodasining ko‘rinishi turli inersial sanoq sistemalarida bir xil bo‘ladi.

Umuman, *bir sanoq sistemasidan ikkinchisiga o‘tilganda biror kattalikning absolyut qiymati o‘zgarsa, lekin bu kattalik qatnashgan tenglamaning ko‘rinishi o‘zgarmasa, bu tenglama muzkur almashtirishga nisbatan kovariant deb aytiladi.* Impulsning saqlanish qonuni va mexanik energiyaning saqlanish qonuni Galiley almashtirishlariga nisbatan kovariantdir.

3. Yorug‘lik tezligi. Maxsus nisbiylik nazariyasi postulatlari

Maksvell tomonidan elektrodinamika asosiy qonunlarini umumlashtiruvchi tenglamalar yaratildi. Maksvell tenglamalari nihoyat ko‘p tajriba dalillari bilan isbotlanadi. Lekin Maksvell tenglamalari Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant emasligi aniqlandi.

Asrimiz boshida fizik olimlarni hayratga solgan mazkur muammoni hal qilish uchun Puankare va undan mustaqil ravishda Eynshteyn quyidagi xulosaga keldilar: Galiley almashtirishlaridan farqlanadigan yangi almashtirishlardan foydalanish zarurki, bu almashtirishlarga nisbatan Maksvell tenglamalarining ifodalari o‘z ko‘rinishlarini o‘zgartirmasliklari lozim. Bunday o‘zgarishlarni Eynshteyn quyidagi ikki prinsip asosida keltirib chiqardi:

1. Nisbiylik prinsipi, *fizik qonunlar (mexanik, elektromagnitizm, optika.... qonunlari) barcha inersial sanoq sistemalarida o‘rinlidir.* Boshqacha aytganda ayni bir fizik hodisani inersial sanoq sistemalarining birida kuzatish tufayli olingan natijalar boshqa inersial sanoq sistemalarida olingan natijalardan farqlanmaydi. Galileyning nisbiylik prinsipi ham xuddi shuni ta’kidlar edi, lekin unda faqat mexanik hodisalar (barcha fizik hodisalar emas) haqida mulohaza yuritilgan edi.

2. Yorug‘lik tezligining doimiylik prinsipi. *Yorug‘likning vakuumdagi tezligining qiymati barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil bo‘ladi.* U yorug‘likning tarqalish yo‘nalishiga hamda yorug‘lik chiqaruvchi jism va kuzatuvchining harakatiga bog‘liq emas. Bu prinsip klassik mexanikadagi tezliklarni qo‘shish qoidasiga mutloqa ziddir.

Lorens almashtirishlari va undan kelib chiqadigan natijalar:

Uzunlik va vaqt oraligining nisbiyligi

Haqiqatan, K sanoq sistemasiga nisbatan V_0 tezlik bilan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilib uzoqlashayotgan K′ sanoq sistemasidagi jism tomonidan tarqatilayotgan yorug‘lik tezligini c deb belgilasak, Galiley almashtirishlariga asosan, K sanoq sistemasidagi kuzatuvchi uchun yorug‘lik tezligi c ± V_0 bo‘lishi lozim edi. Vaholanki, K sanoq sistemasida ham, K′ sanoq sistemasida ham, yorug‘lik tezligi bir xil bo‘lishi kerak. Nyuton nuqtai nazari asosida fikr yuritsak, c + V_0 nima uchun s ga teng bo‘lishi lozimligini tushuntira olmaymiz. Buni tushunish uchun fazo va vaqt haqidagi Nyuton tushunchalaridan voz kechish lozim. Fazo va vaqt haqidagi bu yangi tushunchalar Eynshteyn tomonidan yaratilgan nisbiylik nazariyasida aks etgan. Bu nazariya bir-biriga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan sanoq sistemalari (inersial sistemalar) uchun o‘rinli. Keyinchalik, Eynshteyn nisbiylik nazariyasini rivojlantirib, uni bir-biriga nisbatan tezlanuvchan harakat qiladigan sistemalarga qo‘llash yo‘llarini ahtaradi va “tortishish nazariyasi” deb atalgan umumiy nazariyani yaratdi. Bu nazariyani nisbiylik nazariyasining umumiy xoli deb, faqat inersial sistemalarga taalluqli bo‘lgan nazariyani esa nisbiylik nazariyasining xususiy holi deb hisoblanadi. Binobarin, “Nisbiylik nazariyasi” deganda shu xususiy holni tushunamiz Nisbiylik nazariyasining zaminida yotuvchi Lorens almashtirishlari quyidagi ko‘rinishda yoziladi.

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{x' + V_0 t'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + \frac{V_0}{c^2} x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}\right\}, \tag{9.12}$$

bu erda $\beta = \frac{V_0}{C}$.

Bu munosabatlar yordamida K′ sanoq sistemasidagi koordinatalar (x′, u′, z′) va vaqt (t′) dan K sanoq sistemasidagi koordinatalar (x, y, z) va vaqt (t) ga o‘tiladi. K sistemadan K′ sistemaga o‘tish uchun (9.12) ni quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - V_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{V_0}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}\right\} . \qquad (9.13)$$

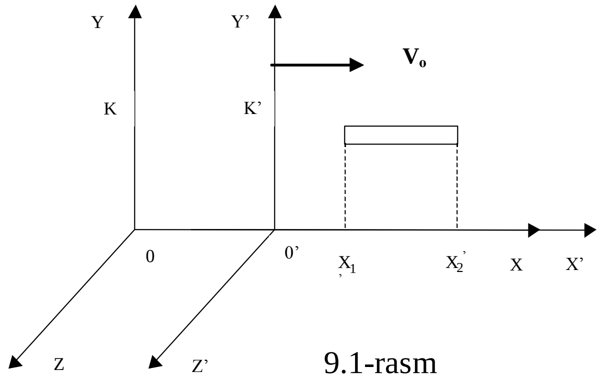
Bu ifodalardagi V_0 - bir inersial sanoq sistemasi (K) ga nisbatan OX o‘q “yo‘nalish”da to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan ikkinchi inersial sanoq sistemasining tezligi, s esa yorug‘likning vakuumda tarqalish tezligi.

Yuqoridagi (9.12), (9.13) tenglamalar gollandiyalik olim N.Lorens (1853-1908) tomonidan (daniyalik olim Lorens (1829-1891) emas) 1904 yilda o‘sha zamon tasavvurlariga unchalik to‘g‘ri kelmaydigan mulohazalar asosida keltirib chiqarilgan.

Klassik mexanikada Galiliy almashtirishlaridan, nisbiylik nazariyasida esa Lorens almashtirishlaridan ba’zi natijalar kelib chiqadiki, ular klassik tasavvurlarga o‘rganib qolgan talabada ajablanish tuyg‘usini vujudga keltiradi.

Uzunlik tushunchasi.

K’ sistemasida biror jism (masalan O^1X^1 o‘qqa parallel ravishda joylashtirilgan sterjen) tinch turgan bo‘lsin (10.1 - rasm). Ixtiyoriy t^1 vaqtda sterjen uchlarining koordinatalari mos ravishda x_1^1 *ва* x_2^1 bo‘lsin. U holda sterjen uzunligi $\ell_0 = x_2^1 - x_1^1$ ifoda bilan aniqlanadi. K sistemadagi kuzatuvchi uchun shu sterjen uzunligi ($\ell = x_2 - x_1$) qanday bo‘ladiq



9.1-rasm

a) Klassik mexanikada, Galiley almashtirishlari ga asosan, jism uzunligi barcha inersial sanoq sistemalarida aynan bir xil bo‘ladi ((9.4) ifodaga qarang) .

b) Sterjen K^1 sistema bilan birgalikda OX o‘q yo‘nalishida harakatlanayotganligi uchun K sistemadagi kuzatuvchi sterjen uchlari koordinatalarini aynan bir vaqtda o‘lchashi lozim.

Kuzatuvchi K sistemadagi soatning t paytida sterjen uchlarining koordinatalari mos ravishda x_1 va x_2 ekanligini aniqladi. Lorens almashtirishlariga asosan (9.13) x_1 va x_2 sterjenning K^1 dagi koordinatalari x_1^1 va x_2^1 bilan quyidagicha bog‘langan:

$$x_1^1 = \frac{x_1 - \vartheta_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}}\,;\; x_2^1 = \frac{x_2 - \vartheta_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}}\,; \qquad \left(\beta = \frac{\vartheta_0}{c}\right)$$

Bundan

$$X_2^1 - X_1^1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

yoki
$$\ell_0 = \frac{\ell}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Demak,

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (9.14)$$

Ya'ni K sistemada sterjen uzunligi K[1] sistemadagiga nisbatan qisqaroq bo'ladi. Buni uzunlikning *Lorens qisqarishi* deb atash odat bo'lib qolgan. Lekin mazkur terminda uzunlikning qisqarishi emas, balki uzunlikning nisbiyligi qayd qilish to'g'riroq bo'lardi. Binobarin, jicm uzunligining xech qanday qisqarishi ro'y bermaydi. Jismning uzunligi aslida nimaga teng, degan savol ham maonoga ega emas, chunki har bir sanoq sistemasida jismning o'z uzunligi bo'ladi. Boshqacha qilib aytganda, nisbiylik nazariyasida jism uzunligining miqdoriy o'lchovi nisbiydir va u sanoq sistemasiga bog'liq bo'ladi.

Shunday qilib, *nisbiylik nazariyasida sterjen uzunligi turli inersial sanoq sistemalarida turlicha. Sterjen qaysi sistemada tinch turgan bo'lsa, shu sistemada u eng katta uzunlikka ega bo'ladi.*

Vaqt tushunchasi.

K^1 sanoq sistemasining qo'zg'almas x_1^1 nuqtasida biror voqea t_1^1 paytda boshlanib t_2^1 paytda tugallansin. Mazkur voqea t_2^1 - t_1^1 = Δt$_o$ vaqt davom etgan bo'ladi. K sistemadagi kuzatuvchi uchun shu voqeaning davom etish vaqti (Δt) qanday bo'ladiq

a) Nyuton mexanikasi nuqtai nazariga asosan, vaqtning o'tishi sanoq sistemalarining nisbiy harakatiga bog'liq emas, ya'ni bir-biriga nisbatan to'g'ri chiziqli tekis harakatlanayotgan barcha sanoq sistemalarida vaqt aynan bir xil. Shuning uchun K sistemasida ham voqea $\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta t_0$ vaqt davom etadi.

b) K sanoq sistemasidagi kuzatuvchi shu sistemadagi soat bo'yicha voqeaning boshlanishi t_1 paytda, tugallanishi esa t_2 paytda sodir bo'lganligini qayd qiladi. Lorens almashtirishlariga asosan t_1 va t_2 paytlar K^1 sanoq sistemasidagi soat bo'yicha qayd qilinadigan t_1' va t_2' paytlar bilan quyidagicha bog'langan:

$$t_1 = \frac{t_1^1 + \frac{\vartheta_0}{C^2}x^1}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad t_2 = \frac{t_2^1 + \frac{\vartheta_0}{C^2}x^1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Bundan:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (9.15)$$

Demak, *nisbiylik nazariyasida aynan bir voqea turli inersial sanoq sistemalarida turlicha vaqt davom etadi. Bu effektni harakatlanuvchi sanoq sistemalarida vaqt o'tishining sekinlashishi deb ataladi.* Mazkur effektning mohiyati turli sanoq sistemalardagi soatlarning yurish tezliklari turlicha ekanligidan iborat, deb tushunish mutlaqo noto'g'ri bo'ladi. Barcha sanoq sistemalardagi soatlar bir xilda yuradi. Lekin ular o'zaro solishtirilganda harakalanuvchi sanoq sistemasi K^1da K sistemadagiga nisbatan vaqt sekinroq o‘tkanligi aniqlanadi. Bu xulosa nisbiylik nazariya prinsiplarining natijasidir.

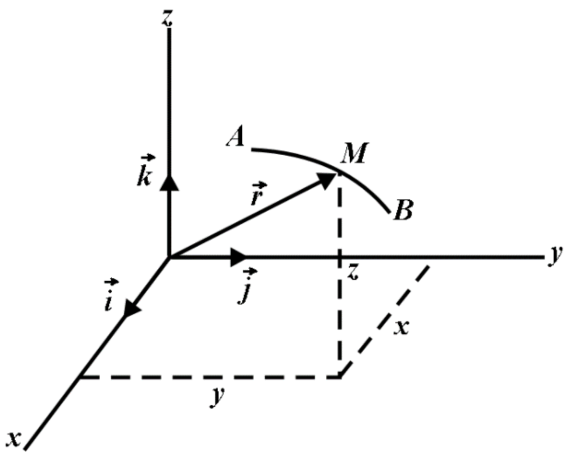
7-MAVZU: Natural triedr. Galiley-Nyuton almshtrishlari. Gravitatsion maydon differensial tenglamasi. Markaziy kuchlar maydonida zarracha harakati. Keltirilgan massa.

Moddiy nuqtaning harakati davomida fazoda qoldirgan izi *trayektoriya* deb ataladi. Trayektoriya to`g`ri chiziqdan iborat bo`lsa, *to`g`ri chiziqli harakat*; egri chiziqdan iborat bo`lsa, *egri chiziqli harakat* deyiladi. Agar tanlangan sanoq sistemasiga nisbatan nuqtaning holatini aniqlash ko`rsatilgan bo`lsa, nuqta harakati berilgan deb hisoblanadi.

Moddiy nuqta harakati 4 ta usulda beriladi:

1) vektor; 2) koordinata; 3) tabiiy; 4) qutb.

Biz, asosan, uchta usul bilan tanishib chiqamiz.



67-rasm

1. Vektor usuli. Faraz qilaylik, *M* nuqta *Oxyz* koordinatalar sistemasiga nisbatan *AB* trayektoriya bo`ylab harakat qilayotgan bo`lsin. *O* va *M* nuqtalarni tutashtiruvchi vektor $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ nuqtaning *radius-vektori* deyiladi (67-rasm)

Vaqt o`tishi bilan *M* nuqta holati o`zgara boradi, natijada uning radius-vektori ham miqdor va yo`nalishi jixatidan o`zgaradi. Agar *M* nuqtaning radius-vektori vaqt funksiyasi sifatida berilgan bo`lsa, nuqtaning fazodagi holati istalgan vaqt uchun aniqlangan bo`ladi,

ya’ni: $$\vec{r} = \vec{r}(t).$$
(32.1)

(32.1) tenglama moddiy nuqta harakatining vektor usulida berilishidir.

2. Koordinata usuli. Chizma geometriyadan, matematikadan ma’lumki, *M* nuqta holatini *x*, *y*, *z* Dekart koordinatalar orqali aniqlash mumkin. Nuqta harakatlanganda koordinatalar vaqt o`tishi bilan o`zgaradi, ya’ni ular vaqtning bir qiymatli funksiyasidan iborat bo`ladi:

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t). \tag{32.2}$$

(32.2) ma’lum bo`lsa, nuqtaning fazodagi holatini istalgan paytda aniqlash mumkin.

(32.2) tenglama moddiy nuqta harakatining koordinata usuldagi berilishidan iborat.

(32.2) dan vaqtni yo`qotsak, nuqtaning trayektoriya tenglamasi kelib chiqadi. *M* nuqta harakati *Oxy* tekisligida sodir bo`lsa, (32.2) quyidagicha bo`ladi:

$x=x(t), \quad y=y(t)$. (32.3)

Nuqta harakati to`g`ri chiziqli bo`lsa, harakat yo`nalishini *Ox* o`qi deb qarasak, (32.2) ni

$$x=x(t) \qquad (32.4)$$

ko`rinishida yozish mumkin.

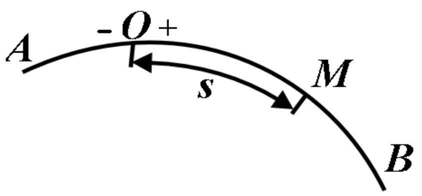
Agar *Oxyz* koordinata sistemasi o`qlarining birlik yo`naltiruvchi vektorlarini mos ravishda $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ desak, *M* nuqta radius-vektorini quyidagicha yozish mumkin (67-rasm):

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \,. \qquad (32.5)$$

(32.5) tenglama nuqta harakatining vektor usulda berilishi bilan nuqta koordinatalari orasidagi munosabatni ifodalaydi.

3. Tabiiy usul. Faraz qilaylik, *M* nuqta ma’lum *AB* trayektoriya bo`ylab harakatlanayotgan bo`lsin (68-rasm). Trayektoriyadagi biror *O* nuqtani sanoq markazi deb, musbat va manfiy yo`nalishlarni belgilab olamiz. U holda nuqtaning trayektoriyadagi holati *s* egri chiziqli koordinata bilan aniqlanadi, ya’ni:

$$s = s(t)\,. \qquad (32.6)$$



68-rasm

(32.6) tenglama *M* nuqtaning trayektoriya bo`ylab harakat qonuni yoki harakatni tabiiy usulda berilishidan iborat.

Demak, *M* nuqta harakatini tabiiy usulda aniqlash uchun: 1) trayektoriya; 2) trayektoriyadagi sanoq markazi; 3) harakat yo`nalishi; 4) trayektoriya bo`ylab harakat qonuni berilishi kerak. Ko`rinib turibdiki, trayektoriya ma’lum bo`lsa, qo`yilgan masalani hal etishda bu usuldan foydalanish qulay.

33 -§. Moddiy nuqta harakati koordinata usulida berilishidan tabiiy usuldagi berilishiga o`tish

Faraz qilaylik, moddiy nuqta harakati (32.2) tenglamalar bilan berilgan bo`lsin, ya’ni:

$$x=x(t), \quad y=y(t), \quad z=z(t). \qquad (*)$$

Matematikadan ma’lumki:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \qquad (33.1)$$

(*) ni vaqt bo`yicha differensiallaymiz:

$$dx = \dot{x}\,dt,\; dy = \dot{y}\,dt,\; dz = \dot{z}\,dt. \qquad (33.2)$$

(33.2) ni (33.1)ga qo`ysak:

$$ds = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\;dt. \qquad (33.3)$$

$t=0$ va $t=t$ oraliqda (33.3) ni integrallasak,

$$s = \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\,dt = s(t)$$

(33.4)

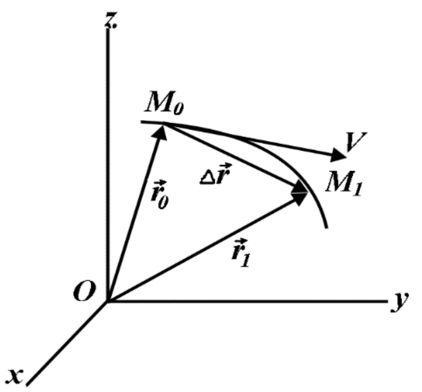
kelib chiqadi.

Demak, (*) dan foydalanib, nuqtaning trayektoriya bo`yicha tenglamasini aniqladik. Boshqacha aytganda nuqta harakati koordinata usulida berilganda uning tabiiy usuldagi berilishini keltirib chiqardik.

34 - §. Moddiy nuqtaning tezlik va tezlanish vektori

Moddiy nuqtaning holati va harakat yo`nalishining o`zgarishini uning tezligi belgilab beradi.

Moddiy nuqta harakati vektor usulda berilganda tezlik qanday aniqlanishini ko`rib chiqaylik. Aytaylik, $t=t_0$ da tekshirilayotgan nuqta $M_0$ da bo`lib, radius-vektori $\vec{r}_0$; $t = t_1$ da nuqta M_1 da, radius-veqtori $\vec{r}_1$ bo`lsin. Bu holda $t_1 - t_0 = \Delta t$ vaqt o`zgarishi, $\vec{r} - \vec{r}_0 = \Delta\vec{r}$ esa radius-vektor o`zgarishi bo`ladi.



69-rasm

Radius-vektor o`zgarishini vaqt o`zgarishiga nisbati nuqtaning o`rtacha tezlik vektorini beradi (69-rasm):

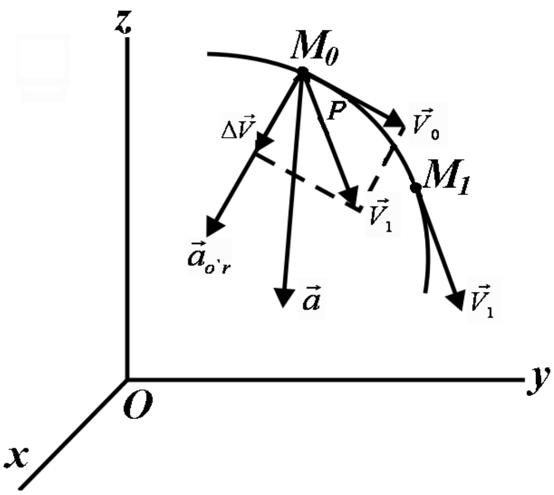
$$\vec{V}_{o`r} = \frac{\Delta\vec{r}}{dt}. \qquad (34.1)$$

(34.1) dan $\Delta t \to 0$ da limitga o`tsak, nuqtaning haqiqiy tezlik vektori kelib chiqadi:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \quad \text{yoki} \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \qquad (34.2)$$

(34.2) dan ko`ramizki, moddiy nuqtaning tezlik vektori uning radius-vektoridan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

Δt nolga intilganda $\vec{V}_{o'r}$ M_0 nuqta atrofida aylanib urinmaga yaqinlashadi. Natijada tezlik vektori trayektoriyaga urinma bo`lib, harakat yo`nalishi tomon yo`naladi. Tezlik xalqaro SI sistemada *m/s* da o`lchanadi.



70-rasm

Moddiy nuqta tezligi yo`nalishi va miqdori qanchalik tez o`zgarishini aniqlaydigan kattalik uning tezlanishidir.

Faraz qilaylik, tekshirilayotgan nuqta $t = t_0$ da M_0 da bo`lib, uning tezligi $\vec{V}_0$; $t = t_1$ da $M_1$ da bo`lib, tezligi $\overrightarrow{V_1}$ bo`lsin. Tezlik o`zgarishi $\Delta\vec{V} = \overrightarrow{V_1} - \overrightarrow{V_0}$ ni aniqlash uchun M_1 nuqta tezligi $\overrightarrow{V_1}$ ni M_0 nuqtaga, mazkur tezlikka parallel qilib ko`chiramiz, so`ngra parallelogramm qursak, shu parallelogramm bir tomoni $\Delta\vec{V}$ dan iborat bo`ladi (70-rasm).

Nuqtaning o`rtacha tezlanish vektori quyidagicha bo`ladi:

$$\vec{a}_{o'r} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}. \qquad (34.3)$$

(34.3) ning $\Delta t \to 0$ dagi limiti haqiqiy tezlanish vektorini beradi:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

yoki

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \qquad (34.4)$$

Demak, moddiy nuqtaning tezlanish vektori tezlik vektoridan vaqt bo`yicha birinchi, radius-vektoridan ikkinchi tartibli hosilaga teng.

Agar nuqta bir tekislikda yotuvchi chiziq bo`ylab harakatlansa, $\vec{a}$ trayektoriya tekisligida yotib, trayektoriyaning botiq tomoniga yo`naladi.

Agar nuqta bir tekislikda yotmaydigan egri chiziqdan iborat bo`lsa, $\vec{a}_{o`r}$ parallelogramm tekisligi *P* da yotadi. $\Delta t \to 0$ bo`lganda, ya’ni, $M_1$ nuqta $M_0$ ga yaqinlashganda, *P* tekislikning egallagan holati yopishma tekislik deyiladi. Demak, $M$ nuqtaning tezlanish vektori yopishma tekislikda yotadi va trayektoriyaning botiq tomoniga yo`naladi (70-rasm). SI sistemada tezlanish m/s^2 da o`lchanadi.

Moddiy nuqtaning tezlik va tezlanishini koordinata

usulida aniqlash

Moddiy nuqta harakati Dekart koordinatalarida (32.2) tenglamalar bilan berilgan bo`lsin.

Tezlik vektorining Dekart koordinata o`qlaridagi proyeksiyalarini mos ravishda V_x, V_y, V_z desak:

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}\,. \qquad (35.1)$$

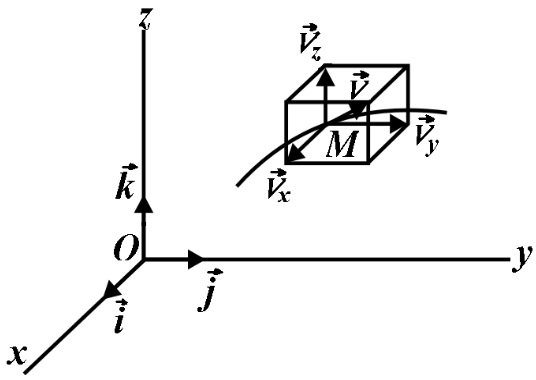
(34.2) ga ko`ra (32.5) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz:

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}\,. \qquad (35.2)$$

(35.2) bilan (35.1) ni solishtirsak,

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}\,, \quad V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}\,, \quad V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \qquad (35.3)$$

kelib chiqadi.



71-rasm

Demak, tezlik vektorini koordinata o`qlaridagi proyeksiyasi nuqtaning mazkur o`qdagi mos koordinatasidan vaqt bo`yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng. Tezlik vektori proyeksiyalari mos ravishda $Ox$, $Oy$, $Oz$ o`qlariga parallel (71-rasm).

$\vec{V}_x$, $\vec{V}_y$, $\vec{V}_z$ larni parallelogramm usulini qo`llab qo`shsak, $\vec{V}$ tezlik $\vec{V}_x$, $\vec{V}_y$, $\vec{V}_z$ larga qurilgan parallelepiped diogonali bo`ylab yo`naladi.

Matematikadan ma'lumki:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}\,. \qquad (35.4)$$

Tezlik vektorining yo`naltiruvchi kosinuslari quyidagicha aniqlanadi:

$$\cos(\vec{V},^\wedge \vec{i}) = \frac{V_x}{V}\,, \quad \cos(\vec{V},^\wedge \vec{j}) = \frac{V_y}{V}\,, \quad \cos(\vec{V},^\wedge \vec{k}) = \frac{V_z}{V}\,.$$

(35.5)

Tekshirilayotgan nuqta tezlanish vektorining Dekart koordinata o`qlaridagi proyeksiyalarini a_x, a_y, a_z desak:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\,.$$

(35.6)

(34.4) ga ko`ra (35.1) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz:

$$\vec{a} = \frac{dV_x}{dt}\vec{i} + \frac{dV_y}{dt}\vec{j} + \frac{dV_z}{dt}\vec{k}\,. \qquad (35.7)$$

(35.6) bilan (35.7) ni taqqoslasak,

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

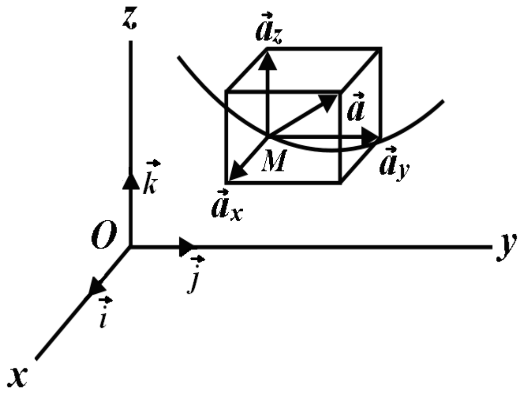
yoki

$$a_x = \ddot{x},\ a_y = \ddot{y},\ a_z = \ddot{z} \qquad (35.8)$$

kelib chiqadi.

Nuqta tezlanishini proyeksiyalari (35.8) ma’lum bo`lsa, tezlanish moduli

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \qquad (35.9)$$



72-rasm

formuladan, yo`naltiruvchi kosinuslari esa

$$\cos(\vec{a},^\wedge \vec{i}) = \frac{a_x}{a},\ \cos(\vec{a},^\wedge \vec{j}) = \frac{a_y}{a},\ \cos(\vec{a},^\wedge \vec{k}) = \frac{a_z}{a} \qquad (35.10)$$

formulalardan aniqlanadi (72-rasm).

Tabiiy usulda berilgan nuqta harakatining tezligini aniqlash

Moddiy nuqta harakati tabiiy usulda (32.6) tenglama bilan berilgan. Nuqtaning radius-vektori $\vec{r}$ ni egri chiziqli koordinata s ning funksiyasi deb qarash mumkin, ya’ni $\vec{r} = \vec{r}(s)$. Bu holda $\vec{r}$ vaqtning murakkab funksiyasi bo`ladi.

Murakkab funksiyaning hosilasi quyidagicha bo`ladi:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt},$$

bu yerda

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta s}$$

trayektoriyaga o`tkazilgan urinmaning birlik vektorini beradi. Bu vektorni $\vec{\tau}$ deb belgilaymiz.

Natijada

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{ds}{dt}\vec{\tau}$$

(36.1)

hosil bo`ladi. Haqiqatdan ham, biz bilamizki,

$$\vec{V} = V\vec{\tau}. \qquad (36.2)$$

Birlik vektori $\vec{\tau}$ doimo sanoq boshidan nuqtagacha bo`lgan masofaning o`sishi tomon yo`naladi.

(36.1) bilan (36.2) ni solishtirsak,

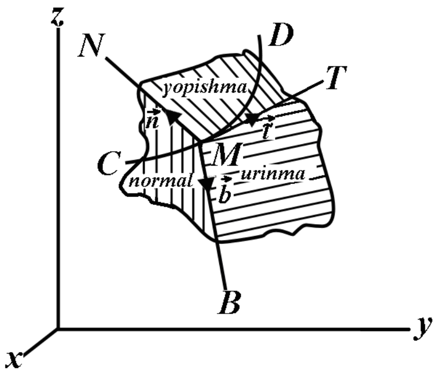
$$V = \frac{ds}{dt} \qquad (36.3)$$

kelib chiqadi.

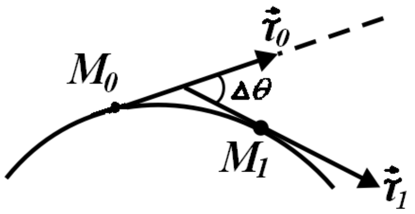
Demak, nuqta tezligining algebraik qiymati uning egri chiziqli koordinatasidan vaqt bo`yicha birinchi tartibli hosilaga teng.

37 - §. Tabiiy koordinatalar sistemasi. Chiziqning egriligi. Egrilik radiusi

Qo`zg`almas koordinatalar sistemasiga nisbatan *M* nuqta bir tekislikda yotmaydigan CD egri chiziq bo`ylab harakat qilsin. (73-rasm).



73- rasm



74 – rasm

M nuqtadan egri chiziqli koordinataning o`sishi tomon yo`nalgan *MT* urinmani o`tkazamiz. *MT* ga perpendikular qilib o`tkazilgan tekislik normal tekislik deb atalib, unda bir qancha normallar yotadi. Ulardan ikkitasi ahamiyatga ega. Biri *MT* ga perpendikular bo`lib, chiziqning botiq tomoniga qarab yo`nalgan bosh normal *MN*, ikkinchisi esa *MT* va *MN* ga perpendikular bo`lgan binormal *MB* dan iborat.

MT , *MN* , *MB* yo`nalishlardagi o`qlar tabiiy koordinata o`qlari deyiladi. Ularning musbat yo`nalishi o`ng sistema tashkil etadigan qilib tanlanadi. Mazkur o`qlarning birlik vektorlarini mos ravishda $\vec{\tau}, \vec{n}, \vec{в}$ deb belgilaymiz. $\vec{\tau}$ va $\vec{в}$ yotgan tekislik urinma, $\vec{\tau}$ va $\vec{n}$ yotgan tekislik yopishma, $\vec{n}$ va $\vec{b}$ yotgan tekislik normal tekislik deb ataladi. Bu tekisliklardan tashkil topgan uchyoqlik tabiiy uchyoqlik deyiladi. *M* nuqtaning trayektoriyasida bir-biriga juda yaqin bo`lgan $M_0$ va $M_1$ nuqtalardan $M_0\tau_0$ va $M_1\tau_1$ urinmalarni o`tkazamiz (74-rasm). Ular orasidagi burchakni $\Delta\theta$, M_0M_1 yoyni Δs desak,

$$\lim_{\Delta s \to o} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds} = k$$

chiziqning egriligini beradi.

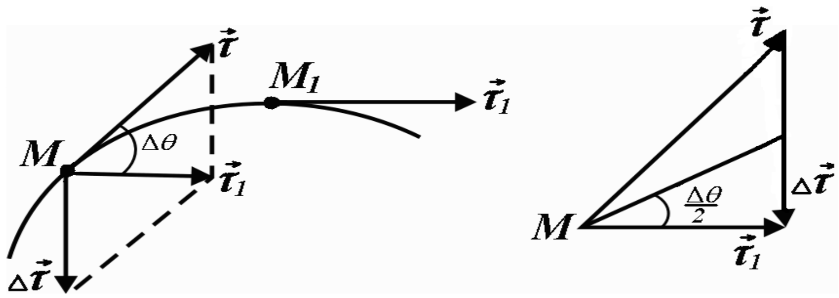
Egrilikning teskari qiymati egrilik radiusi deb ataladi va u quyidagicha ifodalanadi:
$$\rho = \frac{1}{k}\cdot$$

Moddiy nuqta tezlanishini tabiiy usulda aniqlash

Tezlanishni tabiiy usulda aniqlash uchun (36.2) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz:
$$\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + V\cdot\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$
yoki
$$\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + V\cdot\frac{d\vec{\tau}}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}\,. \qquad (38.1)$$

(38.1) dagi $\frac{d\vec{\tau}}{ds}$ ning miqdori va yo`nalishini aniqlash uchun uni quyidagicha yozamiz:
$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \lim_{\Delta S\to 0}\frac{\Delta\vec{\tau}}{\Delta s},$$

bu yerda $\Delta\vec{\tau}$ trayektoriyadagi bir-biriga yaqin bo`lgan $M_0$ va $M_1$ nuqtalardan o`tkazilgan urinmalar birlik vektorlarining ayirmasidan iborat (75-rasm, *a*).



a *b*

75-rasm

$\left|\vec{\tau}_0\right| = \left|\vec{\tau}_1\right| = 1$ bo`lgani uchun $\vec{\tau}, \vec{\tau}_1$ va $\Delta\vec{\tau}$ lardan tashkil topgan uchburchak tengyonli bo`ladi (75-rasm, *b*); bu uchburchakdan:
$$\sin\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\left|\Delta\vec{\tau}\right|}{2}.$$

M_1 ni M_0 ga juda yaqin deb qarasak, $\Delta\theta$ juda kichik bo`ladi. Bu holda $\sin\frac{\Delta\theta}{2}$ ni $\frac{\Delta\theta}{2}$ bilan almashtirish mumkin, ya’ni:
$$\frac{\Delta\theta}{2} = \frac{\left|\Delta\vec{\tau}\right|}{2} \qquad \text{yoki} \qquad \Delta\theta = \left|\Delta\vec{\tau}\right|.$$

Natijada

$$\left|\frac{d\vec{\tau}}{ds}\right| = \lim_{\Delta S \to 0}\frac{|\Delta\vec{\tau}|}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds} = k \quad \text{yoki} \quad \lim_{\Delta S \to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{1}{\rho} \qquad (38.2)$$

kelib chiqadi. ρ– egrilik radiusi, k– chiziqning egriligi. $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ vektor $\vec{\tau}$ ga perpendikulyar, haqiqatdan ham $\vec{\tau}$ ning kvadrati birga teng:

$$(\vec{\tau})^2 = 1.$$

Bu tenglikdan vaqt bo`yicha hosila olamiz:

$$2\vec{\tau}\cdot\frac{d\vec{\tau}}{dt} = 0. \qquad (38.3)$$

Matematikadan ma’lumki, $\vec{\tau}$ bilan $\frac{d\vec{\tau}}{dt}$ perpendikular bo`lgan holda (38.3) to`g`ri bo`ladi. Demak,

$$\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \left|\frac{d\vec{\tau}}{dt}\right|\vec{n} \quad \text{yoki} \quad \frac{d\vec{\tau}}{dt} = \frac{V}{\rho}\vec{n}. \qquad (38.4)$$

(38.4) ni (38.1) ga qo`ysak:

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + \frac{V^2}{\rho}\vec{n}. \qquad (38.5)$$

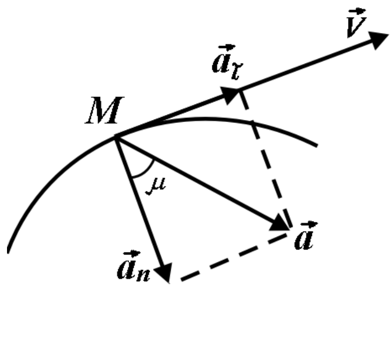
Moddiy nuqta tezlanishining tabiiy koordinata o`qlaridagi proyeksiyalarini mos ravishda a_τ, a_n, $a_в$ desak,

$$\vec{a} = a_\tau\vec{\tau} + a_n\vec{n} + a_в\vec{в} \qquad (38.6)$$

bo`ladi. (38.5) bilan (38.6) ni solishtirsak,

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}, \quad a_n = \frac{V^2}{\rho}, \quad a_в = 0 \qquad (38.7)$$

kelib chiqadi.



76-rasm

(38.7) dan foydalanib, to`la tezlanishni aniqlash mumkin:

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2 \qquad (38.8)$$

yoki

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \qquad (38.9)$$

Urinma tezlanish $\vec{a}_\tau$ bilan normal tezlanish $\vec{a}_n$ orasidagi burchak $tg\mu = \frac{|a_\tau|}{a_n}$ bilan aniqlanadi (76-rasm).

Agar moddiy nuqta harakati koordinata usulida berilib egrilik radiusini aniqlash talab etiladigan bo`lsa, tezlik ifodasini Dekart koordinata o`qlaridagi proyeksiyalari orqali yozamiz:

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \quad . \tag{38.10}$$

(38.10) dan vaqt bo`yicha hosila olsak:

$$2V\frac{dV}{dt} = 2V_x\frac{dV_x}{dt} + 2V_y\frac{dV_y}{dt} + 2V_z\frac{dV_z}{dt},$$

bu yerdan

$$Va_\tau = V_x a_x + V_y a_y + V_z a_z$$

yoki

$$a_\tau = \frac{V_x a_x + V_y a_y + V_z a_z}{V} \tag{38.11}$$

kelib chiqadi.

(38.8) ga asosan: $$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}, \tag{38.12}$$

bunda

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\ .$$

(38.12) ni (38.7) ning ikkinchisiga qo`ysak, chiziqning egrilik radiusi

$$\rho = \frac{V^2}{a_n} = \frac{V^2}{\sqrt{a^2 - a_\tau^2}} \tag{39.13}$$

kelib chiqadi.

39 - §. Moddiy nuqta harakatining xususiy hollari

Moddiy nuqta harakatining xususiy hollari (38.5) formuladan foydalanib aniqlanadi.

1. Agar nuqta harakati davomida $\vec{a} = 0$, ya'ni $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a}_n = 0$ bo`lsa, $\frac{dV}{dt} = 0$, $\frac{V^2}{\rho} = 0$ bo`ladi. Bundan V=const, ρ=∞ kelib chiqadi. Bu holda nuqta harakati to`g`ri chiziqli tekis harakatdan iborat bo`ladi.

2. Agar $a_\tau \neq 0, a_n = 0$ bo`lsa, nuqta tezligining yo`nalishi o`zgarmas bo`lib, moduli $V = \left|\frac{ds}{dt}\right|$ bo`ladi; ρ=∞. Bu holda nuqta harakati to`g`ri chiziqli o`zgaruvchan harakatdan iborat.

3. Agar $a_\tau = 0$ bo`lib, $a_n = \frac{V^2}{\rho} \neq 0$ bo`lsa, $V = const$ bo`ladi. Natijada moddiy nuqta egri chiziqli tekis harakatda bo`ladi.

Nuqtaning boshlang`ich vaqtdagi tezligi $V_{0,}$ egri chiziqli koordinatasi $s = s_0$ bo`lsin.

Bularni nazarda tutib, (38.7) ning birinchisini integrallasak,

$$s = s_0 + V_0 t \qquad (39.1)$$

kelib chiqadi.

(39.1) tenglama moddiy nuqtaning egri chiziqli tekis harakati tenglamasi deb ataladi.

4. Agar $a_\tau \neq 0$, $a_n \neq 0$ bo`lsa, nuqta harakati egri chiziqli o`zgaruvchan harakatdan iborat bo`ladi. $a_\tau = 0$ bo`lgan hol tekis o`zgaruvchan harakat deyiladi. Boshlang`ich paytda $s = s_0$, $V = V_0$ deb, (38.7) ning birinchisini integrallaymiz:

$$\frac{dV}{dt} = a_\tau, \quad V = a_\tau t + V_0 \; . \qquad (39.2)$$

(39.2) ni yana integrallasak:

$$s = \pm a_\tau \frac{t^2}{2} + V_0 t + s_0 \, . \qquad (39.3)$$

Moddiy nuqta harakati tekis o`zgaruvchan bo`lsa, (39.3) dan a_τ oldidagi musbat ishora; sekinlanuvchi bo`lsa, minus ishora olib masala hal etiladi.

40 - §. Moddiy nuqta harakati koordinata usulida berilganda uning trayektoriya tenglamasi, trayektoriya bo`yicha tenglamasi, tezlik va tezlanishini aniqlash

Moddiy nuqta harakati koordinata usulida berilganda talab etiladigan kinematik elementlar quyidagi tartibda aniqlanadi:

1. Moddiy nuqtaning trayektoriya tenglamasini aniqlash uchun (32.2) dan vaqt chiqarib tashlanadi.
2. Trayektoriya bo`yicha tenglamasini aniqlash uchun (32.2) dan vaqt bo`yicha hosila olinib, (33.4) ga qo`yiladi.
3. (35.3), (35.4) va (35.5) dan foydalanib tezlik aniqlanadi.
4. (35.8), (35.9) va (35.10) ga asoslanib tezlanish topiladi.
5. Tezlik va tezlanish yo`nalishlari trayektoriyada ko`rsatiladi.

12-masala. Moddiy nuqta harakati

$$x = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}),$$

$$y = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$$

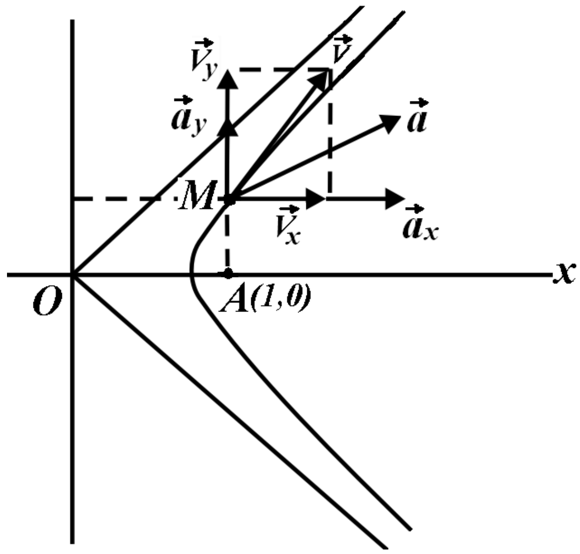
(40.1)

tenglamalar bilan berilgan (*x, y* – metr, *t* – sekund hisobida). Nuqtaning trayektoriya tenglamasi, shuningdek *t=1* sekundagi nuqta tezligi hamda tezlanishi topilsin, yo`nalishlari trayektoriyada ko`rsatilsin.

Yechish. Trayektoriya tenglamasini aniqlash uchun (40.1) ni kvadratga ko`tarib ayiramiz:

$$x^2 - y^2 = 1 \, .$$

(40.2)



77-rasm

(40.2) formula $x=1$, $y=0$ nuqtadan boshlanadigan giperbola o`ng tarmog`ining yuqori qismidan iborat (77-rasm).

$t = 1$ sekundda: $x=1,54$ *m*, $y=1,18$ *m*.

Nuqta tezligini aniqlash uchun (40.1) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz:

$$\dot{x} = \frac{1}{2}\left(e^t - e^{-t}\right) \quad , \quad \dot{y} = \frac{1}{2}\left(e^t + e^{-t}\right).$$

t=1 sekundda

$$\dot{x} = \frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right) = \frac{1}{2}\left(2{,}7183 - 1{,}3679\right) = 1{,}18 \ m/s,$$

$$\dot{y} = \frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right) = 1{,}54 \ m/s;$$

$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}; \quad V = \sqrt{1{,}3924 + 2{,}3716} = 1{,}94 \ m/s \ ,$$

$$\cos(\vec{V},\wedge \vec{i}\,) = \frac{V_x}{V} = \frac{1{,}18}{1{,}94} = 0{,}61, \quad \cos(\vec{V},\wedge \vec{j}\,) = 0{,}7938\,; \quad (\vec{V},\wedge \vec{i}\,) = 52^0 25^{'}\,, \ (\vec{V},\wedge \vec{j}\,) = 37^0 27^{'}\,.$$

Tezlanish quyidagicha bo`ladi.

$$a_x = \frac{1}{2}\left(e^t + e^{-t}\right), \quad a_y = \frac{1}{2}\left(e^t - e^{-t}\right).$$

t = 1 sekundda: $a_x = 1{,}54$, $a_y = 1{,}18$; $a = 1{,}94$ m/s^2;

$$\cos(\vec{a},\wedge \vec{i}\,) = 0{,}7938\,, \cos(\vec{a},\wedge \vec{j}\,) = 0{,}61\,; \quad (\vec{a},\wedge \vec{i}\,) = 37^0 27^{'}\,, (\vec{a},\wedge \vec{j}\,) = 52^0 25^{'}.$$

Tezlik va tezlanishlar yo`nalishlari ko`rsatilganidek bo`ladi.

13-masala. Moddiy nuqta harakati

$$x=e^t \cos t, \quad y=e^t \sin t, \quad z=e^t \qquad (40.3)$$

tenglamalar bilan berilgan. Nuqtaning trayektoriya tenglamasi, trayektoriya bo`ylab harakat qonuni aniqlansin (*x, y, z* – metr, *t* – sekund hisobida).

Yechish. (40.3) dan vaqtni yo`qotish uchun $z=e^t$ ni (40.3) ning birinchi ikkitasiga qo`yamiz:

$$x=z \cos t \quad , \quad y=z \sin t.$$

Bu tenglikni ikkala tomonlarini kvadratga ko`tarib qo`shamiz:

$$x^2+y^2=z^2 \quad \text{yoki} \quad x^2+y^2-z^2=0. \qquad (40.4)$$

(40.4) tenglamadan ko`ramizki, trayektoriya ikkinchi tartibli doiraviy konusdan iborat ekan.

Nuqtaning trayektoriya bo`yicha tenglamasini aniqlash uchun (40.3) dan vaqt bo`yicha hosila olamiz:

$$\dot{x} = e^t \cos t - e^t \sin t\ ,$$
$$\dot{y} = e^t \sin t + e^t \cos t\ ,$$
$$\dot{z} = e^t\ ,$$

bundan:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 3e^{2t}\ . \qquad (40.5)$$

(40.5) ni (33.4) ga qo`ysak,

$$s = \int_0^t e^t \sqrt{3}\, dt = \sqrt{3} e^t \qquad (40.6)$$

kelib chiqadi.

(40.6) nuqtaning trayektoriya bo`ylab harakat qonunini ifodalaydi.

Moddiy nuqta harakati tabiiy usulda berilganda tezlik va tezlanishni topish

Tabiiy usulda tezlik va tezlanish quyidagi tartibda aniqlanadi:

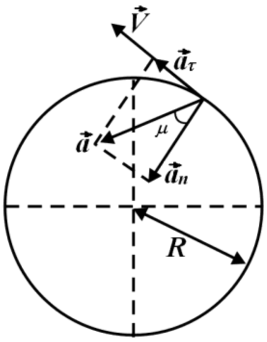
1. Tezlik miqdori (36.3) formula yordamida topiladi.
2. (38.7) va (38.9) formulalar yordamida tezlanish aniqlanadi.
3. Tezlik va tezlanish yo`nalishi rasmda ko`rsatiladi.

14-masala. Moddiy nuqta radiusi R=*2m* bo`lgan aylana bo`ylab

$$s = 6 + 2t^2 + \frac{1}{3}t^3$$

qonunga muvofiq harakatlanadi (s – metr, t – sekund hisobida).

Nuqtaning $t = 1$ sekunddagi tezligi va tezlanishi topilsin.



78-rasm

Yechish. **(36.3) formulaga ko`ra:**

$$V = 4t + t^2.$$

$t = 1$ sekundda V=5 *m/s*.

(38.7) ga ko`ra:

$$a_\tau = 4 + 2t, \qquad a_n = V^2/R\,.$$

$t = 1$ sekundda $a_\tau = 6$ *m/s²* , $a_n = 25/2 = 12{,}5$ *m/s²*;

$$tg\mu = \frac{|a_\tau|}{a_n}; \qquad tg\mu = 0{,}48; \qquad \mu = 25^0 38'.$$

(38.9) dan foydalansak: $a = \sqrt{6^2 + 12{,}5^2} = 13{,}87$ *m/s²* kelib chiqadi (78-rasm).

15-masala. Moddiy nuqta radiusi R bo`lgan aylana bo`ylab

$$s = V_0 t - \frac{1}{2} k t^2 \tag{41.1}$$

qonunga ko`ra harakatlanadi (s , R – metr, t – sekund hisobida)

Nuqta tezlanishi, shuningdek, tezlanish qanday vaqtda k ga teng bo`lishi va bu vaqtda nuqta tezligi qanday bo`lishi aniqlansin.

Yechish. (41.1) dan vaqt bo`yicha hosila olsak:

$$V = V_0 - k\, t \ (m/s).$$

(38.7), (38.9) ga asosan:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = k\,, \quad a_n = \frac{(V_0 - kt)^2}{R}\,, \quad a = \sqrt{k^2 - \frac{(V_0 - kt)^4}{R^2}} \ (\text{m/s}^2)\,.$$

Moddiy nuqta tezlanishi k ga teng bo`lishi uchun $a_n = 0$ bo`lishi kerak, ya’ni:

$$(V_0 - k\,t)^2 = 0, \qquad V_0 - k\,t = 0,$$

bundan

$$t = \frac{V_0}{k}\ ; \quad V = 0$$

kelib chiqadi.

42 - §. Moddiy nuqta harakati koordinata usulida berilganda urinma, normal tezlanish hamda egrilik radiusini aniqlash

Masala yechish tartibi quyidagicha:

1. Nuqta tezligi (35.3), (35.4) formulalar yordamida aniqlanadi.
2. (35.8), (35.9) formulalar yordamida tezlanish topiladi.
3. (38.11) dan foydalanib urinma tezlanish aniqlanadi.
4. Normal tezlanishni (38.12) dan topiladi.
5. Egrilik radiusini aniqlash uchun (38.13) formuladan foydalaniladi.

16-masala. Moddiy nuqta harakati

$$x = 3t - 0{,}2\sin(9{,}23t),$$
$$y = 0{,}325 - 0{,}2\cos(9{,}23t)$$

tenglamalar bilan berilgan (x, y – metr, t – sekund hisobida).

$t = 0{,}054\,\pi$ sekund bo`lganda trayektoriyaning egrilik radiusi aniqlansin.

Yechish. (35.3) va (35.4) ga asosan:

$$V_x = 3 - 0{,}2 \cdot 9{,}23 \cdot \cos(9{,}23t) = 3 - 1{,}846\cos(9{,}23t),$$

$$V_y = 0{,}2 \cdot 9{,}23 \cdot \sin(9{,}23t) = 1{,}846\sin(9{,}23t).$$

$t = 0{,}54\,\pi$ sekundda

$$V_x = 3 m/s\,, \quad V_y = 1{,}846 m/s\,, \quad V = 3{,}52 m/s\,..$$

(35.8), (35.9) formulalarga ko`ra:

$$a_x = 1{,}846 \cdot 9{,}23 \cdot \sin(9{,}23t) = 17\sin(9{,}23t),$$

$$a_y = 1{,}846 \cdot 9{,}23 \cdot \cos(9{,}23t) = 17\cos(9{,}23t).$$

$t = 0{,}054\,\pi$ sekundda

$$a_x = 17\ m/s^2, \qquad a_y = 0, \qquad a = 17\ m/s^2.$$

(38.11) dan foydalansak:

$$a_\tau = \frac{3 \cdot 17}{5{,}52} = \frac{51}{3{,}52} = 14{,}5\ m/s^2.$$

Normal tezlanish esa:

$$a_n = \sqrt{289 - 210{,}25} = 8{,}87\ m/s^2.$$

Egrilik radiusini aniqlashda (38.13) dan foydalansak,

$$\rho = \frac{12{,}39}{8{,}87} = 1{,}39\ m$$

kelib chiqadi.

17-masala. Moddiy nuqta

$$x = 2t, \qquad y = 5t^2 - 1 \qquad (42.1)$$

tenglamalarga ko`ra harakat qiladi (x, y – metr, t – sekund hisobida).

Nuqtaning trayektoriya tenglamasi tuzilsin, $t=1$ sekunddagi tezligi, tezlanishi hamda egrilik radiusi aniqlansin va ular yo`nalishi trayektoriyada ko`rsatilsin.

Yechish. (42.1) dan vaqt bo`yicha hosila olib, tezlik proyeksiyalarini topamiz:

$$V_x = 2, \quad V_y = 10t. \qquad (42.2)$$

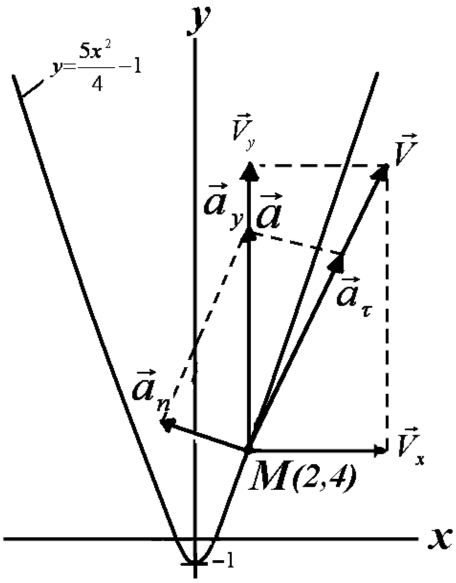
t = 1 sekundda

$$V_x = 2, \quad V_y = 10, \quad V = \sqrt{4 + 100} = 10{,}2\ m/s.$$

(42.2) dan hosila olsak:

$$a_x = 0, \quad a_y = 10\ m/s^2, \quad a = 10\ m/s^2.$$

Urinma tezlanishni aniqlaymiz:



79-rasm

$$a_\tau = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V}, \quad a_\tau = \frac{2\cdot 0 + 10\cdot 10}{10{,}2} = 9{,}8$$

m/s².

Normal tezlanish quyidagicha bo`ladi:

$$a_n = \sqrt{100-96} = 2 \ m/s^2.$$

Egrilik radiusi esa:

$$\rho = \frac{(10{,}2)^2}{4} = 26 \ m.$$

(42.1) dan vaqtni yo`qotish uchun mazkur tenglamaning birinchisidan $t$ ni topib, uni (42.1) ning ikkinchisiga qo`ysak, trayektoriya tenglamasi kelib chiqadi:

$$y = \frac{5x^2}{4} - 1 \qquad (42.3)$$

(42.3) dan ko`ramizki, nuqta trayektoriyasi paraboladan iborat. $t = 1$ sekunddagi barcha kinematik parametrlar yo`nalishini rasmda ko`rsatamiz (79-rasm). $t = 1s$ da nuqta koordinatalari $x = 2$ *m*, $y = 4$ *m*.

Nazorat savollari

1. Moddiy nuqtaning trayektoriya bo`yicha harakat qonuni yoki tenglamasi deb nimaga aytiladi?
2. Moddiy nuqta harakati qanday usullarda beriladi?
3. Moddiy nuqta harakati grafigi deganda nimani tushunasiz?
4. Nuqtaning berilgan vaqtdagi tezligining yo`nalishi qanday va miqdori nimaga teng?
5. Tekis o`zgaruvchan harakat qonuni va grafigini ta’riflang.
6. Moddiy nuqta harakati koordinata usulida berilganda, trayektoriya qanday aniqlanadi?
7. Harakatdagi nuqtaning tezlik vektori bilan radius- vektori orasida qanday bog`lanish bor?
8. Moddiy nuqta tezlanishi nima? Moddiy nuqta tezlanishi vektori bilan tezlik vektori orasida qanday bog`lanish bor?
9. Moddiy nuqta tezlanishi vektori bilan radius- vektori orasida qanday

munosabat bor?

10. Tezlik vektorining Dekart koordinata o`qlaridagi proyeksiyalarini yozing.

11. Tezlanish vektorining Dekart koordinata o`qlaridagi proyeksiyalarini yozing.

12. Tezlanish yo`nalishi qanday?

13. Tezlik va tezlanish yo`naltiruvchi kosinuslari qanday aniqlanadi?

14. Urinma, normal va to`la tezlanish qanday topiladi?

15. Qanday o`qlar tabiiy koordinata o`qlari deyiladi?

16. Chiziqning egriligi nima? Egrilik radiusiga ta’rif bering.

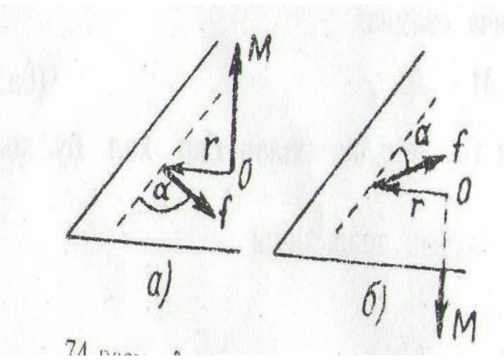
8-ma’ruza. Inersiya kuchlari. Ideal suyuqlikning asosiy differensial tenglamasi. Issiqlik tarqalish differensial tenglamasi. Uyurma ip.

Tayanch so’z va iboralar. Absolyut qattiq jism, kuch momenti, kuch elkasi, inertsiya momenti, aylanma harakat, jismning inertsiya markazi.

Qo’zg’almas o’q atrofida aylanayotgan qattiq jisim inertsiya momenti faqat shu qattiq jisimning ayrim qisimlari bir-biri bilan mahkam biriktirilmagan holdagi o’zgarishi mumkin. Bu hol uchun (6a) formulani tadbiq qiqlib bo’lmaydi, chunki bu formula chiqarilayotganda kuchlarning bog’lanishi bo’yicha yo’nalgan tashkil etuvchilari bog’lanishlarining reaksiyalari bilan o’zaro muvozanatlashadi va ular qattiq jisimning ba’zi qisimlarining boshqalariga nisbatan siljitmaydilar deb hisoblangan edi.

Bi zyuqorida burchak tezlik ω va burchak tezlanish β vector sifatida qaralishi mumkin ekanini ko’rgan edik. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti ham vector sifatida qaralishi va (6a) tenglikni vector ko’rinishida yozish mumkin.

Biror **f** kuchni olib tekshiramiz (74-a Rasm), shu kuchning O nuqtaga nisbatan momentini aniqlaymiz.



74-rasm. **f** kuchning O nuqtaga nisbatan momenti **M** vector orqali ifodalanadi.

Ravshanki momentning to’laharakteristikasi quyidagilardan iborat: 1) momentning son qiymati $fr\cos\alpha$; *2)* ***f*** kuch bilan O nuqta yotgan tekislik; 3) kuch ta’sir qilayotgan yo’nalish. Agar biz biror **M** vector olib: 1) uning son qiymati uchun $fr\cos\alpha$ ko’paytmani olsak, 2) uni **f** kuch bilan O nuqta yotgan tekislikka tik qilib o’tkazsak va 3) uning yo’nalishi kuchning yo;nalishi bilan qandaydir tarzda bir qiymatliravishda bog’lansa, kuch momentining yuqorida keltirilgan uch harakteristikasi shu *birgina* ***M*** *vector orqali* ifodalanishi mukin. Kuchning ***M*** vektorning yo’nalishi orasidagi bog’lanishni yana ,,parma qoidasi’’ yordamida aniqlaymiz: agar O nuqtada joylashgan parma dastasi ta’sir qilayotgan kuchning yonalishida aylansa, parmaning ilgarilanma harakati yo’nalishi **M** vektorning yo’nalishini aniqlaydi .

74-a rasmda tasvirlangan holda **M** vector yuqoriga yo’nal-gan, 74-b rasmda tasvirlangan holda pastga yo’nalgan bo’-ladi. **M** vector kuch momentining vektoridir.

Agar tekshirishga r va f vektorlar orasidagi <r, f burchakni kiritsak, α<r, f-π/2 bo’ladi; bundan f kuch momentining son qiymati

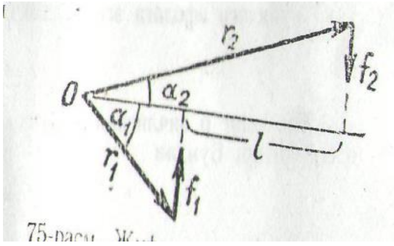
$$M=fr\sin\alpha(<r,f)$$

ekanini topamiz.

Demak, agar biz 13-paragrfda kiritilgan vector ko’paytma haqidagi tasavvurdan foydalansak, f kuchning momenti

$$M=rf \qquad (3a)$$

Vector ko’paytma haqidagi tasavvurdan foydalasak, f kuchning momenti vector ko’paytma bilan ifodalanadi, degan hulasaga kelamiz, bunda r moment olinayotgan f kuch qo’yilgan nuqtaga O nuqtadan (moment shu nuqtadan olinayotir) o'tkazilgan radius vektoridir.

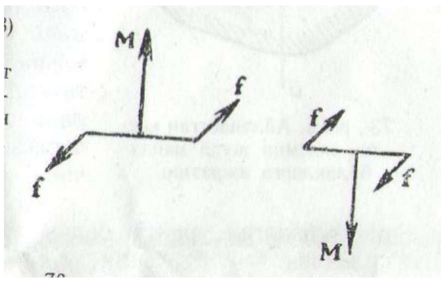


Endi *juft kuchning* ko’rib chiqamiz. Juft kuch deb, bir to’g’ri
Chiziq bo’yicha ta’sir qilmayotgan ikkita bir biriga teng va qarama
qarshi yo’nalgan kuchlarga aytiladi (75-rasm). Juft kuchning kuchlar
yotgan tekisligidagi biror O nuqtaga nisbatan momentini olamiz. *Juft kuchning momenti O nuqtaning qayerida joylashganligiga bog’liq emas.* Ihtiyoriy joylashgan O nuqtani olamiz (75-rasm). u holda f_1
kuchning O nuqtaga nisbatan momenti son jihatdan *f,r, cosa₁* ga teng
bo’lib, rasm tekisligiga tik ravishda old tomonga yo’nalgan bo’ladi. 75-rasm. juft kuchning O nuqtaga nisba-
f_2 kuchning momenti son jihatdan $f_2r_2\cos\alpha_2$ ga teng bo’lib , rasm tan momenti u nuqtaning o’rniga bog’liq
tekisligiga tik ravishda orqa tomonga yo’nakgan. Shunday qilib, emas.
$f_1r_1\cos\alpha_1$ va $f_2r_2\cos\alpha_2$ momentlar qarama qarshi tomonga yo’nalgan va demak, juft kuchni hosil qiluvchihar ikki kucjhninign natijaviy momenti

$$M= f_2r_2\cos\alpha_2 - f_1r_1\cos\alpha_1$$

bo’ladi. f_1 *va* f_2 kuchlar son jihatdan bir-biriga teng; ularning umumiy qiymatini *f* orqaliy, $r_2\cos\alpha_2 - r_1\cos\alpha_1$ ayi9rmasini esa *l* orqaliy belgilaymiz (*l*-kuchlar tasir qilayotgan to’g’ri chiziqlar orasidagi masofa dir), u xolda:

$$M=fl. \qquad (8)$$



l – juft kuch yelkasi deyiladi. Juft kuchning M momenti son jihatdan kuchlarning birining son qiymati *f* bilan juft kuch yelkasi ko’paytmasiga teng. Juft kuch momenti vektorining yo’nalishi juft kuchni tashkil qiluvchi kuchlarning yo’nalishi bilan

76-rasm. Juft kuching momenti M vektori orqali ifodalandi.

Parma qoidasi yordamida bog’langan (76-rasm).

Nazorat savollari

1. Absolyut qattiq jism deb nimaga aytiladi?
2. Kuch momenti qanday birliklarda ulchanadi?
3. Qattiq jism inertsiya markazi harakatini tushuntiring?
4. Aylanma harakat qanday sodir bo'ladi?]
6. Kuch momentining fizik mazmunini tushuntiring?
8. Kuch momentining yunalishi qanday usul bilan aniqlanadi?

Asosiy adabiyotlar:

1.Jearl Walker. Fundamental of Fhysics 2007, GERN. 1543p (154p)
2.Strelkov S.P. Mexanika-Toshkent, o'qituvchi, 1977.
3.Sivuxin D.P. Umumiy fizika kursi. 1-tom. Mexanika. Toshkent, o'qituvchi,1981 y.
4.Tursunmetov K.A., Daliev X. S. Mexanika. T. Universitet – 2000
5.CHertov A. Umumiy fizika kursidan masalalar to'plami. T., o'zbekiston, 1988 y.
6.Tursunmetov K.A. va b. Umumiy fizikadan praktikum. Mexanika. Universitet T. 2005 y.
7.Nazirov E.N. va boshqalar. Mexanika va molekulyar fizikadan praktikum. o'qituvchi. Toshkent-2001.

9-ma`ruza. Elektromagnit maydonning differensial tenglamalari. Telegrafchilar tenglamasi. Garmonik elektromagnit to'lqin.

Tayanch so'zlar va iboralar: Massa va uning birligi, kuch va uning birligi, og'irlik kuchi, erkin jism, inertlik, inersiya, inersial sanoq tizimi, Nyutonning birinchi qonuni, dinamikaning asosiy qonuni, impuls, ta'sir, aks ta'sir, Nyutonning uchinchi qonuni, massa markazi, og'irlik markazi.

1. Dinamikaning asosiy vazifasi. Inersial sanoq sistemasi tushunchasi. Nyutonning birinchi qonuni. Massa va impuls.

Mexanikaning kinematika qismida harakat qonunlarini o'rganish bu harakatlarni yuzaga keltirgan sabablar bilan bog'lanmagan holda olib boriladi. Mexanikaning dinamika bo'limida esa jismlar harakatini mazkur harakatni yuzaga keltiruvchi sabablar mohiyati bilan bog'lab o'rganiladi. Dinamikaning vazifasi asosan ikki qismdan iborat:

1) jism harakati ma'lum bo'lsa, unga ta'sir etuvchi kuchni aniqlash;

2) jismga ta'sir etuvchi kuch ma'lum bo'lgan taqdirda harakat qonunini aniqlash.

Bu mulohazalardan har qanday harakat kuch ta’siri ostida mavjud bo‘lishi mumkin, degan xulosa kelib chiqmasligi lozim. Tajriba shuni ko‘rsatadiki, kuch ta’sirida jismlarning tezligi o‘zgaradi, ya’ni ular tezlanish oladilar.

Harakat jarayonida moddiy nuqta (yoki moddiy nuqtalar tizimi)ning koordinatalari, ya’ni radius – vektori o‘zgaradi.

Tajriba ko‘rsatadiki, moddiy nuqtaning berilgan vaqtdagi holati uning radius-vektori **r** va tezligi **V** bilan, ya’ni uning x,y,z koordinatalri hamda koordinata o‘qlari bo‘yicha tezlikning proeksiyalari $\mathbf{V_x}$**,** $\mathbf{V_y}$**,** $\mathbf{V_z}$**,** bilan aniqlanadi. N ta moddiy nuqtadan iborat tizimning berilgan vaqtdagi holati tizimdagi moddiy nuqtalarining radius - vektorlari $\mathbf{r_1, r_2, \ldots\ r_N}$ va ularning tezliklari $\mathbf{V_1, V_2, \ldots, V_N,}$ bilan ifodalanadi. Demak, har bir moddiy nuqtaning holati bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan ikkita vektor kattalik, $\vec{r}$ va $\vec{V}$ bilan aniqlanadi. Har bir moddiy nuqta fazoda 3 tadan erkinlik darajasiga ega bo‘lganligi uchun N ta moddiy nuqtadan iborat tizimning harakatini aniqlovchi kattaliklar soni 6 N ga teng bo‘ladi.

Jism inertligining o‘lchovi bo‘lib, massa deb ataladigan fizik kattalik xizmat qiladi. Demak, jismning massasi naqadar katta bo‘lsa, uning inertligi ham shu qadar oshadi. Massa jismning eng asosiy xossalaridan biridir.

Tajribalarning ko‘rsatishicha shakllari bir xil, massalari esa m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning har biriga bir xil tashqi kuch bilan ta’sir etsak, ular olgan tezlanishlar (a_1 va a_2) mazkur jismlarning massalariga teskari mutanosibdir, ya’ni

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}\,.$$

Har qanday jismning massasi etalon sifatida qabul qilingan jism massasi bilan taqqoslash orqali o‘lchanadi. Bu usulda jismlarning erkin tushish qonuniyatidan foydalaniladi. Erkin tushish esa jismlarga Er tortish kuchi ta’sirining natijasidir. Er yuzining har bir nuqtasi uchun jismlarning erkin tushishidagi tezlanishi o‘zgarmas kattalik bo‘lib, g ga teng va massasi m bo‘lgan jismga R = mg kattalikdagi kuch ta’sir etadi. Tarozi pallasiga qo‘yilgan jism pallani *og‘irlik kuchiga* teng kuch bilan bosadi. Shu tufayli ikki jism massalarining nisbati ular og‘irliklarining nisbati kabidir:

$$\frac{\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_2} = \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}\,.$$

Jism massasi skalyar kattalik bo‘lib, uning og‘irligi esa vektor kattalikdir. Bu vektor erkin tushish tezlanishi yo‘nalishida Erning markazi tomon yo‘nalgan.

Tajribalarning ko‘rsatishicha, massa additiv kattalikdir, ya’ni jism massasi uning ayrim bo‘laklari massalarning yig‘indisiga teng. Mexanikaviy tizimning massasi tizimning tarkibiga kiruvchi barcha jismlar massalarining yig‘indisiga teng.

Jismga boshqa jismlar ta’sir etmasa, uni erkin jism deyiladi. Lekin tabiatda erkin jismlar mavjud emas, chunki tabiiy sharoitda har qanday jism boshqa jismlar ta’sirida bo‘ladi.

Nyutonning birinchi qonunini qanoatlantiradigan sanoq tizimlari inersial sanoq tizimlari deyiladi. Boshqacha aytganda, inersial sanoq tizimi deb shunday *sanoq tizimiga aytiladiki, unda erkin jism tinch holatda bo'ladi yoki o'zgarmas tezlik bilan to'g'ri chiziqli harakat qiladi.* O'z-o'zidan ravshanki, agar biror inersial sanoq tizimini tanlab olgan bo'lsak, u holda unga nisbatan to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotgan boshqa sanoq tizimlari ham inersial sanoq tizimi bo'ladi.

Ingliz fizigi Isaak Nyutonning "Natural falsafaning matematik asoslari" (1687 y) degan asarida dinamika qonunlari bayon etilgan.

Agar jismga boshqa jismlar ta'sir etmasa, o'zining tinchlikdagi holatini yoki harakatdagi holatini saqlaydi.

Jismni tinch yoki harakatdagi holatini tashqi kuchlar ta'sir etmaganda saqlash xususiyati, jismni inertligi deyiladi. Shuning uchun ham Nyutonning I qonunini inersiya qonuni deb ham aytiladi. Nyuton birinchi qonunining to'g'riligi tajribalardan olingan natijalarni umumlashtirishdan kelib chiqadi.

Nyuton qonunlari bajariladigan tizim inersial sanoq tizimi deyiladi. Bu sistema boshqa inersial sistemaga nisbatan tinch holatda yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatda bo'lishi kerak. *Koordinata boshi Kuyoshda, o'qlari yulduzlarga qarab ketgan geliotsentrik sistema inersial sanoq sistemasi bo'ladi.* Bu sistemada Nyutonning birinchi qonuni aniq bajariladi.

Tajribalardan ma'lumki, o'zgarmas kuch ta'sirida turli jismlar turlicha tezlanishlar oladilar. Jismlar olgan tezlanish jismning hususiyatiga (uning massasiga) bog'liq bo'ladi.

2. Nyutonning ikkinchi qonuni. Kuch-impulsdan vaqt bo'yicha o lingan birinchi tartibli hosila

Jismning massasi - materiya xususiyatini xarakterlovchi fizikaviy kattalik bo'lib, u jismning inertligi va gravitatsion xususiyatini ifodalaydi. Jism tezligini o'zgartirib, unga tezlanish beradigan vektor kattalikka kuch deyiladi.

Moddiy nuqta mexanik harakatini tashqi kuchlar ta'sirida qanday o'zgarishi dinamikaning asosiy ikkinchi qonunida bayon etiladi. Ixtiyoriy biror jismga F_1, F_2,... kuchlar ta'sir etsa, bu kuchlar ta'sirida jism moc ravishda a_1, a_2,..., tezlanishlar oladi. Biroq $F_1/a_1 = F_2/a_2 = ... =$ const bo'lib, bu kattalik jism inertligini ifodalaydi. Agar turli kuchlar biror jismga ta'sir etsa, jism olgan tezlanish kuchlarning teng ta'sir etuvchisiga tug'ri proporsional bo'ladi, ya'ni

$$a \sim F \ (m = \text{const}) \qquad (3.1)$$

Agar turli massali jismlarga bir xil kuch ta'sir etsa, jismlar olgan tezlanishlar turlicha bo'ladi. Jismlar massalari qancha katta bo'lsa, ular olgan tezlanishlar shuncha kichik bo'ladi.

$$a \approx \frac{1}{m} \qquad (3.2)$$

(3.1) va (3.2) tengliklardan

$$a = k\frac{F}{m} \qquad (3.3)$$

deb yozamiz. (3.3) - tenglik Nyutonning ikkinchi qonunini ifodalaydi. *Bu ifodaga ko'ra, jism olgan tezlanish kuchga to'g'ri, jism massasiga teskari proporsional bo'ladi. Nyutonning ikkinchi qonuni inersial sanoq sisitemasi uchun o'rinlidir.*

Birinchi qonun Nyuton ikkinchi qonunining xususiy xoli sifatida qaraladi. Sistemaga qo‘yilgan kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng bo‘lganda, jism olgan tezlanish xam nolga teng bo‘ladi.

Halqaro birliklar tizimi (SI) da (3.3) - tenglikdagi proporsional lik koeffitsienti k = 1 bo‘lgani uchun

$$a = \frac{F}{m}$$

yoki

$$F = ma = m * \left(\frac{dV}{dt}\right) \tag{3.4}$$

bo‘ladi. Jism massasi klassik mexanikada o‘zgarmas miqdor bo‘lgani uchun (3.4) - tenglikni:

$$F = \frac{d(mV)}{dt} \tag{3.5}$$

kabi yozish mumkin. *Moddiy nuqta massasini tezligiga ko‘paytmasi uning harakat miqdorini (impulsini) belgilaydi,* ya’ni

$$R = mV \tag{3.6}$$

Bu tenglikni (3.5) ga qo‘yib

$$F = \frac{dP}{dt} \tag{3.7}$$

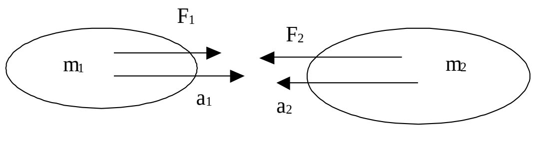
ni hosil qilamiz. (3.7) - tenglik Nyutonning ikkinchi qonunini umumiy ko‘rinishini ifodalaydi. (3.7) ga ko‘ra *jismga ta’sir etuvchi kuch impulsdan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan.*

3. Nyutonning uchinchi qonuni. Nyuton qonunlarini zamonaviy talqin etilishi. Moddiy nuqta harakatini klassik usulda ifodalashning chegarasi.

Nyutonning III-qonuniga ko‘ra *ikki jism o‘rtasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari miqdor jihatidan teng yo‘nalishi qarama-qarshi bo‘ladi,* ya’ni

$$\mathbf{F_1} = -\mathbf{F_2} \tag{3.8}$$

Masalan, massalari m_1 va m_2 bo‘lgan turli ishorali zaryadlangan ikki jismni ko‘raylik (3.1-rasm).



3.1-rasm

$\mathbf{F_1}$ va $\mathbf{F_2}$ kuchlar ta’sirida jismlar $\boldsymbol{a_1}$ va $\boldsymbol{a_2}$ tezlanishlar oladi. Ikkinchi qonunga ko‘ra

$$G'_1 = m_1 \mathbf{a}_1 \text{ va } F_2 = m_2 \mathbf{a}_2 \tag{3.9}$$

3.8 va 3.9-tengliklardan

$$m_1\mathbf{a_1} = -m_2 \mathbf{a}_2$$

yoki

$$a_1 = -\frac{m_2 a_2}{m_1},$$

ya’ni o‘zaro ta’sirlashuvchi jismlar tezlanishlari ularning massalariga teskari proporsional bo‘lib, qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan bo‘ladi.

4. Massa markazi. Massa markazining harakati haqidagi teorema

Ko‘p hollarda bir necha jism (moddiy nuqtalar)dan iborat mexanikaviy tizimning harakat qonunlarini o‘rganish bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Bunday tizimning harakat qonunlarini o‘rganishda mazkur tizim tarkibidagi jismlarning unda qanday taqsimlanganligini yoki bu jismlar bir-biriga nisbatan tizimda qanday joylashganligini bilish zaruriyati tug‘iladi. SHu munosabat bilan inersiya markazi (massa markazi) degan tushuncha (inersiya markazi va massa markazi atamalari aynan bir maonoda ishlatiladi, chunki jismning massasi uning inersiya o‘lchovidir) kiritiladi.

Inersiya markazi va og‘irlik markazi degan tushunchalar orasida quyidagi farq borligini esdan chiqarmaslik kerak: og‘irlik markazi-bir jinsli og‘irlik kuchi maydonida joylashgan qattiq jismlar uchungina maonoga ega; inersiya markazi esa hech qanday maydon bilan bog‘liq emas va ixtiyoriy mexanikaviy tizim uchun o‘rinlidir. Og‘irlik kuchi maydonida joylashgan qattiq jismlar uchun inersiya markazi va og‘irlik markazi bir-biri bilan mos tushadi, ya’ni bir nuqtada joylashgan bo‘ladi. Inersiya markazi massaning taqsimlanishini tasvirlovchi geometrik nuqta bo‘lib, uning vaziyati koordinatalar boshiga nisbatan $\vec{r}_c$ radius-vektor bilan quyidagicha aniqlanadi.

$$\vec{r}_c = \frac{m_i\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n},$$

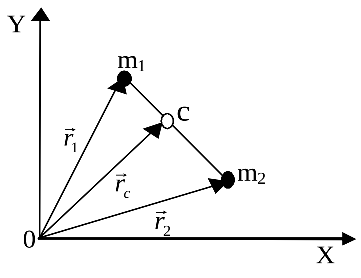
ya’ni:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{r}_i, \qquad (3.10)$$

bu erda

m_i - tizimga mansub, i-jismning massasi;

r_i - koordinatalar boshi O ga nisbatan i-jismning vaziyatini aniqlovchi radius-vektor; $m = m_1 + m_2 + ... + m_n$ - tizimning umumiy massasi.



3.2-rasm

Soddalashtirish maqsadida ikkita jismdan iborat tizimni olib qaraylik (3.2-rasm). Massalari m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning vaziyatlari koordinata boshi O ga nisbatan mos ravishda $\mathbf{r_1}$ va $\mathbf{r_2}$ radius- vektorlar bilan berilgan bo‘lsa, bu ikki jismdan iborat tizimning inersiya markazi

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

formula orqali ifodalanib, ikki jismning geometrik markazlarini birlashtiruvchi to‘g‘ri chiziqda yotadi.

(3.10) tenglama vektor orqali ifodalangan tenglamadir, lekin inersiya markazlarining vaziyatini aniqlovchi mazkur radius-vektorni uning koordinata o‘qlaridagi proektsiyalar orqali ham ifodalash mumkin:

$$X_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i x_i\,,\ Y_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i y_i\,,\ Z_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i z_i\,, \qquad (3.11)$$

bunda

m - tizimining umumiy massasi;

x_i ,y_i ,z_i - tizim tarkibidagi i - jismning koordinatalari.

Xususiy holda, agar tizim massalari m_1 va m_2 bo‘lgan ikkita jismdan iborat bo‘lsa va ularni X o‘qi bo‘yicha joylashtirsak, inersiya markazining koordinatasi

$$X_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

bo‘ladi. Tizim inersiya markazini aniqlovchi radius-vektor r_c dan vaqt bo‘yicha olingan hosila (r_c ning birlik vaqt davomida o‘zgarishi) inersiya markazining tezligini ifodalaydi:

$$V_c = \frac{dr_c}{dt} \qquad (3.12)$$

(3.10) formulani (3.12) ga qo‘yib, inersiya markazining tezligi uchun

$$V_c = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum_i m_i r_i\right) = \frac{1}{m}\sum_i m_i \frac{dr_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i m_i V_i = \frac{1}{m}\sum_i P_i \qquad (3.13)$$

ga ega bo‘lamiz; bu erda V_i va ρ_i mos ravishda i-jismning tezligi va impulsi; ravshanki

$$P = \sum_i P_i = \sum_i m_i V_i \qquad (3.14)$$

tizimning to‘la impulsi bo‘lib, ko‘pincha R-inersiya markazining impulsi ham deyiladi; m-tizimining umumiy massasi ya’ni:

$$\mathrm{m} = \mathrm{m}_1 + \mathrm{m}_2 + \ldots + \mathrm{m}_n = \sum_i \mathrm{m}_i\,. \qquad (3.15)$$

Endi (3.14) ni ko‘zda tutib, (3.13) ifodani quyidagicha yozamiz:

$$V_c = \frac{P}{m} \quad \text{yoki } R = mV_s$$

Nyutonning ikkinchi qonuniga asoan tizimning to‘la impulsidan vaqt bo‘yicha olingan hosila shu tizimga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning vektor yig‘indisiga teng:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = m\vec{a}_c = \vec{F}_r\,, \qquad (3.16)$$

bu erda

$\boldsymbol{a_c}$- inersiya markazining tezlanishi,

$\mathbf{F_r}$- tizimiga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning vektor yig‘indisi.

Berk tizimda unga ta’sir etuvchi tashqi kuchlar mavjud emas yoki tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng (F_t = 0). U holda oxirigi tenglikdan inersiya markazining tezlanishi

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = 0$$

bo‘ladi. Bundan V_s = const ekanligi kelib chiqadi. Bu xulosa inersiya markazining saqlanish qonunini ifodalaydi va u quyidagicha taoriflanadi: *berk tizimning inersiya markazi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tekis harakat qiladi yoki tinch holatda bo‘ladi.*

Tizim impulsining saqlanish qonunidan massaning additivlik qonuni kelib chiqadi.

Tizimning massasi uning tarkibidagi ayrim jismlar massalarining yig‘indisiga teng.

Inersiya markazi tushunchasi bir necha jismdan iborat bo‘lgan tizim harakatini tavsiflashda ancha qulayliklarga ega. Shu maqsadda (3.16) formulani quyidagicha yozamiz:

$$m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = \vec{F}_T, \tag{3.17}$$

ma’lumki, bu erda

V_s - inersiya markazining tezligi,

F_t - tizimga ta’sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi (ichki kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng).

Demak, tizim inersiya markazining olgan tezlanishi, ya’ni dV_s/dt tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisiga to‘g‘ri va tizim tarkibidagi jismlar massalarining yig‘indisiga teskari mutanosibidir.

Ko‘rinib turibdiki, bu formula shaklan massasi m va tezligi V bo‘lgan bitta moddiy nuqtaning tashqi F_t kuch ta’sirida qilayotgan harakatini ifodalovchi tenglamaga o‘xshashdir. Shuning uchun bu formula inersiya markazining harakat tenglamasini ifodalaydi va u quyidagi xulosaga olib keladi: *tizimning inersiya markazi tashqi kuchlar ta’sirida massasi tizim tarkibidagi barcha jismlarning massasiga teng bo‘lgan moddiy nuqta kabi harakatlanadi. Bu xulosa inersiya markazining harkakati haqidagi teorema deb ataladi.*

(3.17) formuladan ko‘rinadiki, inersiya markazining tezligini o‘zgartirish uchun tizimga tashqi kuchlar ta’sir etishi kerak; tizim tarkibidagi jismlarning o‘zaro ta’siri tufayli vujudga keladigan ichki kuchlar o‘sha jismlarning inersiya markaziga nisbatan tezliklarini o‘zgartirsa-da, bu kuchlar inersiya markazining holatini, harakat yo‘nalishini va tezligini o‘zgartira olmaydi.

Mustahkamlash uchun savollar

21. Nyuton birinchi qonuni qanday hollarda bajariladi?
22. Massa, kuch tushunchalariga taorif bering.
23. Nyuton ikkinchi qonuning umumiy ifodasini yozing va tushuntiring.
24. Nyuton uchinchi qonunini ta’riflang.
25. Massa markazi haqidagi teoremani izohlang.
26. Dinamikaning asosiy vazifasi nima?
27. Moddiy nuqtaning holati qanday ifodalanadi?
28. Qanday jism erkin jism deyiladi?
29. Kuch qanday birliklarda o‘lchanadi?
30. Massa markazi va og‘irlik markazi deganda nimalarni tushunasiz?

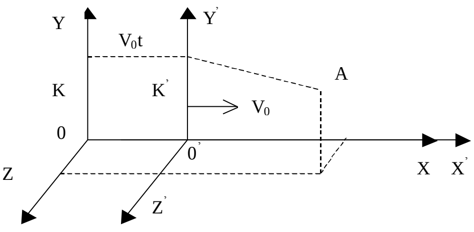
Asosiy adabiyotlar

17. O.Axmadjonov. Nazariy mexanikakursi, I-tom. Toshkent, “O‘qituvchi”. 1991.
18. I.V.Savelev. Kurs obshey fiziki. T.1,M., Nauka,2000g.
19. A.A.Detlaf, B.M.Yavorskiy. Kurs fiziki. M., “Visshaya shkola”.2000g.
20. T.I.Trofimova Kurs fiziki, M., «Visshaya shkola». 2000 g, 380c.
21. G.A.Zisman, O.M.Godess. Kurs obshey fiziki. M, izd. “Visshaya shkola”, 1991 g
22. D.V.Sivuxin «Obshiy kurs fiziki». Tom 1. M.Nauka.1977-90 g
23. O‘.Q.Nazarov, H.Z.Ikromova va K.A.Tursunmetov. Umumiy Nazariy mexanikakursi. Mexanika va molekulyar fizika. Toshkent, “O‘zbekiston”, 1992, 279 bet.
24. Nuomonxo‘jaev A.S. Nazariy mexanikakursi. 1-qism. Mexanika, statistik fizika, termodinamika. Toshkent:«O‘qituvchi»,1992,208 b.

10-ma`ruza. Dekart ortlarini almashtirish. Vektorni analitik ta’riflash. Tenzor tushunchasi. Tenzorlar bilan bajariladigan asosiy algebraik amallar.

1. Inersial sanoq sistemasi va nisbiylikning mexanik prinsipi

Jismning tinch holati yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakati nisbiy bo‘lib, u sanoq sistemasiga bog‘liq. Masalan, bir - biriga nisbatan biror tezlanish bilan harakatlanayotgan ikki sanoq sistemasi mavjud bo‘lsin. Bu sistemalarning birida tinch holatini saqlayotgan jism ikkinchi sanoq sistemasida tezlanish bilan harakatlanadi. Demak, Nyutonning birinchi qonuni barcha sanoq sistemalarida bajarilavermaydi. *Lekin shunday sanoq sistemalar mavjudki, ularda erkin yoki kvazi erkin jism o‘zining tinch holatini yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi. Bunday sanoq sistemalarini inersial sanoq sistemalari deb ataladi.* Nyutonning birinchi qonuni bajariladigan sanoq sistemalarini inersial sanoq sistemalari deb, aks holda esa noinersial sanoq sistemalari deb atay olamiz.



9.1-rasm

Biror inersial sanoq sistemasiga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan ixtiyoriy sanoq sistemasi ham inersial sanoq sistemasi bo‘ladi.

9.1 – rasmda K sistemaga nisbatan K’ sanoq sistemasining to‘g‘ri chiziqli tekis harakati ko‘rsatilgan.

Jism harakati sanoq sistemasiga nisbatan aniqlanadi. Sanoq sistemasini tanlash kuzatuvchining ixtiyorida. Shuning uchun bir harakatni turli sanoq sistemalariga nisbatan tekshirish natijasida bu sanoq sistemalaridan birortasini boshqalarga nisbatan imtiyozli deb hisoblash mumkinmi? Bu savolga javob berish maqsadida etarlicha aniqlik bilan inersial sanoq sistemasi deb hisoblash mumkin bo‘lgan K sistemaga nisbatan K’ sanoq sistemasining to‘g‘ri chiziqli tekis harakatini tekshiraylik. Soddalashtirish maqsadida K’ sistema K sistemaga nisbatan V_0 tezlik bilan OX o‘q yo‘nalishida harakatlanadi, deb hisoblaylik (9.1-rasm).

$t = 0$ vaqtda ikkala sanoq sistemasi bir-birining ustiga tushadi. $t \neq 0$ da K sanoq sistemasining boshi (ya’ni 0^1 nuqta) K sanoq sistemasida $X = V_0 \cdot t$; $u = 0$; $z = 0$ koordinatalar bilan aniqlanuvchi nuqtada joylashgan bo‘ladi. U holda moddiy nuqta (A) ning ixtiyoriy paytda ikkala sanoq sistemasidagi koordinatalari Galiley almashtirishlari deb ataladigan quyidagi munosabatlar bilan o‘zaro bog‘langan:

$$x = x' + v_0 t; \quad u = u'; \quad z = z'; \quad t = t'; \tag{9.1}$$

bundagi t va t' mos ravishda K va K′ sanoq sistemalaridagi soatlar ko‘rsatayotgan vaqtlar. Agar vaqt hisobi ikkala sanoq sistemalarining boshlari (0 va 0′ nuqtalar) biri – birining ustiga tushib turgan paytdan boshlansa, ikkala sistemadagi bir xil soatlar bir xil vaqtlarni ko‘rsatishi (ya’ni $t = t^1$) tabiiy hol ekanligiga o‘rganib qolganmiz.

Demak, *bir sanoq sistemasidan (K) dan ikkinchi sanoq sistemasi (K^1) ga o‘tganda koordinatalar o‘zgaradi, ya’ni koordinatalar nisbiy kattaliklardir.* *Vaqt* *o‘tishi esa sanoq sistemalarining nisbiy harakatlanishiga bog‘liq emas, ya’ni vaqt absolyut kattalikdir.*

2. Galiley koordinata almashtirishlari. Almashtirishlarning invariantligi

Endi biror sterjen uzunligini ikkala sistemada aniqlaylik (9.2-rasm).

Sterjen uchlari (A va B nuqtalar) ning K sistemadagi koordinatalarini mos ravshda X_1, U_1, Z_1 va X_2, U_2, Z_2 deb belgilasak, uning uzunligi

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{9.2}$$

bo‘ladi. K^1 sanoq sistemasi esa K ga nisbatan OX yo‘nalishida V_0 tezlik bilan harakatlanyapdi. Shuning uchun K^1da sterjen uchlarining koordinatalari mos ravishda

$$x_1^1 = x_1 - V_0 t \qquad x_2^1 = x_2 - V_0 t$$
$$y_1^1 = y_1 \qquad y_2^1 = y_2$$
$$z_1^1 = z_1 \qquad z_2^1 = z_2$$

bo‘ladi.

Natijada sterjenning K^1 sanoq sistemasidagi uzunligi uchun

$$\ell' = \sqrt{\left(X_2^1 - X_1^1\right)^2 + \left(Y_2^1 - Y_1^1\right)^2 + \left(Z_2^1 - Z_1^1\right)^2} = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \tag{9.3}$$

Ifodani hosil qilamiz (9.2) va (9.3) larni o‘aro taqqoslab

$$\ell = \ell' \tag{9.4}$$

degan xulosaga kelamiz. Umuman, bir sanoq sistemasidan ikkinchi sanoq sistemasiga o‘tganda biror kattalikning qiymati o‘zgarmasa, bu kattalik mazkur almashtirishga nisbatan i n v a r i a n t deyiladi. U holda (9.4) ifodaga asosan, quyidagini ayta olamiz: uzunlik Galiley almashtirishlariga nisbatan invariyantdir.

Harakatlanayotgan moddiy nuqtaning K va K′ sanoq sistemalaridagi tezliklarining proeksiyalari orasidagi bog‘lanishni topish uchun (9.1) ifodalardan vaqt bo‘yicha hosila olamiz:

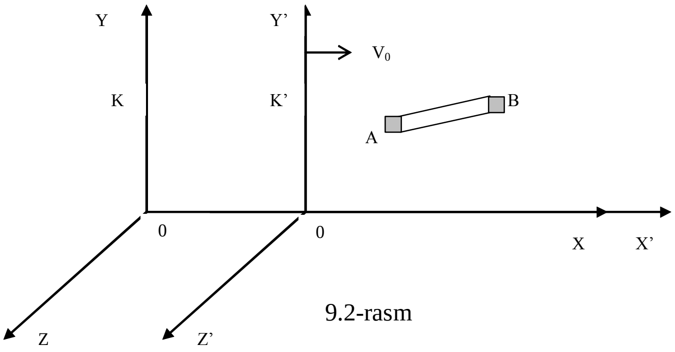
$$\begin{aligned} V_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x' + V_0 t) = V_x^1 + V_0 \\ V_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(y') = V_y^1 \\ V_z &= \frac{dZ}{dt} = \frac{d}{dt}(z') = V_z^1 \end{aligned} \tag{9.5}$$

Bu munosabatlarni vektor ko‘rinishda

$$\vec{V} = \vec{V}' + \vec{V}_o \tag{9.6}$$

shaklda yozish mumkin.

Bu (9.6) ifoda tezliklarning qo‘shilish qonuni bo‘lib, uni quyidagicha tavsif qilish mumkin: moddiy nuqtaning K sanoq sistemasidagi tezligi ($\vec{V}$) shu nuqtaning K′ dagi tezligi ($\vec{V}'$) va K′ ning K ga nisbatan tezligi ($\vec{V}_o$) ning vektor yig‘indisiga teng.



9.2-rasm

(9.5) ifodalardan vaqt bo‘yicha hosila olsak, moddiy nuqtaning K va K′ sanoq sistemalaridagi tezlanishlarining proeksiyalari orasidagi bog‘lanishni hosil qilamiz:

$$
\begin{aligned}
a_x &= \frac{dV_x}{dt} = \frac{d}{dt}(V'_x + V_0') = \frac{dV'_x}{dt} = a'_x \\
a_y &= \frac{dV_y}{dt} = \frac{d}{dt}(V'_y) = a'_y \\
a_z &= \frac{dV_z}{dt} = \frac{d}{dt}(V'_z) = a'_z
\end{aligned}
\qquad (9.7)
$$

Vektor ko‘rinishda (9.7) ifodalarni

a = **a’** (9.8)

shaklda yozamiz. Demak, moddiy nuqtaning K sanoq sistemasidagi tezlanishi (**a**) va K′ sanoq sistemasidagi tezlanishi (**a’**) bir xil ekan. Boshqacha aytganda, *tezlanish Galiley almashtirishlariga nisbatan invariantdir.*

Tajribalarning ko‘rsatishicha, barcha inersial sanoq sistemalarda jism massasi bir xil qiymatga ega va u harakat tezligiga (yorug‘lik tezligidan ancha kichik tezliklar nazarda tutiladi) bog‘liq emas:

m = m′ . (9.9)

Nyuton mexanikasida o‘rganiladigan kuchlar, xususan elastiklik kuchi yoki torishish kuchi jismning ayrim qismlari orasidagi masofaga bog‘liq. Masofa (uzunlik) Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant. Ba’zi kuchlar, masalan, ishqalanish kuchlari o‘zaro ta’sirla shuvchi jismlar tezliklarning farqiga bog‘liq. Tezliklar farqi, (9.6) munosabatga asosan, bir inersial sanoq sistemasidan ikkinchisiga o‘tilganda o‘zgarmaydi (V_2 - V_1 = V'_2 - V'_1). Shuning uchun *klassik mexanikada kuch Galiley almashtirishlariga nisbatan invariantdir,* ya’ni

$$\vec{F} = \vec{F}' \quad . \qquad (9.10)$$

Dinamikaning asosiy qonuni − Nyutonning ikkinchi qonuni

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad (9.11,a)$$

ga etibor bersak, undagi barcha kattaliklar [(9.8), (9.9) va (9.10) ga qarang.] Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant. Binobarin, dinamika asosiy qonunining K sanoq sistemasiga nisbatan $\mathbf{V_0}$ tezlik bilan harakatlanayotgan K′ sanoq sistemasidagi matematik ifodasi

G‘′ = m′ ·**a′** (9.11,b)

Mazkur qonunning K sanoq sistemasidagi ifodasiga to‘liq mos keladi. Demak, *barcha inersial sanoq sistemalarida ayni bir mexanik hodisa bir xil tarzda sodir bo‘ladi va mazkur inersial sanoq sistemasida o‘tkaziladigan mexanik tajribalar yordamida sanoq sistemasi tinch turganligini yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotganligini aniqlab bo‘lmaydi.*

Bu fikrni Galiley bayon etganligi uchun Galileyning nisbiylik prinsipi, Ba’zan nisbiylikning mexanik prinsipi deb yuritiladi. Bu prinsipga asosan, agar biror sistema (masalan, K sanoq sistemasi) inersial bo‘lsa, unga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanuvchi juda ko‘p inersial sistemalar (K′) ham mavjud. Inersial sanoq sistemalarning barchasida klassik mexanika qonunlari aynan bir xil namoyon bo‘lishidan bu sistemalarning barchasi teng xuquqli va ular orasidan biror imtiyozli inersial sanoq sistemasini ajratish mumkin emas, degan xulosa kelib chiqadi.

Shuni ham qayd qilaylikki, tezlikka bog‘liq bo‘lgan kattaliklar, masalan, impuls ($\mathbf{R}$ = m $\cdot\mathbf{v}$) yoki kinetik energiya bir inersial sanoq sistemasidan ikkinchi inersial sanoq sistemasiga o‘tganda o‘zgaradi, chunki mazkur o‘tishda tezlik o‘zgarar edi ($\mathbf{V} = \mathbf{V}' + \mathbf{V_0}$). Biroq impuls va energiyalarning turli inersial sanoq sistemalaridagi qiymatlari bir–biridan $\mathbf{V_0}$ bilan aniqlanuvchi doimiy miqdorga farqlanadi. Shuning uchun bunday kattaliklarni xarakterlovchi qonunlar ifodasining ko‘rinishi turli inersial sanoq sistemalarida bir xil bo‘ladi.

Umuman, *bir sanoq sistemasidan ikkinchisiga o‘tilganda biror kattalikning absolyut qiymati o‘zgarsa, lekin bu kattalik qatnashgan tenglamaning ko‘rinishi o‘zgarmasa, bu tenglama muzkur almashtirishga nisbatan kovariant deb aytiladi.* Impulsning saqlanish qonuni va mexanik energiyaning saqlanish qonuni Galiley almashtirishlariga nisbatan kovariantdir.

3. Yorug‘lik tezligi. Maxsus nisbiylik nazariyasi postulatlari

Maksvell tomonidan elektrodinamika asosiy qonunlarini umumlashtiruvchi tenglamalar yaratildi. Maksvell tenglamalari nihoyat ko‘p tajriba dalillari bilan isbotlanadi. Lekin Maksvell tenglamalari Galiley almashtirishlariga nisbatan invariant emasligi aniqlandi.

Asrimiz boshida fizik olimlarni hayratga solgan mazkur muammoni hal qilish uchun Puankare va undan mustaqil ravishda Eynshteyn quyidagi xulosaga keldilar: Galiley almashtirishlaridan farqlanadigan yangi almashtirishlardan foydalanish zarurki, bu almashtirishlarga nisbatan Maksvell tenglamalarining ifodalari o‘z ko‘rinishlarini o‘zgartirmasliklari lozim. Bunday o‘zgarishlarni Eynshteyn quyidagi ikki prinsip asosida keltirib chiqardi:

1. Nisbiylik prinsipi, *fizik qonunlar (mexanik, elektromagnitizm, optika.... qonunlari) barcha inersial sanoq sistemalarida o‘rinlidir.* Boshqacha aytganda ayni bir fizik hodisani inersial sanoq sistemalarining birida kuzatish tufayli olingan natijalar boshqa inersial sanoq sistemalarida olingan natijalardan farqlanmaydi. Galileyning nisbiylik prinsipi ham xuddi shuni ta’kidlar edi, lekin unda faqat mexanik hodisalar (barcha fizik hodisalar emas) haqida mulohaza yuritilgan edi.

2. Yorug‘lik tezligining doimiylik prinsipi. *Yorug‘likning vakuumdagi tezligining qiymati barcha inersial sanoq sistemalarida bir xil bo‘ladi.* U yorug‘likning tarqalish yo‘nalishiga hamda yorug‘lik chiqaruvchi jism va kuzatuvchining harakatiga bog‘liq emas. Bu prinsip klassik mexanikadagi tezliklarni qo‘shish qoidasiga mutloqa ziddir.

Lorens almashtirishlari va undan kelib chiqadigan natijalar:
Uzunlik va vaqt oraligining nisbiyligi

Haqiqatan, K sanoq sistemasiga nisbatan V_0 tezlik bilan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilib uzoqlashayotgan K′ sanoq sistemasidagi jism tomonidan tarqatilayotgan yorug‘lik tezligini c deb belgilasak, Galiley almashtirishlariga asosan, K sanoq sistemasidagi kuzatuvchi uchun yorug‘lik tezligi $c \pm V_0$ bo‘lishi lozim edi. Vaholanki, K sanoq sistemasida ham, K′ sanoq sistemasida ham, yorug‘lik tezligi bir xil bo‘lishi kerak. Nyuton nuqtai nazari asosida fikr yuritsak, $c + V_0$ nima uchun s ga teng bo‘lishi lozimligini tushuntira olmaymiz. Buni tushunish uchun fazo va vaqt haqidagi Nyuton tushunchalaridan voz kechish lozim. Fazo va vaqt haqidagi bu yangi tushunchalar Eynshteyn tomonidan yaratilgan nisbiylik nazariyasida aks etgan. Bu nazariya bir-biriga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan sanoq sistemalari (inersial sistemalar) uchun o‘rinli. Keyinchalik, Eynshteyn nisbiylik nazariyasini rivojlantirib, uni bir-biriga nisbatan tezlanuvchan harakat qiladigan sistemalarga qo‘llash yo‘llarini ahtaradi va “tortishish nazariyasi” deb atalgan umumiy nazariyani yaratdi. Bu nazariyani nisbiylik nazariyasining umumiy xoli deb, faqat inersial sistemalarga taalluqli bo‘lgan nazariyani esa nisbiylik nazariyasining xususiy holi deb hisoblanadi. Binobarin, “Nisbiylik nazariyasi” deganda shu xususiy holni tushunamiz Nisbiylik nazariyasining zaminida yotuvchi Lorens almashtirishlari quyidagi ko‘rinishda yoziladi.

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{x' + V_0 t'}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + \frac{V_0}{c^2} x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}\right\}, \qquad (9.12)$$

bu erda $\beta = \dfrac{V_0}{C}$.

Bu munosabatlar yordamida K′ sanoq sistemasidagi koordinatalar (x′, u′, z′) va vaqt (t′) dan K sanoq sistemasidagi koordinatalar (x, y, z) va vaqt (t) ga o‘tiladi. K sistemadan K′ sistemaga o‘tish uchun (9.12) ni quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x - V_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{V_0}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}\right\} . \qquad (9.13)$$

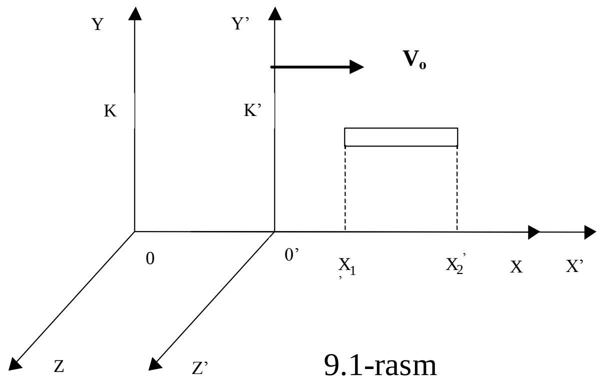
Bu ifodalardagi V_0 - bir inersial sanoq sistemasi (K) ga nisbatan OX o‘q “yo‘nalish”da to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan ikkinchi inersial sanoq sistemasining tezligi, s esa yorug‘likning vakuumda tarqalish tezligi.

Yuqoridagi (9.12), (9.13) tenglamalar gollandiyalik olim N.Lorens (1853-1908) tomonidan (daniyalik olim Lorens (1829-1891) emas) 1904 yilda o‘sha zamon tasavvurlariga unchalik to‘g‘ri kelmaydigan mulohazalar asosida keltirib chiqarilgan.

Klassik mexanikada Galiliy almashtirishlaridan, nisbiylik nazariyasida esa Lorens almashtirishlaridan ba’zi natijalar kelib chiqadiki, ular klassik tasavvurlarga o‘rganib qolgan talabada ajablanish tuyg‘usini vujudga keltiradi.

Uzunlik tushunchasi.

K’ sistemasida biror jism (masalan O^1X^1 o‘qqa parallel ravishda joylashtirilgan sterjen) tinch turgan bo‘lsin (10.1 - rasm). Ixtiyoriy t^1 vaqtda sterjen uchlarining koordinatalari mos ravishda x_1^1 *ва* x_2^1 bo‘lsin. U holda sterjen uzunligi $\ell_0 = x_2^1 - x_1^1$ ifoda bilan aniqlanadi. K sistemadagi kuzatuvchi uchun shu sterjen uzunligi ($\ell = x_2 - x_1$) qanday bo‘ladiq



9.1-rasm

a) Klassik mexanikada, Galiley almashtirishlari ga asosan, jism uzunligi barcha inersial sanoq sistemalarida aynan bir xil bo‘ladi ((9.4) ifodaga qarang) .

b) Sterjen K^1 sistema bilan birgalikda OX o‘q yo‘nalishida harakatlanayotganligi uchun K sistemadagi kuzatuvchi sterjen uchlari koordinatalarini aynan bir vaqtda o‘lchashi lozim.

Kuzatuvchi K sistemadagi soatning t paytida sterjen uchlarining koordinatalari mos ravishda x_1 va x_2 ekanligini aniqladi. Lorens almashtirishlariga asosan (9.13) x_1 va x_2 sterjenning K^1 dagi koordinatalari x_1^1 va x_2^1 bilan quyidagicha bog‘langan:

$$x_1^1 = \frac{x_1 - \vartheta_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}}; \; x_2^1 = \frac{x_2 - \vartheta_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad \left(\beta = \frac{\vartheta_0}{c}\right)$$

Bundan

$$X_2^1 - X_1^1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

yoki $$\ell_0 = \frac{\ell}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Demak,

$$\ell = \ell_0 \sqrt{1-\beta^2} \qquad (9.14)$$

Ya’ni K sistemada sterjen uzunligi K[1] sistemadagiga nisbatan qisqaroq bo‘ladi. Buni uzunlikning *Lorens qisqarishi* deb atash odat bo‘lib qolgan. Lekin mazkur terminda uzunlikning qisqarishi emas, balki uzunlikning nisbiyligi qayd qilish to‘g‘riroq bo‘lardi. Binobarin, jicm uzunligining xech qanday qisqarishi ro‘y bermaydi. Jismning uzunligi aslida nimaga teng, degan savol ham maonoga ega emas, chunki har bir sanoq sistemasida jismning o‘z uzunligi bo‘ladi. Boshqacha qilib aytganda, nisbiylik nazariyasida jism uzunligining miqdoriy o‘lchovi nisbiydir va u sanoq sistemasiga bog‘liq bo‘ladi.

Shunday qilib, *nisbiylik nazariyasida sterjen uzunligi turli inersial sanoq sistemalarida turlicha. Sterjen qaysi sistemada tinch turgan bo‘lsa, shu sistemada u eng katta uzunlikka ega bo‘ladi.*

Vaqt tushunchasi.

K[1] sanoq sistemasining qo‘zg‘almas x_1^1 nuqtasida biror voqea t_1^1 paytda boshlanib t_2^1 paytda tugallansin. Mazkur voqea t_2^1 - t_1^1 = Δt_o vaqt davom etgan bo‘ladi. K sistemadagi kuzatuvchi uchun shu voqeaning davom etish vaqti (Δt) qanday bo‘ladiq

a) Nyuton mexanikasi nuqtai nazariga asosan, vaqtning o‘tishi sanoq sistemalarining nisbiy harakatiga bog‘liq emas, ya’ni bir-biriga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan barcha sanoq sistemalarida vaqt aynan bir xil. Shuning uchun K sistemasida ham voqea $\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta t_0$ vaqt davom etadi.

b) K sanoq sistemasidagi kuzatuvchi shu sistemadagi soat bo‘yicha voqeaning boshlanishi t_1 paytda, tugallanishi esa t_2 paytda sodir bo‘lganligini qayd qiladi. Lorens almashtirishlariga asosan t_1 va t_2 paytlar K[1] sanoq sistemasidagi soat bo‘yicha qayd qilinadigan t_1’ va t_2’ paytlar bilan quyidagicha bog‘langan:

$$t_1 = \frac{t_1^1 + \frac{\vartheta_0}{C^2} x^1}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad t_2 = \frac{t_2^1 + \frac{\vartheta_0}{C^2} x^1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad .$$

Bundan:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (9.15)$$

Demak, *nisbiylik nazariyasida aynan bir voqea turli inersial sanoq sistemalarida turlicha vaqt davom etadi. Bu effektni harakatlanuvchi sanoq sistemalarida vaqt o‘tishining sekinlashishi deb ataladi.* Mazkur effektning mohiyati turli sanoq sistemalardagi soatlarning yurish tezliklari turlicha ekanligidan iborat, deb tushunish mutlaqo noto‘g‘ri bo‘ladi. Barcha sanoq sistemalardagi soatlar bir xilda yuradi. Lekin ular o‘zaro solishtirilganda harakalanuvchi sanoq sistemasi K^1da K sistemadagiga nisbatan vaqt sekinroq o‘tkanligi aniqlanadi. Bu xulosa nisbiylik nazariya prinsiplarining natijasidir.

15-mavzu. Egrilik tenzorining ba’zi xususiyatlari. Egrilik tenzorini yig’ishtirish. Gradient, divergensiya va uyurma ifodalar.

Tayanch so‘zlar va iboralar: Massa va uning birligi, kuch va uning birligi, og‘irlik kuchi, erkin jism, inertlik, inersiya, inersial sanoq tizimi, Nyutonning birinchi qonuni, dinamikaning asosiy qonuni, impuls, ta’sir, aks ta’sir, Nyutonning uchinchi qonuni, massa markazi, og‘irlik markazi.

1. Dinamikaning asosiy vazifasi. Inersial sanoq sistemasi tushunchasi. Nyutonning birinchi qonuni. Massa va impuls.

Mexanikaning kinematika qismida harakat qonunlarini o‘rganish bu harakatlarni yuzaga keltirgan sabablar bilan bog‘lanmagan holda olib boriladi. Mexanikaning dinamika bo‘limida esa jismlar harakatini mazkur harakatni yuzaga keltiruvchi sabablar mohiyati bilan bog‘lab o‘rganiladi. Dinamikaning vazifasi asosan ikki qismdan iborat:

1) jism harakati ma’lum bo‘lsa, unga ta’sir etuvchi kuchni aniqlash;

2) jismga ta’sir etuvchi kuch ma’lum bo‘lgan taqdirda harakat qonunini aniqlash.

Bu mulohazalardan har qanday harakat kuch ta’siri ostida mavjud bo‘lishi mumkin, degan xulosa kelib chiqmasligi lozim. Tajriba shuni ko‘rsatadiki, kuch ta’sirida jismlarning tezligi o‘zgaradi, ya’ni ular tezlanish oladilar.

Harakat jarayonida moddiy nuqta (yoki moddiy nuqtalar tizimi)ning koordinatalari, ya’ni radius – vektori o‘zgaradi.

Tajriba ko‘rsatadiki, moddiy nuqtaning berilgan vaqtdagi holati uning radius-vektori $\mathbf{r}$ va tezligi $\mathbf{V}$ bilan, ya’ni uning x,y,z koordinatalri hamda koordinata o‘qlari bo‘yicha tezlikning proeksiyalari $\mathbf{V_x}$, $\mathbf{V_y}$, $\mathbf{V_z}$, bilan aniqlanadi. N ta moddiy nuqtadan iborat tizimning berilgan vaqtdagi holati tizimdagi moddiy nuqtalarining radius - vektorlari $\mathbf{r_1}$, $\mathbf{r_2}$, … $\mathbf{r_N}$ va ularning tezliklari $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{V_2}$, …., $\mathbf{V_N}$, bilan ifodalanadi. Demak, har bir moddiy nuqtaning holati bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan ikkita vektor kattalik, $\vec{r}$ va $\vec{V}$ bilan aniqlanadi. Har bir moddiy nuqta fazoda 3 tadan erkinlik darajasiga ega bo‘lganligi uchun N ta moddiy nuqtadan iborat tizimning harakatini aniqlovchi kattaliklar soni 6 N ga teng bo‘ladi.

Jism inertligining o‘lchovi bo‘lib, massa deb ataladigan fizik kattalik xizmat qiladi. Demak, jismning massasi naqadar katta bo‘lsa, uning inertligi ham shu qadar oshadi. Massa jismning eng asosiy xossalaridan biridir.

Tajribalarning ko‘rsatishicha shakllari bir xil, massalari esa m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning har biriga bir xil tashqi kuch bilan ta’sir etsak, ular olgan tezlanishlar (a_1 va a_2) mazkur jismlarning massalariga teskari mutanosibdir, ya’ni

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Har qanday jismning massasi etalon sifatida qabul qilingan jism massasi bilan taqqoslash orqali o‘lchanadi. Bu usulda jismlarning erkin tushish qonuniyatidan foydalaniladi. Erkin tushish esa jismlarga Er tortish kuchi ta’sirining natijasidir. Er yuzining har bir nuqtasi uchun jismlarning erkin tushishidagi tezlanishi o‘zgarmas kattalik bo‘lib, g ga teng va massasi m bo‘lgan jismga R = mg kattalikdagi kuch ta’sir etadi. Tarozi pallasiga qo‘yilgan jism pallani *og‘irlik kuchiga* teng kuch bilan bosadi. Shu tufayli ikki jism massalarining nisbati ular og‘irliklarining nisbati kabidir:

$$\frac{\mathrm{m}_1}{\mathrm{m}_2} = \frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_2}.$$

Jism massasi skalyar kattalik bo‘lib, uning og‘irligi esa vektor kattalikdir. Bu vektor erkin tushish tezlanishi yo‘nalishida Erning markazi tomon yo‘nalgan.

Tajribalarning ko‘rsatishicha, massa additiv kattalikdir, ya’ni jism massasi uning ayrim bo‘laklari massalarning yig‘indisiga teng. Mexanikaviy tizimning massasi tizimning tarkibiga kiruvchi barcha jismlar massalarining yig‘indisiga teng.

Jismga boshqa jismlar ta’sir etmasa, uni erkin jism deyiladi. Lekin tabiatda erkin jismlar mavjud emas, chunki tabiiy sharoitda har qanday jism boshqa jismlar ta’sirida bo‘ladi.

Nyutonning birinchi qonunini qanoatlantiradigan sanoq tizimlari inersial sanoq tizimlari deyiladi. Boshqacha aytganda, inersial sanoq tizimi deb shunday sanoq tizimiga aytiladiki, unda erkin jism tinch holatda bo‘ladi yoki o‘zgarmas tezlik bilan to‘g‘ri chiziqli harakat qiladi. O‘z-o‘zidan ravshanki, agar biror inersial sanoq tizimini tanlab olgan bo‘lsak, u holda unga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan boshqa sanoq tizimlari ham inersial sanoq tizimi bo‘ladi.

Ingliz fizigi Isaak Nyutonning "Natural falsafaning matematik asoslari" (1687 y) degan asarida dinamika qonunlari bayon etilgan.

Agar jismga boshqa jismlar ta’sir etmasa, o‘zining tinchlikdagi holatini yoki harakatdagi holatini saqlaydi.

Jismni tinch yoki harakatdagi holatini tashqi kuchlar ta’sir etmaganda saqlash xususiyati, jismni inertligi deyiladi. Shuning uchun ham Nyutonning I qonunini *inersiya qonuni deb ham aytiladi.* Nyuton birinchi qonunining to‘g‘riligi tajribalardan olingan natijalarni umumlashtirishdan kelib chiqadi.

Nyuton qonunlari bajariladigan tizim inersial sanoq tizimi deyiladi. Bu sistema boshqa inersial sistemaga nisbatan tinch holatda yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatda bo‘lishi kerak. *Koordinata boshi Kuyoshda, o‘qlari yulduzlarga qarab ketgan geliotsentrik sistema inersial sanoq sistemasi bo‘ladi.* Bu sistemada Nyutonning birinchi qonuni aniq bajariladi.

Tajribalardan ma’lumki, o‘zgarmas kuch ta’sirida turli jismlar turlicha tezlanishlar oladilar. Jismlar olgan tezlanish jismning hususiyatiga (uning massasiga) bog‘liq bo‘ladi.

2. Nyutonning ikkinchi qonuni. Kuch-impulsdan vaqt bo‘yicha o lingan birinchi tartibli hosila

Jismning massasi - materiya xususiyatini xarakterlovchi fizikaviy kattalik bo‘lib, u jismning inertligi va gravitatsion xususiyatini ifodalaydi. Jism tezligini o‘zgartirib, unga tezlanish beradigan vektor kattalikka kuch deyiladi.

Moddiy nuqta mexanik harakatini tashqi kuchlar ta’sirida qanday o‘zgarishi dinamikaning asosiy ikkinchi qonunida bayon etiladi. Ixtiyoriy biror jismga F_1, F_2,... kuchlar ta’sir etsa, bu kuchlar ta’sirida jism moc ravishda a_1, a_2,..., tezlanishlar oladi. Biroq $F_1/a_1 = F_2/a_2 = ... =$ const bo‘lib, bu kattalik jism inertligini ifodalaydi. Agar turli kuchlar biror jismga ta’sir etsa, jism olgan tezlanish kuchlarning teng ta’sir etuvchisiga tug‘ri proporsional bo‘ladi, ya’ni

$$a \sim F \ (m = \text{const}) \tag{3.1}$$

Agar turli massali jismlarga bir xil kuch ta’sir etsa, jismlar olgan tezlanishlar turlicha bo‘ladi. Jismlar massalari qancha katta bo‘lsa, ular olgan tezlanishlar shuncha kichik bo‘ladi.

$$a \approx \frac{1}{m} \tag{3.2}$$

(3.1) va (3.2) tengliklardan

$$a = k\frac{F}{m} \tag{3.3}$$

deb yozamiz. (3.3) - tenglik Nyutonning ikkinchi qonunini ifodalaydi. *Bu ifodaga ko‘ra, jism olgan tezlanish kuchga to‘g‘ri, jism massasiga teskari proporsional bo‘ladi. Nyutonning ikkinchi qonuni inersial sanoq sisitemasi uchun o‘rinlidir.* Birinchi qonun Nyuton ikkinchi qonunining xususiy xoli sifatida qaraladi. Sistemaga qo‘yilgan kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng bo‘lganda, jism olgan tezlanish xam nolga teng bo‘ladi.

Halqaro birliklar tizimi (SI) da (3.3) - tenglikdagi proporsional lik koeffitsienti k = 1 bo‘lgani uchun

$$a = \frac{F}{m}$$

yoki

$$F = ma = m * \left(\frac{dV}{dt}\right) \tag{3.4}$$

bo‘ladi. Jism massasi klassik mexanikada o‘zgarmas miqdor bo‘lgani uchun (3.4) - tenglikni:

$$F = \frac{d(mV)}{dt} \tag{3.5}$$

kabi yozish mumkin. *Moddiy nuqta massasini tezligiga ko‘paytmasi uning harakat miqdorini (impulsini) belgilaydi,* ya’ni

$$R = mV \tag{3.6}$$

Bu tenglikni (3.5) ga qo‘yib

$$F = \frac{dP}{dt} \tag{3.7}$$

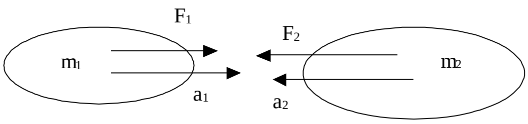
ni hosil qilamiz. (3.7) - tenglik Nyutonning ikkinchi qonunini umumiy ko‘rinishini ifodalaydi. (3.7) ga ko‘ra *jismga ta’sir etuvchi kuch impulsdan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng ekan.*

3. Nyutonning uchinchi qonuni. Nyuton qonunlarini zamonaviy talqin etilishi. Moddiy nuqta harakatini klassik usulda ifodalashning chegarasi.

Nyutonning III-qonuniga ko‘ra *ikki jism o‘rtasidagi o‘zaro ta’sir kuchlari miqdor jihatidan teng yo‘nalishi qarama-qarshi bo‘ladi,* ya’ni

$$\mathbf{F_1} = -\mathbf{F_2} \tag{3.8}$$

Masalan, massalari m_1 va m_2 bo‘lgan turli ishorali zaryadlangan ikki jismni ko‘raylik (3.1-rasm).



3.1-rasm

$\mathbf{F_1}$ va $\mathbf{F_2}$ kuchlar ta’sirida jismlar $\boldsymbol{a_1}$ va $\boldsymbol{a_2}$ tezlanishlar oladi. Ikkinchi qonunga ko‘ra

$$G‘_1 = m_1 \mathbf{a_1} \text{ va } F_2 = m_2 \mathbf{a_2} \tag{3.9}$$

3.8 va 3.9-tengliklardan

$$m_1\mathbf{a_1} = -m_2 \mathbf{a_2}$$

yoki

$$a_1 = -\frac{m_2 a_2}{m_1},$$

ya’ni o‘zaro ta’sirlashuvchi jismlar tezlanishlari ularning massalariga teskari proporsional bo‘lib, qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan bo‘ladi.

4. Massa markazi. Massa markazining harakati haqidagi teorema

Ko‘p hollarda bir necha jism (moddiy nuqtalar)dan iborat mexanikaviy tizimning harakat qonunlarini o‘rganish bilan ish ko‘rishga to‘g‘ri keladi. Bunday tizimning harakat qonunlarini o‘rganishda mazkur tizim tarkibidagi jismlarning unda qanday taqsimlanganligini yoki bu jismlar bir-biriga nisbatan tizimda qanday joylashganligini bilish zaruriyati tug‘iladi. SHu munosabat bilan inersiya markazi (massa markazi) degan tushuncha (inersiya markazi va massa markazi atamalari aynan bir maonoda ishlatiladi, chunki jismning massasi uning inersiya o‘lchovidir) kiritiladi.

Inersiya markazi va og‘irlik markazi degan tushunchalar orasida quyidagi farq borligini esdan chiqarmaslik kerak: og‘irlik markazi-bir jinsli og‘irlik kuchi maydonida joylashgan qattiq jismlar uchungina maonoga ega; inersiya markazi esa hech qanday maydon bilan bog‘liq emas va ixtiyoriy mexanikaviy tizim uchun o‘rinlidir. Og‘irlik kuchi maydonida joylashgan qattiq jismlar uchun inersiya markazi va og‘irlik markazi bir-biri bilan mos tushadi, ya’ni bir nuqtada joylashgan bo‘ladi. Inersiya markazi massaning taqsimlanishini tasvirlovchi geometrik nuqta bo‘lib, uning vaziyati koordinatalar boshiga nisbatan $\vec{r}_c$ radius-vektor bilan quyidagicha aniqlanadi.

$$\vec{r}_c = \frac{m_i\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_n\vec{r}_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n},$$

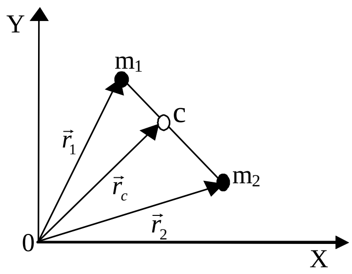
ya’ni:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i\vec{r}_i, \qquad (3.10)$$

bu erda

m i - tizimga mansub, i-jismning massasi;

r i - koordinatalar boshi O ga nisbatan i-jismning vaziyatini aniqlovchi radius-vektor; m = m_1 + m_2 + ... + m_n - tizimning umumiy massasi.



3.2-rasm

Soddalashtirish maqsadida ikkita jismdan iborat tizimni olib qaraylik (3.2-rasm). Massalari m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning vaziyatlari koordinata boshi O ga nisbatan mos ravishda **r₁** va **r₂** radius- vektorlar bilan berilgan bo‘lsa, bu ikki jismdan iborat tizimning inersiya markazi

$$\vec{r}_c = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

formula orqali ifodalanib, ikki jismning geometrik markazlarini birlashtiruvchi to‘g‘ri chiziqda yotadi.

(3.10) tenglama vektor orqali ifodalangan tenglamadir, lekin inersiya markazlarining vaziyatini aniqlovchi mazkur radius-vektorni uning koordinata o‘qlaridagi proektsiyalar orqali ham ifodalash mumkin:

$$X_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i x_i,\; Y_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i y_i,\; Z_c = \frac{1}{m}\sum_i m_i z_i, \qquad (3.11)$$

bunda

m - tizimining umumiy massasi;

x_i ,y_i ,z_i - tizim tarkibidagi i - jismning koordinatalari.

Xususiy holda, agar tizim massalari m_1 va m_2 bo‘lgan ikkita jismdan iborat bo‘lsa va ularni X o‘qi bo‘yicha joylashtirsak, inersiya markazining koordinatasi

$$X_c = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

bo‘ladi. Tizim inersiya markazini aniqlovchi radius-vektor r_c dan vaqt bo‘yicha olingan hosila (r_c ning birlik vaqt davomida o‘zgarishi) inersiya markazining tezligini ifodalaydi:

$$V_c = \frac{dr_c}{dt} \tag{3.12}$$

(3.10) formulani (3.12) ga qo‘yib, inersiya markazining tezligi uchun

$$V_c = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{m}\sum_i m_i r_i\right) = \frac{1}{m}\sum_i m_i \frac{dr_i}{dt} = \frac{1}{m}\sum_i m_i V_i = \frac{1}{m}\sum_i P_i \tag{3.13}$$

ga ega bo‘lamiz; bu erda V_i va ρ_i mos ravishda i-jismning tezligi va impulsi; ravshanki

$$P = \sum_i P_i = \sum_i m_i V_i \tag{3.14}$$

tizimning to‘la impulsi bo‘lib, ko‘pincha R-inersiya markazining impulsi ham deyiladi; m-tizimining umumiy massasi ya’ni:

$$m = m_1 + m_2 + ... + m_n = \sum_i m_i . \tag{3.15}$$

Endi (3.14) ni ko‘zda tutib, (3.13) ifodani quyidagicha yozamiz:

$$V_c = \frac{P}{m} \quad \text{yoki } R = mV_s$$

Nyutonning ikkinchi qonuniga asoan tizimning to‘la impulsidan vaqt bo‘yicha olingan hosila shu tizimga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning vektor yig‘indisiga teng:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = m\vec{a}_c = \vec{F}_r , \tag{3.16}$$

bu erda

$\boldsymbol{a}_{\mathbf{c}}$- inersiya markazining tezlanishi,

$\mathbf{F_r}$- tizimiga ta’sir etayotgan tashqi kuchlarning vektor yig‘indisi.

Berk tizimda unga ta’sir etuvchi tashqi kuchlar mavjud emas yoki tashqi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi nolga teng ($F_t = 0$). U holda oxirigi tenglikdan inersiya markazining tezlanishi

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = 0$$

bo‘ladi. Bundan V_s = const ekanligi kelib chiqadi. Bu xulosa inersiya markazining saqlanish qonunini ifodalaydi va u quyidagicha taoriflanadi: *berk tizimning inersiya markazi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tekis harakat qiladi yoki tinch holatda bo‘ladi.*

Tizim impulsining saqlanish qonunidan massaning additivlik qonuni kelib chiqadi.

Tizimning massasi uning tarkibidagi ayrim jismlar massalarining yig‘indisiga teng.

Inersiya markazi tushunchasi bir necha jismdan iborat bo‘lgan tizim harakatini tavsiflashda ancha qulayliklarga ega. Shu maqsadda (3.16) formulani quyidagicha yozamiz:

$$m\frac{d\vec{V}_c}{dt} = \vec{F}_T, \qquad (3.17)$$

ma'lumki, bu erda

V_s - inersiya markazining tezligi,

F_t - tizimga ta'sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi (ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisi nolga teng).

Demak, tizim inersiya markazining olgan tezlanishi, ya'ni dV_s/dt tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisiga to'g'ri va tizim tarkibidagi jismlar massalarining yig'indisiga teskari mutanosibidir.

Ko'rinib turibdiki, bu formula shaklan massasi m va tezligi V bo'lgan bitta moddiy nuqtaning tashqi F_t kuch ta'sirida qilayotgan harakatini ifodalovchi tenglamaga o'xshashdir. Shuning uchun bu formula inersiya markazining harakat tenglamasini ifodalaydi va u quyidagi xulosaga olib keladi: *tizimning inersiya markazi tashqi kuchlar ta'sirida massasi tizim tarkibidagi barcha jismlarning massasiga teng bo'lgan moddiy nuqta kabi harakatlanadi. Bu xulosa inersiya markazining harkakati haqidagi teorema deb ataladi.*

(3.17) formuladan ko'rinadiki, inersiya markazining tezligini o'zgartirish uchun tizimga tashqi kuchlar ta'sir etishi kerak; tizim tarkibidagi jismlarning o'zaro ta'siri tufayli vujudga keladigan ichki kuchlar o'sha jismlarning inersiya markaziga nisbatan tezliklarini o'zgartirsa-da, bu kuchlar inersiya markazining holatini, harakat yo'nalishini va tezligini o'zgartira olmaydi.

Mustahkamlash uchun savollar

31. Nyuton birinchi qonuni qanday hollarda bajariladi?
32. Massa, kuch tushunchalariga taorif bering.
33. Nyuton ikkinchi qonuning umumiy ifodasini yozing va tushuntiring.
34. Nyuton uchinchi qonunini ta'riflang.
35. Massa markazi haqidagi teoremani izohlang.
36. Dinamikaning asosiy vazifasi nima?
37. Moddiy nuqtaning holati qanday ifodalanadi?
38. Qanday jism erkin jism deyiladi?
39. Kuch qanday birliklarda o'lchanadi?
40. Massa markazi va og'irlik markazi deganda nimalarni tushunasiz?

Asosiy adabiyotlar

25. O.Axmadjonov. Nazariy mexanikakursi, I-tom. Toshkent, "O'qituvchi". 1991.
26. I.V.Savelev. Kurs obshey fiziki. T.1,M., Nauka,2000g.
27. A.A.Detlaf, B.M.Yavorskiy. Kurs fiziki. M., "Visshaya shkola".2000g.
28. T.I.Trofimova Kurs fiziki, M., «Visshaya shkola». 2000 g, 380c.
29. G.A.Zisman, O.M.Godess. Kurs obshey fiziki. M, izd. "Visshaya shkola", 1991 g
30. D.V.Sivuxin «Obshiy kurs fiziki». Tom 1. M.Nauka.1977-90 g

31. O‘.Q.Nazarov, H.Z.Ikromova va K.A.Tursunmetov. Umumiy Nazariy mexanikakursi. Mexanika va molekulyar fizika. Toshkent, “O‘zbekiston”, 1992, 279 bet.
32. Nuomonxo‘jaev A.S. Nazariy mexanikakursi. 1-qism. Mexanika, statistik fizika, termodinamika. Toshkent:«O‘qituvchi»,1992,208 b.

AMALIY MASHG`ULOTLAR

KIRISH

Fizika qonunlarini bilish deganda, bu ularni ta’riflashni bilish bo‘lmay, balki ularni aniq masalalarni yechishda tatbiq qilishni bilmoq demakdir. Masala yechishni bilish, studentlarni mustaqil ijodiy ishlashga yordam beradi, o‘rganilayotgan hodisaning analiz qilishga o‘rgatadi, ularni keltirib chiqargan sabablarni (faktorlarni) ajratib olishga imkon beradi.

Mustaqil ravishda masala yechish protsessi eng ko‘p foyda keltiradigan prosess bo‘lib, quyidagi metodik qo‘llanma buni amalga oshirishga qaratilgan. U umumiy fizika kursi programmasi asosida tuzilgan bo‘lib, birinchi semestrda ajratilgan masalalarni va metodik ko‘rsatmalarni o‘z ichiga oladi.

Uy vazifasi uchun mo‘ljallangan masalalar variantlar bo‘yicha taqsimlangan bo‘lib, har bir variant o‘z ichiga to‘rtta masalani oladi. Har bir mavzu oldidan masala yechish bo‘yicha qisqacha uslubiy ko‘rsatmalar va tavsiyalar berilgan, har bir mavzu ichida masalalarni turli tiplarga bo‘linishi bilan ularni yechish misollari ko‘rilgan.

Masalalarni tushungan holda yechish faqat shunga tegishli nazariy materialni to‘liq o‘zlashtirgan holdagina mumkindir. Buning uchun har bir tema bo‘yicha darsga tayyorlanishda tema problemalarini yaxshi tushunishda va ularni to‘g‘ri talqin qilishda talabalarning e’tiborini jalb qilishga imkon beruvchi nazorat savollar keltirilgan.

Ushbu qo‘llanmadan foydalangan holda talaba:

1. Nazorat savollar va ko‘rsatilgan adabiyot yordamida berilgan bo‘limni sinchiklab o‘rganishi kerak.

2. O‘qib o‘rganilgan nazariyaga, uslubiy ko‘rsatma va misollarga tayangan holda o‘qituvchi tomondan ko‘rsatilgan variant bo‘yicha uy vazifasini mustaqil bajarish kerak.

3. Shu bilan uning uyga berilgan masalalarga nisbatan murakkab masalalarni auditoriyada yechishda aktiv va ijodkor ishga tayorlashi lozim.

Har bir mavzu bo‘yicha uy vazifasini talaba auditoriyadagi darsga qadar bir kun oldin topshirishi kerak.

Masalalarni yechishda quyidagi qoidalarga amal qilish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

1.Eng avval, masalani sinchiklab o‘qib, uning mazmunini tushunib olish zarur. Agar masalaning Harakateri imkon bersa, uni tushuntiruvchi rasm chizish kerak.

2.Masalani analiz qilib, qanday obyektlar yoki protsesslar haqida so‘z ketayo‘tganligini, qanday kattaliklar ularni aniqlayotganligini, ko‘rilayotgan hodisalar qanday fizik qonuniyatlarga bo‘ysunishini aniqlash kerak.

3. Masalani yechishda optimal metodni tanlab olish kerak.

4. Avval masalani umumiy ko‘rinishda yechib, bunda qidirilayo‘tgan kattalik masalada berilgan kattaliklar orqali ifodalanishi kerak.

5. Berilgan kattalaiklarni son qiymatlari bir sistema – SI sistemasida qo‘yilishi kerak.

6. Masala yechishni oxirida o‘lchov birligini mosligi tekshirilishi zarur.

7. Uy vazifasini tayyorlashda, ishlatilayotgan qonunlar va formulalar qisqa, ammo batafsil tushuntirilishi kerak.

8. Olingan javobni son qiymatini to‘g‘ri ekanligini baholang.

1-mavzu: Skalyar va vektorlar. Vektorlarning qo’shilishi va ayrilishi

Nazorat savollar.

1. Ilgarilanma haraktning kinematik Harakateristikalari (siljish, trayektoriya, yo‘l, tezlik, tezlanish)ga ta’rif bering.

2. O‘rtacha va oniy tezlik, tezlanishlar tushunchalari nima bilan farq qiladi?

3. Egri chiziqli harakatdagi tezlanishni qanday tashkil etuvhilarga ajratish mumkin? Ularning ma’nosi nima?

4. Ilgarilanma Harakatning dinamik Harakatyeristikalari (kuch, massa, impuls)ga ta’rif bering.

5. Dinamikaning maqsadi nima? Nyutonning uchta qonunini ta’riflang. Ular qanday o‘lchov sistemalarida o‘rinlidir?

6. Galileyning nisbiylik printsipi nimani anglatadi? Klassik mexanikani ishlatilish chegarasi qanday?

Masalalar yechishga uslubiy ko‘rgazmalar

1.Kinematik masalalarda harakat qonunini, ya’ni birorta sistemada jism koordinatasini vaqt funksiyasi sifatida aniqlab, bu harakat qonunini xarakatning boshqa kenematik Harakateristikalari (tezlik va tezlanish) bilan bog‘lash zarur.

2.Egri chiziqli harakatga masala yechishda bu harakat doimo tezlanuvchan ekanligini esda saqlash kerak, chunki tezlik vektorini moduli o‘zgarmagan holda ham, uning yo‘nalishi o‘zgaradi.

Egri chiziqli traektoriyali haraktni hisoblashda ikki o‘qli to‘rt burchakli kordinatalar sistemasidan foydalanish qulaydir. Bunda o‘qlarning birini tezlanishga parallel ravishda, ikkinchisini esa unga perpendikular ravishda yo‘naltiriladi.

3. Dinamik masalalarda ko‘rilayotgan sistemadagi har bir jismning qanday o‘zaro ta’sirlarda qatnashayotganligini aniqlash, ya’ni kuchlarning tabiatini, kattaligi va yo‘nalishini e’tiborga olish kerak.

Har bir jism uchun harakat tenglamasini alohida yozish kerak. Nyuton qonunining vektor ko‘rinishdagi tezlanish va ta’sir etuvchi kuchlarning koordinatalar o‘qlariga proeksiyalarini bog‘lovchi skalar tengliklarga o‘tish zarur.

Masala yechish namunalari

1-masala.

Moddiy nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakat qonuni $x=A+Bt+Ct^2$ ko‘rinishga ega, bu yerda, A=4m, B=2m/s, C= -0.5 m/s^2. Vaqtning t_1 = 2s momenti uchun oniy tezligi υ_1 va oniy tezlanish a_1 topilsin.

Yechish.

a) Harakat qonunini bilgan holda, koordinata x ning vaqt bo‘yicha differensiallab vaqtni istalgan momenti uchun oniy tezligini aniqlash mumkin:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Bu holda vaqtning berilgan momenti t_1 da oniy tezlik quyidagicha aniqlanadi:

$$\upsilon_1 = B + 3Ct_1^2.$$

Bu ifodaga B, S, t_1 larni qo‘yib hisoblab topamiz:

$$\upsilon_1 = 2 + 3 \cdot (-0.5) \cdot 4 = -4 \text{ m/s}.$$

Manfiy ishora vaqtning t_1=2 momentida nuqta x o‘qini manfiy yo‘nalishi bo‘ylab harakatlanayo‘tganini ko‘rsatadi.

b) Vaqtning istalgan momentidagi oniy tezlanishni x koordinatadan vaqt bo‘yicha ikkinchi tartibli hosila olib topish mumkin:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

Vaqtning t_1 momentidagi oniy tezlanish

$$a_1 = 6Ct_1$$

ga teng. Bu ifodaga C va t_1 larni qiymatlarini qo‘yib hisoblaymiz:

$$a_1 = 6 \cdot (-0.5) \cdot 2 = -6 \text{ m/s}^2.$$

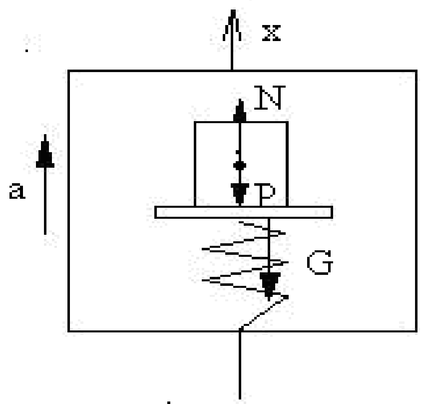
Manfiy ishora tezlanish vektorini yo‘nalishi koordinata o‘qining manfiy yonalishi bilan mos kelishini ko‘rsatadi.

2-masala.

Liftda, prujinali tarozida m=10 kg massali jism joylashgan. Lift $a = 2$ m/s^2 tezlanish bilan harakatlanmoqda. Agar liftning tezlanishi vertikal yuqori tomon yo‘nalgan bo‘lsa, tarozini ko‘rsatishini aniqlang.

Yechish.

Tarozini ko‘rsatishini topmoq – bu jism og‘irligi $\vec{G}$ ni topish demakdir, ya’ni jismni prujinaga ta’sir etuvchi kuchini aniqlash kerak (1-rasm). Lekin bu kuch Nyutonning uchinchi qonuniga binoan elastiklik kuchi (tayanchni reaksiya kuchi) $\vec{N}$ ga absolut qiymati jihatidan teng va unga qarama-qarshi yo‘nalgan, yani G= -N yoki G = N. Demak, tarozini ko‘rsatishni aniqlash masalasi bu tayanch reaksiyasi kuchi N ni aniqlash demakdir.



1 -rasm

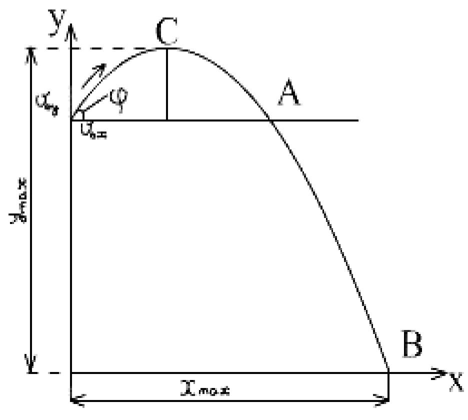
Jismga ikkita kuch ta’sir etadi: og‘irlik kuchi $\vec{P}$ va tayanchining reaksiya kuchi $\vec{N}$. Nyutonning ikkinchi qonuni tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}.$$

x o‘qini vertikal yo‘naltirib, unga jismga ta’sir etayotgan hamma kuchlarni proeksiyalaymiz. Jismga ta’sir etuvchi ikki kuch ham x o‘qiga parallel bo‘lgani sababli, ularni kattaligi bilan ularni proeksiyalari kattaligi bir-biriga tengdir. Proeksiyalarni ishorasini e’tiborga olgan holda skalar tenglama quydagicha yoziladi: $ma = N - P$, bundan $N = P + ma = m(g + a)$. G=N bo‘lgani uchun, $G = m(g + a)$.

Bu ifodaga m, g, a larni qiymatlarini qo‘yib hisoblaymiz.

3-masala.



2 - rasm

Jism 12 m balandlikdan gorizontga 30^o burchak ostida 12 m/s boshlang‘ich tezlik bilan yuqoriga otilgan. Jismni ko‘tarilgan maksimal balandligini, jismni uchgan masofasini toping. Havo qarshiligi e’tiborga olinmasin.

Ber: N = 12 m; $\varphi = 30^o$; $\upsilon_o = 12$ m/s.

t_A - ? t_B - ? $N_{maks} = y_{maks}$ - ? x_{maks} - ?

Yechish.

2-rasmda ko‘rsatilgan koordinatalar sistemasida tezlikni tashkil etuvchilari

$$\upsilon_x = v_0 \cos\varphi \ , \tag{1}$$

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\varphi - gt \, , \tag{2}$$

jismning koordinatalari vaqt o‘tishi bilan tekis o‘zgaruvchan harakat tenglamasiga binoan o‘zgaradi:

$$y = H + \upsilon_0 t \sin\varphi - gt^2 / 2 \, , \tag{3}$$

$$x = \upsilon_0 t \cos\varphi \, . \tag{4}$$

Eng yuqori nuqtada jismning tezligi $\upsilon_y=0$ shartidan uning ko‘tarilish vaqtini aniqlash mumkin (2) dan:

$$t_n = \upsilon_0 \frac{\sin\varphi}{g} \ . \tag{5}$$

Jismni C nuqtadan A nuqtagacha tushish vaqti uning 0 nuqtadan C nuqtagacha ko‘tarilish vaqtiga teng bo‘ladi. Shu sababli jismni 0 nuqtadan A nuqtagacha uchishga ketgan vaqt

$$t_A = 2t_n = 2\upsilon_0 \frac{\sin\varphi}{g} \ . \tag{6}$$

(5) tenglamadan ko‘tarilish vaqtini (3) tenglamaga qo‘yib, undan maksimal balandlikni aniqlash mumkin:

$$y_{\max} = H + \upsilon_0^2 \frac{\sin^2\varphi}{2g} \, . \tag{7}$$

(3) tenglamadan y koordinatasini nolga tenglab (y = 0), jismning B nuqtagacha uchish vaqtini topish mumkin:

$$t_B = \frac{\upsilon_0 \sin\varphi}{g} + \sqrt{\left(\frac{\upsilon_0 \sin\varphi}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}}\,. \qquad (8)$$

(8) tenglamadan harakat vaqtini (4) ifodaga qo'yib, undan uchish masofasini aniqlaymiz:

$$x_{\max} = \upsilon_0 \cos\varphi \cdot t_B\,,$$

shunday qilib

$$t_A = \frac{2 \cdot 12 \cdot 0.5 м/s}{9.81 м/s^2} = 1.22 \text{ s},$$

$$t_B = \frac{12 \cdot 0.5 м/s}{9.81 м/s^2} + \sqrt{\frac{(12 \cdot 0.5)^2}{(9.81)^2} + \frac{2 \cdot 12}{9.81}} = 2.29 \text{ s},$$

$$y_{\max} = 12 + \frac{12^2 \cdot 0.5^2}{2 \cdot 9.81} = 13.84 \text{m},$$

$$x_{\max} = 12 \cdot 0.867 \cdot 2.29 = 23.8 \text{m}.$$

Variantlar jadvali

Variant raqami	**Masalalar raqami**				**Variant raqami**	**Masalalar raqami**			
1	4	53	101	151	26	21	76	117	153
2	3	52	102	152	27	22	77	118	155
3	2	51	103	154	28	23	78	119	156
4	1	54	104	158	29	24	79	120	157
5	7	55	105	159	30	34	80	127	161

6	5	68	106	160	31	35	81	128	162
7	6	69	107	169	32	36	82	129	163
8	10	67	108	170	33	37	83	130	164
9	8	66	109	173	34	31	84	131	165
10	9	65	110	176	35	32	85	132	166
11	13	56	111	179	36	33	86	133	167
12	11	57	112	180	37	30	87	134	168
13	12	58	113	183	38	44	89	135	171
14	15	59	114	184	39	45	88	136	172
15	14	60	115	185	40	47	98	137	174
16	20	61	116	188	41	48	94	138	175
17	19	62	121	193	42	49	95	142	177
18	16	63	122	195	43	22	96	143	178
19	17	64	123	196	44	40	90	144	181
20	18	72	124	150	45	39	91	145	182
21	25	71	125	196	46	38	92	146	186
22	26	70	156	198	47	41	97	147	187
23	27	73	139	197	48	42	98	148	189
24	28	74	140	194	49	43	99	143	190
25	29	75	141	192	50	45	50	100	191

MUSTAQIL ISHLASH UCHUN MASALALAR

1. Jism yo‘lining to‘rtdan uch qismini υ_1 = 60 km/soat tezlik bilan, yo‘lning qolgan qismini esa υ_2 = 80 km/soat tezlik bilan bosib o‘tdi. Harakatning o‘rtacha tezligini toping.

2. Jism yo‘lning birinchi yarmini $t_1 = 2$ s, ikkinchi yarmini esa $t_2 = 8$ s da bosib o‘tdi. Agar bosib o‘tilgan yo‘lning hammasi s = 20m bo‘lsa, harakatning o‘rtacha tezligi topilsin.

3. Jismning to‘g‘ri chiziqli harakati $s = C-3t+2t^2$ tenglama bilan ifodalanadi. Jismning $t_1 = 1$ s dan $t_2 = 4$ s gacha bo‘lgan vaqt intervalida o‘rtacha tezlik topilsin.

4. Nuqta to‘g‘ri chiziq bo‘ylab harakatlanganda uning koordinatalari $x=9t+0.09t^3$ qonun bo‘yicha o‘zgaradi. Nuqta harakatining 5 s dagi o‘rtacha tezligi topilsin.

5. Jism bosib o‘tgan yo‘lining vaqtga bog‘liqligi $s = 3 + 2t + t^2$ tenglama bo‘yicha berilgan. Harakatning 3 sekundidagi o‘rtacha tezligini aniqlang.

6. Nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakati $x = 2t + 0.5t^2$ tenglama asosida yuz beradi. Nuqtaning harakatini 1-sekunddan 3-sekundgacha bo‘lgan vaqt intervalida o‘rtacha tezligi topilsin.

7. τ vaqt ichida jismning tezligi $\upsilon = at^2 + bt(0 \le t \le \tau)$ qonun bo‘yicha o‘zgargan. τ vaqt oralig‘ida jismning o‘rtacha tezligi qanday?

8. Moddiy nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakati $x = 6t + 0.126t^3$ tenglama bilan ifodalanadi. Jismning 2-sekunddan 6-sekundgacha bo‘lgan vaqt oralig‘idagi o‘rtacha tezligini toping.

9. Nuqtaning to‘g‘ri chiziqli harakat tenglamasi $x = -1 + 3t^2 - 2t$ ko‘rinishda. Nuqta to‘xtaguncha ketgan vaqt ichidagi o‘rtacha tezlikni toping.

10. Nuqta 15 s davomida υ_1 = 5 m/s tezlik bilan, 10 c davomida 8 m/s tezlik bilan va 6 s davomida 20 m/s tezlik bilan harakatlandi. Nuqtaning o‘rtacha harakat tezligi qanday?

‘1-amaliy. Skalyar va vektorlar. Vektorlarning qo’shilishi va ayrilishi

Бу векторларнинг сон қийматлари тубандагича аниқланади:

$$|l_1| = l_1^* = \sqrt{l_1(l_1+1)}\,\frac{h}{2\pi},$$

$$|l_2| = l_2^* = \sqrt{l_2(l_2+1)}\,\frac{h}{2\pi},$$

$$|s_1| = |s_2| = s_1^* = s_2^* = \sqrt{s(s+1)}\,\frac{h}{2\pi},$$

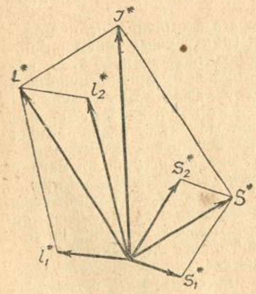
$$|L| = L^* = \sqrt{L(L+1)}\,\frac{h}{2\pi},$$

$$|S| = S^* = \sqrt{S(S+1)}\,\frac{h}{2\pi},$$

$$|J| = J^* = \sqrt{J(J+1)}\,\frac{h}{2\pi},$$

бу ерда:

$$L = l_1 + l_2,\ l_1 + l_2 - 1,\ \ldots,\ |l_1 - l_2|,$$
$$J = L + S,\ L + S - 1,\ \ldots,\ |L - S|,$$
$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ ва } S = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$$



104- расм.

Иккита валент электронга эга атомнинг нормал боғланишини ифодаловчи вектор модель 104-расмда кўрсатилган.

Ҳар бир электроннинг орбитал ва спин магнит моментлари ўзаро кучли таъсир қилиши мумкин. У вақтда l_1 билан s_1 қўшилиб, биринчи электроннинг тўла ҳаракат миқдори моменти вектори j_1 ни ҳосил қилади, мос равишда иккинчи электрон учун l_2 билан s_2 йиғиндиси j_2 ни ҳосил қилади, сўнгра шу j_1 билан j_2 йиғиндиси атомнинг тўла ҳаракат миқдори моменти вектори J ни ҳосил қилади. *Атом электронларининг бундай ўзаро таъсири $j - j$ боғланиш деб юритилади.*

Шундай қилиб, $j - j$ боғланиш учун қуйидагиларни ёзамиз:

$$j_1 = l_1 + s_1,\quad j_2 = l_2 + s_2,\quad J = j_1 + j_2. \tag{18.95}$$

Атомнинг вектор моделлари ҳақида бошланғич тушунчага эга бўлиш мақсадида юқорида келтирилган қисқа маълумотлар билангина чекланамиз.

I БОБГА ОИД МАШҚЛАР

1. Учта a_1, a_2, a_3 вектордан ҳосил қилинган $a_1(a_2a_3) - a_2(a_3a_1)$ векторнинг a_3 га перпендикулярлиги исботлансин.

2. Агар a_1 ва $a_2 + a_3$ векторлар бир-бирига перпендикуляр бўлса, $a_1 + a_2 + a_3$ ва $a_1 - a_2 - a_3$ векторларнинг модуллари тенг бўлади. Бу исботлансин.

3. $a = i + j - k$ ва $b = i - j + k$ векторларнинг модуллари орасидаги бурчаги ва a_b, b_a проекциялар топилсин.

4. a ва b векторларни ўзаро перпендикуляр деб ҳисоблаб, $c = \alpha a - \beta b$ векторнинг модули топилсин.

5. Ҳар қандай икки a, b вектор учун $[ab]^2 + (ab)^2 = a^2b^2$ эканлиги исботлансин.

6. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 0$ шартда $[a_1 + a_2,\ a_1 + a_4]$ топилсин.

7. Учларининг радиус-векторлари R_1, R_2, R_3 бўлган учбурчакнинг юзи қуйидаги формуладан топилади:

$$S = \frac{1}{2}\Big|[R_1R_2] + [R_2R_3] + [R_3R_1]\Big|.$$

Бу исботлансин.

8. $[a_1a_2] = [a_3a_4]$ ва $[a_1a_3] = [a_2a_4]$ шартда $a_4 - a_1$, $a_2 - a_3$ векторларнинг коллинеарлиги исботлансин.

9. i, $i + j$, $i + j + k$ векторларнинг аралаш кўпайтмаси топилсин.

10. D вектор a, b, c векторлар орқали шундай ифодаланган: $D = \alpha[ab] + \beta[bc] + \gamma[ca]$. α, β, γ коэффициентлар топилсин.

11. Учта a_1, a_2, a_3 вектор учун $([a_1a_2]\,[[a_2a_3]\,[a_3a_1]]) = (a_1[a_2a_3])^2$ эканлиги исбот қилинсин.

12. Векторларни компонентлари орқали ёзишдан фойдаланиб, $[a[bc]] = b(ac) - c(ab)$ эканлиги кўрсатилсин.

13. a_1, a_2, a_3 векторлар перпендикуляр бўлса, $[a_1[a_2a_3]]$, $a_2 - a_3$ векторларнинг коллинеарлиги кўрсатилсин.

14. Берилган a_1, a_2 векторлар ва номаълум a вектор ушбу шартни қаноатлантиради:

$$a = [a_1a_2] + [a_1a].$$

a вектор топилсин.

15. a_1 ни ҳам a_2 га, ҳам a_3 га перпендикуляр деб ҳисоблаб, $[a_1[a_2a_3]] = 0$ эканлиги кўрсатилсин.

16. Ушбу формуланинг тўғрилиги кўрсатилсин:

$$[a[bc]] + [b[ca]] + [c[ab]] = 0.$$

17. Агар

$$[AB] + [BC] + [CA] = 0$$

шарт бажарилса, A, B, C векторлар компланар. Шу исботлансин.

18. $\alpha a - \beta b$, $\gamma b - \alpha c$, $\beta c - \gamma a$ векторларнинг компланарлиги кўрсатилсин.

19. Ушбу формуланинг тўғрилиги кўрсатилсин:

$$([ab]\,[cd]) = (ac)(bd) - (ad)(bc).$$

13. Берилган шартга мувофиқ $(a_1,\ a_2 - a_3) = 0$ бўлади, натижада $(a_1a_2) = (a_1a_3)$ чиқади. Икки қайтали вектор кўпайтма хусусиятларидан ва берилган шарт натижасидан фойдаланиб бундай ёзиш мумкин:

$$[a_1[a_2a_3]] = a_2(a_1a_3) - a_3(a_1a_2) = (a_1a_2)\{a_2 - a_3\},$$

демак, $[a_1[a_2a_3]]$ билан $\{a_2 - a_3\}$ коллинеар векторлардир.

14. Масалада берилган тенгликнинг икки томонини чапдан a_1 га вектор тарзида кўпайтирайлик:

$$[a_1a] = [a_1[a_1a_2]] + [a_1[a_1a]] = [a_1[a_1a_2]] + a_1(a_1a) - a_1^2a.$$

Масалада берилган тенгликка кўра:

$$(a_1a) = 0 \text{ ва } [a_1a] = a - [a_1a_2].$$

Сўнгги икки ифодага мувофиқ:

$$a - [a_1a_2] = [a_1[a_1a_2]] - a_1^2a.$$

Бундан:

$$a = \frac{1}{1 + a_1^2}\{[a_1[a_1a_2]] + [a_1a_2]\}.$$

15. Икки қайтали вектор кўпайтманинг иккинчи ва учинчи векторлар бўйича ажратилиш формуласидан фойдаланинг.

16. Маълумки:

$$[a[bc]] = b(ac) - c(ab).$$

Худди шунингдек:

$$[b[ca]] = c(ba) - a(bc),\quad [c[ab]] = a(cb) - b(ca).$$

Буларнинг ўнг томонлари нолга тенг бўлган йиғинди беради, демак, чап томонларининг йиғиндиси нолга тенг бўлади.

17. Берилган тенгликнинг икки томони A векторга скаляр кўпайтирилсин:

$$(A[AB]) + (A[BC]) + (A[CA]) = 0.$$

Аралаш кўпайтманинг тегишли хоссаларига биноан, юқоридаги биринчи ва учинчи кўпайтмалар нолга тенг, демак $(A[BC]) = 0$. Бу эса A, B, C векторларнинг компланарлик шартидир.

18. Компланар векторларнинг аралаш кўпайтмаси нолга тенг бўлиши керак. Уларнинг аралаш кўпайтмасини A орқали белгилаймиз ва ҳисоблаб чиқамиз:

$$A = (\alpha a - \beta b,\ [\gamma b - \alpha c,\ \beta c - \gamma a]) =$$
$$= (\alpha a - \beta b,\ \gamma\beta[bc] - \gamma^2[ba] - \alpha\beta[cc] + \alpha\gamma[ca]).$$

Аралаш кўпайтманинг хоссаларига кўра:

$$A = \alpha\gamma\beta(a[bc]) - \alpha\gamma\beta(b[ca]) = 0,$$

чунки $(a[bc]) = (b[ca])$. Демак:

$$(\alpha a - \beta b,\ [\gamma b - \alpha c,\ \beta c - \gamma a]) = 0.$$

19. Аралаш кўпайтма хусусиятига биноан:

$$([ab]\,[cd]) = (c[d[ab]]),$$

икки қайтали вектор кўпайтмани „ёйиш" формуласига кўра эса:

$$[d[ab]] = a(db) - b(da).$$

Демак:

$$([ab]\,[cd]) = (ca)(db) - (cb)(da).$$

20 ва **21.** Икки қайтали вектор кўпайтма хусусиятидан фойдаланилсин.

22. $i^* = i$, $j^* = j$, $k^* = k$.

23. Ўзаро векторлар таърифидан фойдаланилсин:

$$a_1^* = i - j,\ a_2^* = j - k,\quad a_3^* = k.$$

24. Ўзаро векторлар таърифидан фойдаланилсин:

$$a_1^* = \frac{1}{2}(i + j - k),$$

$$a_2^* = \frac{1}{2}(j + k - i),$$

$$a_3^* = \frac{1}{2}(k + i - j).$$

25. Маълумки:

$$(a^*[b^*c^*])(a[bc]) = 1.$$

Бу ердаги иккита аралаш кўпайтма бир хил ишорали. Демак, учта a^*, b^*, c^* вектор билан учта a, b, c вектор бир хил ориентацияли бўлади.

26. Маълумки:

$$(a_1[a_2a_3])(b_1^*[b_2^*b_3^*]) = \begin{vmatrix} (a_1b_1^*) & (a_1b_2^*) & (a_1b_3^*) \\ (a_2b_1^*) & (a_2b_2^*) & (a_2b_3^*) \\ (a_3b_1^*) & (a_3b_2^*) & (a_3b_3^*) \end{vmatrix}$$

Ўзаро векторларнинг хусусиятига кўра, $(b_1^*[b_2^*b_3^*]) = \frac{1}{(b_1[b_2b_3])}$, юқоридаги детерминант элементлари эса масалада берилган коэффициентларга тенг: $\alpha_{11} = (a_1b_1^*)$, $\alpha_{12} = (a_1b_2^*)$, ..., $\alpha_{33} = (a_3b_3^*)$. Шундай қилиб:

$$\frac{(a_1[a_2a_3])}{(b_1[b_2b_3])} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{vmatrix}.$$

Чап томонда турган сурат ва махраждаги векторлар учталиги бир хил ориентацияли, яъни аралаш кўпайтмаларнинг ишораси бир хил бўлса, ўнг томондаги детерминант мусбат, акс ҳолда детерминант манфий бўлади.

2-mavzu: Vektorlarni skalyarga ko'paytirish

Nazorat savollar.

1. Qattiq jismni aylanish o'qiga nisbatan aylanma harakatini asosiy kinematik haraktyeristikalari (burchakli siljish, burchakli tezlik, burchakli tezlanish, davr va aylanish chastotasi)ni ta'riflang.
2. Ilgarilanma va aylanma harakatlarning kinematik xarakateristikalari bir-biri bilan qanday bog'langan?
3. Aylanma harakatni asosiy dinamik harakatyeristikalari (inersiya momenti, kuch momenti, jismning impuls momenti, kuchning impuls momenti) nimaga bog'liq?
4. Aylanma harakat dinamikasini asosiy qonunlarini ta'riflang, ularga kiruvchi fizik kattaliklarni tushuntirib bering.
5. Burchakli tezlik, burchakli tezlanish, kuch momenti, Impuls momenti vektorlarining yo'nalishi qanday aniqlanadi?
6. Ilgarilanma va aylanma harakatlar xarakatyeristikalari va qonunlari orasidagi o'xshashlikni ko'rib chiqing.
7. Aylanish o'qi parallel ko'chirilganda jismning inersiya momenti qanday aniqlanadi?

Masalalarni yechish uchun uslubiy ko'rsatmalar

Qattiq jismning aylanma harakat mexanikasi bo'yicha masalalar yechish metodikasi ilgarilanma harakat mexanikasi bo'yicha masalalar yechish metodikasidan prinsipial farq qilmaydi.

Jismning massa markazi harakat dinamikasi uchun $\sum F_i = ma$ va aylanma harakat dinamikasi uchun $\sum M_i = I\beta$ asosiy qonunlar tenglamalari qattiq jismni harakat tenglamalaridir. Ular qattiq jism tekis o'zgaruvchan harakat qilganda kuch va tezlanishni hisoblashda qo'llaniladi. Harakat tenglamasi sistemaning har bir jisimi uchun alohida tuziladi.

Masala yechish namunalari

1 - masala.

Radiusi R = 20 sm bo‘lgan disk $\varphi = A + Bt + Ct^3$ tenglamaga binoan aylanmoqda, bunda B = -1 $s^{-1.}$ C = 0.1 s^{-3}. Disk aylanasini nuqtalarining vaqtni t = 10 s momentidagi normal, tangensial va to‘ liq tezlanishlarini aniqlang.

Yechish.

Aylana bo‘ylab aylanayotgan nuqtaning to‘liq tezlanishini aylana markazi tomon yo‘nalgan normal tezlanish a_n va unga urinma ravishda yo‘nalgan tangensial tezlanish a_τ larning vektor yig‘indisi sifatida aniqlash mumkin $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, yoki skalar ko‘rinishda

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,. \tag{1}$$

Tangensial tezlanish burchakli tezlanish bilan quyidagi munosabat asosida bog‘langan $a_\tau = \beta R$, shuningdek $a_n = \omega^2 R$ bo‘lgani sababli (1)-tenglamani

$$a = \sqrt{\beta^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\beta^2 + \omega^4} \tag{2}$$

ko‘rinishda yozish mumkin.

a_n, a_τ, a larni aniqlash uchun ω va β larni bilish kerak; burchakli tezlik ω burilish burchagidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 3Ct^2 \;,$$

β burchakli tezlanish esa burchakli tezlikdan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir.

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = 6Ct\,.$$

Koeffitsiyentlar va vaqtning qiymatlarini qo‘yib, burchakli tezlik va tezlanishlarni aniqlaymiz:

ω = (-1+3·0.1·100) s^{-1} = 29 s^{-1},

β = (6·0.1·10) s^{-2} = 6 s^{-2},

a_τ = βR = (6·0.2) m/s^2 = 1.2 m/s^2,

a = 0.2 $\sqrt{36 + 29^2}$ = 168 m/s^2.

2-masala.

Gorizontal o‘qqa radiusi R bo‘lgan shkiv o‘rnatilgan. Shkivga shnur o‘rnatilgan bo‘lib, uning bo‘sh uchiga m_1 = 2 kg massali tosh osilgan. M_2 = 10 kg shkiv massasining gardish bo‘ylab tekis taqsimlangan deb hisoblab toshni tushish tezlanishi a ni, shnurning taranglik kuchi T ni va shkivning o‘qqa ko‘rsatadigan bosim kuchi N ni aniqlang.

Yechish.

Shkiv inersiya markazining tezlanishi $a_o = 0$ bo‘lgani va shkiv faqat aylanayotgani sababli harakat tenglamalari quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

а) $F_i = 0$. б) $M_i = I\beta$. (1)

Shkivga og‘irlik kuchi mg, shnurning taranglik kuchi T va uning reaksiya kuchi N ta’sir etadi. O‘qning reaksiya kuchi N son jihatdan shkivni o‘qqa ko‘rsatayotgan bosim kuchiga teng (Nyutonning uchinchi qonuniga binoan). N kuch vertikal ravishda yuqoriga yo‘nalgan, chunki faqat shu holdagina (1) tenglik bajarilishi mumkin. Skalar ko‘rinishda u quyidagicha yoziladi:

$$mg + T - N = 0\,. \tag{2}$$

Shkivni aylantiruvchi taranglik kuchning momenti M = T·R formula yordamida aniqlanishi mumkin bo‘lgani uchun, (1b) tenglik quyidagi ko‘rinishga keladi (bunda R = kuch yelkasi)

$$TR = I\beta\,. \tag{3}$$

Massasi gardish bo‘ylab taqsimlangan shkivni inersiya momenti

$$I = mR^2 \tag{4}$$

formula bilan aniqlangan.

Tushayotgan tosh uchun ham Nyutonning ikkinchi qonunini skalyar ko‘rinishda qo‘llaymiz:

$$m_1 g - T = m_1 a\,. \tag{5}$$

Toshning tezlanishi shkiv gardishidagi nuqtalarning chiziqli tezlanishiga teng bo‘lgani sababli $$\beta = \frac{a}{R} \tag{6}$$

teng bo‘ladi. (2), (3), (5) tenglamalarga (4) va (6) ni qo‘yib sistema hosil qilamiz:

$$\begin{cases} mg + T - N = 0 \\ m_1 g - T = m_1 a \\ TR = mR^2 \cdot \dfrac{a}{R} \end{cases}.$$

Buni echib, noma’lum kattaliklarni topamiz:

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m} g = 1.67 \text{ м/s}^2; \quad T = \frac{m m_1}{m_1 + m} g = 16.67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{m(m+2m_1)}{m \cdot m_1} g = 116 \text{ H}.$$

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Radiusi 1 m bo‘lgan g‘ildirak shunday aylanmoqdaki, uning radiusining burilish burchagini vaqtga bog‘liq tenglamasi $\varphi = 2 + 16t - 2t^2$ ko‘rinishga ega. Uchinchi sekundning oxirida to‘liq tezlanish vektorini g‘ildirak radiusi bilan hosil qiluvchi burchakni toping.
2. Radiusi 1 m bo‘lgan g‘ildirak shunday aylanmoqdaki, uning radiusining burilish burchagini vaqtga bog‘liq tenglamasi $\varphi = 20 + 10t - 4t^2$ ko‘rinishga ega. Harakat boshlanishidan 1 s o‘tgach g‘ildirak gardishidagi nuqtalarning to‘liq tezlanishini aniqlang.
3. Nuqtaning radiusi R = 4m aylana bo‘ylab harakati $\varphi = 10 - 2t + t^2$ tenglama bilan ifodalanadi. Vaqtning t = 2 s momentidagi nuqtani a_τ , normal a_n va to‘liq tezlanishlarini toping.
4. Radiusi 1 m bo‘lgan g‘ildirak shunday aylanmoqdaki, uning radiusini burilish burchagining vaqtga bog‘liq tenglamasi $\varphi = 4t + 0.05t^2$ ko‘rinishga ega. Harakat boshlanishidan to‘rtinchi sekundni oxiridagi to‘liq tezlanishni aniqlang.

Variantlar jadvali

Variant raqami	Masalalar raqami				Variant raqami	Masalalar raqami			
1	4	53	101	151	26	21	76	117	153
2	3	52	102	152	27	22	77	118	155
3	2	51	103	154	28	23	78	119	156
4	1	54	104	158	29	24	79	120	157
5	7	55	105	159	30	34	80	127	161
6	5	68	106	160	31	35	81	128	162
7	6	69	107	169	32	36	82	129	163
8	10	67	108	170	33	37	83	130	164
9	8	66	109	173	34	31	84	131	165
10	9	65	110	176	35	32	85	132	166
11	13	56	111	179	36	33	86	133	167
12	11	57	112	180	37	30	87	134	168
13	12	58	113	183	38	44	89	135	171

14	15	59	114	184	39	45	88	136	172
15	14	60	115	185	40	47	98	137	174
16	20	61	116	188	41	48	94	138	175
17	19	62	121	193	42	49	95	142	177
18	16	63	122	195	43	22	96	143	178
19	17	64	123	196	44	40	90	144	181
20	18	72	124	150	45	39	91	145	182
21	25	71	125	196	46	38	92	146	186
22	26	70	156	198	47	41	97	147	187
23	27	73	139	197	48	42	98	148	189
24	28	74	140	194	49	43	99	143	190
25	29	75	141	192	50	45	50	100	191

5. Aylanayotgan g‘ildirakni burchakli tezlanishi ε = 3.14 rad/s^2. Harakat tekis tezlanuvchan bo‘lsa, harakat boshlanishidan so‘ng o‘n marta aylanganda u qanday burchakli tezlikka erishadi?
6. Avtomobil egrilik radiusi R = 50 m bo‘lgan yo‘lning burilishida harakatlanmoqda. Avtomobilning harakat tenglamasi $S = 10 + 10t - 0.5t^2$. Vaqtni l = 5 s momentdagi to‘liq tezlanishini toping.
7. G‘ildirak shunday aylanmoqdaki, uning vaqtga bog‘liq ravishda burilish burchagi $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, tenglama bilan beriladi, bunda B = 1 rad/s, S = 1 rad/s^2 va D = 1 rad/s^3. Agar harakatning ikkinchi sekundini oxirida g‘ildirak gardishida yotgan nuqtalarning normal tezlanishi $a_n = 3.45 \cdot 10^2$ m/s^2 bo‘lsa, g‘ildirak radiusini toping.
8. Qattiq jism qo‘zg‘almas o‘q atrofida $\varphi = At - Bt^3$ qonun bo‘yicha aylanmoqda, bunda A = 6 rad/s, B = 2 rad/s^3. t = 0 dan Qattiq jism to‘xtagunga qadar o‘tgan vaqt oralig‘idagi burchakli tezlik va burchakli tezlanishlarning o‘rtacha qiymatlarini toping.
9. Radiusi 1 m aylana bo‘ylab $S = At + Bt^3$ qonun bo‘yicha aylanayotgan nuqtaning tezligi υ ni va to‘liq tezlanishi a ni toping, bunda A = 8 m/s, B = -1 m/s$^{2.}$ S – aylana bo‘ylab boshlang‘ich deb olingan nuqtadan o‘lchangan egri chiziqli koordinatadir.
10. Nuqta radiusi R = 4m bo‘lgan aylana bo‘ylab harakatlanmoqda. Uning harakatining qonuni $x = A + Bt^2$, bunda A = 8 m, B = -2 m/s^2. Vaqtni t = 1.5 s momentdagi nuqtaning tezligini, tangensial va to‘liq tezlanishlarini toping.

3-mavzu: Vektorni o’qqa proyeksiyasi. Sistemaning inersiya markazi

Masala yechish uchun uslubiy ko‘rsatma

Mexanikadagi masalalarni ko‘p hollarda dinamika qonunlaridan emas, balki impulsni, impuls momenti va energiyani saqlanish qonunlaridan foydalanib yechish qulaydir, chunki bu qonunlarda sistemani boshlang‘ich va oxirgi holatlari bilan impulsni, impuls momentini va energiyalarni Harakaterlash mumkin. Bu hodisa ta’sirlarni o‘zini ko‘rmasdan turib bu kattaliklarni o‘zgarishini ayniqsa, o‘zgaruvchan kuch momenti ta’sir etganda aylanma harakat tekis o‘zgarmagan hollarini kuzatish imkonini beradi. Bunda to‘la energiya aylanma va ilgarilanma harakat energiyalar yeg‘indisidan iborat bo‘ladi.

Masala yechish namunalari

1-masala.

Ikkita shar parallel iplarga bir-biriga tegadigan qilib osib qo‘yilgan. Birinchi sharning massasi m_1 = 0.2 kg, ikkinchisiniki m_2 = 0.1 kg. Birinchi sharni og‘irlik markazi h = 4.5 sm balandlikka ko‘tariladigan qilib og‘dirilgan va qo‘yib yuborilgan. To‘qnashuvlar: 1) elastik, 2) noelastik bo‘lganda sharlar qanday balandlikka ko‘tariladi?

Yechish:

1- hol. Absolut elastik urilish uchun impulsni va energiyani saqlanish qonunlarini shu sharlar sistemasiga tatbiq etamiz:

$$m_1\upsilon_1 = m_1u_1 + m_2u_2\,, \tag{1}$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}\,, \tag{2}$$

bu yerda, υ_1,υ_2 – sharlarning urilishgacha bo‘lgan tezliklari (masala shartiga ko‘ra $\upsilon_2 = 0$), $u_{1.}$ u_2 – sharlarning urilishdan keyingi tezliklari.

Sharlarni tezliklarini ularni ko‘tarilish balandligi h_1 va h_2 orqali ifodalab olamiz. Mexanik energiyaning saqlanish qonuniga asosan sharlarni eng pastki nuqtadagi kinetik energiyasi sharlarni eng yuqori ko‘tarilgandagi potensial energiyasiga tengdir.

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = m_1gh\,; \qquad \frac{m_1u_1^2}{2} = m_1gh_1\,; \qquad \frac{m_2u_2^2}{2} = m_2gh_2\,,$$

bu yerdan $\upsilon_1 = \sqrt{2gh}$; $u_1 = \sqrt{2gh_1}$; $u_2 = \sqrt{2gh_2}$.

Bu ifodalarni (1) va (2) formulaga qo‘yib quyidagilarni yozamiz:

$$m_1\sqrt{2gh} = m_1\sqrt{2gh_1} + m_2\sqrt{2gh_2} \, . \tag{1’}$$

$$m_1 gh = m_1 gh_1 + m_2 gh_2 , \tag{2’}$$

bularni quyidagicha o‘zgartirib yo‘zib olamiz:

$$m_1\sqrt{2h}(\sqrt{h} - \sqrt{h_1}) = m_2\sqrt{2gh_2} \, , \tag{1”}$$

$$m_1 g(h - h_1) = m_2 gh_2 , \tag{2”}$$

bundan (2") ni (1") ga bo‘lamiz

$$\sqrt{h_2} = \sqrt{h_1} + \sqrt{h} \, . \tag{3}$$

(3) ni (1") ga qo‘yamiz:

$$h_1 = h(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2})^2 \tag{4}$$

(2") va (4) lardan foydalanib:

$$h_2 = 4h(\frac{m_1}{m_1 + m_2})^2 . \tag{5}$$

(4) va (5) formulalarga berilgan son qiymatlarni qo‘yib hisoblab quyidagilarni topamiz:

$$h_1 = 0.005\,\text{м} \quad \text{va} \quad h_2 = 0.08\,\text{м}.$$

2- hol. Absolut noelastik urilish uchun sharlarning urilishdan keyingi birgalikdagi tezligini impulsning saqlanish qonunidan topamiz:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)u \, . \tag{1}$$

Mexanik energiyani saqlanish qonunidan foydalanib sharlarning umumiy tezligini va ularning ko‘tarilish balandligini topish mumkin:

$$\frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = (m_1 + m_2)gH \, , \tag{2}$$

ikkinchi tomondan:

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} = m_1 gh \, . \tag{3}$$

(2) va (3) dan foiydalanib:

$$u = \sqrt{2g\mathrm{H}} \quad \text{va} \quad \upsilon_1 = \sqrt{2gh}\,. \tag{4}$$

(1) va (4) tenglamalarni birgalikda echib:

$$H = h\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = 0.02 \text{ m.}$$

2-masala.

Vertikal o‘q atrofida aylana oladigan gorizontal platforma chekkasida odam turibdi. Agarda odam plaftorma chekkasidan υ = 2 m/s tezlik bilan yursa platforma qanday ω burchakli tezlik bilan aylanadi? Odamning massasi 80 kg, plaftormaning inersiya momenti I = 100 kg·$m_{2.}$ uning radiusi 2m. Odamni masala shartida moddiy nuqta deb qarash kerak.

Berilgan:

υ = 2 m/s

m = 80 kg

I = 100 kg·m^2

R = 2 m

ω - ?

Yechish:

Odam bilan platforma yopiq sistemani tashkil qiladi, shuning uchun impuls momentini saqlanish qonunini qo‘llash mumkin:

Iω = const.

Harakat boshlangunga qadar L=0(yerga nisbatan). Harakat boshlangandan keyin sistemani impuls momenti odamning impuls momenti L_1 =mυR va platforma bilan odamni impuls momentlari L_2 = (I+I_1)ω yig‘indisidan iborat, bu yerda I - platformani inersiya momenti, I_1 = mR^2 –odamni platformaning markazidan o‘tuvchi vertikal o‘qqa nisbatan inersiya momenti, L = L_2 dan

$$0 = m\upsilon R + (I + I_1)\omega,$$

$$m\upsilon r = -(I + I_1)\omega,$$

$$\omega = -\frac{m\upsilon R}{I + mR^2}\,.$$

Ushbu formulaga sonlarni qo‘yib:

$$\omega = \frac{80 \cdot 2 \cdot 2}{100 + 80} = \frac{320}{420} = 0.8 \text{ s}^{-1}.$$

Yuqoridagi formuladagi minus ishora odam harakati qarama-qarshi tomonga ekanligidan dalolat beradi.

3-masala.

Silindr harkati murakkab bo‘lib, uning massa markazi υ – tezlik bilan ilgarilanma harakat qiladi va massa markazidan o‘tuvchi o‘q atrofida ω – burchakli tezlik bilan aylanma harakat qiladi. Shuning uchun silindrning kinetik energiyasi

$$W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

ya’ni ilgarilanma va aylanma harakat kinetik energiyalarini yig‘indisidan iboratdir.

Silindrni og‘irlik markazidan o‘tuvchi o‘qqa nisbatan inersiya momenti

$$I = \frac{1}{2}mR^2, \qquad (1)$$

bu yerda, R - silindrning radiusi.

Silindrga mexanik energiyani saqlanish qonunini qo‘llab quyidagilarni hosil qilamiz:

$$W_{\Pi} = W_K, \qquad (2)$$

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \qquad (3)$$

Ilgarilanma harakat tezligini burchakli tezlik bilan bog‘lanishini

$$\upsilon = \omega R \qquad (4)$$

e’tiborga olsak va uni (3) formulaga qo‘yib quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{mR^2\upsilon^2}{2\cdot 2\cdot R^2}; \qquad mgh = \frac{3}{4}m\upsilon^2; \qquad \upsilon = 2\sqrt{\frac{gh}{3}}.$$

Variantlar jadvali

Variant raqami	**Masalalar raqami**				**Variant raqami**	**Masalalar raqami**			
1	4	53	101	151	26	21	76	117	153
2	3	52	102	152	27	22	77	118	155
3	2	51	103	154	28	23	78	119	156
4	1	54	104	158	29	24	79	120	157
5	7	55	105	159	30	34	80	127	161
6	5	68	106	160	31	35	81	128	162
7	6	69	107	169	32	36	82	129	163
8	10	67	108	170	33	37	83	130	164

9	8	66	109	173	34	31	84	131	165
10	9	65	110	176	35	32	85	132	166
11	13	56	111	179	36	33	86	133	167
12	11	57	112	180	37	30	87	134	168
13	12	58	113	183	38	44	89	135	171
14	15	59	114	184	39	45	88	136	172
15	14	60	115	185	40	47	98	137	174
16	20	61	116	188	41	48	94	138	175
17	19	62	121	193	42	49	95	142	177
18	16	63	122	195	43	22	96	143	178
19	17	64	123	196	44	40	90	144	181
20	18	72	124	150	45	39	91	145	182
21	25	71	125	196	46	38	92	146	186
22	26	70	156	198	47	41	97	147	187
23	27	73	139	197	48	42	98	148	189
24	28	74	140	194	49	43	99	143	190
25	29	75	141	192	50	45	50	100	191

Mustaqil yechish uchun masalalar

1. Massasi 10 kg, tezligi υ_1 = 4 m/s bo‘lgan shar massasi 4 kg va tezligi υ_2 = 12 m/s bo‘lgan shar bilan to‘qnashadi. Toqnashishini to‘g‘ri chizik bo‘ylab va noelastik deb ikki hol uchun to‘qnashishdan keyingi tezliklarni toping: a)bir xil yo‘nalishda harakatlanayotgan kichik shar kattasiga yetib oladi va to‘qnashadi; b) sharlar bir-biriga qarama-qarshi harakatlanganda.
2. m_1 = 240 kg massaga ega bo‘lgan lodkada m_2 = 60 kg bo‘lgan odam turibdi. Lodkaning tezligi υ_1 = 2 m/s. Odam lodkadan gorizontal holda υ= 4 m/s tezlik bilan sakradi (lodkaga nisbatan). Lodkaning harakatini va tezligini odam sakragandan keyin 2 holat uchun toping: 1) odam qayiqning harakati bo‘yicha sakradi, 2) unga qarama-qarshi tomonga sakradi.
3. Temir yo‘l platformasida to‘p o‘rnatilgan. To‘p bilan platforma massasi m_1 = 15 t. To‘p yuqoriga yo‘l yo‘nalishga $\alpha = 60^o$ burchak ostida o‘q otadi. Agar o‘qning massasi m_2 = 20 kg va tezligi υ_2 = 600 m/s bo‘lsa, platforma qanday υ_1 tezlik bilan harakatlanadi?
4. Massasi m = 10 kg bo‘lgan snaradning trayektoriyasini eng yuqori nuqtasini υ = 200 m/s tezlik bilan egalladi. Bu nuqtada u ikki qismga bo‘linib ketdi. Massasi m_1 = 3 kg bo‘lgan kichik qismi tezligi υ_1 = 400 m/s bo‘lib oldingi

yo‘nalishda harakatni davom ettirdi. Ikkinchi, katta qismni ajralishdan keyingi υ_2 tezligi topilsin.

5. Ikkita chang‘i uchuvchilar massalari m_1 = 80 kg va m_2 = 50 kg, bir-biriga qarama-qarshi turib, uzun shnurni o‘ziga tomon tortadi, uning tezligi υ = 1 m/s. Ular qanday U_1 va U_2 tezliklar bilan harakat qiladi? Qarshilik kuchini e’tiborga olmang.
6. O‘t o‘chiruvchi suvni olovga to‘g‘rilaydi. Suvning tezligi υ = 16 m/s. Shlang yuzasi S = 5 sm^2. Brandspoitni ushlab turuvchi o‘t uchiruvchini kuchini toping.
7. Relslarda platforma turibdi, unga gorizontal holda siljimaydigan qurilma qo‘yilgan. To‘pdan o‘q otiladi. O‘qning massasi m_1 = 10 kg. Uning tezligi υ=1km/s. Platformani o‘q bilan birga massasi $M = 2\cdot10^4$ kg. Agar ishqalanish koyeffitsiyenti $\mu = 0.002$ bo‘lsa platforma qancha masofaga siljiydi?
8. Stvolining massasi m_1 = 500 kg bo‘lgan to‘p gorizontal yo‘nalishda otadi. Snaradning massasi m_2 = 5 kg va uning boshlang‘ich tezligi υ_o = 460 m/s. O‘q otilgandan keyin stvol orqaga S = 40 sm masofaga siljiydi. O‘rtacha tormozlanish kuchi F topilsin.
9. Harakatlanuvchi m_1 massali jism m_2 massali tinch turgan jismga uriladi. Markaziy elastik urilishda 1-jismning tezligi 1.5 marta kamayishi uchun, m_1/m_2 nisbati nimaga teng bo‘lishi kerak?
10. Tinch turgan vodorod atomi bilan geliy atomi elastik urilganda geliy atomining tezligi qanchaga kamayadi? Vodorod atomining massasi geliy atomining massasidan 4 marta kam.

4-mavzu: Kuchning nuqtaga va o'qqa nisbatan momenti.

Garmonik tebranishlar, sinus yoki kosinus qonunlariga bo'ysinuvchi funksiyalar orqali ifodalanadi. Qaysi funksiyani qo'llash boshlang'ich shartlar orqali belgilanadi. Mashqlarni yechishda ko'pgina hollarda berilgan siljish tenglamasi orqali parametrlarni topish talab qilinadi. Bunday hollarda garmonik tebranma harakat tenglamasi bilan solishtirilib, davr, fasi va boshlang'ich fazalarni topish mumkin.

Boshqa tipdagi mashqlarda esa siljish, tezlik, tezlanishlarni oniy qiymatiga qarab ba`zi parametrlarni topish talab qilinadi. Bunday hollarda maksimal siljish amplitudaga tengligi nazarda bo'lishi kerak. Agarda vaqtning biror daqiqasida siljish maksimal qiymatga erishsa bu holda tebranishlar fazasi $\frac{\pi}{2}$ ga teng, tezlikning maksimal qiymatida esa faza va tezlanish nolga teng.

Bir guruh massalalarda esa energiyani bir turdan boshqa turga aylanishi va energiyani saqlanish qonuni va dinamik xarakteristikalarni bog'lanishidan foydalanib xarakat tenglamasini tuzish talab qilinadi.

Ikkita o'zaro perpendikulyar xarakatda ishtirok etuvchi nuqtani traektoriyasini topish zarur bo'lsa, bu holda tenglamalardan vaqtni yo'qotib topiladi.

Fizik mayatnikni davrini topish mashqlarida esa aylanish o'qi massa markazidan o'tmasligi va uni esa Shteyner tenglamasidan foydalanib topish kerakligini nazardan chetda qolmasligi kerak.

Tebranma jarayonlarga bag'ishlagan mashqlarni yechish uchun asosiy formula va qonunlarni aniq bilish va ular orasidagi (tezlik, tezlanish va siljish) bog'lanishlarni bilish kerak.

MAShQ YECHISh NAMUNALARI

1-masala.

Nuqta garmonik tebranma xarakat qilmoqda. Maksimal siljishi va tezligi mos ravishda A=0.05 m va v_{max}=0.12 m/s ga teng. Maksimal tezlanish topilsin va siljish y=0.03 m ga teng bo'lgan momentda nuqtaning tezlik va tezlanishi topilsin.

ECHISh. Garmonik tebranishlarning siljish tenglamasi

$$y = A\sin(\omega t + \varphi),$$

bunda A - tebranishlarning maksimal siljishi, yoki amplitudasi, $\omega t+\varphi$ - tebranishlar fazasi. Mashqning shartida boshlang'ich faza haqida ma`lumot berilmagan, shuning uchun A=0 da φ=0 teng deb olamiz.

$$y = A\sin\omega t, \tag{1}$$

nuqtaning oniy tezligi shu funksiyadan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng

$$\vartheta = \frac{dy}{dt} = \omega A \cos \omega t, \qquad (2)$$

bunda $\omega A = \vartheta_{max}$ - tezlikni maksimal qiymati. Nuqtaning oniy tezlanishi berilgan siljish funksiyadan vaqt bo‘yicha olingan ikkinchi tartibli hosilaga tengdir.

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 A \sin \omega t, \qquad (3)$$

bunda $\omega^2 A = a_{max}$ tezlanishning maksimal qiymati. ϑ_{max} va a_{max} -larni (2) va (3) tenglamalarni solishtirib

$$a_{max} = \frac{\vartheta_{max}^2}{A} \qquad (4)$$

ekanini topamiz. Agar nuqtaning t vaqt momentidagi ko‘chishi berilgan bo‘lsa, (4) tenglamadan $\sin \omega t = \frac{y}{A}$ topib (3) tenglamaga qo‘ysak tezlanishni oniy qiymatini topamiz.

$$a_{max} = -\frac{\vartheta_{max}^2}{A} y \qquad (5)$$

va (2) tenglamadan tezlikni oniy qiymatini topamiz

$$\vartheta = \vartheta_{max} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{A}\right)^2} = \frac{\vartheta_{max}}{A} \sqrt{A^2 - y^2}\ . \qquad (6)$$

(4), (5) va (6) tenglamalarga berilgan sonlarni qo‘yib hisoblaymiz.

$$a = \frac{(12)^2 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-2}} = 29 \cdot 10^{-2}\, м/s^2,$$

$$\vartheta = \frac{(12)^2 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}} \sqrt{25 \cdot 10^{-4} - 9 \cdot 10^{-4}} = 9.6 \cdot 10^{-2}\, м/s.$$

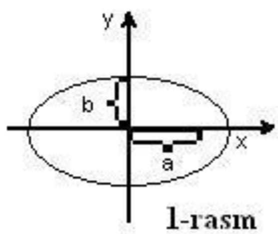
2-masala.

Nuqta tenglamalari x=2sinπt va y= -cosπt bo‘lgan o‘zaro perpendikulyar tebranishlarda ishtirok etadi. Nuqtani traektoriyasi va tenglamasini toping. t=0.5 s bo‘lganda nuqtaning tezligi topilsin (siljish santimetrlarda berilgan).

ECHISh. Qo‘shiluvchi tebranishlarning siklik chastotalari bir xil bo‘lganligi uchun nuqtaning xarakat traektoriyasi ellips bo‘ladi. Tenglamalardan t-ni yo‘qotamiz, buning uchun har ikki tomonni kvadratga ko‘taramiz: $x^2=4\sin^2\pi t$ va $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ ekanligidan foydalanib:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1.$$

Bu qlari a=2 sm va b=1 sm ga teng bo‘lgan ellips tenglamasi. Nuqtaning xarakat yo‘nalishini topamiz: t=0 da x=0, y=-1, t ortishi bilan nuqtani x koordinatasini ortishiga olib keladi, demak nuqta soat strelkasiga teskari xarakat qiladi. Nuqtaning ellips



1-rasm

bo‘ylab xarakat tezligi tezliklarini vektor yig‘indisiga teng, tebranishlar o‘zaro perpendikulyar bo‘lsa ,

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}\ ,\ \vartheta_x = \frac{dx}{dt} = 2\pi\cos\pi t\, ,\vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \pi\sin\pi t\, ,$$

$$\vartheta = \sqrt{4\pi^2\cos^2\pi t + \pi^2\sin^2\pi t} = \pi\sqrt{4\cos^2\pi\cdot 0.5 + \sin^2\pi\cdot 0.5} = 3.14\,\text{см}/s\ .$$

3-masala.

Massasi m=0.01 kg zarracha davri T=2 s bo‘lgan garmonik xarakat qiladi. tebranma xarakat qilayotgan bu nuqtaning to‘la energiyasi E=0.1 mJ. Tebranishlar amplitudasi A va kuchning eng katta qiymati F_{max} topilsin.

ECHISh. Tebranishlar amplitudasini topish uchun to‘la energiya formulasidan foydalanamiz $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ekanligidan :

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}\ . \qquad (1)$$

Berilgan sonlarni qo‘yib xisoblaymiz.

$$A = \frac{2}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-4}}{10^{-2}}}\text{м} = 0.045 = 45\text{мм}\ .$$

Zarracha garmonik tebranma xarakat qilayotganligi uchun unga F=-kx kvazielastik kuch ta`sir qiladi. Siljish x_{max} maksimal qiymatga ega bo‘lganda kuch ham maksimumga erishadi , demak

$$F_{max}=kx=kA. \qquad (2)$$

k - ni davr orqali ifodasi

$$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}\ . \qquad (3)$$

(1), (2), (3) formulalardan foydalanib

$$F_{max} = \frac{2\pi}{T}\sqrt{2mE}\ .$$

Berilgan sonlarga qo‘yib

$$F_{max} = \frac{2\cdot 3.14}{2}\sqrt{2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-4}}\cdot H = 4.44\cdot 10^{-3}H = 4.44mH\ .$$

4-masala.

Uzunligi l bo‘lgan sterjenga 2-ta bir xil yuk maxkamlangan. Yuklarni biri sterjenni o‘rtasiga ikkinchisi esa ularni bir uchiga maxkamlangan. Yukli sterjen bo‘sh uchidan o‘tuvchi o‘qqa nisbatan tebranma xarakat qilayapti.

Mayatnikni davri va keltirilgan uzunligi topilsin.

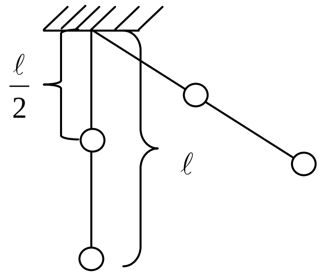
ECHISh. Fizik mayatnikning davri $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{I}{mgd}}$, bu yerda I - mayatnikning inersiya momenti, d-massa markazidan aylanish o‘qigacha bo‘lgan masofa.

Mayatnikning inersiya momenti yuklar inersiya momentlarini yig‘indisidan iborat yuklarni massasi m ga teng, moddiy nuqta deb qarash mumkin:

$$I = I_1 + I_2 = m_1\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = 1.25 m_1\ell^2$$

mayatnikni massasi $m=2m_1$. Og‘irlik markazi yuklarni o‘rtasiga joylashgan bo‘ladi, ya`ni

$$d = \frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{4} = 0.75\ell.$$



2-rasm

Demak,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1.25 m_1\ell^2}{0.75\ell \cdot 2m_1 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{5\ell}{6g}},,$$

$$L_{кел.} = \frac{J}{m\cdot d} = \frac{1.25 m_1\ell^2}{2m_1 \cdot 0.75\ell} = \frac{5\ell}{6}..$$

MUSTAQIL YECHISH UCHUN MAShQLAR

1. Nuqta garmonik tedranma xarakat qilmoqda. Vaqtning biror t_1 daqqiqasida nuqtaning siljish y_1=5 sm. Agarda tebranishlar fazasini 2 marta oshirsak siljish y_2=8 sm. Tebranishlarning amplitdasi topilsin.

2. Zarrachaning koordinatasi $B^2\dfrac{d^2y}{dt^2} + y = 0$ tegnlamani qanoantiradi. Tebranishlarning davri T topilsin.

3. Amplitudasi A=10 sm, chastotasi ν=2Hz va vaqtning boshlang‘ich daqiqasida nuqtaning siljish eng katta (maksimal) bo‘lsa, garmonik tebranishlarning tenglamasini yozing.

4. Nuqta garmonik tebranma xarakat qiladi. Eng katta siljish A=10 sm, tezlikning eng katta qiymati v_m=20 sm/s. Tebranishlarni siklik chastotasi ω va nuqtaning maksimal tezlanishi a_m topilsin.

5. Garmonik tebranma xarakat qilayotgan nuqtaning tezligi $v=6\cdot 10^{-2}\sin(100t)$ m/s qonuniga bo‘ysunadi. Garmonik tebranishlarni tenglamasini yozing. Tezlik va tezlanishlarning maksimal qiymatlari topilsin.

6. Moddiy nuqtaning tebranishlari x=0,05cos t tenglama bilan berilgan. Tebranishlarning davri T amplitudasi A boshlang‘ich fazasi va vaqtning boshlang‘ich daqiqasida tezlik va tezlanish topilsin.

7. Nuqtaning tebranish tenglamasi x=0.05 cosω(t+τ) ko‘rinishda, bunda $\omega=\pi\,\frac{1}{s}$ τ =0.2 s. Tebranishlar davri T va boshlang‘ich fazasi topilsin.

5-mavzu: Gravitatsion maydon differensial tenglamasi

Ko‘p masalalarda muhit qarshiligi kichikligidan muhitningchastota va davriga ta`siri e`tiborga olinmaydi ($\beta^2 << \omega_o^2$)’tebranisni xsusiy tebranishdek qaraladi.

Ko‘pgina masalalarda sistema uchun tebranishning logarifmik dikrimenti yoki so‘nish koeffitsiyenti ifodasini keltirish zarur. Bunga erishish uchun vaqtni xar-hil momentlari uchun amplituda ifodalari yozilib, so‘ngra ularning nisbati aniqlanadi.

Elektr tebranishlarda ham zaryad, tok kuchi va kuchlanishlar amplitudalarining nisbatini olishda shunday yo‘l tutiladi.

Asosan mexanik va elektromagnit tebranishlar uchun, masalalar ishlash usullari, qonuniyatlari, tenglamalar ko‘rinishi bir biriga o‘xshash bo‘lib, ularda zaryad siljishga mos keladi, induktivlik - massaga, sig‘im - kvazielastik kuch koeficientiga teskari kattakikka, omiy qarshilik - muxit qarshilik koeficientiga o‘xshash kattaliklardir.

MASALALAR ISHLASH NAMUNALARI

1-masala.

Uzunligi 1=0.5 m, og‘irligi e`tiborga olinmaydigan ipga osilgan kichik sharcha t=8 min. davomida 99% energiyasini yo‘qotadi.

Tebranishning logarifmik dikrimenti topilsin.

ECHISh:

Tebranayotgan jismning to‘liq energiyasi amplituda kvadratiga proporsional. So‘nuvchi tebranish amplitudasi:

$$A=A_oe^{-\beta\tau} . \qquad (1)$$

Boshlang‘ich va oxirgi energiya qiymatlarini bilgan holda, so‘nish koeffitsiyentini aniqlash mumkin. Tebranishning logarifmik dikrimentini aniqlash uchun, matematik mayatnikning tebranish davrini bilish kerak. (1) formuladan foydalanib

$$E_1 = A_0^2 e^{-2\beta t} \quad , \quad E_2 = A_0^2 e^{-2\beta(t+\tau)}, \tag{2}$$

yozish mumkin, bu yerda: τ - tebranish vaqti, E_1 va E_2 mayatnikning boshlang‘ich va oxirgi energiya qiymatlari.

Masala shartidan $E_2/E_1=0.01$, buni (2) formulaga qo‘ysak, $e^{-2\beta\tau}=0.01$ ni hosil qilamiz. Bundan $-2\beta\tau=\ln 0.01$, $-2\beta\tau=-4.6$, $\beta=4.8\cdot10^{-3}$ s^{-1}.

Matematik mayatnik formulasidan davr topiladi:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 1.4s \,.$$

Logarifmik dikriment

$\delta=\beta T$, $\delta=4.8\cdot10^{-3}\cdot1.4=6.7\cdot10^{-3}$.

2-masala.

Tebranish konturi C=5 mkf sig‘imli kondensator va L=0.2 gn induktivlikli g‘altakdan iborat. Agar kondensator qoplamalari orasidagi potensiallar farqini eng katta qiymati 90 V bo‘lsa, konturdagi tokning maksimal qiymati topilsin. Kontur qarshiligi hisobga olinmasin.

ECHISh:

Konturdagi qarshilik hisobga olinmaydigan darajada kichik bo‘lsa, tebranish so‘nmaydigan tebranish bo‘ladi va kondensator qoplamalarida zaryadni vaqt bo‘yicha o‘zgarishi quyidagi formula orqali yoziladi:

$$Q=Q_o\sin(\omega_o t+\varphi_o) \,. \tag{1}$$

Bu yerda Q_0 - zaryad o‘zgarishining amplitudasi, φ_o - boshlang‘ich faza, ω_o - erkin so‘nmaydigan tebranishlarni siklik chastotasi ω_0

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \,. \tag{2}$$

Tok kuchi zaryaddan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng. Shu sababli (1) tenglamani ikki tomonini vaqt bo‘yicha diferensiallasak, konturdagi tok kuchi ifodasini hosil qilamiz.

$$I = \frac{dQ}{dt} = Q_0\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$I_o=Q_o\omega_o$ kattalik konturdagi tokning amplitudasi yoki tokning maksimal qiymati deyiladi. ω_o ning qiymatini (2) formuladan olib, va $Q_o=CU_o$ ekanligini bilgan holda, izlanayotgan kattalik topiladi.

$$I_0 = Q_0\omega_0 = \frac{CU_0}{\sqrt{LC}} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}} = 90B\sqrt{\frac{5\cdot 10^{-6}\phi}{0.2Gn}}0.45A\,.$$

Masalani boshqa yo‘l bilan ham yechish mumkin. Konturning to‘liq energiyasi doimiy qoladi. Bu energiya kondensator elektr maydon energiyasi $E_c = \frac{CU^2}{2}$ va g‘altakdagi magnit maydon energiya $E_i = \frac{LI^2}{2}$ larining yig‘indisiga teng bo‘ladi. Kondensator to‘liq zaryadlanganda ($U=U_0$) tok kuchi $I=0$ bo‘ladi. Konturdagi to‘liq energiya

$$E = \frac{CU_0^2}{2} \quad . \tag{3}$$

Kondensator to‘liq razryadlanganda (U =0), tok kuchi o‘zining maksimal qiymatiga I_0 erishadi. Konturning to‘liq energiyasi

$$E = \frac{LI_0^2}{2} \quad . \tag{4}$$

(3) va (4) formuladan

$$I_0 = U_0\sqrt{\frac{C}{L}} \quad .$$

3-masala.

Tebranish konturi induktivligi L=5 мGn ga teng g‘altakdan va sig‘imi C=0.2mkF bo‘lgan kondensatordan iborat. Uchta to‘liq tebranishda tebranish energiyasi 10 marta kamayishi uchun logarifmik dekrement qanday bo‘lishi kerak?

ECHISh:

Elektromagnit tebranishlar yuz berayotgan konturning to‘liq energiyasi amplituda kvadratiga to‘g‘ri proporsional, misol uchun kondensator qoplamlaridagi kuchlanish kvadratiga to`g`ri proportsional. Aktiv qarshilik hisobiga tebranishlar so‘nuvchi bo‘ladi va kuchlanish amplitudasi. (Tok kuchi va boshqa kattaliklar ham). Vaqt o‘tishi bilan asta sekin kamayib boradi.

$$U=U_{om}e^{-\beta t}\sin(\omega' t+\alpha), \qquad (1)$$

bu yerda U_{om} - kuchlanish amplitudasining t=0 dagi qiymati.

Tebranish amplitudasi

$$U_m=U_{om}e^{-\beta t} \ . \qquad (2)$$

Ta`rifga binoan logarifmik dikrement

$$\delta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T \ . \qquad (3)$$

(3) tenglamadan $\beta = \frac{\delta}{T}$ ni topib (2) tenglamaga qo‘yamiz va

$$U_m(t) = U_{om}e^{-\frac{\delta t}{T}} \qquad (5)$$

tenglamaga kelamiz. Masala shartiga ko‘ra $\tau=nT$ vaqtda energiya 10 marta kamayishi yoki amplituda $\sqrt{10}$ marta kamayishi kerak.

Demak

$$\frac{U_m}{U_m} = \frac{U_m(t)}{U_m(t/T)} = \frac{U_{om}e^{-\beta t/T}}{U_{om}e^{-\beta t}e^{\beta\frac{T}{T}}} = \sqrt{10} \ .$$

U holda, $e^{n\delta} = \sqrt{10}$ yoki $\delta = \frac{\ln 10}{2n} = \frac{\ln 10}{\sigma} = 0.38$.

4-masala.

Elektr zanjir ketma-ket ulangan Q=2 Om qarshilikdan, C=0.1 mkF sig‘imdan, L=1 mGn bo‘lgan induktivlikdan tashkil topgan. Zanjirga o‘zgaruvchan EYuK ulangan va u sinus qonuni bo‘yicha o‘zgaradi. EYuK ning maksimal qiymati ε_o==30 V bo‘lganda va rezonans chastota ω_{rez} da har bir elementdagi tokning va kuchlanishning maksimal qiymatlari aniqlansin.

ECHISh:

O‘zgaruvchan EYUK ta`sirida tebranish konturida majburiy elektromagnit tebranishlar hosil bo‘ladi. Bu holdagi tebranishlarda Io ni ε_o bilan bog‘lanishi quyidagicha

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega c})^2}}, \qquad (1)$$

Bu yerda ω - majburlovchi EYuK chastotasi. Tokning maksimal qiymati (1) tenglama maxrajidagi qovus 0 ga teng bo‘lganda hosil bo‘ladi.

Demak, rezonans chastotasi

$$\omega = \omega_{раз} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1.0 \cdot 10^5 rad/s.$$

Rezonans tok kuchi

$$I_{рез} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2}} = \frac{\varepsilon_0}{R} = 1.5A.$$

Kontur elementlardagi kuchlanishnin g maksimal qiymatlari:

$$U_R = I_{рез} \cdot R = \varepsilon = 30 \text{ V}, \quad U_L = I_{рез} \cdot \omega L = \frac{\varepsilon \cdot \omega L}{R} = 150 \text{ V},$$

$$U_C = I_{раз} \cdot \frac{1}{\omega L} = U_L = 150 \text{V}.$$

Variantlar jadvali

Вар. №	Масалалар тартиби				Вар. №	Масалалар тартиби		
1	2				3	4		
1	1	51	101	151	26	26	76	126
2	2	52	102	152	27	27	77	127
3	3	53	103	153	28	28	78	128
4	4	54	104	154	29	29	79	129
5	5	55	105	155	30	30	80	130
6	6	56	106	156	31	31	81	131
7	7	57	107	157	32	32	82	132
8	8	58	108	158	33	33	83	133
9	9	59	109	159	34	34	84	134
10	10	60	110	160	35	35	85	135
11	11	61	111	161	36	36	86	136
12	12	62	112	162	37	37	87	137
13	13	63	113	163	38	38	88	138
14	14	64	114	164	39	39	89	139
15	15	65	115	165	40	40	90	140
16	16	66	116	166	41	41	91	141
17	17	67	117	167	42	42	92	142
18	18	68	118	168	43	43	93	143
19	19	69	119	169	44	44	94	144
20	20	70	120	170	45	45	95	145
21	21	71	121	171	46	46	96	146

22	22	72	122	172	47	47	97	147
23	23	73	123	173	48	48	98	148
24	24	74	124	174	49	49	99	149
25	25	75	125	175	50	50	100	150

MUSTAQIL YECHISh UCHUN MASALALAR

1. Massasi $m=0.09$ kg bo‘lgan moddiy nuqtaning so‘nuvchi tebranishlarining tenglamasi $x=0.08e^{-0.06t}\cos t$ m. Moddiy nuqta $n=3$ marta tebrangandan so‘ng tebranayotgan nuqtaning potensial energiyasi topilsin.

2. Nuqtaning so‘nuvchi tebranishlar tenglamasi $x=0.09e^{-0.1t}\cos\frac{\pi}{2}t$ m. Tebranish energiyasi 120 marta kamayguncha ketadigan vaqt aniqlansin.

3. Torozining tebranayotgan strelkasining uchta ketma-ket og‘ishdagi ko‘rsatkichlari shkalaning 20, 5.5, 1.3 qiymatlariga to‘gri kelgan. So‘nishning logarifmik dikrementi va strelkani muvozanatga mos keluvchi shkaladagi qiymati topilsin.

4. Mayatnikning so‘nuvchi tebranishlar amplitudasi $t_1=5$ min davomida $n_1=2$ marta kamaygan. Boshlang‘ich holatdan qanday t_2 vaqt o‘tgandan so‘ng tebranishlar amplitudasi $n_2=8$ marta kamayadi?

5. Agar sistemaning xususiy tebranish davri $T_o=1$ s va logarifmik dekrementi $\delta=0.628$ bo‘lsa, so‘nuvchi tebranish davri T topilsin.

6. Massasi $m=0.1$ kg bo‘lgan jism bikrligi $K=25$ N/m ga teng yengil prujinaga osilgan va suyuqlikka tushirilgan? Jism vertikal yo‘nalishda impuls olgandan so‘ng tebrana boshladi. Logarifmik dekrement $\delta=0.004$. Jism nechta tebrangandan so‘ng uning tebranish amplitudasi 2 marta kamayadi? Tebranish amplitudasi 2 marta kamayishi uchun ketgan vaqt aniqlansin.

7. Logarifmik dekrementi δ=0.01 bo‘lgan tizim energiyasi 2 marta kamayishi uchun, tizim necha marta to‘liq tebranishi kerak?

8. t=5min davomida logarifmik dekrementi δ=0.031 bo‘lgan sekund mayatnikning energiyasi necha marta kamaygani topilsin.

9. Logarifmik dekrementi δ=0.0008 bo‘lgan komentonning tebranish energiyasi qancha vaqt davomida $n=10^6$ marta kamayadi? Komertonning tebranish chastotasi ν=600 Gs.

10. So‘nuvchi tebranishlar amplitudasi bir davr davomida uch marta kamayadi. So‘nishni vujudga keltiruvchi sabab bo‘lmaganda davr necha foezdga ortadi?

6-mavzu: Markaziy kuchlar maydonida zarracha harakati

"Elektromagnit to‘lqinlar" bo‘limi bo‘yicha masalalar yechish elektromagnit maydoni, elektromagnit induksiya qonuni tebranish konturidagi protsesslar haqidagi tushunchalarga, Maksvell tenglamalariga asoslangan.

MASALALAR YECHISh NAMUNALARI

1-masala.

Ingichka elastik shnur bo‘ylab ko‘ndalang to‘lqin ν=15 mHz tezlik bilan tarqalmoqda. Shnur nuqtalarining tebranish amplitudasi A=2 sm, davri esa T=1.2 s.

1) To‘lqin uzunligi - λ. 2) Tebranish fazasi - φ. To‘lqin siljishi -y, manbadan x=45 m masofada vaqtning t=4 s momentida to‘lqinning tarqalish tezligi ϑ va tezlanishi a - topilsin. 3) To‘lqin manbaidagi x_1=20 m va x_2 =30 m masofalarda to‘lqin nurining yo‘nalishida joylashgan ikki nuqta tebranishlarining fazalar farqi $\Delta\varphi$ topilsin.

ECHIMI:

1. To‘lqin uzunligi bir davr ichida to‘lqin bosib o‘tgan masofaga teng: $\lambda=\upsilon\cdot T$, bu yerda υ- faza tezligi. qiymatlarni qo‘yib hisoblaymiz

$$\lambda=15\ м/с\cdot1.2\ с=18\ м.$$

2. Nuqtaning siljish, tebranish fazasi, tezligi, tezlanishi, to‘lqin tenglamasi orqali topiladi. $У=A\sin\omega(t-\frac{x}{\vartheta})$, bu yerda: Y - tebranayotgan nuqtaning to‘lqin

manbaidan nuqtagacha siljish masofasi, υ - faza tezligi, x - o‘qi bo‘ylab to‘lqin t - vaqtda yetib borgan masofada nuqtaning tebranish fazasini topamiz:

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) \quad \text{yoki} \quad \varphi = \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) \text{ va } \varphi = \frac{2\pi}{1.2}\left(4 - \frac{45}{15}\right) = 1.67\pi \ .$$

(1)-ga qo‘yamiz. У=2sin·1.67π=-1.73 sм .

Tezlik $\vartheta = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) = \frac{2\cdot 3.14\cdot 2}{1.2}\cos 1.67\pi = 0.05 м/s$.

Tezlanish $a = \frac{dy}{dt} = A\omega^2 \sin\omega\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) = 0.02\left(\frac{2\cdot 3.14\cdot 2}{1.2}\right)^2 \sin 1.67\pi = 0.475 м/s^2$.

3. Fazalar farqi

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{2\pi}{18}(30-20) = 1.1\pi \ .$$

2-masala.

λ=1.7 sm to‘lqin uzunligiga moslangan qo‘zg‘almas rezonator tomon chastotasi ν_o=18 kGs tovush manbai, qanday tezlik bilan yaqinlashganda, rezonatorda tebranishlar hosil bo‘ladi? Xavo temperaturasi T=290 K.

ECHIMI:

Dopler prinsipiga asosan rezonator qabul qiluvchi tovush to‘lqinining chastotasi tovush manbai va qabul qilgich asbobning tezligi ϑ_m va ϑ_q ga bog‘liq. Uni quyidagi formuladan topamiz

$$\nu = \frac{\vartheta + U_q}{\vartheta - U_м}\nu_0 \ , \qquad (1)$$

$$U_q=0, \qquad \nu = \frac{\vartheta}{\vartheta - U_м}\nu_0 \ , \quad U_м = \vartheta\left(1 - \frac{\nu_0}{\nu}\right). \qquad (2)$$

(2)-da tovush tezligi υ va chastotasi ν berilmagan.

Tovush tezligi (havoda) gazlarda gazlarni tabiatiga va muxitning temperaturasiga bog‘liq

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \ . \qquad (3)$$

Manbadan keladigan to‘lqin rezonatorda ν-chastotasi tebranish hosil qilishi uchun, manbani chastotasi rezonator chastotasi bilan mos kelishi shart (odatdagi rezonans hodisasi),

bu yerda: λ rez. - rezonator qabul qilishi mumkin bo‘lgan to‘lqin uzunligi.

υ va ν ifodalarini (3) va (4) dan (2) ga qo‘yamiz

$$U_м = \vartheta\left(1 - \frac{\nu_0\lambda_{rez}}{\vartheta}\right) = \vartheta - \nu_0\lambda_{rez} ;$$

yoki

$$U_м = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} - \nu_0\lambda_{rez} , \ \gamma=1.4.$$

μ=0.029 kg/mol , T=290 K larni oxirgi formulaga qo‘yib R=8.31 10^3 J/k.mol U_m ni topamiz T=290 K, U_m =36 m/s.

3-masala.
Yassi sinusoidal elektromagnit to‘lqin t=1 min. vaqt orasida, to‘lqinga tarqalish yo‘nalishiga tik bo‘lgan S=10sm^2 yuza orqali tashib o‘tgan energiya topilsin. Elektr maydonning kuchlanganligi amplitudasi E_o =1 V/m. To‘lqin davri esa T.

ECHIMI:

To‘lqin yo‘nalishiga tik yuza birligidan vaqt birligi ichida elektromagnit to‘lqinining tashib o‘tadigan energiyani Poyting vektori yordamida topiladi:

$$\vec{P} = \left[\vec{E} \cdot \vec{H}\right]. \qquad (1)$$

$\vec{E}$ va $\vec{H}$ vaqt oralig‘ida sinus qonuni bo‘yicha o‘zgaradigan kattaliklar bo‘lgani uchun (1) ni quyidagicha yozish mumkin:

$$P = E_0 \sin \omega t \cdot H_0 \sin \omega t = E_0 H_0 \sin^2 \omega t . \qquad (2)$$

Energiya oqimi vektorining zichligi

$$P = \frac{dW}{dt} \cdot \frac{1}{S} .$$

(2)-dan S - yuzadan o‘tadigan energiya

$$dW = P \cdot S \cdot dt = E_0 H_0 \sin^2 \omega t dt . \qquad (3)$$

Variantlar jadvali

Var №	Masalalar tartibi			Var №	Masalalar tartibi		
1	43	52	81	26	17	44	80
2	42	53	82	27	16	43	79
3	41	54	83	28	14	45	78
4	40	55	84	29	15	46	77
5	39	56	85	30	12	47	76
6	38	57	86	31	13	48	95
7	36	63	87	32	11	50	94
8	37	62	88	33	10	51	93
9	34	61	89	34	8	52	92
10	35	60	90	35	9	53	91
11	33	59	91	36	7	54	90
12	31	58	92	37	6	55	89
13	32	68	93	38	5	56	88
14	30	67	94	39	4	57	87
15	28	66	95	40	3	58	86
16	29	65	76	41	2	59	85
17	27	64	77	42	1	60	84
18	26	49	78	43	33	69	83

19	24	50	79	44	34	70	82
20	25	51	80	45	31	71	81
21	23	48	81	46	35	72	80
22	21	47	82	47	37	73	79
23	20	46	83	48	36	74	78
24	18	45	84	49	40	75	77
25	19	44	85	50	41	49	76

Elektron maydoni va magnit maydoni energiyalarining zichliklari teng.

$$\frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}, \tag{4}$$

ε=1, μ=1 deb olib; (4) - dan $H = E\sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0}$.

N_o, E_o larni amplituda qiymatlari o‘zaro bog‘langanligidan, (3)-ni quyidagicha yozamiz:

$$dW = \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0}\, E_0^2 S \cdot \sin^2 \omega t dt .$$

Keltirilganlardan t vaqt oralig‘ida tashib o‘tilgan energiya

$$W = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 S \int_0^t \sin^2 \omega t = \sqrt{\varepsilon_0 / \mu_0}\, E^2 S \left(\frac{t}{2} - \frac{\sin^2 \omega t}{4\omega} \right).$$

Masala shartida ω- berilmagani uchun quyidagi shartdan (T<< tdan) topamiz. .

sin2ωt/4ω ni $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ligidan foydalanib quyidagicha yozamiz:

$$\frac{\sin 2\omega t}{4\omega} = \frac{1}{8\pi} T \sin\left(\frac{4\pi t}{T} \right) \le \frac{T}{8\pi}, \tag{5}$$

T<< t ligidan (5)-dagi (sin2ωt/4ω)-ni hisobga olmasak bo‘ladi.

U holda $W = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E_0}{\mu_0}} E_0^2 St$.

MUSTAQIL YECHISh UCHUN MASALALAR

1. Tebranish manbai γ=200 Hz chastotali yassi tovush to‘lqinini hosil qila oladi. Manbani tebranish amplitudasi A=4 mm. Boshlang‘ich vaqtda manba nuqtalarini siljishi maksimal bo‘lsa tebranish tenglamasi ξ (xt) yozilsin. Tovush tezligining υ=300 m/s deb olib, so‘nish protsessi hisobga olinmasin.

2. To‘g‘ri chiziq ustida bir biridan Δx=0.25 m masofada ikki nuqta joylashgan. Shu to‘g‘ri chiziq bo‘ylab υ=100 m/s tezlik bilan to‘lqin tarqalmoqda. Tebranish davri T=0.01 s. Shu nuqtalardagi tebranishlarni faza farqi aniqlansin.

3. Yassi chopar tovush to‘lqinining tenglamasi E=60cos(1800t-5.3x) mkm (t-sekundlarda x-metrlarda). Muhit zarrachalarining siljish amplitudasi to‘lqin uzunligi ga nisbati topilsin.

4. Elastik shnur bo‘ylab ko‘ndalang to‘lqin $\upsilon = 15 m/s$ tezlik bilan tarqalmoqda. Shnurning tebranish davri T=1.2 s. Manbadan ℓ=45 m masofa da yotgan nuqtaning vaqtni t=4 s momentdagi tezligi υ=5.2 m/s. Shnur nuqtalarining tebranish amplitudasi aniqlansin.

5. Davri T=0.01 s bo‘lgan to‘lqin to‘g‘ri chiziq bo‘ylab υ=40 m/s tezlik bilan tarqalmoqda. Shu to‘g‘ri chiziqda fazalar farqi $\Delta\varphi = 3/2\pi$ bo‘lgan ikki nuqta oralig‘i Δx–topilsin.

6. Tebranishlar manbadan to‘g‘ri chiziq bo‘ylab amplitudasi A=15 sm bo‘lgan to‘lqin tarqalmoqda. Manbadan ℓ=0.8 to‘lqin uzunligiga teng masofada t=0.8 tebranish davriga teng vaqt momentida nuqtaning siljish x-ning kattaligi topilsin.

7. Chastotasi ν=25 Hz tezligi υ=15 m/s. Elastik to‘lqinning bir-biridan Δx=15 sm masofada joylashgan nuqtalardagi tebranishlarni fazalar farqi Δφ topilsin.

8. Vibrator tarqalayotgan to‘lqinning tezligi υ=340 m/s, davri T=0.01 s. To‘lqin nurining yo‘nalishi bo‘ylab oralig‘lari Δℓ=3,4,8 m bo‘lgan nuqtalardagi tebranishning fazalar farqi - Δφ topilsin. Tebranish nuqtalarining amplitudasi bir xil A=1 sm. Boshlang‘ich momentida siljish x=0 bo‘lganda shu nuqtalarning siljishi topilsin.

6-mavzu: Keltirilgan massa

10.1. Ихтиёрий танланган траекторияда нуқта ҳаракатининг берилган тенгламаларига кўра тенг вақт оралиқларига мос келувчи нуқтанинг олтита ҳолати кўрсатилсин, ҳисоб бошидан траектория бўйлаб нуқтанинг охирги ҳолатигача бўлган s масофа ва унинг кўрсатилган вақт оралигида ўтган σ йўли аниқлансин (s ва σ — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида):

1) $s = 5 - 4t + t^2$, $0 \leqslant t \leqslant 5$.

Жавоб: $s = 10$ см, $\sigma = 13$ см.

2) $s = 1 + 2t - t^2$, $0 \leqslant t \leqslant 2{,}5$.

Жавоб: $s = -0{,}25$ см, $\sigma = 3{,}25$ см.

3) $s = 4\sin 10t$, $\frac{\pi}{20} \leqslant t \leqslant \frac{3\pi}{10}$.

Жавоб: $s = 0$, $\sigma = 20$ см.

10.2. Нуқтанинг координата усулида берилган ҳаракат тенгламаларига кўра унинг траектория тенгламаси топилсин ва расмда ҳаракат йўналиши кўрсатилсин.

1) $x = 3t - 5$, $y = 4 - 2t$.

Жавоб: $x = -5$, $y = 4$ нуқтадан бошланадиган $2x + 3y - 2 = 0$ ярим тўғри чизиқ.

2) $x = 2t$, $y = 8t^2$.

Жавоб: $x = 0$, $y = 0$ нуқтадан бошланадиган $y = 2x^2$ параболанинг ўнг тармоғи.

3) $x = 5\sin 10t$, $y = 3\cos 10t$.

Жавоб: $x = 0$, $y = 3$ нуқтадан бошланадиган $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ эллипс.

4) $x = 2 - 3\cos 5t$, $y = 4\sin 5t - 1$.

Жавоб: $x = -1$, $y = -1$ нуқтадан бошланадиган $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{16} = 1$ эллипс.

5) $x = cht = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}),\ y = sht = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$.

Жавоб: $x = 1,\ y = 0$ нуқтадан бошланадиган $x^2 - y^2 = 1$ гипербола ўнг тармоғининг юқори қисми.

10.3. Радиус-вектори берилган тенгламага асосан ўзгарадиган ($\boldsymbol{r_0}$ ва $\boldsymbol{e}$ — берилган ўзгармас векторлар, $\boldsymbol{i}$ ва $\boldsymbol{j}$ — координата ўқларининг бирлик векторлари) нуқтанинг траекторияси чизилсин.

1) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_0} + t\boldsymbol{e}$.

Жавоб: $\boldsymbol{e}$ векторга параллел бўлиб бошланғич $M_0(\boldsymbol{r_0})$ нуқтадан ўтадиган ярим тўғри чизиқ.

2) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_0} + \cos t \cdot \boldsymbol{e}$.

Жавоб: $\boldsymbol{e}$ векторга параллел ҳолда $M(\boldsymbol{r_0})$ нуқтадан ўтадиган M_0M_1 тўғри чизиқ кесмаси. Бошланғич нуқтаси $M_0(\boldsymbol{r_0} + \boldsymbol{e})$; иккинчи чекка нуқтаси $M_1(\boldsymbol{r_0} - \boldsymbol{e})$. Радиус-векторнинг охирги учи $t \to \infty$ да траекториянинг ҳар бир нуқтасидан чексиз кўп маротаба ўтади.

3) $\boldsymbol{r} = a\cos\frac{\pi}{1+t^2}\boldsymbol{i} + b\sin\frac{\pi}{1+t^2}\boldsymbol{j}$.

Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ эллипснинг юқори қисмидан иборат бўлади. Нуқта эллипснинг чап учидан ҳаракатлана бошлайди ва ўнг учига монотон яқинлаша боради.

10.4. Нуқта ҳаракатининг берилган тенгламаларига қараб унинг траекторияси тенгламаси топилсин; шунингдек, масофани нуқтанинг бошланғич ҳолатидан ҳисоблаб, нуқтанинг траектория бўйлаб ҳаракатланиш қонуни кўрсатилсин.

1) $x = 3t^2,\ y = 4t^2$.

Жавоб: $4x - 3y = 0$ ярим тўғри чизиқ; $s = 5t^2$.

2) $x = 3\sin t, y = 3\cos t$.

Жавоб: $x^2 + y^2 = 9$ айлана; $s = 3t$.

3) $x = a\cos^2 t,\ y = a\sin^2 t$.

Жавоб: $x + y - a = 0$ тўғри чизиқнинг кесмаси, бунда $0 \leqslant x \leqslant a$; $s = a\sqrt{2}\sin^2 t$.

4) $x = 5\cos 5t^2,\ y = 5\sin 5t^2$.

Жавоб: $x^2 + y^2 = 25$ айлана; $s = 25t^2$.

10.5. Кўприкли кран устахона бўйлаб $x = t$ тенгламага мувофиқ ҳаракатланади; аравача кран бўйлаб $y = 1{,}5t$ (x ва y — метрлар, t — секундлар ҳисобида) тенгламага мувофиқ кўндаланг йўналишда ғилдираб боради. Занжир $v = 0{,}5$ м/с тезлик билан қисқаради. Юк оғирлик марказининг траекторияси топилсин; бошланғич пайтда юкнинг оғирлик маркази Oxy горизонтал текисликда бўлган; Oz ўқ вертикал равишда юқорига йўналган.

Жавоб: Траектория — тўғри чизиқ: $y = 1{,}5x$; $z = 0{,}5x$.

... ҳаракати $x = 3\sin t$,

Жавоб: $4x^2 + 9y = 18$ параболанинг бир қисми, бу чизиқ бўйлаб $|x| \leqslant 3$, $|y| \leqslant 2$, $t_1 = \pi/4$ с.

10.7. Координата ўқларини тегишлича танлаб олинганида электроннинг ўзгармас магнит майдонидаги ҳаракати $x = a\sin kt$, $y = a\cos kt$, $z = \nu t$ тенгликлар билан аниқланади, бунда a, k, ν — магнит майдонининг кучланганлиги, масса, заряд ва электроннинг тезлигига боғлиқ бўлган доимий миқдорлар. Электроннинг ҳаракат траекторияси ва траектория бўйлаб ҳаракат қонуни аниқлансин.

Жавоб: Электрон винт чизиғи бўйлаб ҳаракатланади. Бошланғич нуқтаси $x = 0$, $y = a$, $z = 0$; винт қадами $h = \frac{2\pi}{k}\nu$. Электроннинг винт чизиғи бўйлаб ҳаракат қонуни $s = \sqrt{a^2k^2 + \nu^2}\,t$.

10.8. Нуқтанинг гармоник тебраниши $x = a\sin(kt + \varepsilon)$ қонун билан аниқланади, бундаги $a > 0$ — тебраниш амплитудаси, $k > 0$ — тебранишнинг доиравий частотаси ва ε ($-\pi \leqslant \varepsilon \leqslant \pi$) — бошланғич фаза. Қуйидаги ҳаракат тенгламалари билан берилган тебранишларнинг маркази a_0, амплитудаси, доиравий частотаси, T даври, герцлар ҳисобидаги f частотаси ва бошланғич фазаси аниқлансин (x — сантиметрларда, t — секундларда):

Ҳаракат тенгламалари	Жавоб					
	a_0, см	a, см	k рад/с	T, с	f, гц	ε
1. $x = -7\cos 12t$	0	7	12	$\pi/6$	$6/\pi$	$-\pi/2$
2. $x = 4\sin(\pi t/20) - 3\cos(\pi t/20)$	0	5	$\pi/20$	40	0,025	$-\mathrm{arc\,tg}\,(3/4)$
3. $x = 2 - 4\sin 140t$	2	4	140	$\pi,70$	$70/\pi$	π
4. $x = 6\sin^2 18t$	3	3	36	$\pi/18$	$18/\pi$	$-\pi/2$
5. $x = 1 - 4\cos^2\frac{\pi}{60}t$	-1	2	$\pi/30$	60	1/60	$-\pi/2$

10.9. Эластик арқон билан кўтарилувчи юк $x = a\sin\left(kt + \frac{3\pi}{2}\right)$ тенгламага мувофиқ тебранма ҳаракат қилади, бунда a — сантиметрлар ҳисобида, k — рад/с ҳисобида ўлчанган. Агар ҳаракат даври 0,4 с. ва бошланғич вақтда $x_0 = -4$ см бўлса, юк тебраниши амплитудаси ва доиравий частотасининг қанча бўлиши аниқлансин. Масофалар эгри чизиғи чизилсин.

Жавоб: $a = 4$ см, $k = 5\pi$ рад/с.

10.10. Частотаси бир хил, лекин амплитуда ва фазалари ҳар хил бўлган иккита гармоник тебранма ҳаракатда бир вақтда қатнашувчи нуқтанинг траекторияси аниқлансин; тебранма ҳаракатлар иккита ўзаро перпендикуляр ўқлар бўйлаб юзага келади:

$$x = a\sin(kt + \alpha), \quad y = b\sin(kt + \beta).$$

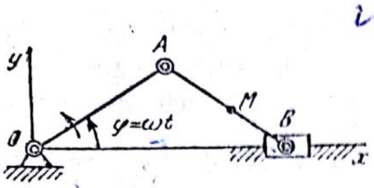
Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$ — эллипс.

10.11. Нуқтанинг турли частотали ўзаро перпендикуляр тебранишлари:

1) $x = a\sin 2\omega t$, $y = a\sin\omega t$;
2) $x = a\cos 2\omega t$, $y = a\cos\omega t$

қўшилишидан ҳосил бўлган ҳаракати траекториясининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: 1) $x^2a^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$;
2) $2y^2 - ax - a^2 = 0$, бунда $|x| \leqslant a$, $|y| \leqslant a$.



10.12- масалага

10.12. OA кривошип $\omega = 10$ рад/с доимий бурчак тезлик билан айланади. Узунлик $OA = AB = 80$ см. Шатун ўртасидаги M нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси, шунингдек B ползуннинг ҳаракат тенгламаси топилсин; ҳаракат бошланишида B ползун ўнгдаги энг четки ҳолатда бўлган; координата ўқлари расмда кўрсатилган.

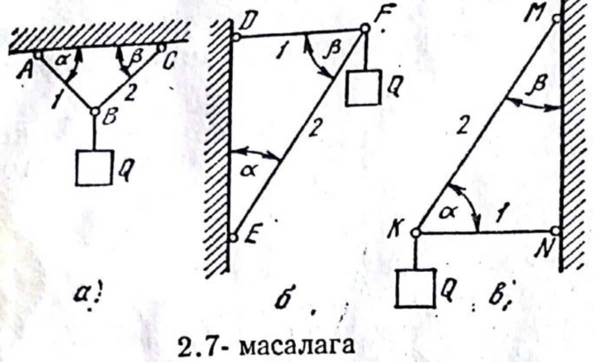
Жавоб: 1) $x_M = 120\cos 10t$, $y_M = 40\sin 10t$;

2) M нуқтанинг траекторияси эллипс: $\frac{x^2}{120^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1$;

3) B ползуннинг ҳаракат тенгламаси $x = 160\cos 10t$.

✓**10.13.** Автомобиль тўғри чизиқли йўлда ўзгармас 20 м/с тезлик билан ҳаракатланади, унинг $R = 1$ м радиусли ғилдираги гардишида ётувчи нуқтанинг ҳаракат тенгламаси ва траекторияси аниқлансин. Ғилдиракни сирғанмасдан ғилдирайди деб ҳисоблансин; координата бошини Ox ўқ сифатида олинган йўлнинг ҳаракат бошланадиган нуқтасида олинсин.

Жавоб: Циклоида $x = 20t - \sin 20t$, $y = 1 - \cos 20t$.



2.7- масалага

арқон боғланган ва улар тортилиб, бир D тугунга бириктирилган. Тарозилар 8, 7 ва 13 Н кўрсатади. Расмда кўрсатилгани каби, арқонларнинг йўналишлари орасида ҳосил бўлган α ва β бурчаклар топилсин.

Жавоб: $\alpha = 27{,}8^0$; $\beta = 32{,}2^0$.

2.6. Оғирликлари эътиборга олинмайдиган AC ва BC стерженлар бир-бири ва вертикал девор билан шарнирлар воситасида бириктирилган. Шарнирли C болтга $P = 1000$ Н вертикал куч таъсир қилади. Агар стерженлар билан девор орасидаги бурчаклар $\alpha = 30^0$ ва $\beta = 60^0$ бўлса, шарнирли C болтга стерженларнинг кўрсатадиган реакциялари аниқлансин.

Жавоб: 866 Н, 500 Н.

2.7. Олдинги масаладаги каби, *а*, *б* ва *в* расмларда бир-бири, шип ва деворлар билан шарнирлар воситасида бириктирилган стерженлар схема тарзида тасвирланган. B, F ва K шарнирли болтларга $Q = 1000$ Н юк осилган; стерженлар оғирликларини ҳисобга олмай, қуйидаги ҳоллар учун улардаги зўриқишлар аниқлансин:

а) $\alpha = \beta = 45^0$;

б) $\alpha = 30^0$; $\beta = 60^0$;

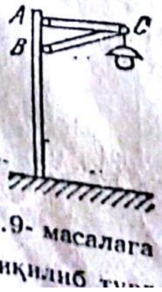
в) $\alpha = 60^0$; $\beta = 30^0$.

Жавоб: а) $S_1 = S_2 = 707$ Н; б) $S_1 = 577$ Н; $S_2 = -1154$ Н*; в) $S_1 = -577$ Н; $S_2 = 1154$ Н.

2.8. Кўча фонари ABC троснинг ўртасидаги B нуқтага осилган, бу троснинг учлари бир горизонталда турувчи A ва C илмоқларга илинган. Агар фонарнинг оғирлиги 150 Н, бутун ABC троснинг узунлиги 20 м ва фонар осилган нуқтанинг горизонталдан пасайиши $BD = 0{,}1$ м га тенг бўлса, троснинг AB ва BC қисмларидаги $\vec{T}_1$ ва $\vec{T}_2$ таранглик кучлари топилсин. Троснинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T_1 = T_2 = 7{,}5$ кН.

2.8- масалага

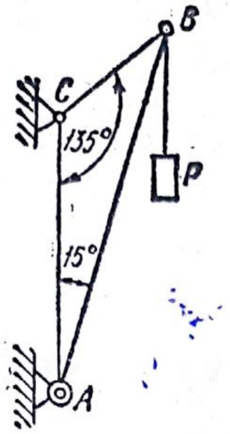


2.9- масалага

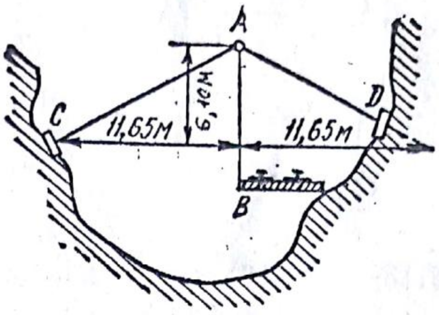
2.10- масалага

* минус ишора стержннинг сиқилиб тур...

6



2.11- масалага



2.12- масалага

2.9. Оғирлиги 300 Н бўлган кўча фонари AC горизонтал стержень ва BC тиргак ёрдами билан вертикал устунга осилган; $AC = 1{,}2$ м, $BC = 1{,}5$ м. AC ва BC стерженлар A, B ва C нуқталарда шарнирлар билан бирктирилган. Стерженларнинг оғирликларини ҳисобга олмай, улардаги S_1 ва S_2 зўриқишлар топилсин.

Жавоб: $S_1 = 400$ Н, $S_2 = -500$ Н.

2.10. Оғирлиги 20 Н бўлган электр лампа AB шнурда шипга осилган ва кейин BC арқон билан деворга тортиб қўйилган. Бурчак $\alpha = 60^0$ ва бурчак $\beta = 135^0$ деб олиб, AB шнурнинг $\vec{T}_A$, BC арқоннинг $\vec{T}_C$ таранглик кучлари аниқлансин. Шнур ва арқоннинг оғирликлари ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $T_A = 14{,}6$ Н; $T_C = 10{,}4$ Н.

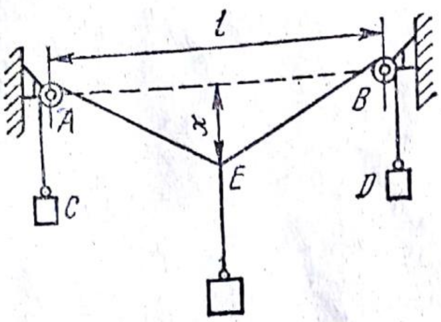
2.11. Мачта крани AB стрела ва CB занжирдан иборат; AB стрела мачтага A шарнир воситасида бириктирилган. Стреланинг B учига $P = 2$ кН юк осилган; бурчаклар: $BAC = 15^0$, $ACB = 135^0$. CB занжирдаги T таранглик кучи ва AB стреладаги Q зўриқиш аниқлансин.

Жавоб: $\text{T} = 1{,}04$ кН; $Q = 2{,}83$ кН.

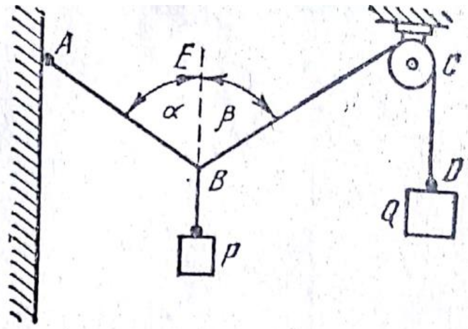
2.12. Тоғларда қурилган темир йўлда йўлнинг дара ичидаги бир қисми расмда кўрсатилгандек осилган. AB осмага $P = 500$ кН куч таъсир қилади деб ҳисоблаб, AC ва AD стерженлардаги зўриқишлар аниқлансин.

Жавоб: AC ва AD стерженларнинг ҳар бири 539 кН га тенг куч билан қисилган.

2.13. $AB = l$ горизонтал тўғри чизиқда жойлашган иккита A ва B блоклар орқали $CAEBD$ арқон ўтказилган. Арқоннинг C ва D учларига ҳар қайсисининг оғирлиги Q бўлган тошлар, E нуқтасига эса оғирлиги P бўлган тош осилган. Юклар мувозанатлашганда E нуқтанинг AB тўғри чизиқдан пасайиши x аниқлансин. Блокларнинг ўлчамлари ва улардаги ишқаланиш ҳамда арқоннинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.



2.13- масалага



2.15- масалага

2.14. Оғирлиги 25 Н юкни блоклардан ўтказилиб, юклар билан тортиб қўйилган иккита арқон ёрдамида мувозанатда ушлаб турилади. Юклардан бирининг оғирлиги 20 Н, шу юк осилган арқон билан вертикал орасидаги бурчакнинг синуси 0,6 га тенг. Иккинчи юкнинг оғирлиги p ва иккинчи арқон билан вертикал орасидаги α бурчак топилсин. Блоклардаги ишқаланиш ва арқонларнинг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

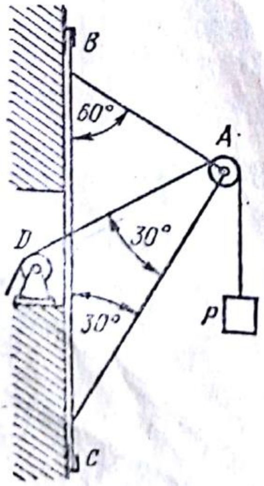
Жавоб: $p = 15$ Н; $\sin\alpha = 0,8$.

2.15. Бир учи A нуқтага бириктирилган AB арқоннинг B нуқтасига P юк ва блокдан ўтказилган BCD арқон боғланган. Арқоннинг D учига оғирлиги 100 Н бўлган Q юк уланган. Агар мувозанат ҳолатида арқонлар билан BE вертикал орасидаги бурчаклар $\alpha = 45^0$, $\beta = 60^0$ бўлса, AB арқондаги T таранглик кучи ва P юкнинг катталиги аниқлансин. Блокдаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

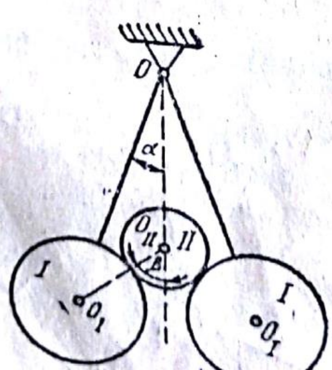
Жавоб: $T = 122$ Н, $P = 137$ Н.

2.16. $P = 20$ кН юк A ва D блоклар орқали ўтказилган занжир воситасида BAC магазинли кран билан кўтарилади. D блок деворга шундай маҳкамланганки, бурчак $CAD = 30^0$. Краннинг стерженлари орасидаги бурчаклар: $ABC = 60^0$, $ACB = 30^0$. AB ва AC стерженлардаги Q_1 ва Q_2 зўриқишлар аниқлансин.

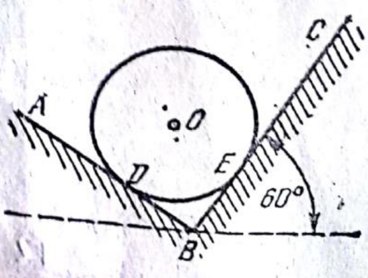
Жавоб: $Q_1 = 0$, $Q_2 = -34,6$ кН.



2.16- масалага



2.17- масалага



2.18- масалага

Заррачанинг K системага нисбатан тезлиги абсолют тезлик дейилади:

$$\boldsymbol{v}_a = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}. \qquad (45.56)$$

Агар K' система K системага нисбатан ҳаракатсиз бўлса, $\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = 0$ ва $\boldsymbol{\omega} = 0$ бўлади. *K' системада заррача турган нуқтанинг K системага нисбатан тезлиги кўчирма тезлик дейилади, демак, у:*

$$\boldsymbol{v}_k = \frac{d\boldsymbol{R}}{dt} + [\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}'] \qquad (45.57)$$

бўлади. Агар K' система айланма ҳаракатда бўлмаса ($\omega = 0$), унинг барча нуқталари бир хил $\frac{d\boldsymbol{R}}{dt}$ кўчирма тезлик билан ҳаракатланади, яъни бу нуқталар бир хил силжиш билан илгариланади. *Бундай ҳаракат илгариланма ҳаракат,* $\frac{d\boldsymbol{R}}{dt}$ *эса илгариланма тезлик дейилади.* Илгариланма тезликни $\boldsymbol{v}_u$ орқали белгиласак:

$$\boldsymbol{v}_u = \frac{d\boldsymbol{R}}{dt}. \qquad (45.58)$$

бўлади.

Заррачанинг K' системага нисбатан тезлиги нисбий тезлик дейилади, демак у:

$$\boldsymbol{v}_н = \frac{dx'}{dt}\boldsymbol{i}' + \frac{dy'}{dt}\boldsymbol{j}' + \frac{dz'}{dt}\boldsymbol{k}' \qquad (45.59)$$

бўлади. Шундай қилиб:

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_u + \boldsymbol{v}_н + [\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}'] \qquad (45.60)$$

ёки

$$\boldsymbol{v}_a = \boldsymbol{v}_k + \boldsymbol{v}_н,$$

яъни *абсолют тезлик кўчирма тезлик билан нисбий тезлик йиғиндисига тенг.*

Заррачанинг ҳаракат тезланишини текшириб кўрамиз. Шу мақсадда (45.60) ни вақт бўйича дифференциаллаймиз:

$$\frac{d\boldsymbol{v}_a}{dt} = \frac{d\boldsymbol{v}_u}{dt} + \frac{d\boldsymbol{v}_н}{dt} + \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\boldsymbol{r}'\right] + \left[\boldsymbol{\omega}\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt}\right], \qquad (45.61)$$

бу ерда бурчак тезлигининг вақт бўйича $\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}$ ҳосиласи *бурчак тезланишидир.*

Заррачанинг *абсолют тезланиши* ва *илгариланма тезланиши учун* қуйидагиларни ёзамиз:

$$\boldsymbol{w}_a = \frac{d\boldsymbol{v}_a}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}, \qquad (45.62)$$

$$\boldsymbol{w}_u = \frac{d\boldsymbol{v}_u}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{R}}{dt^2}. \qquad (45.63)$$

(45.59) дан:

$$\frac{d\boldsymbol{v}_н}{dt} = \frac{d^2x'}{dt^2}\boldsymbol{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\boldsymbol{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\boldsymbol{k}' + \frac{dx'}{dt}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$$

бўлади. Бу ифоданинг ўнг томонидаги биринчи учта ҳадни ёзишда $\boldsymbol{i}'$, $\boldsymbol{j}'$, $\boldsymbol{k}'$ ортлар ўзгармас деб ҳисобланди. Демак, заррачанинг K' системага нисбатан тезланиши, яъни *нисбий тезланиши* $\boldsymbol{w}_н$ бундай бўлади:

$$\boldsymbol{w}_н = \frac{d^2x'}{dt^2}\boldsymbol{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\boldsymbol{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\boldsymbol{k}', \qquad (45.64)$$

демак:

$$\frac{d\boldsymbol{v}_н}{dt} = \boldsymbol{w}_н + \frac{dx'}{dt}\frac{d\boldsymbol{i}'}{dt} + \frac{dy'}{dt}\frac{d\boldsymbol{j}'}{dt} + \frac{dz'}{dt}\frac{d\boldsymbol{k}'}{dt}$$

ёки (45.53) ва (45.59) га мувофиқ:

$$\frac{d\boldsymbol{v}_н}{dt} = \boldsymbol{w}_н + [\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{v}_н]. \qquad (45.65)$$

(45.54) га (45.59) ни қўйсак, $\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt} = \boldsymbol{v}_н + [\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']$, у вақтда:

$$\left[\boldsymbol{\omega}\frac{d\boldsymbol{r}'}{dt}\right] = [\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{v}_н] + [\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']] \qquad (45.66)$$

бўлади. Энди (45.62), (45.63), (45.65), (45.66) ларни (45.61) га қўямиз:

$$\boldsymbol{w}_a = \boldsymbol{w}_u + \boldsymbol{w}_н + 2[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{v}_н] + \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\boldsymbol{r}'\right] + [\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']]. \qquad (45.67)$$

Кўчирма ҳаракат тезланишини билиш учун бу формулада нисбий тезлик билан нисбий тезланиш нолга тенг деб ҳисобланиши керак: $\boldsymbol{v}_н = 0$, $\boldsymbol{w}_н = 0$. Демак, *кўчирма тезланиш учун:*

$$\boldsymbol{w}_k = \boldsymbol{w}_u + \left[\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt}\boldsymbol{r}'\right] + [\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']] \qquad (45.68)$$

бўлади. У вақтда:

$$\boldsymbol{w}_a = \boldsymbol{w}_н + \boldsymbol{w}_k + 2[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{v}_н] \qquad (45.69)$$

келиб чиқади. *Нисбий ҳаракат билан кўчирма ҳаракатнинг ўзаро таъсирида ҳосил бўлган қўшимча* $2[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{v}_н]$ *тезланиш бурилиш тезланиши ёки Кориолис тезланиши дейилади:*

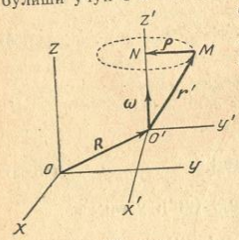
$$\boldsymbol{w}_{кор} = 2[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{v}_н]. \qquad (45.70)$$

Шундай қилиб:

$$\boldsymbol{w}_a = \boldsymbol{w}_н + \boldsymbol{w}_k + \boldsymbol{w}_{кор}, \qquad (45.71)$$

яъни *абсолют тезланиш нисбий, кўчирма ва Кориолис тезланишлари йиғиндисига тенгдир.* Мураккаб ҳаракатда тезланишларни қўшиш теоремаси ана шундан иборат.

(45.70) га мувофиқ, Кориолис тезланишининг нолга тенг бўлиши учун ё $\boldsymbol{\omega} = 0$ ёки $\boldsymbol{v}_н = 0$, ёхуд $\boldsymbol{\omega}$ билан $\boldsymbol{v}_н$ коллинеар бўлиши керак.



153- расм.

Хусусий бир ҳолни кўриб чиқайлик. K' система ўзгармас ўқ атрофида текис айланма ҳаракатда бўлсин, яъни $\boldsymbol{\omega} = \text{const}$ ва $\boldsymbol{R} = \text{const}$, у вақтда $\boldsymbol{w}_u = 0$ ва $\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = 0$ бўлади, демак (45.68) га мувофиқ:

$$\boldsymbol{w}_k = [\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']] \qquad (45.72)$$

бўлади. 152- расмдаги Z ва Z' ўқларни айланиш ўқига параллел қилиб олишимиз мумкин (153- расм), демак, $\boldsymbol{\omega} = \omega\boldsymbol{k}$. Икки қайтали вектор кўпайтма хусусиятига кўра:

$$\boldsymbol{w}_k = [\boldsymbol{\omega}[\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']] = \omega^2[\boldsymbol{k}'[\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}']] =$$
$$= \omega^2\{\boldsymbol{k}'(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{r}') - (\boldsymbol{k}'\boldsymbol{k}')\boldsymbol{r}'\} = \omega^2\{z'\boldsymbol{k}' - \boldsymbol{r}'\}$$

бўлади. Бу ердаги $z'\boldsymbol{k}' - \boldsymbol{r}'$ вектор айирма расмда M нуқтадан айланиш ўқидаги N марказга қаратилган $\boldsymbol{\rho}$ вектор билан тасвирланади. Шундай қилиб:

$$\boldsymbol{w}_k = \omega^2\boldsymbol{\rho}, \qquad (45.73)$$

яъни *кўчирма тезланиш айланиш марказига қаратилган:* *бу ерда кўчирма тезланиш марказга интилма тезланишдир.* Сўнгги ифодага бошқа шакл бериб ҳам ёзиш мумкин. Биз текшираётган ҳол учун $\frac{d\boldsymbol{R}}{dt} = 0$ (чунки $\boldsymbol{R} = \text{const}$) бўлган-

лигидан, (45.57) га биноан, $\boldsymbol{v}_k = [\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{r}']$, у вақтда $v_k = \omega r' \sin(\widehat{\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{r}'}) = \omega\rho$, бу ердан $\omega = \frac{v_k}{\rho}$, демак:

$$\boldsymbol{w}_k = \frac{v_k^2}{\rho^2}\boldsymbol{\rho} \qquad (45.74)$$

бўлади. K' система K системага нисбатан тўғри чизиқли текис ҳаракат қилса (яъни бу системалар инерциал бўлса), кўчирма тезланиш ва Кориолис тезланиши нолга тенг бўлади, абсолют тезланиш нисбий тезланишдан фарқ қилмайди, демак, заррача тезланиши барча инерциал системаларда бир хил бўлади. Кўчирма тезланиш билан Кориолис тезланиши инерциал бўлмаган системагагина, яъни ноинерциал системагагина хосдир.

VII. Инерция кучлари. Ньютоннинг ҳаракат қонунига биноан, заррачага таъсир қилувчи $\boldsymbol{f}$ куч заррача массаси m билан тезланиши $\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ кўпайтмасига тенг:

$$m\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \boldsymbol{f}. \qquad (45.75)$$

Механиканинг нисбийлик принципига кўра, Ньютоннинг ҳаракат қонуни барча инерциал системаларда бир хил ифодаланади. Демак, чексиз кўп инерциал системаларнинг ихтиёрий бирини асосий санаш системаси қилиб олиш мумкин. Олдинги иловадаги асосий санаш системаси деб ҳисобланган *K система ана шундай инерциал, K' система эса ноинерциал системадир.*

Асосий санаш системасига — K системага нисбатан заррача тезланиши $\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ *абсолют тезланиш* дейилиб, $\boldsymbol{w}_a$ орқали белгиланган эди (45.62), демак, (45.75) га мувофиқ:

$$m\boldsymbol{w}_a = \boldsymbol{f} \qquad (45.76)$$

бўлади. Заррачага таъсир қилувчи $\boldsymbol{f}$ куч аслида қандайдир моддий манба билан боғланган бўлади, $\boldsymbol{f}$ куч шу моддий манба ва заррача орасидаги боғланишни, яъни ўзаро таъсирни ифодалайди, демак, у—санаш системаларининг танланишига боғлиқ эмас.

Мураккаб ҳаракатдаги абсолют тезланишни ифодаловчи (45.71) дан фойдалансак, (45.76) га биноан:

$$\boldsymbol{f} = m\boldsymbol{w}_н + m\boldsymbol{w}_k + m\boldsymbol{w}_{кор}$$

бўлади, бу ердан:

$$m\boldsymbol{w}_н = \boldsymbol{f} - m\boldsymbol{w}_k - m\boldsymbol{w}_{кор} \qquad (45.77)$$

келиб чиқади. Янги белгилар киритайлик:

$$f_k = -m w_к, \qquad (45.78)$$
$$f_{кор} = -m w_{кор}, \qquad (45.79)$$

демак:

$$m w_н = f + f_k + f_{кор} \qquad (45.80)$$

бўлади.

Масса ва манфий ишорали тезланиш кўпайтмаси билан ифодаланган кучлар одатда инерция кучлари деб юритилади: f_k *— кўчирма инерция кучи ва* $f_{кор}$ *— Кориолис инерция кучи.* (45.70), (45.73), (45.78) ва (45.79) га мувофиқ бундай ёзамиз:

$$f_k = -m\omega^2\rho, \qquad (45.81)$$
$$f_{кор} = 2m\,[v_н \omega] \qquad (45.82)$$

153- расмдан кўрамизки, (45.81) га мувофиқ, f_k куч айланиш ўқидаги N марказдан M нуқта томон қаратилган; *кўчирма инерция кучи* f_k *марказдан қочирма куч деб аталади.*

Заррача тезланиши w_a барча инерциал системаларда бир хил. Заррачага таъсир қилувчи f куч, Ньютоннинг ҳаракат қонунини ифодаловчи (45.76) формулага биноан, масса ва тезланиш кўпайтмасига тенг. Лекин турли ноинерциал системаларга нисбатан заррача тезланиши турлича бўлади. Массанинг тезланишга кўпайтмаси ҳам турли ноинерциал системаларда турличадир. Заррачага таъсир қилувчи куч санаш системаларига боғланган эмас. У вақтда ноинерциал системага нисбатан олинган заррача тезланиши билан масса кўпайтмаси шу заррачага таъсир қилувчи кучга тенг бўлмайди. Демак, Ньютон ҳаракат қонунининг ифодасидан ноинерциал система учун фойдаланиб бўлмайди. Таъсир кучи билан бирга инерция кучлари ҳам назарга олинса, у вақтда ноинерциал система учун ҳам Ньютоннинг ҳаракат қонунини ишлатиш мумкин. Айтилганлар (45.80) да ифодаланган. *Одатда,* (45.80) *тенглик заррачанинг нисбий ҳаракат дифференциал тенгламаси дейилади.*

Қуёш атрофида ва ўзининг ўқи атрофида айланма ҳаракатдаги Ер ноинерциал системага яққол мисол бўла олади. Ернинг айланиши билан ердаги нисбий ҳаракат туфайли ҳосил бўлган Кориолис инерция кучлари натижасида рўй берувчи ҳодисалар жуда кўп: Фуко маятниги тебраниш текислигининг бурилиши, ер устида ҳаракатланувчи жисмнинг шимолий ярим шарда ўнгга ва жанубий ярим шарда чапга силжиши (жумладан, дарё қирғоқларининг ёки темир йўл рельсларининг ейилиши) вертикаль бўйлаб тушувчи жисмнинг шарққа қараб четланиши ва ҳоказо. Ер атмосферасидаги, денгиз ва океан-

лардаги оқимлар билан боғлиқ бўлган баъзи ҳодисаларнинг сабабчиси ҳам шу Кориолис инерция кучларидир.

Инерция кучлари инерциал системаларда рўй бермайди. Инерция кучлари фақат ноинерциал системалардагина мавжуддир.

Ньютон қонунларига асосланган механика фанида инерция кучлари ва гравитацион кучлар бир-бирида фарқли ўлароқ, турли табиатли кучлар ҳисобланади. Лекин Эйнштейн яратган умумий нисбийлик назариясида инерция кучлари ва гравитацион кучлар бир-биридан ҳеч қандай фарқ қилмайди, улар ўзаро эквивалентдир.

VIII. Идеал суюқликнинг асосий дифференциал тенгламаси. Суюқлик ичида шу суюқликнинг ёпиқ сирт билан чегараланган заррачаларига бу ёпиқ сиртдан ташқарида турган заррачалари қандайдир кучлар билан таъсир қилади. *Агар шу кучлар ёпиқ сиртнинг ҳар бир нуқтасида перпендикуляр бўйича ичкарига қаратилган бўлса, бундай хусусиятга эга суюқлик идеал суюқлик дейилади. Юз бирлигига перпендикуляр равишда таъсир қилувчи кучнинг сон қиймати босим дейилади.*

Босимни p орқали белгилайдиган бўлсак, сирт элементи $dS = dSn$ орқали ташқаридаги заррачаларнинг ичкаридаги заррачаларга таъсир қилувчи кучи $-pdS$ бўлади, чунки нормаль орти n ташқарига қаратилган. Ёпиқ сирт орқали таъсир қилувчи ҳамма куч $F_1 = -\oint pdS$ ёки (30.13) га биноан $F_1 = -\int \text{grad}\, p\, dV$ бўлади. Заррачаларнинг ўзаро таъсиридан қатъи назар, суюқлик қандайдир чет кучлар (масалан, оғирлик кучлари) таъсирида ҳам бўлиши мумкин. Масса бирлигига таъсир қилувчи чет кучни f ва суюқлик массасининг зичлигини ρ орқали белгиласак, элементар ҳажм dV даги массага $\rho f dV$ куч таъсир қилади. Суюқликнинг V ҳажмдаги қисмига таъсир қилувчи ҳамма чет куч $F_2 = \int \rho f dV$ бўлади.

Кучлар таъсирида элементар ҳажмдаги ρdV масса, w тезланиш билан ҳаракат қилади. *Массанинг манфий ишора билан олинган тезланишга кўпайтмаси инерция кучи дейилади.* Шундай қилиб, V ҳажмдаги ҳамма инерция кучи $F_3 = -\int \rho w dV$ бўлади.

Механикадан маълум бўлган Даламбер принципига кўра, системанинг мувозанатда бўлиши учун шу системага таъсир қилувчи кучлар билан инерция кучининг умумий йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак, яъни:

$$F_1 + F_2 + F_3 = -\int \text{grad}\, p\, dV + \int \rho f dV - \int \rho w dV = 0$$

ёки

$$\int(-\text{grad}\, p + \rho f - \rho w)\, dV = 0.$$

Топилган натижа ҳар қандай ҳажм учун ҳам тўғридир, демак:

$$-\text{grad}\, p + \rho f - \rho w = 0$$

ёки

$$w = f - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\, p. \qquad (45.83)$$

Идеал суюқликнинг бу асосий дифференциал тенгламаси гидродинамикада Эйлер тенгламаси дейилади.

Бу тенгламага бошқа шакл бериш ҳам мумкин. Бунинг учун w ўрнига $\frac{dv}{dt}$ оламиз:

$$\frac{dv}{dt} = f - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\, p. \qquad (45.84)$$

(42.3) га биноан, $\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (v\nabla)v$. Демак, Эйлер тенгламаси бундай ёзилади:

$$\frac{\partial v}{dt} + (v\nabla)\, v = f - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\, p \qquad (45.85)$$

ёки Декарт координаталарида қуйидагича бўлади:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_x}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},$$
$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_y}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y},$$
$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}.$$

Қулай интеграллаш мақсадида, Эйлер тенгламаси (45.85) ни бошқа шаклда ёзиш мумкин. Ҳар қандай a вектор учун, (34.14) га мувофиқ:

$$\text{grad}\left(\frac{a^2}{2}\right) = [a\,\text{rot}\,a] + (a\nabla)\, a$$

бўлади, бу ердан:

$$(a\nabla)\, a = -[a\,\text{rot}\, a] + \text{grad}\left(\frac{a^2}{2}\right) = [\text{rot}\, a\, a] + \text{grad}\left(\frac{a^2}{2}\right).$$

a вектор ўрнига v вектор олинса, (45.85) ни бундай ёзиш мумкин:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + [\text{rot}\, v v] + \text{grad}\left(\frac{v^2}{2}\right) = f - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\, p. \qquad (45.86)$$

Бу тенглама Громеко тенгламаси ёки Громеко — Ламб тенгламаси дейилади.

IX. Иссиқлик тарқалиш дифференциал тенгламаси. Жисмнинг юқори температурали жойидан паст температурали жойига қараб иссиқлик оқими рўй бериши маълум. Иссиқлик оқимининг йўналишига перпендикуляр жойлашган юз бирлиги орқали вақт бирлигида ўтган иссиқлик миқдорини q билан белгилайлик. *Сон қиймати шу q га тенг бўлиб, иссиқлик оқимининг йўналишида олинган векторни q орқали белгилайлик ва уни иссиқлик оқими зичлигининг вектори деб юритайлик.*

У вақтда жисмнинг бирор қисмини чегаралаган ёпиқ сирт орқали dt вақт мобайнида ичкарига кирган иссиқлик миқдори $\Delta Q = -\oint (qdS)\, dt$ бўлади, чунки ёпиқ сирт нормали ташқарига қаратилган.

Агар жисмнинг текширилаётган қисмида иссиқликнинг пайдо бўлиши ёки ютилиши билан боғлиқ махсус ҳодисалар бўлмаса, ташқаридан иссиқлик қабул қилган бу қисм муносиб равишда исийди. Жисмнинг масса зичлигини ρ ва солиштирма иссиқлик сиғимини c десак, температураси T бўлган dV ҳажм dt вақт ичида $\rho dVc\frac{\partial T}{\partial t}dt$ иссиқлик миқдори орттирмасига эга бўлади, ёпиқ сирт билан чегараланган V ҳажмдаги қисмнинг барча иссиқлик миқдори орттирмаси эса, албатта, ўша ΔQ га тенг бўлади: $\Delta Q = \int \rho c\frac{\partial T}{\partial t}dt\, dV$. Шундай қилиб:

$$-\oint (qdS)\, dt = \int \rho c \frac{\partial T}{dt}\, dt\, dV$$

ёки

$$\oint (qdS) + \int \rho c\frac{\partial T}{\partial t}\, dV = 0.$$

Гаусс—Остроградский теоремасидан фойдалансак:

$$\int \text{div}\, q\, dV + \int \rho c\frac{\partial T}{\partial t}\, dV = 0, \text{ ёки } \int\left(\text{div}\, q + \rho c\frac{\partial T}{\partial t}\right)dV = 0$$

бўлади. Интеграллаш ҳажми ихтиёрий бўлганлигидан бундай ёзамиз:

$$\text{div}\, q + \rho c\frac{\partial T}{\partial t} = 0. \qquad (45.87)$$

Аммо q ва T ўзаро боғлиқ, чунки иссиқлик оқими температура пасаювчи томонга қаратилган.

Хусусиятлари ҳамма йўналишларда бир хил бўлган, яъни изотроп жисм учун бундай ёзишимиз мумкин:

$$q = -l\,\text{grad}\, T, \qquad (45.88)$$

бу ерда l миқдор ички иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти дейилади ва фақат жисмнинг ўз хоссаларига боғлиқ бўлади. Сўнгги тенгламадан:

$$\operatorname{div} \mathbf{q} = -\operatorname{div}(l \operatorname{grad} T)$$

ёки (34.9) га мувофиқ:

$$\operatorname{div} \mathbf{q} = -l \operatorname{divgrad} T - (\operatorname{grad} l \operatorname{grad} T)$$

бўлади. Бир жинсли жисм учун l ўзгармасдир, демак:

$$\operatorname{div} \mathbf{q} = -l \operatorname{divgrad} T = -l\Delta T.$$

Ниҳоят, (45.87) га мувофиқ, $-l\Delta T + \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = 0$

ёки

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{l}{\rho c} \Delta T. \qquad (45.89)$$

Бу ифодадаги $\frac{l}{\rho c}$ миқдорни a орқали белгилайлик:

$$a = \frac{l}{\rho c}. \qquad (45.90)$$

Бу a миқдорнинг маъносини аниқлаш қийин эмас. Ҳажм бирлигидаги жисм қисмининг температурасини бир градус кўтариш учун миқдори ρc га тенг иссиқлик керак. Аммо шу қисмга берилган иссиқлик миқдори l га тенг бўлса, унинг температураси $\frac{l}{\rho c}$ градус кўтарилади.

Ҳажм бирлигидаги жисм қисмига сон қиймати ички иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти l га тенг иссиқлик бериш натижасида ҳосил бўлган температура кўтарилишини характерловчи бу миқдор махсус ном билан юритилади. *a миқдор температура ўтказувчанлик коэффициенти дейилади.* Шундай қилиб:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\Delta T. \qquad (45.91)$$

Иссиқлик ўтказувчанлик назариясидаги бу асосий дифференциал тенглама Фурье тенгламаси дейилади.

Жисм ичида dt вақт оралигида юз элементи dS орқали ўтган иссиқлик миқдори, (45.88) га биноан:

$$dQ = (\mathbf{q}d\mathbf{S})\,dt = -l(\operatorname{grag} Td\mathbf{S})\,dt = -l\frac{\partial T}{\partial n} dSdt.$$

$$dQ = -l\frac{\partial T}{\partial n} dSdt. \qquad (45.92)$$

Иссиқлик назариясида бу формула жуда муҳимдир.

Бирор моддий муҳитда жойлашган жисмнинг температураси T_1, масалан, муҳит температураси T_0 дан юқори бўлса, чегара сирт орқали жисмдан муҳитга қараб иссиқлик оқими ўтади. Бу иссиқлик оқими нурланиш, конвекция ёки иссиқлик ўтказувчанлик туфайли бўлиши мумкин.

Жисмнинг чегара сирт элементи $d\mathbf{S}$ орқали dt вақт оралигида муҳитга ўтган иссиқлик миқдори dQ ни dS га, dt га ва температура фарқи $T - T_0$ га пропорционал десак, қуйидагини ёзишимиз мумкин:

$$dQ = h(T_0 - T)\,dSdt, \qquad (45.93)$$

бу ердаги h миқдор ташқи иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти дейилади ва жисм билан муҳитнинг ҳамда уларни чегараловчи умумий сиртнинг хусусиятларига боғлиқ бўлади. Бу формула жисм совишининг Ньютон қонунини ифодалайди.

X. Уюрма ип. Соленоидал векторни унинг уюрмаси орқали аниқлаш бизга маълум, яъни (40.8), (40.7) ва (40.16) га биноан:

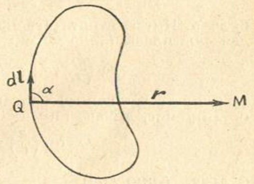
$$\mathbf{a} = \operatorname{rot} \mathbf{A} \qquad (45.94)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{a} = \mathbf{b} \qquad (45.95)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi}\int \frac{\mathbf{b}dV}{r}. \qquad (45.96)$$

Энди шундай бир мисолни олайлик: соленоидал $\mathbf{a}$ векторнинг уюрмаси бўлган $\mathbf{b}$ векторни тасвирловчи вектор чизиқлар ёпиқ бўлиб, улар фақат биттагина ингичка ип—уюрма ип ташкил қилсин (154-расм). Контур йўналиши уюрма вектор $\mathbf{b}$ йўналишидир. Шунинг учун контурнинг вектор элементи $d\mathbf{l}$ ва $\mathbf{b}$ вектор бир йўналишда бўлади. Уюрма ипнинг кўндаланг кесими dS ва уюрма ип элементининг ҳажми dV бўлса, $dV = dSdl$, демак:

$$\mathbf{b}dV = \mathbf{b}dSdl = \mathbf{b}dSd\mathbf{l}. \qquad (45.97)$$



154- расм.

(45.95) га биноан, уюрма вектор дивергенцияси нолга тенг: $\operatorname{div} \mathbf{b} = 0$. Демак, Гаусс—Остроградский теоремасига кўра, унинг ихтиёрий ёпиқ сирт орқали тўла оқими нолга тенг бўлади: $\oint(\mathbf{b}d\mathbf{S}) = 0$.

Уюрма ипнинг турли жойларидаги икки кўндаланг кесими билан чегараланган қисмини оладиган бўлсак, унинг ён сирти билан аввалги икки кўндаланг кесим ёпиқ сирт ҳосил қилади. Ён сирт орқали оқим бўлмайди, чунки уюрма ип, демак, уюрма вектор $\mathbf{b}$ кўндаланг кесим dS га перпендикулярдир. Шундай қилиб, уюрма ип қисмининг боши ва охиридаги кўндаланг кесимлари орқали оқимлар йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак: $(\mathbf{b}d\mathbf{S})_1 + (\mathbf{b}d\mathbf{S})_2 = 0$.

Биринчи кўндаланг кесим нормали уюрма вектор $\mathbf{b}$ бўйича олинса, иккинчи кўндаланг кесим нормали унга қарама-қарши йўналишда олинади. Демак, $(\mathbf{b}d\mathbf{S})_1 - (\mathbf{b}d\mathbf{S})_2 = 0$, бу ердан $(\mathbf{b}d\mathbf{S})_1 = (\mathbf{b}d\mathbf{S})_2$, яъни *уюрма векторнинг кўндаланг кесим орқали оқими уюрма ипнинг ҳамма жойида бирдай ва ўзгармас бўлади. Бу ўзгармас миқдорни уюрма оқимининг кучи деб атаб,* J орқали белгилайлик:

$$J = \mathbf{b}d\mathbf{S}. \qquad (45.98)$$

У вақтда (45.97) га биноан:

$$\mathbf{b}dV = Jd\mathbf{l} \qquad (45.99)$$

бўлади. Бу ифодани (45.96) га қўйсак:

$$\mathbf{A} = \frac{J}{4\pi}\oint \frac{d\mathbf{l}}{r} \qquad (45.100)$$

келиб чиқади, (45.94) га биноан, M нуқтада текширилаётган $\mathbf{a}$ вектор учун:

$$\mathbf{a} = \frac{J}{4\pi} \operatorname{rot} \oint \frac{d\mathbf{l}}{r} = \frac{J}{4\pi}\oint \operatorname{rot}\left(\frac{d\mathbf{l}}{r}\right) \qquad (45.101)$$

бўлади. Интеграл остидаги ифодани ҳисоблаш мақсадида (34.10) дан фойдаланишимиз керак:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{d\mathbf{l}}{r}\right) = \left[\operatorname{grad}\frac{1}{r}\, d\mathbf{l}\right] + \frac{1}{r}\operatorname{rot} d\mathbf{l}.$$

Q нуқта функцияси бўлган $d\mathbf{l}$ вектор ўзгарувчи M нуқтага боғлиқ эмас, демак, $\operatorname{rot} d\mathbf{l} = 0$. Натижада:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{d\mathbf{l}}{r}\right) = \left[\operatorname{grad}\frac{1}{r}\, d\mathbf{l}\right]$$

бўлади. Аммо $\operatorname{grad}\frac{1}{r} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3}$. Демак:

$$\operatorname{rot}\left(\frac{d\mathbf{l}}{r}\right) = -\left[\frac{\mathbf{r}}{r^3}\, d\mathbf{l}\right] = \left[d\mathbf{l}\,\frac{\mathbf{r}}{r^3}\right].$$

Шундай қилиб, (45.101) га мувофиқ:

$$\mathbf{a} = \frac{J}{4\pi}\oint\left[d\mathbf{l}\,\frac{\mathbf{r}}{r^3}\right]. \qquad (45.102)$$

Бу ердан:

$$d\mathbf{a} = \frac{J}{4\pi}\left[d\mathbf{l}\,\frac{\mathbf{r}}{r^3}\right] \qquad (45.103)$$

ёки

$$|d\mathbf{a}| = \frac{J\,|d\mathbf{l}|\sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (45.104)$$

Масалан, ёпиқ занжир ҳосил қилган стационар (доимий) электр ток кучи J ва унинг магнит майдони кучланганлиги вектори $\mathbf{H}$ бўлса, мос олинган ўлчов бирликлари системасида қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$|d\mathbf{H}| = \frac{J\,dl\sin\alpha}{r^2},$$

$$d\mathbf{H} = \left[Jd\mathbf{l}\,\frac{\mathbf{r}}{r^3}\right]. \qquad (45.105)$$

Бу формула электродинамикада Био—Савар—Лаплас қонуни номи билан маълум.

XI. Фазонинг боғланишли соҳалари. Стокс теоремасини эслайлик:

$$\oint(\mathbf{a}d\mathbf{l}) = \int(\operatorname{rot} \mathbf{a}d\mathbf{S}). \qquad (45.106)$$

Бу формулада текширилаётган соҳадаги сиртнинг ва уни чегараловчи контурнинг ҳамма нуқталарида функция ва функциянинг биринчи ҳосилалари, яъни вектор билан векторнинг уюрмаси узлуксиз бўлиши лозим. Аммо айрим ҳолларда шундай соҳалар ҳам учрайдики, уларда баъзи контурлар билан чегараланган сирт нуқталарида вектор уюрмасининг узлуксизлик шарти бажарилмайди. Демак, бундай соҳалардаги баъзи контурлар ўзлари билан чегараланган ва шу соҳаларда мавжуд бўлган сиртларга эга эмас.

Бир мисол келтирайлик. Физикадан маълумки, чексиз узун тўғри симдаги ўзгармас электр токи ҳосил қилган магнит майдони кучланганлигининг сон қиймати:

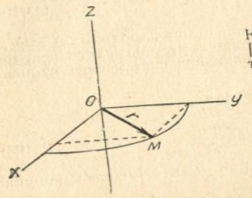
$$H = \frac{2J}{r} \qquad (45.107)$$

бўлади, бу ерда J—ток кучи, r—майдон нуқтаси билан сим орасидаги масофа, ўлчов бирликлари эса *CGSM* системасида олинган. Электр токи йўналишини Z ўқ деб ҳисоблаб, Декарт системасини олайлик. У вақтда магнит майдони куч чизиқлари шу Z ўқ атрофидаги айланалар эканлигини эсласак, ўнг парма қоидасига мувофиқ, кучланганлик вектори учун бундай ёзишимиз мумкин (155- расм):

$$\boldsymbol{H} = \frac{2J}{r^2}[\boldsymbol{kr}] \tag{45.108}$$

ёки $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ бўлганлигидан:

$$\boldsymbol{H} = \frac{2J}{x^2 + y^2}[\boldsymbol{k}, x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}].$$



155- расм.

Қавсларни очиб, сўнгра $[\boldsymbol{ki}] = \boldsymbol{j}$, $[\boldsymbol{kj}] = -\boldsymbol{i}$ эканлигини назарда тутсак, бундай ёзишимиз мумкин:

$$\boldsymbol{H} = \frac{2J}{x^2 + y^2}(x\boldsymbol{j} - y\boldsymbol{i}). \tag{45.109}$$

Z ўқ ($x = 0$, $y = 0$) нуқталарида кучланганлик вектори $\boldsymbol{H}$ нинг ноаниқ бўлиб қолишини кўрмоқдамиз. (45.109) формулага биноан, магнит майдони кучланганлиги уюрмасининг компонентларини топайлик:

$$\mathrm{rot}_x\boldsymbol{H} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{2Jx}{x^2 + y^2}\right) = 0,$$

$$\mathrm{rot}_y\boldsymbol{H} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{2Jy}{x^2 + y^2}\right) = 0,$$

$$\mathrm{rot}_z\boldsymbol{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{2Jx}{x^2 + y^2}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{2Jy}{x^2 + y^2}\right) =$$

$$= 2J\frac{(x^2 + y^2) - 2x^2}{(x^2 + y^2)^2} + 2J\frac{(x^2 + y^2) - 2y^2}{(x^2 + y^2)^2} =$$

$$= 2J\frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} + 2J\frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} = 0.$$

Демак, Z ўқда кучланганлик векторининг уюрмаси ноаниқ бўлиб қолади, аммо Z ўқдан бошқа ҳамма жойларда:

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{H} = 0 \tag{45.110}$$

бўлади.

Уюрмасиз векторнинг потенциал вектор эканлиги бизга маълум, демак:

$$\boldsymbol{H} = -\,\mathrm{grad}\,\varphi; \tag{45.111}$$

яъни $H_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$; $H_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}$, $H_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ ва (45.109) га мувофиқ:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{2Jy}{x^2 + y^2}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{2Jx}{x^2 + y^2}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0. \tag{45.112}$$

Шу дифференциал тенгламаларни интеграллаш натижасида номаълум потенциални аниқлаш мумкин:

$$\varphi = -2J\,\mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}. \tag{45.113}$$

Ҳақиқатан, бу функциянинг (45.112) да ифодаланган дифференциал тенгламаларни қаноатлантиришини текшириб чиқиш қийин эмас.

(45.113) дан равшанки, майдон потенциалининг қиймати Z ўқда ноаниқ бўлиб қолади. Майдон функциялари (яъни φ, демак $\boldsymbol{H}$ ва rot $\boldsymbol{H}$) узлуксиз бўлиши учун биз Z ўқни чексиз кичик радиусли цилиндр билан қуршаб олишимиз керак.

(45.113) дан кўрамизки, φ потенциалнинг ўзгариши бурчак $\mathrm{arctg}\,\frac{y}{x}$ нинг ўзгаришига боғлиқ. Z ўқни ҳар айланиб чиқишда бурчакнинг ўзгариши 2π га тенг. Демак, Z ўқни ҳар айланиб чиққанда потенциалнинг ўзгариши $4\pi J$ га тенг, яъни бирор нуқтадан бошлаб, Z ўқни бир айланиб чиқиш билан яна шу нуқтанинг ўзига қайтилса, потенциалнинг қиймати $4\pi J$ га ўзгаради. Потенциалнинг бирор нуқтадаги дастлабки қийматини φ_0 десак, Z ўқни n марта айланиб чиқиш натижасида ўша нуқтадаги потенциал $n4\pi J$ га ўзгаради:

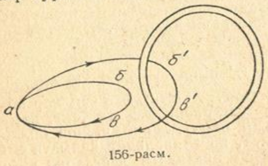
$$\varphi = \varphi_0 + n4\pi J. \tag{45.114}$$

Шундай қилиб, ўзгармас ток магнит майдонининг потенциали кўп қийматли функция бўлади. Бунга сабаб шуки, Z ўқни ўраб олган контурлар мавжуддир. Потенциалнинг кўп қийматли бўлишидан қутулиш учун Z ўқни ўраб олувчи контурлар бўлмаслиги керак. Шу мақсадда, масалан, Z ўқ билан чегараланган ярим текислик шаклидаги шартли тўсиқ олишимиз мумкин, натижада бу шартли тўсиқ ярим текисликнинг бир томонидан иккинчи томонига ўтиш мумкин эмас, демак, Z ўқни ўраб олувчи контурларга йўл қўйилмайди. Хуллас, Z ўқни қуршаб олган чексиз кичик радиусли цилиндр билан Z ўқ чегараланган шартли тўсиқ ярим текислик туфайли майдон потенциалини узлуксиз ва бир қийматли функция қилиш мумкин.

Биз текширган магнит майдони соҳасидаги контурларни икки турга ажратсак бўлади: чексиз кичик радиусли цилиндр билан ажратилган Z ўқни қуршаган контурлар ва уни қуршамаган контурлар. Z ўқни қуршамаган контурларни узлуксиз равишда торайтириб деформациялаш воситасида нуқтага айлантириб юбориш мумкин. Z ўқни қуршаган контурларни эса узлуксиз равишда торайтириб деформациялаш воситасида ҳеч қандай қилиб нуқтага айлантириб бўлмайди. Соҳа чегараси бўлган чексиз кичик радиусли цилиндрни бузиб ўтилгандагина қуршаган контурларни нуқтага айлантириш мумкин.

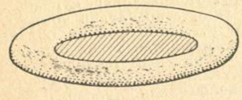
Ана шундай икки турдаги контурлар мавжуд бўлган соҳа икки боғланишли соҳа дейилади. Ҳозиргина кўриб чиқилган магнит майдони соҳаси икки боғланишли соҳадир.

Шундай соҳалар борки, улардаги ҳар қандай контурни, соҳа чегарасини бузмасдан туриб, нуқтага айлантириш мумкин бўлади. *Бундай хусусиятга эга соҳалар бир боғланишли соҳалар дейилади.* Бир боғланишли соҳаларда, демак, фақат бир турдаги контурларгина мавжуддир. Бир боғланишли соҳаларга баъзи мисоллар келтирайлик: чексиз фазо, текислик, текисликнинг битта контур билан чегараланган қисми, фазонинг ёпиқ сирт ичкарисидаги ва ташқарисидаги қисми.

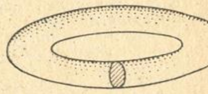


156-расм.

Чексиз кичик кўндаланг кесимли сирт билан чегараланган ёпиқ электр токи магнит майдонидаги ихтиёрий бирор контур (156- расм) шу токни ёки қуршаган бўлиши, ёки қуршамаган бўлиши мумкин. Демак, бу магнит майдони соҳаси икки боғланишли соҳадир. Агар ток унинг контури чегаралаган бирор шартли тўсиқ сирт билан қопланса, қуршаб олувчи контурлардан қутулиш мумкин, натижада бир боғланишли соҳа ҳосил бўлади.



157- расм.

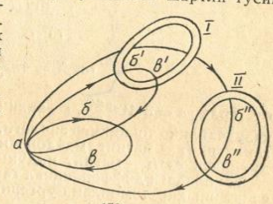


158- расм.

Доира шу доира текислигида ётган ва доирани кесиб ўтмаган тўғри чизиқ атрофида айлантирилганда ҳосил бўладиган ҳалқасимон геометрик шакл тор дейилади. Сувда чўкаётган одамларни қутқазиш чамбараги ёки тешик кулча торга мисол бўла олади. Фазонинг тор ичкарисидаги қисми ёки ташқарисидаги қисми икки боғланишли соҳалардир. Тор чегаралаган тешик бирор шартли тўсиқ сирт билан қопланса (157- расм), торнинг ташқариси бир боғланишли соҳа бўлади. Торнинг ичкарисига бирор кўндаланг шартли тўсиқ қопланса (158- расм), торнинг ичкариси ҳам бир боғланишли соҳага айланади.

Энди иккита электр токи магнит майдонини олайлик. Бу ерда уч турдаги контурлар учрайди: токларни қуршамаган контурлар, биринчи токни қуршаган контурлар, иккинчи токни қуршаган контурлар (159- расм).

Уч турдаги контурлар мавжуд бўлган соҳа уч боғланишли соҳа дейилади. Юқоридаги токлар магнит майдони уч боғланишли соҳадир. Икки токнинг бири ўзига мос шартли тўсиқ сирт билан қопланса, икки боғланишли соҳа ҳосил бўлади. Агар қопланмасдан қолган ток ҳам бирор шартли тўсиқ билан қопланса, ниҳоят, бир боғланишли соҳа ҳосил бўлади.



159- расм.

Умуман n турдаги контурлар мавжуд бўлган соҳа n боғланишли соҳа дейилади. Албатта, n боғланишли соҳани 1 шартли тўсиқ воситасида $(n-1)$ боғланишли соҳага, 2 шартли тўсиқ воситасида $(n-2)$ боғланишли соҳага, m шартли тўсиқ $(m < n)$ воситасида $(n-m)$ боғланишли соҳага, ниҳоят, $n-1$ шартли тўсиқ воситасида бир боғланишли соҳага айлантириш мумкин. Демак, кўп боғланишли соҳани бошқача таърифлаш ҳам мумкин: *$n-1$ шартли тўсиқлар воситасида бир боғланишли соҳага айлантирилиши мумкин бўлган соҳа n боғланишли соҳа дейилади.*

Уюрмасиз ҳар қандай векторнинг потенциал векторлигини биламиз:

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{a} = 0, \tag{45.115}$$

$$\boldsymbol{a} = -\,\mathrm{grad}\,\varphi. \tag{45.116}$$

Юқорида айтилганлардан равшанки, бир боғланишли соҳадагина потенциал бир қийматли бўлади, демак, ҳар қандай контур бўйича олинган вектор интеграли нолга тенг:

$$\oint(\boldsymbol{a}d\boldsymbol{l}) = 0. \tag{45.117}$$

Кўп боғланишли соҳаларда потенциал кўп қийматли бўлганлигидан баъзи контурлар бўйича олинган вектор интеграли нолга тенг бўлмаслиги мумкин:

$$\oint(\boldsymbol{a}d\boldsymbol{l}) \neq 0. \tag{45.118}$$

Мос олинган кўп боғланишли соҳалардаги шартли тўсиқларга яққол мисоллар қилиб, физикадан маълум бўлган бир томони мусбат зарядли ва иккинчи томони манфий зарядли электр ёки магнит қатламларини кўрсатиб ўтса бўлади.

XII. Электромагнит майдоннинг дифференциал тенгламалари. Электромагнит майдоннинг Максвелл тенгламалари деб аталувчи асосий дифференциал тенгламалари қуйидагичадир:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{D} = 4\pi\rho, \tag{45.119}$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0, \tag{45.120}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \tag{45.121}$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = 4\pi\frac{\boldsymbol{i}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \tag{45.122}$$

бу ерда $c = 3\cdot 10^{10}\frac{см}{сек}$, ρ—эркин электр заряди зичлиги, $\boldsymbol{i}$—ўтказувчанлик токининг зичлиги, $\boldsymbol{E}$ — электр майдони кучланганлиги, $\boldsymbol{H}$ — магнит майдони кучланганлиги, $\boldsymbol{D}$ — электр индукцияси ва $\boldsymbol{B}$ — магнит индукцияси.

Юқоридаги дифференциал тенгламалар электромагнит ҳодисаларини ҳар томонлама ўрганиш хулосаларининг умумлашган ифодасидир.

Максвелл тенгламаларини интеграл шаклда ёзиб кўрсатайлик. Гаусс — Остроградский теоремасига асосланиб, (45.119) тенгламани бундай ёзамиз:

$$\oint(\boldsymbol{D}d\boldsymbol{S}) = 4\pi\int\rho dV \tag{45.123}$$

ёки ёпиқ сирт билан чегараланган ҳажмдаги эркин зарядни (электр миқдорини) e орқали белгиласак $\left(e = \int\rho dV\right)$, ниҳоят, бундай бўлади:

$$\oint(\boldsymbol{D}d\boldsymbol{S}) = 4\pi e. \tag{45.124}$$

Кўрамизки, ёпиқ сирт орқали ўтувчи электр индукциясининг тўла оқими 4π карра олинган шу сирт ичидаги эркин зарядга тенгдир.

Гаусс—Остроградский теоремаси асосида (45.120) тенглама бундай ёзилади:

$$\oint(\boldsymbol{B}d\boldsymbol{S}) = 0. \tag{45.125}$$

Демак, ёпиқ сирт орқали ўтувчи магнит индукциясининг тўла оқими нолга тенгдир. Бунинг маъноси шуки, магнит индукциясининг вектор чизиқлари ҳамма вақт ёпиқ бўлиб, уларнинг бошланган ёки тугалган жойлари йўқ.

Стокс теоремасини (45.121) га татбиқ этиб, шуни ёзиш мумкин:

$$\oint(\boldsymbol{E}d\boldsymbol{l}) = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\int(\boldsymbol{B}d\boldsymbol{S}). \tag{45.126}$$

Тенгликнинг чап томонидаги интеграл берилган сиртни чегараловчи контурдаги электр юритувчи кучнинг миқдорий ифодасидир. Юқоридаги формуланинг физик маъноси шуки, бирор сирт орқали ўтувчи магнит индукцияси оқимининг вақт бирлигидаги ўзгариши шу сиртни чегараловчи контурда ўзига тўғри пропорционал электр юритувчи куч ҳосил қилади. Физикадаги электромагнит индукцияси қонуни ана шундан иборатдир.

(45.122) нинг ўнг томонида $\frac{4\pi}{c}$ ни қавслар ташқарисига чиқарсак:

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}\left(\boldsymbol{i} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)$$

бўлади. *Қавслар ичидаги иккинчи ҳад силжиш токи зичлиги деб аталади.* Уни $\boldsymbol{i}_c$ орқали белгиласак:

$$\boldsymbol{i}_c = \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \tag{45.127}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}(\boldsymbol{i} + \boldsymbol{i}_c) \tag{45.128}$$

бўлади. Энди Стокс теоремасини татбиқ этамиз:

$$\oint(\boldsymbol{H}d\boldsymbol{l}) = \frac{4\pi}{c}\left\{\int(\boldsymbol{i}d\boldsymbol{S}) + \int(\boldsymbol{i}_c d\boldsymbol{S})\right\}. \tag{45.129}$$

Тенгликнинг ўнг томонидаги биринчи интеграл ўтказувчанлик токининг кучи, иккинчи интеграл эса силжиш токининг кучи деб юритилади. Уларни мос равишда J ва J_c орқали белгиласак:

$$J = \int(\boldsymbol{i}d\boldsymbol{S}), \tag{45.130}$$

$$J_c = \int(\boldsymbol{i}_c d\boldsymbol{S}) \tag{45.131}$$

бўлади. Шундай қилиб:

$$\oint(\boldsymbol{H}d\boldsymbol{l}) = \frac{4\pi}{c}(J + J_c). \tag{45.132}$$

Стационар электромагнит процессида вақт бўйича олинган хусусий ҳосила нолга тенгдир, демак, (45.127) га мувофиқ, $\boldsymbol{i}_c = 0$ ва (45.131) га мувофиқ $J_c = 0$, яъни силжиш токи йўқ.

У вақтда (45.132) формула стационар электромагнит процесси учун бундай ёзилади:

$$\oint(\boldsymbol{H}d\boldsymbol{l}) = \frac{4\pi}{c}J. \tag{45.133}$$

Бу тенглик бизга маълум бўлган Био—Савар—Лаплас қонунининг интеграл шаклда ифодаланишидир: *ёпиқ занжирдаги стационар электр токи ўз атрофида уюрмали магнит майдони ҳосил қилади.*

Стационар электромагнит процесслар учун топилган Био—Савар—Лаплас қонунини ностационар электромагнит процесслар учун умумлаштириб, Максвелл (45.122) формулани ёки барибир, унинг бошқачароқ шакли (45.132) формулани таклиф этди: *ўтказувчанлик токи билан силжиш токи ўзаро ҳамма вақт ёпиқ занжир ташкил этади ва атрофда уюрмали магнит майдони ҳосил қилади. Физикадаги магнитоэлектр индукцияси қонуни ана шундан иборат.*

Одатда, электр миқдорлар *CGSE* ўлчов бирликлари системасида ва магнит миқдорлар *CGSM* ўлчов бирликлари системасида олинади. Юқорида келтирилган формулаларда ана шулар назарда тутилди.

XIII. Телеграфчилар тенгламаси. Максвелл тенгламаларига асосланган назария ва практикада катта аҳамиятга эга бўлган ҳамда телеграфчилар тенгламаси деб юритиладиган муҳим бир формула билан танишиб чиқайлик.

Максвелл тенгламаларида иштирок қилувчи электромагнит майдони векторлари, одатда, тубандагича ўзаро боғланган:

$$\boldsymbol{i} = \gamma\boldsymbol{E}, \tag{45.134}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E}, \tag{45.135}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}, \tag{45.136}$$

бу ерда γ — электр ўтказувчанлик коэффициенти, ε — диэлектрик коэффициент ва μ — магнит коэффициент.

Бир жинсли моддий муҳит учун бу коэффициентлар ўзгармас бўлади. Бир жинсли ўтказувчан муҳитда $\rho = 0$ деб ҳисоблаш мумкин. У вақтда, сўнгги формулаларга биноан, (45.119), (45.120), (45.121), (45.122) ларда ифодаланган Максвелл тенгламалари бундай шаклга киради:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{E} = 0, \tag{45.137}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{H} = 0, \tag{45.138}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}, \tag{45.139}$$

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = 4\pi\frac{\gamma\boldsymbol{E}}{c} + \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}. \tag{45.140}$$

Сўнгги тенгламани вақт бўйича дифференциаллаймиз:

$$\operatorname{rot}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \frac{4\pi\gamma}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

ёки (45.139) га мувофиқ:

$$-\frac{c}{\mu}\operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = \frac{4\pi\gamma}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}. \tag{45.141}$$

Биламизки: $\operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\boldsymbol{E} - \Delta\boldsymbol{E}$ ёки (45.137) га мувофиқ $\operatorname{rot}\operatorname{rot}\boldsymbol{E} = -\Delta\boldsymbol{E}$. Буни (45.141) га қўйсак:

$$\frac{c}{\mu}\Delta\boldsymbol{E} = \frac{4\pi\gamma}{c}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

ёки

$$\Delta\boldsymbol{E} = 4\pi\frac{\gamma\mu}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} \tag{45.142}$$

келиб чиқади.

$\boldsymbol{H}$ вектор учун ҳам худди шунинг каби тенглама чиқади:

$$\Delta\boldsymbol{H} = 4\pi\frac{\gamma\mu}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2}. \tag{45.143}$$

$\boldsymbol{E}$ вектор ёки $\boldsymbol{H}$ векторнинг бирор Декарт компонентини ψ орқали белгиласак:

$$\Delta\psi = 4\pi\frac{\gamma\mu}{c^2}\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{45.144}$$

бўлади.

Бу типдаги дифференциал тенглама телеграфчилар тенгламаси номи билан маълум.

Диэлектрик муҳит учун $\gamma = 0$, демак:

$$\Delta\psi = \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

ёки

$$\Delta\psi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \tag{45.145}$$

бу ерда:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \tag{45.146}$$

(45.145) формула бизга илгаридан маълум бўлган (44.18) тўлқин тенгламасидир. (45.146) формула электромагнит тўлқинининг диэлектрик муҳитда тарқалиш тезлигини ифодалайди. Вакуум (бўшлиқ) учун $\varepsilon = 1$ ва $\mu = 1$, демак, $v = c = 3\cdot 10^{10}\frac{см}{сек}$, яъни электромагнит тўлқини (демак, шу жумладан ёруғлик ҳам) вакуумда $3\cdot 10^{10}\frac{см}{сек}$ га тенг тезлик билан тарқалади.

XIV. Гармоник электромагнит тўлқини. Бир жинсли диэлектрик муҳитда электромагнит тўлқини тарқалишини ифодаловчи (45.145) дифференциал тенглама ечими вақт билан фазо нуқтаси функциясидир: $\psi = \psi(x, y, z, t)$. Текширишни соддалаштириш мақсадида бизни қизиқтираётган функцияни вақт билан биттагина координатага, масалан, z координатага боғлиқ деб ҳисоблайлик, яъни $\psi = \psi(z, t)$. Энди Z ўқ ортини $\boldsymbol{n}$ орқали белгиласак:

$$\nabla = \boldsymbol{i}\frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{j}\frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{n}\frac{\partial}{\partial z} = \boldsymbol{n}\frac{\partial}{\partial z}, \quad \Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

(45.145) тўлқин тенгламаси эса:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \qquad (45.147)$$

бўлади. Бу дифференциал тенгламанинг хусусий ечимини гармоник функция шаклида, яъни қуйидагича оламиз:

$$\psi = \psi_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha\right], \qquad (45.148)$$

бу ерда ψ_0, ω, α — ўзгармас миқдорлар: ψ_0 — амплитуда, ω — циклик частота, α — бошланғич фаза. Сўнгги ифода тўлқин тенгламасини қаноатлантиришини кўрсатиш қийин эмас. Ҳақиқатан:

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} = \psi_0\frac{\omega}{v}\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha\right], \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = -\psi_0\frac{\omega^2}{v^2}\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha\right) = -\frac{\omega^2}{v^2}\psi,$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\psi_0\omega\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha\right], \quad \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = -\psi_0\omega^2\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha\right] = -\omega^2\psi,$$

бу топилган қийматлар ўз ўринларига қўйилса, тўлқин тенгламаси айнан қаноатлантирилади.

Тенгламадаги ψ функция электромагнит майдон векторлари $\boldsymbol{E}$ ёки $\boldsymbol{H}$ нинг Декарт компонентлари (E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z) дан бирини ифодалайди. Керакли хусусий ечимни вектор шаклда ёзсак бўлади:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= \boldsymbol{E}_0\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha\right], \\ \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{H}_0\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \beta\right], \end{aligned}\right\} \qquad (45.149)$$

бу ерда $\boldsymbol{E}_0$ ва $\boldsymbol{H}_0$ мос олинган вектор амплитудалар бўлиб, турли хусусий ечимларда турлича ўзгармас векторлардир. Хусусий ечимлар йиғиндиси янада ўша тўлқин тенглама ечими бўлади:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= \boldsymbol{E}_0'\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha'\right] + \boldsymbol{E}_0''\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha''\right], \\ \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{H}_0'\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \beta'\right] + \boldsymbol{H}_0''\cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \beta''\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (45.150)$$

Кўрамизки Z ўққа перпендикуляр бўлган текисликнинг ҳамма нуқталарида $\boldsymbol{E}$ вектор бир хил, $\boldsymbol{H}$ вектор ҳам бир хилдир. Бошланғич вақтга мос келган Z ўқ нуқтасини координаталар боши деб ҳисоблайлик, яъни $t = 0$ бўлганда $z = 0$ бўлсин. У вақтда (45.150) га биноан, t вақтда $z = vt$ текисликдаги ва $t = 0$ вақтда $z = 0$ текисликдаги майдон векторлари бир хил бўлади. Демак, ҳамма нуқталарида бир хил $\boldsymbol{E}$ векторга ва бир хил $\boldsymbol{H}$ векторга эга текислик Z ўқ бўйича v тезлик билан ҳаракат қилади. *Шундай қилиб,* (145.150) *формула Z ўқ бўйича тарқалувчи ясси гармоник электромагнит тўлқинини ифодалайди.*

Тўлқиннинг тарқалиш йўналишига нисбатан $\boldsymbol{E}$ ва $\boldsymbol{H}$ векторлар перпендикулярдир. Ҳақиқатан, Максвелл тенгламаси (45.138) га биноан, $\operatorname{div}\boldsymbol{H} = 0$. Аммо $\operatorname{div}\boldsymbol{H} = (\nabla\boldsymbol{H})$ ва бизни қизиқтираётган ҳол учун $\nabla = \boldsymbol{n}\frac{\partial}{\partial z}$ эди, демак:

$$\operatorname{div}\boldsymbol{H} = (\nabla\boldsymbol{H}) = \left(\boldsymbol{n}\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial z}\right) = 0,$$

яъни $\boldsymbol{n}$ ва $\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial z}$ векторлар ўзаро перпендикулярдир.

(45·150) ни z бўйича дифференциаллайлик:

$$\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial z} = \frac{\omega}{v}\left\{\boldsymbol{H}_0'\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \beta'\right] + \boldsymbol{H}_0''\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \beta''\right]\right\} \qquad (45.151)$$

Демак, фигурали қавслар ичидаги вектор, яъни $\boldsymbol{H}_0'$, $\boldsymbol{H}_0''$ векторлар текислигидаги вектор берилган $\boldsymbol{n}$ векторга перпендикуляр. Аммо (45.150) га мувофиқ, $\boldsymbol{H}$ вектор ҳам ўша текисликда ётади. Демак, $\boldsymbol{H}$ вектор тўлқиннинг тарқалиш йўналишига перпендикулярдир. Максвелл тенгламаси (45.137) дан фойдаланиб, $\boldsymbol{E}$ векторнинг ҳам тўлқин тарқалиш йўналишига перпендикуляр эканлигини кўрсатиш мумкин.

Хуллас, электр ва магнит майдонлари тўлқиннинг тарқалиш йўналишига перпендикуляр ҳолда тебраниб туради. *Тебранишлари тарқалиш йўналишига перпендикуляр бўлган тўлқин кўндаланг тўлқин дейилади. Демак, электромагнит тўлқини кўндаланг тўлқиндир.*

$\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ векторлар ҳам ўзаро перпендикулярдир. Ҳақиқатан, бир жинсли диэлектрик муҳит учун Максвелл тенгламалари (45.139) дан ёки $\gamma = 0$ ҳисоблаб, (45.140) дан фойдаланамиз. Аммо $\operatorname{rot}\boldsymbol{H} = [\nabla\boldsymbol{H}] = \left[\boldsymbol{n}\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial z}\right]$, у вақтда (45.140) га мувофиқ:

$$\left[\boldsymbol{n}\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial z}\right] = \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} \qquad (45.152)$$

бўлади. (45.150) дан:

$$\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} = -\omega\left\{\boldsymbol{E}_0'\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha'\right] + \boldsymbol{E}_0''\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha''\right]\right\},$$

$$\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial z} = \frac{\omega}{v}\left\{\boldsymbol{E}_0'\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha'\right] + \boldsymbol{E}_0''\sin\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \alpha''\right]\right\}$$

келиб чиқади, демак, $\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} = -v\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial z}$; буни (45.152) га қўямиз:

$$\left[\boldsymbol{n}\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial z}\right] = -\frac{\varepsilon v}{c}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial z}. \qquad (45.153)$$

Бу дифференциал тенгламани интеграллаганда ҳосил бўладиган ўзгармас электр ва магнит векторларини нолга тенг деб ҳисоблашимиз мумкин, чунки биз текшираётган векторлар z координатанинг ўзгаришига боғлиқ векторлардир. Шундай қилиб, $[\boldsymbol{n}\boldsymbol{H}] = -\frac{\varepsilon v}{c}\boldsymbol{E}$, бу ердан:

$$[\boldsymbol{H}\boldsymbol{n}] = \frac{\varepsilon v}{c}\boldsymbol{E}, \qquad (45.154)$$

яъни $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ векторлар ўзаро перпендикулярдир. $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ векторларнинг $\boldsymbol{n}$ векторга перпендикулярлигини юқорида кўрган эдик. Шундай қилиб, бу учта $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{E}$ вектор ўзаро перпендикуляр. Шу айтилганлар 160- расмда тасвирланган.

160- расм.

Ясси гармоник электромагнит тўлқинини ифодаловчи (45.150) формулаларга қайтиб, муайян z координатали ўзгармас текисликдаги $\boldsymbol{E}$ ва $\boldsymbol{H}$ векторларнинг тебранишини текширайлик. (45.150) га биноан, $\boldsymbol{E}$ ёки $\boldsymbol{H}$ векторнинг тебраниши бир хил частотали, лекин тўғри чизиқли ва гармоник вектор тебраниш йиғиндисидан иборатдир. Бундай йиғинди тебранишнинг эллиптик тебраниш эканлиги бизга маълум. Демак, $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{H}$ векторларнинг ҳар бири эллиптик тебранишда бўлиб, уларнинг тебраниш текислиги тўлқин тарқалиши йўналишида v тезлик билан ҳаракат қилади.

Шундай қилиб, (45.150) да ифодаланган *ясси гармоник электромагнит тўлқини, умуман, эллиптик қутбланган-дир. Амплитудалари ва бошланғич фазаларига қараб, у доиравий ёки тўғри чизиқли қутбланган бўлади. Тўғри чизиқли қутбланган тўлқиннинг тебранувчи электр вектори перпендикуляр бўлган текислик поляризация (қутбланиш) те-*

кислиги дейилади. Демак, тебранувчи магнит вектор поляризация (қутбланиш) текислигида ётади.

Тўлқиннинг тарқалиш йўналишига перпендикуляр бўлган текислик нуқтасининг радиус-векторини $\boldsymbol{r}$ десак, $z = (\boldsymbol{r}\boldsymbol{n})$ бўлади. Аммо $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, бу ерда ν — тебраниш частотаси ва T — тебраниш даври. *Бир тебраниш вақтида тўлқиннинг ўтган йўли тўлқин узунлиги дейилади:* $\lambda = Tv$. Шуларга мувофиқ:

$$\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) = \omega t - \frac{\omega}{v}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{n}) = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{n}).$$

Бу ердаги $\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{n}$ вектор *тўлқин вектори* дейилади ва, одатда, $\boldsymbol{k}$ билан белгиланади:

$$\boldsymbol{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{n}, \qquad (45.155)$$

у вақтда $\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) = \omega t - (\boldsymbol{r}\boldsymbol{k})$ бўлиб, (45.150) га биноан:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= \boldsymbol{E}_0'\cos[\omega t - (\boldsymbol{r}\boldsymbol{k}) + \alpha'] + \boldsymbol{E}_0''\cos[\omega t - (\boldsymbol{r}\boldsymbol{k}) + \alpha''], \\ \boldsymbol{H} &= \boldsymbol{H}_0'\cos[\omega t - (\boldsymbol{r}\boldsymbol{k}) + \beta'] + \boldsymbol{H}_0''\cos[\omega t - (\boldsymbol{r}\boldsymbol{k}) + \beta'']. \end{aligned}\right\} \qquad (45.156)$$

Шундай қилиб, ясси гармоник электромагнит тўлқини бекоординат шаклда ифодаланди. *Гармоник тўлқин оптикада монохроматик тўлқин дейилади.*

XV. Функционал вариацияси. Бирор системани характерловчи эгри чизиқли $q_1, q_2, \ldots, q_n$ координаталар p параметрнинг функциялари бўлсин:

$$q_i = q_i(p), \text{ бу ерда } i = 1, 2, \ldots, n. \qquad (45.157)$$

Эгри чизиқли координаталарнинг хилма-хиллиги конфигурацион фазо деб аталади. Юқорида ёзилган тенгламалар n ўлчовли конфигурацион фазода чизиқни параметрик шаклда ифодалайди, q_i функцияларнинг ўзгариши билан уларни тасвирловчи чизиқ ҳам ўзгаради.

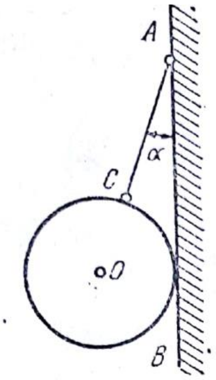
q_i координаталар, уларнинг параметр бўйича $\frac{dq_i}{dp} = \dot{q}_i$ ҳосилалари ва параметр функцияси:

$$L(q_1, q_2, \ldots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_n, p)$$

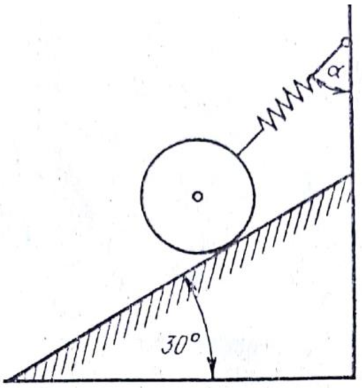
берилган бўлсин; уни қисқача $L(q, \dot{q}, p)$ шаклда ёзайлик. Шу функциядан параметрнинг $p = p_1$ билан $p = p_2$ қийматлари орасида интеграл олайлик:

$$S = \int_{p_1}^{p_2} L(q, \dot{q}, p)\,dp. \qquad (45.158)$$

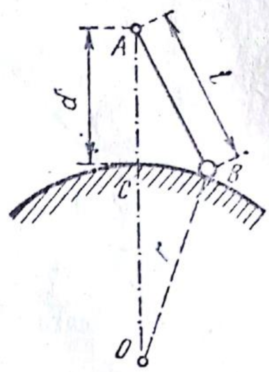
9-mavzu: Variatsion prinsip va harakat tenglamalari.



2.19- масалага



2.20- масалага



2.21- масалага

2.17. Ҳар бири P оғирликдаги иккита бир хил I цилиндрлар O нуқтага иплар билан осиб қўйилган. Улар орасига Q оғирликдаги II цилиндрни эркин ташлаб қўйилган. Цилиндрлар системаси мувозанатда. I цилиндрлар бир-бирига тегмайди. Ипларнинг вертикал билан ҳосил қилган α бурчак ҳамда I ва II цилиндрлар маркази орқали ўтувчи тўғри чизиқнинг вертикал билан ҳосил қилган β бурчаги орасидаги боғланиш аниқлансин.

Жавоб: $\operatorname{tg}\beta = \left(\frac{2P}{Q} + 1\right) \operatorname{tg}\alpha$.

2.18. Бир-бирига тик бўлган иккита силлиқ AB ва BC оғма текисликларда оғирлиги 60 Н бўлган бир жинсли O шар турибди. BC текислик билан горизонтал орасидаги бурчак 60^0. Шарнинг ҳар қайси текисликка кўрсатадиган босими аниқлансин.

Жавоб: $N_D = 52$ Н, $N_E = 30$ Н.

2.19. Силлиқ вертикал AB деворга AC арқон воситасида бир жинсли O шар осилган. Арқон девор билан α бурчак ҳосил қилади, шарнинг оғирлиги P. Арқоннинг таранглик кучи T ва шарнинг деворга босими Q аниқлансин.

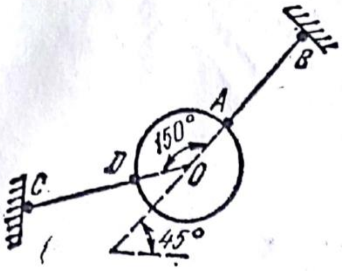
Жавоб: $T = \frac{P}{\cos\alpha}$, $Q = P \operatorname{tg}\alpha$.

2.20. Оғирлиги 20 Н бўлган бир жинсли шар силлиқ оғма текислик устида трос ёрдамида ушлаб турилади; бу трос текисликдан юқорироққа маҳкамланган пружинали тарозига боғланган; пружинали тарозининг кўрсатиши 10 Н га тенг. Горизонтал билан текислик орасидаги бурчак 30^0. Трос билан вертикал орасидаги α бурчак ва шарнинг текисликка кўрсатадиган Q босими аниқлансин. Пружинали тарозининг оғирлиги ҳисобга олинмасин.

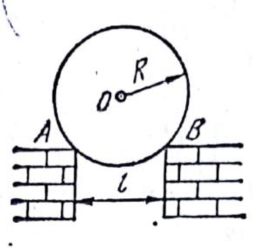
Жавоб: $\alpha = 60^0$, $Q = 17{,}3$ Н.

2.21. Оғирлиги P бўлган B шарча қўзғалмас A нуқтага AB ип билан осилган бўлиб, r радиусли силлиқ сфера сиртида туради. A нуқтадан сфера сиртигача бўлган масофа $AC = d$. Ипнинг узунлиги $AB = l$, OA тўғри чизиқ — вертикал. Ипдаги таранглик кучи T ва сферанинг реакцияси Q топилсин. Шарчанинг радиуси ҳисобга олинмасин.

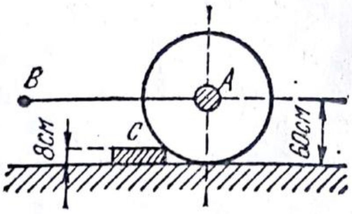
Жавоб: $T = P\frac{l}{d+r}$, $Q = P\frac{r}{d+r}$.



2.22- масалага



2.23- масалага



2.24- масалага

2.22. Оғирлиги 10 Н бўлган бир жинсли шар иккита AB ва DC трос воситасида мувозанатда ушлаб турилади; бу трослар битта вертикал текисликда жойлашган бўлиб, бир-бири билан 150^0 бурчак ташкил қилади. AB трос горизонт билан 45^0 бурчак ҳосил қилади. Трослардаги таранглик кучи топилсин.

Жавоб: $T_B = 19{,}3$ Н, $T_C = 14{,}1$ Н.

2.23. Радиуси $R = 1$ м, узунлиги бўйича текис таралган оғирлиги $P = 40$ кН бўлган қозон ғишт деворнинг чиқиқларида туради. Деворлар орасидаги масофа $l = 1{,}6$ м. Ишқаланишни ҳисобга олмай, A ва B нуқталарга қозондан тушадиган босим топилсин.

Жавоб: $N_A = N_B = 33{,}3$ кН.

2.24. Бир жинсли шиббаловчи катокнинг оғирлиги 20 кН, радиуси 60 см. Баландлиги 8 см га тенг бўлиб, расмда кўрсатилгандек жойлашган тош плита устидан катокни олиб ўтиш учун керак бўлган горизонтал зўриқиш P топилсин.

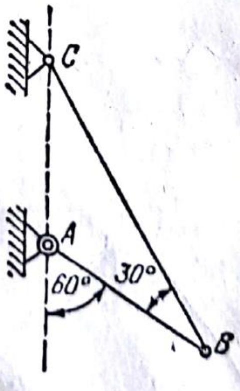
Жавоб: $P = 11{,}5$ кН.

2.25. Оғирлиги 160 Н, узунлиги 1,2 м бўлган бир жинсли AB стержень C нуқтада иккита AC ва CB трослар билан осиб қўйилган. Иккала троснинг узунлиги 1 м дан. Трослардаги таранглик кучлари аниқлансин.

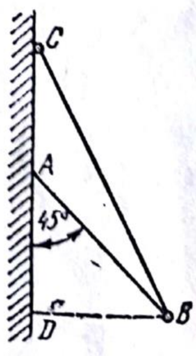
Жавоб: Ҳар қайси тросдаги таранглик кучи 100 Н га тенг.

2.26. Бир жинсли AB стержень вертикал деворга A шарнир билан бириктирилган. Уни стержень билан 30^0 бурчак ҳосил қилувчи BC трос вертикалга нисбатан 60^0 бурчак остида ушлаб туради. Стерженнинг оғирлиги 20 Н га тенг. Шарнир реакцияси R нинг миқдори ва йўналиши аниқлансин.

2.25- масалага



2.26- масалага



2.27- масалага

10-mavzu: Eyler burchaklari

21.1. Ҳаракати $x_1 = 2\cos(\pi t + \pi/2)$, $x_2 = 3\cos(\pi t + \pi)$ тенгламалар билан ифодаланувчи иккита гармоник тебранишларнинг қўшилишидан ҳосил бўлган нуқтанинг тўғри чизиқли ҳаракати тенгламаси аниқлансин.

Жавоб: $x = \sqrt{13}\cos(\pi t + \alpha)$, бунда $\alpha = \operatorname{arctg} 2/3 = 33°\,40'$.

21.2. Ёзиб олувчи мосламанинг барабани ω_0 бурчак тезлик билан бир текис айланади. Барабаннинг радиуси r. Ўзиёзар, вертикал йўналишда $y = a\sin\omega_1 t$ қонун билан ҳаракатланувчи деталь билан бирлаштирилган. Қоғоз лентада перо ёзиб олган эгри чизиқнинг тенгламаси топилсин.

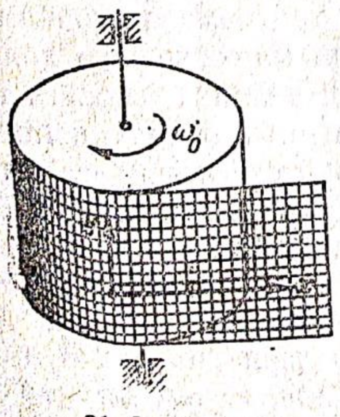
Жавоб; $y = a\sin\dfrac{\omega_1 x}{\omega_0 r}$.

21.3. Айланувчи краннинг O_1O_2 ўқ атрофида ω_1 ўзгармас бурчак тезлик билан айланишида А юк B барабанга ўралган канат ёрдамида юқорига кўтарилади. r радиусли B барабан ω_2 ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Агар краннинг қулочи d га тенг бўлса, юкнинг абсолют ҳаракати траекторияси аниқлансин.

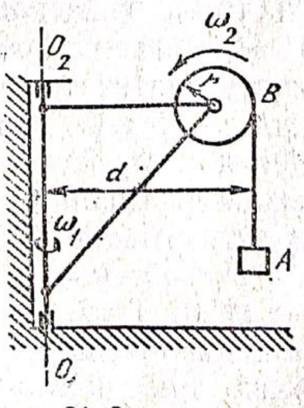
Жавоб: Тенгламаси $x = d\cos\dfrac{\omega_1 z}{\omega_2 r}$, $y = d\sin\dfrac{\omega_1 z}{\omega_2 r}$ бўлган винт чизиғи, x ўқ O_1O_2 ўқ ва юкнинг бошланғич ҳолати орқали ўтади, z ўқ краннинг айланиш ўқи бўйлаб юқорига йўналган.

21.4. Юкни кўтариш ва кранни силжитиш механизмларининг ишларини бирлаштиришда A юк горизонтал ва вертикал йўналишларда силжийди. $r = 0{,}5$ м радиусли B барабанга ўралган канат воситасида A юк ушлаб турилади. B барабан ишга туширилишида $\omega = 2\pi$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Кран горизонтал йўналишда $v = 0{,}5$ м/с доимий тезлик билан силжийди. Агар юкнинг бошланғич координаталари $x_0 = 10$ м, $y_0 = 6$ м бўлса, унинг абсолют траекторияси аниқлансин.

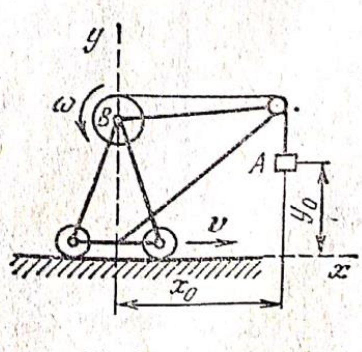
Жавоб; $y = \dfrac{x - x_0}{v}\,\omega r + y_0 = 6{,}28x - 56{,}8$.



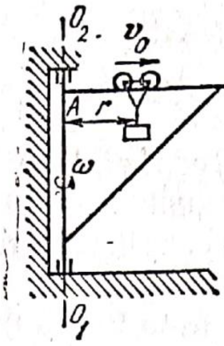
21.2- масалага



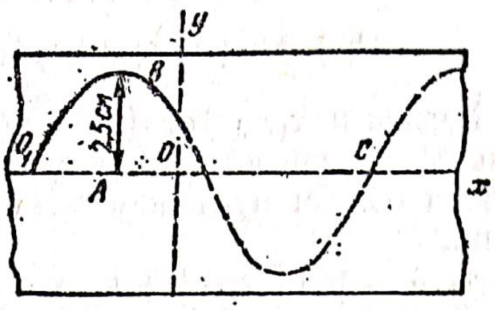
21.3- масалага



21.4- масалага



21.5- масалага



21.6- масалага

21.5. Айланувчи краннинг AB стреласи O_1O_2 ўқ атрофида ω доимий бурчак тезлик билан айланади. Горизонтал стрела бўйлаб A дан B га томон, тележка v_0 ўзгармас тезлик билан ҳаракатланади. Агар бошланғич пайтда тележка O_1O_2 ўқда бўлса, унинг абсолют траекторияси аниқлансин.

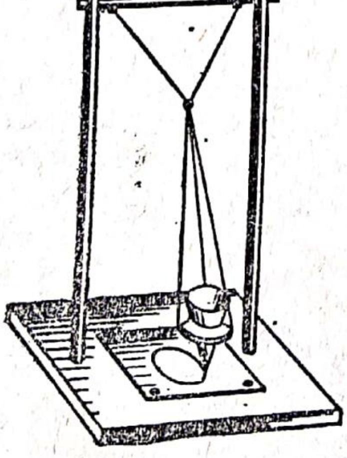
Жавоб: Траектория $r = \frac{v_0}{\omega}\varphi$ — Архимед спиралидан иборат, бунда r — тележканинг айланиш ўқидан ҳисобланган масофаси, φ — — краннинг O_1O_2 ўқ атрофида айланиш бурчаги.

21.6. Тебранма ҳаракатни ёзиш учун хизмат қиладиган асбобнинг лентаси Ox ўқ йўналишида 2 м/с тезлик билан ҳаракат қилади. Oy ўқ бўйлаб тебранувчи жисм лентада энг катта ординатаси $AB =$ $= 2,5$ см, узунлиги $O_1\,C = 8$ см бўлган синусоида чизади. Синусоиданинг O_1 нуқтаси жисмнинг $t = 0$ пайтдаги ҳолатига тўғри келади деб ҳисоблаб, жисм тебранма ҳеракатининг тенгламаси топилсин.

Жавоб: $y = 2,5\ \sin(50\,\pi\,t)$ см.

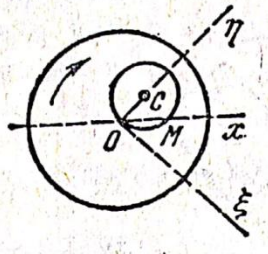
21.7. Трамвай тўғри чизиқли горизонтал йўл участкасида $v =$ $= 5$ м/с ўзгармас тезлик билан ҳаракат қилади; шу билан бир вақтда, трамвай кузови рессораларда амплитудаси $a = 0,008$ м ва даври $T = 0,5$ с бўлган гармоник тебранма ҳаракат қилади. Кузов оғирлик марказидан йўл полотносигача бўлган ўртача масофа $h = 1,5$ м бўлса, оғирлик маркази траекториясининг тенгламаси топилсин. $t = 0$ бўлганда оғирлик маркази ўрта ҳолатда туради ва тебраниш тезлиги юқорига йўналган. Ox ўқ горизонтал равишда полотно бўйлаб ҳаракат томонига, Oy ўқ эса оғирлик марказининг $t = 0$ пайтдаги вазияти орқали вертикал юқорига йўналтирилсин.

Жавоб: $y = 1,5 + 0,008\sin\ 0,8\,\pi\,x$.

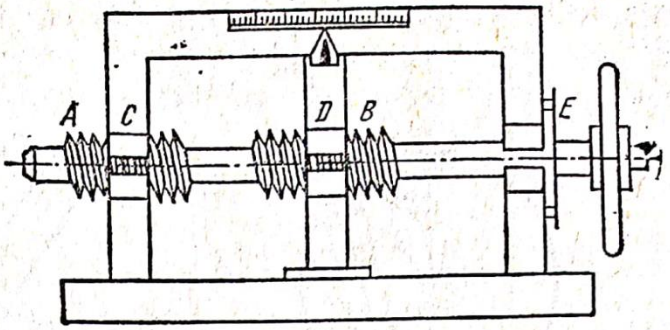


21.8- масалага

21.8. Тебраниш частотаси бир хил, лекин амплитуда ва фазалари ҳар хил бўлган ўзаро тик иккита гармоник тебранма ҳаракат қилувчи қўшалоқ маятник учи мураккаб



21.11- масалага



21.12- масалага

ҳаракатининг траекторияси тенгламаси аниқлансин; кўрсатилган тебранишлар тенгламалари:

$x = a \sin(\omega t + \alpha)$, $y = b \sin(\omega t + \beta)$.

Жавоб: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{2\,xy}{a\,b} \cos(\alpha - \beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$ — эллипс.

21.9. Қўшалоқ маятникнинг учи иккита ўзаро тик $x = a \sin 2\omega t$, $y = a \sin \omega t$ гармоник тебранишларнинг қўшилиши натижасида Лиссажу шаклини чизади. Траектория тенгламаси топилсин.

Жавоб: $a^2 x^2 = 4 y^2 (a^2 - y^2)$.

21.10. Темир йўл поезди 36 км/соат тезлик билан текис ҳаракат қилади; охирги вагонга осиб қўйилган сигнал фонари кронштейндан чиқиб кетади. Агар фонарь ердан 4,905 м баландликда турган бўлса, фонарь абсолют ҳаракатининг траекторияси ва фонарь ерга тушгунча поезднинг босиб ўтган s йўли аниқлансин; координата ўқлари фонарнинг бошланғич ўрнидан ўтказилган; Ox ўқ горизонтал ва поезд ҳаракати томонига, Oy ўқ вертикал равишда пастга йўналган.

Жавоб: Вертикал ўқли парабола; $y = 0{,}049\, x^2$, $s = 10$ м (x, y — метрлар, t — секундлар ҳисобида).

21.11. M резец $x = a \sin \omega t$ қонунга мувофиқ кўндаланг илгарилама-қайталанма ҳаракат қилади. Резецнинг абсолют траекториясини кесиб ўтувчи O ўқ атрофида ω бурчак тезлиги билан айланувчи дискка нисбатан M резец учининг траекторияси тенгламаси топилсин.

Жавоб: $\xi^2 + (\eta - a/2)^2 = a^2/4$, радиуси $a/2$ га тенг, маркази C нуқтада бўлган айлана (расмга қаралсин).

21.12. Баъзи ўлчов ва бўлув асбобларида кўрсаткични суриш учун A қисмида резьбасининг қадами h_1 мм, B қисмида эса резьба қадами $h_2 < h_1$ бўлган винтга эга AB ўқдан иборат дифференциал винт қўлланилади. A қисми C қўзғалмас гайкада айланади, B қисми эса D элемент орасидан ўтади. D элемент айланма ҳаракат қила олмайди ва қўзғалмас шкала бўйлаб сурилувчи кўрсаткичга бириктирилган.

1) Агар $n = 200$, $h_1 = 0{,}5$ мм ва $h_2 = 0{,}4$ мм бўлса, ўқ маховиги $1/n$ қисмга айланганда кўрсаткичнинг қанча сурилиши аниқлансин (тегишли шкала E дискка чизилган). Иккала винт ўнг ёки иккаласи ҳам чап винтлар.

11-mavzu: Gauss-Ostrogradiskiy formulasini tenzorga moslashtirish.

тидаги йўналишда v_0 тезлик билан ҳаракатлана бошлайди. Юкнинг вертолётга нисбатан ҳаракат тенгламалари ва траекторияси топилсин (нисбий координаталар системаси ўқлари вертолётнинг оғирлик марказидан унинг горизонтал курси бўйлаб ва вертикал пастга йўналтирилган).

Жавоб: $x_r = -v_0 t \cos\alpha,\ y_r = gt^2/2 + v_0 t \sin\alpha.$

Траектория — парабола:

$$y_r = -x_r \operatorname{tg}\alpha + \frac{gx_r^2}{2v_0^2\cos^2\alpha}.$$

22-§. Нуқта тезликларини қўшиш

22.1. Кема v_0 тезлик билан тўғри чизиқли ҳаракат қилади. Денгиз сатҳидан h баландлик ва ўша курс билан v_1 тезликда самолёт учиб боради. Самолётдан ташланган вимпел кемага тушиши учун вимпелни горизонтал бўйича ҳисобланувчи қандай l масофада ташлаш керак? Ҳавонинг вимпел ҳаракатига кўрсатадиган қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $l = (v_1 - v_0)\sqrt{\dfrac{2h}{g}}.$

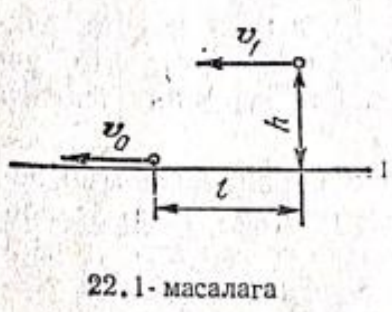
22.2. Олдинги масала самолёт ўша тезлик билан кема ҳаракатига қарама-қарши учиб бораётган ҳол учун ечилсин.

Жавоб: $l = (v_1 + v_0)\sqrt{\dfrac{2h}{g}}.$

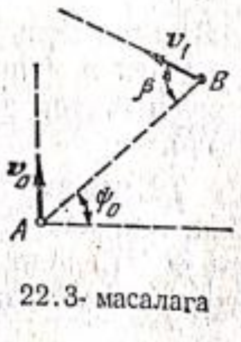
22.3. A нуқтадан ўтаётган кема йўналиши ва миқдори ўзгармас бўлган v_0 тезлик билан ҳаракатланади. Катер B нуқтадан йўналиши ва миқдори ўзгармас бўлган v_1 га тенг тезлик билан ҳаракатланиб кема билан учрашиши учун, катер AB тўғри чизиққа нисбатан қандай β бурчак остида ҳаракатлана бошлаши керак? AB чизиқ кема курсига тик йўналиш билан ψ_0 бурчак ташкил қилади.

Жавоб: $\sin\beta = \dfrac{v_0}{v_1}\cos\psi_0.$

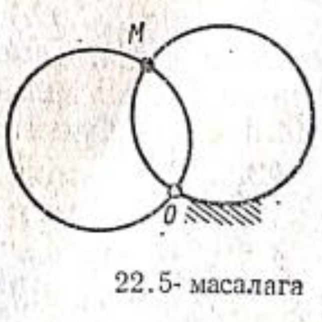
22.4. Олдинги масалада кема ва катер орасидаги дастлабки AB масофа l га тенг; катернинг кема билан учрашишига кетадиган T вақт аниқлансин.



22.1- масалага



22.3- масалага



22.5- масалага

Жавоб: $T = \dfrac{l}{v_0 \sin \psi_0 + \sqrt{v_1^2 - v_0^2 \cos^2 \psi_0}} = \dfrac{l}{v_0} \dfrac{\sin \beta}{\cos(\psi_0 - \beta)} =$

$= \dfrac{l}{v_1} \dfrac{\cos \psi_0}{\cos(\psi_0 - \beta)}.$

22.5. Айлана сим ўзининг текислигида O қўзғалмас шарнирга нисбатан ω ўзгармас бурчак тезлик билан айланади. Бу айлананинг худди шундай R радиусли, O шарнирдан ўтувчи қўзғалмас айлана билан кесишиш нуқтаси M қандай ҳаракатланади?

Жавоб: Кесишиш нуқтаси айланаларнинг ҳар бирини ωR га тенг ўзгармас тезлик билан айланиб чиқади.

22.6. Кема ЮВ (жанубий-шарқ) курсида a узелга тенг тезлик билан боради, шу вақтда мачтадаги флюгер B (шарқ) шамолни кўрсатади. Кема тезлигини $a/2$ узелгача камайтирганда флюгер CB (шимолий-шарқ) шамолни кўрсатади.

Шамолнинг йўналиши ва тезлиги аниқлансин.

Изоҳ: Курснинг номи кема қайси томонга кетаётганини, шамолнинг номи унинг қайси томондан эсаётганини кўрсатади.

Жавоб: Шимолдан; $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ узел.

22.7. Шамол пайтида самолётнинг ўз тезлигини аниқлаш учун Ерда маълум l узунликдаги тўғри чизиқ белгиланади, бу чизиқнинг учлари юқоридан яхши кўриниб туриши керак. Белгиланган тўғри чизиқ йўналиши шамол йўналиши билан бир хил бўлиши керак. Шу чизиқ бўйлаб самолёт олдин шамол йўналишида t_1 *с* давомида, кейин шамолга қарши йўналишда t_2 *с* давомида учиб ўтди. Самолётнинг ўз тезлиги v ва шамол тезлиги V аниқлансин.

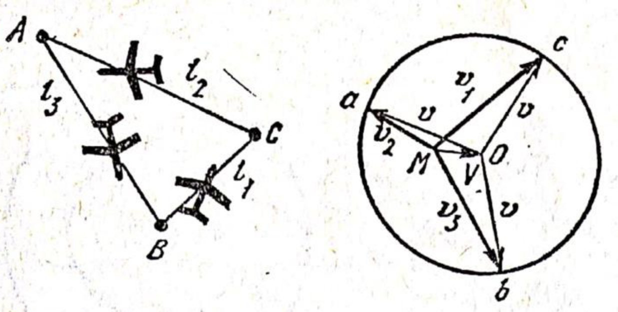
Тушунтириш: Самолётнинг ўз тезлиги деб самолётнинг ҳавога нисбатан олган тезлигига айтилади.

Жавоб: $v = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{t_1} + \dfrac{1}{t_2}\right)$ м/с, $V = \dfrac{l}{2}\left(\dfrac{1}{t_1} - \dfrac{1}{t_2}\right)$ м/с.

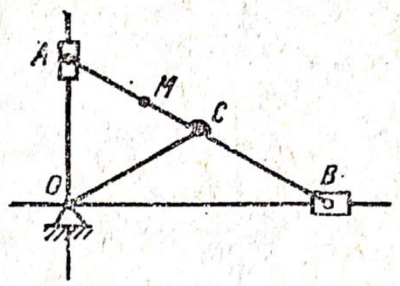
22.8. Шамол пайтида самолётнинг ўз тезлиги v ни аниқлаш учун ерда, томонлари $BC = l_1$, $CA = l_2$, $AB = l_3$ метр бўлган ABC учбурчак полигон белгиланади. Полигоннинг ҳар бир томонида учиш вақти t_1, t_2, t_3 *с* белгиланган. Самолётнинг ўз тезлиги v (унинг миқдори ўзгармас деб фараз қилинсин) ва шамол тезлиги V аниқлансин. Масала график усул билан ечилсин.

Жавоб: Ихтиёрий M нуқтадан тегишлича $\dfrac{l_1}{t_1}$, $\dfrac{l_2}{t_2}$, $\dfrac{l_3}{t_3}$ га тенг ва полигоннинг BC, CA ва AB томонларига параллел бўлган учта вектор ўтказилади. Самолёт тезлиги v нинг миқдори шу векторлар учларидан ўтувчи айлана радиуси билан аниқланади. Шамол тезлиги $\boldsymbol{MO}$ вектор билан аниқланади.

22.9. Горизонтал йўлда 72 км/соат тезлик билан бораётган автомобилдаги пассажир кабинанинг ён ойнасига тушган ёмғир томчисининг вертикалга нисбатан 40^0 га тенг бурчакка оғган траекториясини кузатади. Вертикал тушаётган ёмғир томчисининг абсолют тез-



22.8- масалага



22.12- масалага

лиги аниқлансин. Томчи билан ойна орасидаги ишқаланиш ҳисобга олинмасин.

Жавоб: $v = \dfrac{v_e}{\operatorname{tg} 40^0} = 23{,}8$ м/с.

22.10. Дарё қирғоқлари параллел; қайиқ A нуқтадан чиқиб, қирғоқларга тик курс олди ва жўнаганидан 10 минут кейин нариги қирғоққа бориб етди. Бунда у, A нуқтадан дарёнинг оқими бўйлаб ҳисоблаганда 120 м пастдаги C нуқтага келди. A нуқтадан чиқиб, қирғоққа тик бўлган AB тўғри чизиқда ётувчи B нуқтага келиш учун, қайиқ AB тўғри чизиққа нисбатан қандайдир бурчак остида ва оқимга қарши курс олиши керак; бу ҳолда қайиқ нариги қирғоққа, 12,5 минутда етади. Дарё кенглиги l, қайиқнинг сувга нисбатан нисбий тезлиги u ва дарё оқимининг тезлиги v аниқлансин.

Жавоб: $l = 200$ м, $u = 20$ м/мин, $v = 12$ м/мин.

22.11. Кема $36\sqrt{2}$ км/соат тезлик билан жанубга қараб сузмоқда. Иккинчи кема жануби-шарққа қараб курс олиб, 36 км/соат тезлик билан бормоқда. Биринчи кема палубасида турган кузатувчи томонидан аниқланадиган иккинчи кема тезлигининг йўналиши ва миқдори топилсин.

Жавоб: $v_r = 36$ км/соат v_r шимоли-шарққа йўналган.

22.12. AB эллипсограф линейкаси, O ўқ атрофида ω_0 ўзгармас бурчак тезлик билан айланувчи OC стержень билан ҳаракатга келтирилади. Бундан ташқари яхлит механизмнинг ўзи ҳам йўналтирувчилари билан биргаликда O нуқта орқали расм текислигига тик ўтадиган ўқ атрофида ω_0 га тенг бурчак тезлик билан айланади. OC стержень билан яхлит механизм айланиши қарама-қарши йўналишда содир бўлади, деб ҳисоблаб линейка ихтиёрий M нуқтаси абсолют тезлигини $MA = l$ масофанинг функцияси сифатида топилсин.

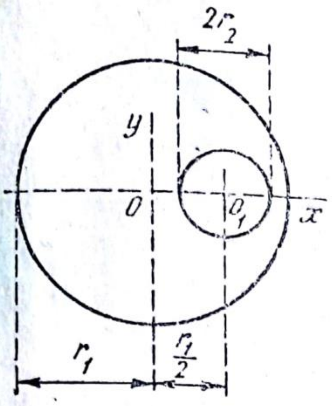
Жавоб: $v_M = (AB - 2l)\,\omega_0$.

22.13. Олдинги масала иккала айланиш ҳам битта йўналишда содир бўладиган ҳол учун ечилсин.

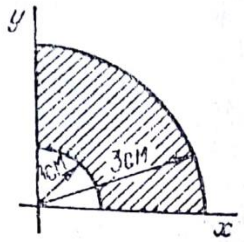
Жавоб: v_M тезлик M нуқтанинг ҳолатига боғлиқ эмас ва $AB \cdot \omega_0$ га тенг.

22.14. Уаттнинг марказдан қочма регуляторининг шарлари вертикал ўқ атрофида $\omega = 10$ рад/с бурчак тезлик билан айланади. Машинанинг нагрузкаси ўзгаргани учун шарлар шу ўқдан узоқлашади; бу ҳолда шарлар бириктирилган стерженларнинг стер-

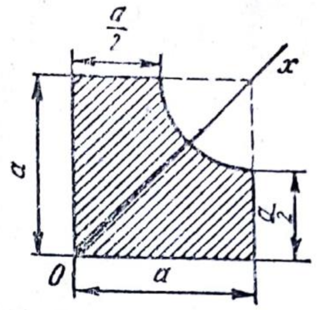
12-mavzu: Umumiy almashtirish gruppasi



9.4-масалага



9.5-масалага



9.6-масалага

9.4. Юмалоқ тешикли бир жинсли диск оғирлик марказининг координаталари аниқлансин. Дискнинг радиуси r_1 га, тешикнинг радиуси r_2 га тенг, бу тешикнинг маркази диск марказидан $r_1/2$ масофада туради деб ҳисоблансин.

Жавоб: $x_C = -\frac{r_1 r_2^2}{2\left(r_1^2 - r_2^2\right)}$.

9.5. Расмда тасвирланган чорак ҳалқа оғирлик марказининг координаталари аниқлансин.

Жавоб: $x_C = y_C = 1{,}38$ см.

9.6. Расмда тасвирланган фигура оғирлик марказининг координаталари топилсин.

Жавоб: $x_C = 0{,}61a$.

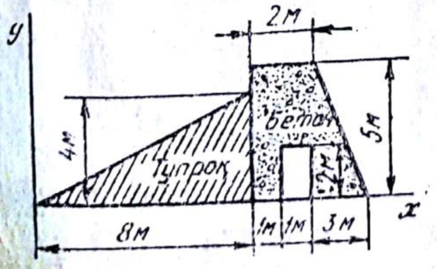
9.7. Бетоннинг солиштирма оғирлигини 24 кН/м³, тупроқникини эса 16 кН/м³ деб қабул қилиб, расмда кўрсатилган платина кўндаланг кесим юзасининг оғирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = 8{,}19$ м, $y_C = 1{,}9$ м.

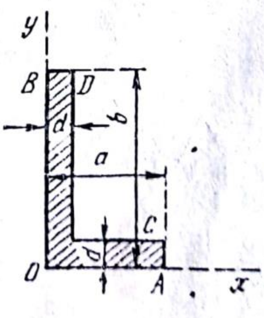
9.8. Ҳар хил токчали бурчаклик кўндаланг кесимининг оғирлик марказининг координаталари топилсин: бурчаклик токчаларининг эни $OA = a$, $OB = b$ ва қалинлиги $AC = BD = d$.

Жавоб: $x = \frac{a^2 + bd - d^2}{2\,(a + b - d)}$, $\quad y = \frac{b^2 + ad - d^2}{2\,(b + a - d)}$.

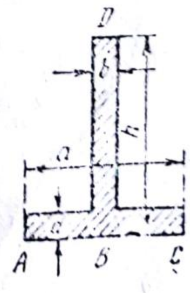
9.9. Расмда кўрсатилган $ABCD$ кесимнинг оғирлик марказидан AC томонигача бўлган масофа топилсин; унинг баландлиги $BD = h$,



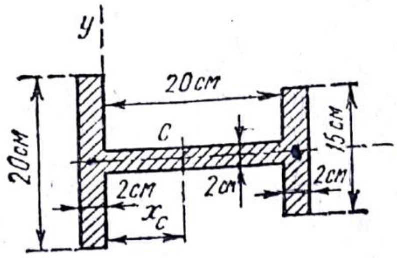
9.7-масалага



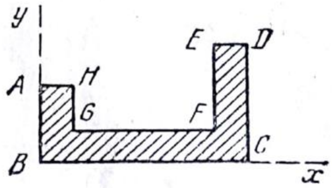
9.8-масалага



9.9-масалага



9.10- масалага



9.11- масалага

токчасининг эни $AC = a$, қалинлиги d ва деворининг қалинлиги b.

Жавоб: $\frac{ad^2 + bh^2 - bd^2}{2(ad + bh - bd)}$.

9.10. Ўлчовлари расмда кўрсатилган қўштавр профилнинг оғирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = 9$ см.

9.11. Расмда кўрсатилган бир жинсли пластинка оғирлик марказининг координаталари топилсин. Қуйидагилар берилган: $AH = 2$ см, $HG = 1{,}5$ см, $AB = 3$ см, $BC = 10$ см, $EF = 4$ см, $ED = 2$ см.

Жавоб: $x = 5\frac{10}{13}$ см, $y = 1\frac{10}{13}$ см.

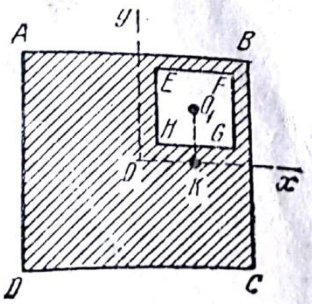
9.12. Томони $AB = 2$ м бўлган бир жинсли $ABCD$ квадрат тахтадан $EFGH$ квадрат тешик очилган; тешикнинг томонлари $ABCD$ нинг томонларига параллел бўлиб, ҳар қайсиси 0,7 м га тенг. $OK = O_1K = 0{,}5$ м (бунда O ва O_1 — квадратларнинг марказлари), OK ва O_1K кесмалар квадратларнинг томонларига тегишлича параллел эканлигини билган ҳолда, тахтанинг қолган қисми оғирлик марказининг x ва y координаталари аниқлансин.

Жавоб: $x = y = -0{,}07$ м.

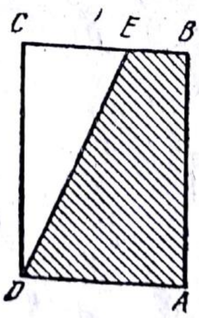
9.13. Бир жинсли $ABCD$ тўғри тўртбурчакнинг D учидан шундай DE тўғри чизиқ ўтказилсинки, бунда шу чизиқ бўйлаб кесилган $ABED$ трапеция E учидан осиб қўйилганда AD томони горизонтал бўлсин; трапециянинг AD томони a га тенг.

Жавоб: $BE = 0{,}366\ a$.

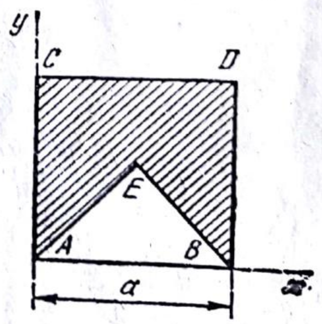
9.14. Томони a га тенг бўлган $ABCD$ квадрат берилган. Бу квадратнинг ичида шундай E нуқта топилсинки, квадратдан тенг ёнли



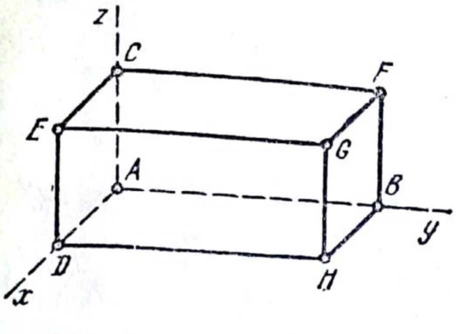
9.12- масалага



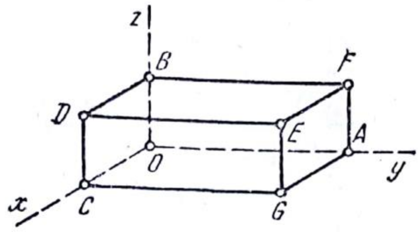
9.13- масалага



9.14- масалага



9.16- масалага



9.17- масалага

AEB учбурчак кесиб олинганида, бу нуқта квадратдан қолган юзанинг оғирлик маркази бўлсин.

Жавоб: $x_E = a/2$, $y_E = 0{,}61a$.

9.15. Тўрт одам бир жинсли учбурчак пластинкани кўтариб бормоқда. Иккитаси унинг икки учидан, қолганлари учинчи учига туташган томонларидан ушлаган. Ҳар бир одам пластина тўлиқ оғирлигининг чорагини кўтариши учун учбурчак томонлари оралиқларидан кўтарувчи одамлар учинчи учдан ҳисоблангандa қандай масофада ўрнашиши керак?

Жавоб: Тегишли томон узунлигининг 1/3 қисмида.

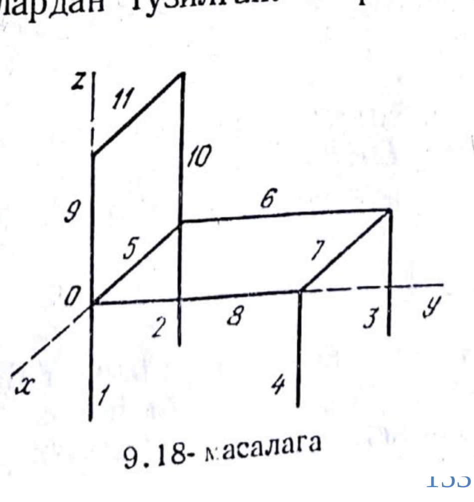
9.16. Тўғри бурчакли параллелепипеднинг учларида ўрнашган юклар системасининг оғирлик маркази аниқлансин. Параллелепипеднинг қирралари; $AB = 20$ см, $AC = 10$ см, $AD = 5$ см; A, B, C, D, E, F, G, H учлардаги юкларнинг оғирлиги мос равишда 1 Н, 2 Н, 3 Н, 4 Н, 5 Н, 3 Н, 4 Н, 3 Н га тенг.

Жавоб: $x = 3{,}2$ см, $y = 9{,}6$ см, $z = 6$ см.

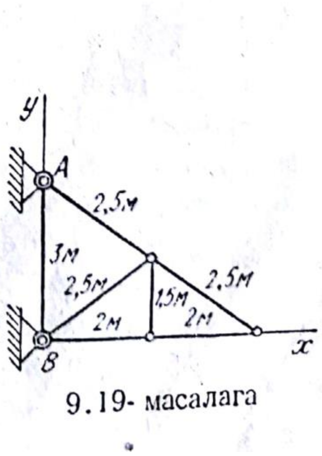
9.17. Тўғри бурчакли параллелепипед контури оғирлик марказининг координаталари аниқлансин; параллелепипед қирралари бир жинсли бруслардан иборат бўлиб, уларнинг узунликлари $OA = 0{,}8$ м, $OB = 0{,}4$ м, $OC = 0{,}6$ м. Бу брусларнинг оғирликлари тегишлича: OA — 250 Н, OB, OC ва CD 75 Н дан; CG — 200 Н, AF —125 Н; AG ва GE 50 Н дан; BD, BF, DE ва EF 25 Н дан.

Жавоб: $x = 0{,}263$ м, $y = 0{,}4$ м, $z = 0{,}105$ м.

9.18. Стул кўринишидаги жисм оғирлик марказининг координаталари топилсин, бу жисм бир хил узунлик ва бир хил оғирликдаги стерженлардан тузилган. Стерженларнинг узунлиги 44 см.

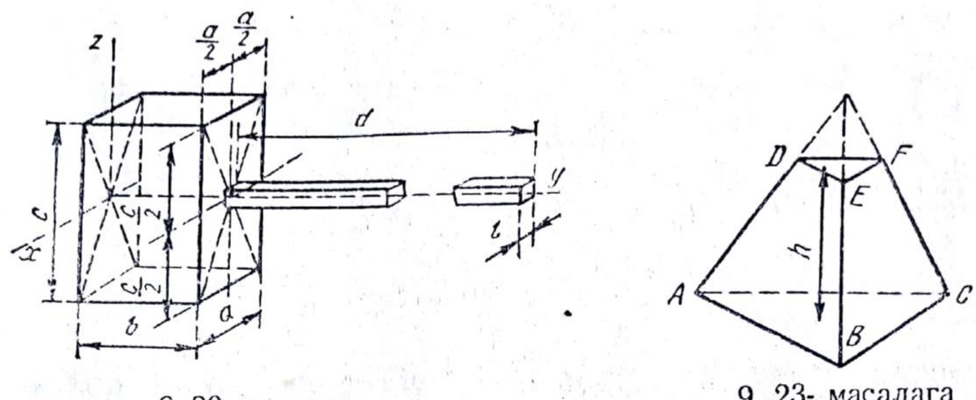


9.18- масалага



9.19- масалага

13-mavzu: Tenzorlar. Tenzorlar algebrasi



9.20- масалага 9.23- масалага

Жавоб: $x = -22$ см, $y = 16$ см, $z = 0$.

9.19. Текис ферма оғирлик марказининг координаталари топилсин; ферма еттита стержендан тузилган бўлиб, уларнинг узунликлари расмда кўрсатилган. Ҳамма стерженлар ҳар бир метрининг оғирлиги бир хил.

Жавоб: $x = 1{,}47$ м, $y = 0{,}94$ м.

9.20. Ёғоч болға оғирлик марказининг координаталари топилсин. Болға тўғри бурчакли параллелепипеддан ва кўндаланг кесими квадрат шаклида бўлган дастадан иборат. Берилган: $a = 10$ см, $b = 8$ см, $c = 18$ см, $d = 40$ см, $l = 3$ см.

Жавоб: $x = 0$, $y = 8{,}8$ см, $z = 0$.

9.21. Енгил крейсер корпусининг оғирлиги 19000 кН. Корпуснинг оғирлик маркази вертикал бўйича киль устидан $y_1 = 6$ м баландликда. Крейсер сувга туширилгандан кейин корпус ичига асосий машиналар ва қозонлар ўрнатилган. Асосий машиналарнинг оғирлиги 4500 кН бўлиб, улар оғирлик марказининг ординатаси $y_2 = 3$ м. Қозонларнинг оғирлиги 5000 кН га тенг бўлиб, улар оғирлик марказининг ординатаси $y_3 = 4{,}6$ м. Корпус, машина ва қозонлар умумий оғирлик марказининг ординатаси y_C аниқлансин.

Жавоб: $y_C = 5{,}28$ м.

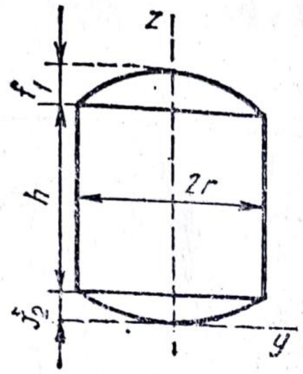
9.22. Сув сиғими 45000 кН бўлган кемада, оғирлиги 300 кН бўлган юк кеманинг олдинги қисмидан кетинги қисмига 60 м масофага сурилган. Юк ва кеманинг умумий оғирлик маркази қанча сурилади?

Жавоб: 0,4 м.

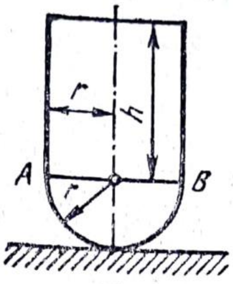
9.23. Асосига параллел қилиб кесилган бир жинсли $ABCDEF$ тетраэдр учун юза $ABC = a$, юза $DEF = b$, уларнинг орасидаги масофа h берилган. ABC асосдан берилган кесик тетраэдрнинг оғирлик марказигача бўлган z масофа топилсин.

Жавоб: $z = \dfrac{h}{4}\,\dfrac{a + 2\sqrt{ab} + 3b}{a + \sqrt{ab} + b}$.

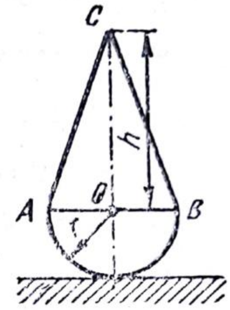
9.24. Якорли сув ости минасининг корпуси цилиндр бўлиб, цилиндрнинг тублари қаварик сферик шаклдадир. Цилиндрик пояснинг радиуси $r = 0{,}4$ м, баландлиги $h = 2r$; сферик сегментларнинг ба-



9.24- масалага



9.25- масалага



9.26- масалага

ландлиги тегишлича $f_1 = 0,5\,r$ ва $f_2 = 0,2\,r$. Мина корпуси сиртининг оғирлик маркази топилсин.

Жавоб: $x_C = y_C = 0$, $z_C = 1,267\,r = 0,507$ м.

9.25. Зичлиги бир хил бўлган ярим шар билан цилиндрдан ташкил топган жисм ярим шар сирти билан силлиқ горизонтал текисликка таяниб, мувозанатда туради; ярим шар билан цилиндрнинг радиуслари бир хил ва r га тенг. Цилиндрнинг шундай h баландлиги топилсинки, бунда жисм мувозанат вазиятининг турғунлиги йўқолсин.

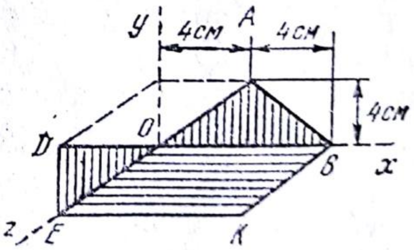
Бутун жисмнинг оғирлик маркази ярим шар марказига тўғри келиши лозим. Бир жинсли ярим шарнинг оғирлик марказидан асосигача бўлган масофа $(3/8)\,r$ га тенг.

Жавоб: $h = \frac{r}{\sqrt{2}}$.

9.26. Олдинги масала шартига кўра, зичлиги ва r радиуси бир хил бўлган конус билан ярим шардан ташкил топган жисм учун конуснинг шундай h баландлиги топилсинки, бунда жисм мувозанат вазиятининг турғунлиги йўқолсин.

Жавоб: $h = r\sqrt{3}$.

9.27. Юпқа бир жинсли листни иккита учбурчак ва квадрат кўринишида расмда кўрсатилгандек букилган: OAB тенг ёнли учбурчак xy текисликда, ODE тўғри бурчакли учбурчак yz текисликда (E нуқта — тўғри бурчак учи), $OBKE$ квадрат горизонтал текисликда ётади. Букилган лист марказининг координаталари аниқлансин.



9.27- масалага

Жавоб: $x_C = 3,33$ см, $y_C = 0,444$ см, $z_C = 3,55$ см.

12-§. Нуқтанинг тезланиши

12.1. Поезд 72 км/соат тезлик билан ҳаракат қилади, тормоз қилинганда у 0,4 м/с^2 га тенг секинланиш олади. Поездни станцияга келмасдан қанча вақт олдин ва станциядан қанча нарида тормозлай бошлаш кераклиги топилсин.

Жавоб: 50 с, 500 м.

12.2. Копёр тўқмоғи қозиққа урилиб тўхтагунча қозиқ билан бирга 0,02 с мобайнида ҳаракат қилади, бунда қозиқ ерга 6 см киради. Қозиқ ҳаракатини текис секинланувчан ҳаракат деб ҳисоблаб, қозиқнинг бошланғич тезлиги топилсин.

Жавоб: 6 м/с.

12.3. Сув томчилари вертикал найчанинг тешигидан ҳар 0,1 секундда бир марта томади ва 9,81 м/с^2 тезланиш билан пастга тушади. Биринчи томчи оқиб чиққан пайтдан 1 с ўтгандан кейин биринчи ва иккинчи томчилар орасидаги масофанинг қанча бўлиши аниқлансин.

Жавоб: 0,932 м.

12.4. Самолётнинг ерга қўниш тезлигини 400 км/соат деб ҳисоблаб, қўниш вақтида самолётнинг $l = 1200$ м ли йўлда секинланиши аниқлансин. Секинланиш доимий деб ҳисоблансин.

Жавоб: $w = 5{,}15$ м/с^2.

12.5. Копёр тўқмоғи 2,5 м баландликдан пастга тушади, уни ўша баландликка кўтариш учун, шунча жойдан тушишига қараганда уч марта кўпроқ вақт кетади. Агар копёр тўқмоғи пастга $9{,}81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ тезланиш билан эркин тушади деб ҳисобланса, у бир минутда неча марта уради.

Жавоб: 21 зарба.

12.6. Ползун тўғри чизиқли йўналтирувчи бўйлаб $w_x = -\pi^2 \sin\frac{\pi}{2} t$ м/с^2 тезланиш билан ҳаракат қилади. Агар ползуннинг бошланғич тезлиги $v_{0x} = 2\pi$ м/с, бошланғич ҳолати эса ползуннинг координата боши деб қабул қилинган ўрта ҳолатига тўғри келса, ползун ҳаракатининг тенгламаси топилсин. Масофа, тезлик ва тезланиш эгри чизиқлари чизилсин.

Жавоб: $x = 4 \sin\frac{\pi}{2} t$ м.

12.7. Поезднинг бошланғич тезлиги 54 км/соат бўлиб, биринчи 30 с да у 600 м йўл босди. Поезд радиуси $R = 1$ км бўлган ай-

99

ланма йўлда текис ўзгарувчан ҳаракат қилади деб ҳисоблаб, унинг 30 с охиридаги тезлиги ва тезланиши аниқлансин.

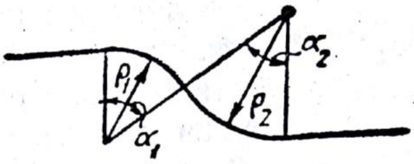
Жавоб: $v = 25$ м/с, $w = 0,708$ м/с^2.

12.8. Поезд станциядан жўнаганда тезлиги бир текис ортиб, 3 минутдан кейин 72 км/соатга етади; йўл, радиуси 800 м бўлган бурилишда жойлашган. Станциядан жўнаган пайтдан 2 минут кейин поезднинг уринма, нормал ва тўла тезланиши аниқлансин.

Жавоб: $w_\tau = \frac{1}{9}$ м/с^2, $w_n = \frac{2}{9}$ м/с^2, $w = 0,25$ м/с^2.

12.9. Радиуси $R = 800$ м бўлган айлана ёйи бўйлаб поезд текис секинланувчан ҳаракат қилади ва $s = 800$ м йўл босади. Унинг бошланғич тезлиги $v_0 = 54$ км/соат ва охирги тезлиги $v = 18$ км/соат. Поезднинг ёй бошидаги ва охиридаги тўла тезланиши, шунингдек шу ёй бўйлаб қанча вақт ҳаракатланиши аниқлансин.

Жавоб: $w_0 = 0,308$ м/с^2, $w = 0,129$ м/с^2, Т = 80 с.



12.10- масалага

12.10. Трамвай йўлининг бурилиши, радиуслари $\rho_1 = 300$ м ва $\rho_2 = 400$ м бўлган иккита ёйдан иборат. Марказий бурчаклар $\alpha_1 = \alpha_2 = 60°$. Шу бурилишдан $v = 36$ км/соат тезлик билан юриб борувчи вагоннинг нормал тезланиш графиги чизилсин.

12.11. Радиуси $R = 20$ см бўлган айлана ёйи бўйлаб нуқта ҳаракатланади. Унинг траектория бўйлаб ҳаракат қилиш қонуни: $s = 20 \sin \pi t$ (t — секундлар, s — сантиметрлар ҳисобида). $t = 5$ с бўлган пайт учун нуқта тезлигининг миқдори ва йўналиши, уринма, нормал ва тўла тезланиши топилсин. Шунингдек, тезликнинг, уринма ва нормал тезланишларнинг графиклари чизилсин.

Жавоб: Тезлик миқдори 20π см/с га тенг бўлиб, s ёйини ҳисоблашнинг мусбат йўналишига қарама-қарши томонга йўналган:

$$w_t = 0; \; w = w_n = 20\pi^2 \text{ см/с}^2.$$

12.12. Нуқта $s = \frac{g}{a^2}(at + e^{-at})$ қонунга мувофиқ тўғри чизиқли ҳаракат қилади, бунда a ва g — доимий миқдорлар. Нуқтанинг бошланғич тезлиги, шунингдек, унинг тезланиши тезликнинг функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $v_0 = 0$, $w = g - av$.

12.13. Нуқта ҳаракати қуйидаги тенгламалар билан берилган:

$$x = 10\cos 2\pi \frac{t}{5}, \; y = 10 \sin 2\pi \frac{t}{5},$$

(x, y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида). Нуқтанинг траекторияси, тезлигининг миқдори ва йўналиши, шунингдек, тезланишининг миқдори ва йўналиши топилсин.

Жавоб: Радиуси 10 см ли айлана; тезлик $v = 4\pi$ см/с бўлиб, Ox ўқдан Oy ўққа $90°$ га айланиб ўтиш томонига уринма равишда йўналган; тезланиш $w = 1,6\pi$ см/с^2 бўлиб, марказга йўналган.

12.14. Ишга тушириш даврида дизель кривошипи палецининг ҳаракати $x = 75 \cos 4t^2$, $y = 75 \sin 4t^2$ (x, y — сантиметрлар, t — секундлар ҳисобида) кўринишдаги тенгламалар билан берилган. Палецнинг тезлиги, уринма ва нормал тезланиши топилсин.

Жавоб: $v = 600\ t$ см/с, $w_t = 600$ см/с^2, $w_n = 4800\ t^2$ см/с^2.

12.15. Нуқта ҳаракати қуйидаги тенгламалар билан берилган:

$$x = a(e^{kt} + e^{-kt}),$$
$$y = a(e^{kt} - e^{-kt}),$$

бундаги a ва k — берилган доимий миқдорлар. Нуқта траекториясининг тенгламаси топилсин, тезлиги ва тезланиши $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ радиус-векторнинг функцияси сифатида ифодалансин.

Жавоб: Гипербола $x^2 - y^2 = 4a^2$; $v = kr$, $w = k^2 r$.

12.16. $x = -a \sin 2\omega t$, $y = -a \sin \omega t$ тенгламаларга мувофиқ Лиссажу шаклини чизувчи нуқта траекториясининг $x = y = 0$ ҳолатдаги эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: $\rho = \infty$.

12.17. Ox горизонтал ўқ бўйлаб сирпанмасдан думаловчи ғилдирак нуқтаси тезланишининг миқдори ва йўналиши ҳамда траекториясининг эгрилик радиуси топилсин; нуқта қуйидаги тенгламаларга асосан циклоида чизади:

$$x = 20\,t - \sin 20\,t,\ y = 1 - \cos 20\,t.$$

(t — секундлар, x, y — метрлар ҳисобида). Шунингдек, $t = 0$ бўлганда эгрилик радиуси ρ аниқлансин.

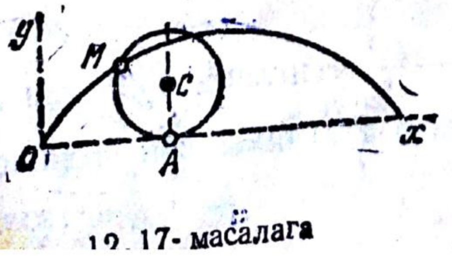
Жавоб: Тезланиш $w = 400$ м/с^2 бўлиб, думаловчи ғилдиракнинг C марказига MC бўйлаб йўналган; $\rho = 2MA$; $\rho_0 = 0$.

12.18. Агар $r = l = 60$ см, $MB = \frac{1}{3} l$, $\varphi = 4\,\pi t$ (t — секундлар ҳисобида) бўлса, кривошип-ползун механизми шатунидаги M нуқтанинг траекторияси топилсин, шунингдек $\varphi = 0$ бўлган пайт учун унинг тезлиги, тезланиши ва траекториясининг эгрилик радиуси аниқлансин.

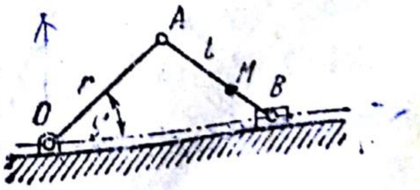
Жавоб: Эллипс: $\dfrac{x^2}{100^2} + \dfrac{y^2}{20^2} = 1$, $v = 80\,\pi$ см/с,

$$w = 1600\,\pi^2 \text{ см/с}^2,\ \rho = 4 \text{ см}.$$

12.19. Симдан қилинган айланага M ҳалқа кийгизилган, ҳалқадан айланада турувчи O нуқта атрофида текис айланадиган OA стержень ўтган; айлана радиуси 10 см; стерженнинг бурчак тезлиги шун-

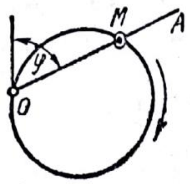


12.17- масалага

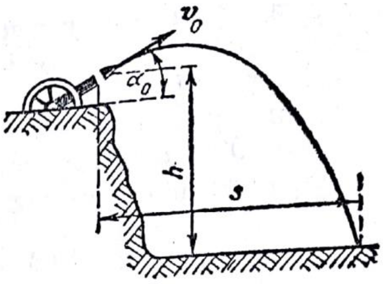


12.18- масалага

15-mavzu: Kinetik kuchlanishlar tenzori



12.19 ва 12.20- масалага



12.23- масалага

дайки, у 5 с мобайнида тўғри бурчакка бурилади. Ҳалқанинг тезлиги v ва тезланиши w аниқлансин.

Жавоб: $v = 2\pi$ см/с, $w = 0{,}4\pi$ см/с^2.

12.20. Олдинги масаланинг шартларидан фойдаланиб ҳамда OM стерженнинг бурчак тезланишини $k \cos \varphi$ (k=const) деб олиб, M ҳалқанинг тезлик ва тезланиши φ бурчакнинг функцияси сифатида аниқлансин. $t = 0$ бошланғич пайтда φ бурчак ва ҳалқанинг тезлиги нолга тенг, айлананинг радиуси r, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$.

Жавоб: $v = 2r\sqrt{2k\sin\varphi}$, $\quad w = 2kr\sqrt{1 + 15\sin^2\varphi}$.

12.21. Снаряд ҳаракати

$$x = v_0 t \cos\alpha_0, \; y = v_0 t \sin\alpha_0 - \frac{1}{2} g t^2,$$

тенгламалар билан берилган; бундаги v_0 ва α_0 — доимий миқдорлар. $t = 0$ бўлган ва снаряд ерга тушган пайтларда траекториянинг эгрилик радиуси топилсин.

Жавоб: $\rho = \dfrac{v_0^2}{g \cos \alpha_0}$.

12.22. Снарад $x = 300\,t$, $y = 400\,t - 5\,t^2$ (t — секундлар, x, y — метрлар ҳисобида) тенгламаларга мувофиқ вертикал текисликда ҳаракат қилади. 1) бошланғич пайтдаги тезлик ва тезланиш, 2) снаряднинг қанча узоққа бориши ва қанча баландликка кўтарилиши, 3) бошланғич пайтда ва энг юқори нуқтада траекториянинг эгрилик радиуслари топилсин.

Жавоб: $v_0 = 500$ м/с; $w_0 = 10$ м/с^2; $h = 8$ км, $s = 24$ км, $\rho_0 = 41{,}67$ км, $\rho = 9$км.

12.23. Денгиз сатҳидан $h = 30$ м баландликда жойлашган қирғоқдаги артиллерия тўпидан горизонтга нисбатан $\alpha_0 = 45°$ бурчак остида $v_0 = 1000$ м/с бошланғич тезлик билан снаряд отилди. Снаряднинг денгиз сатҳидаги мўлжалга тўпдан қанча масофада тегиши аниқлансин. Ҳавонинг қаршилиги ҳисобга олинмасин.

Жавоб: 102 км.

12.24. Ҳаракати $x = \alpha t$, $y = \beta t - \dfrac{gt^2}{2}$ тенгламалар билан ифодаланадиган нуқтанинг уринма ва нормал тезланишлари топилсин.

Жавоб: $w_t = -\dfrac{g(\beta - gt)}{v}$; $w_n = \dfrac{g\alpha}{v}$, бунда v — нуқта тезлиги.

102

12.25. Нуқта $x = 2\cos 4t$, $y = 2\sin 4t$, $z = 2t$ тенгламалар билан ифодаланадиган винт ҳаракати қилади, бунда узунлик бирлиги учун метр олинган. Траекториянинг эгрилик радиуси ρ аниқлансин.

Жавоб: $\rho = 2\frac{1}{8}$м.

12. 26. Нуқта ҳаракати қутб координаталарида $r = ae^{kt}$ ва $\varphi = kt$ тенгламалар билан берилган, бунда a ва k берилган доимий миқдорлар. Нуқтанинг траектория тенгламаси, тезлиги, тезланиши ва траекториясининг эгрилик радиуси унинг радиус-вектори r функцияси сифатида аниқлансин.

Жавоб: $r = ae^{\varphi}$ — логарифмик спираль; $v = kr\sqrt{2}$, $w = 2k^2r$, $\rho = r\sqrt{2}$.

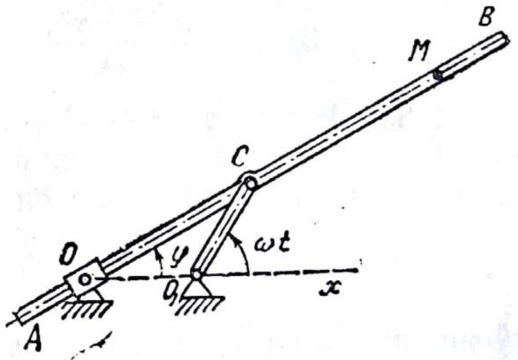
12. 27. Нуқтанинг ҳаракати $x = 2t$, $y = t^2$ тенгламалар билан берилган (t — секундлар, x ва y — сантиметрлар ҳисобида). $t = 1$с пайт учун тезлик ва тезланишнинг катталиги ҳамда йўналишлари аниқлансин.

Жавоб: $v = 2\sqrt{2}$ см/с, $w = 2$см/с^2, $(\widehat{v, x}) = 45°$, $(\widehat{w, x}) = 90°$.

12.28. Нуқта $x = 4t$, $y = t^3$ (t — секундлар, x ва y — сантиметрлар ҳисобида) тенгламаларга асосан ҳаракатланаётган бўлса, унинг ҳаракат траекторияси, тезлик годографи ясалсин ва траекториянинг бошланғич пайтга мос келувчи нуқтаси эгрилик радиуси аниқлансин.

Жавоб: Траектория тенгламаси $y = \frac{x^3}{64}$ — кубик парабола; тезлик годографи v_y ўққа параллел тўғри чизиқ; $\rho_0 = \infty$ (траекториянинг боши — эгилиш нуқтаси).

12.29. Узунлиги $a/2$ бўлган O_1C кривошип O_1 ўқ атрофида ўзгармас ω бурчак тезлик билан айланади. C нуқтада кривошип билан O_1 айланиш ўқидан $a/2$ масофада турган, ҳар доим O нуқта атрофида айланиб — тебранувчи муфта орқали ўтадиган AB линейка шарнир билан боғланган. O нуқтани қутб сифатида қабул қилиб, қутб координаталарида линейканинг C шарнирдан a масофадаги M нуқтасининг ҳаракат тенгламалари, траекторияси, тезлик ва тезланиши топилсин (бошланғич пайтда бурчак $\varphi = COO_1 = 0$).



12.29- масалага

Жавоб: 1) $r = a\left(1 + \cos\frac{\omega t}{2}\right)$, $\varphi = \frac{\omega t}{2}$;

2) $r = a(1 + \cos\varphi)$ — кардиоида;

3) $v = a\omega\cos\frac{\omega t}{4}$;

4) $w = \frac{a\omega^2}{4}\sqrt{5 + 4\cos\frac{\omega t}{2}}$.

13.11. Маятник O горизонтал ўқ атрофида вертикал текисликда тебранади. Бошланғич пайтда мувозанат ҳолатидан чиқиб, 2/3 с дан кейин $\alpha = \pi/16$ рад энг катта бурчакка оғади.

1) Маятник гармоник тебранма ҳаракат қилади деб ҳисоблаб, унинг тебраниш қонуни ёзилсин.

2) Маятник қандай ҳолатда энг катта бурчак тезлиги олади ва у қанчага тенг?

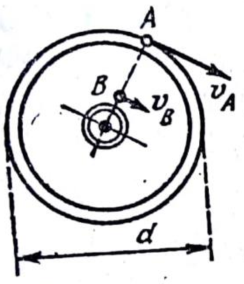
Жавоб: 1) $\varphi = \frac{\pi}{16}\sin\frac{3}{4}\pi t$ рад.

2) Вертикал ҳолатда: $\omega_{max} = \frac{3}{64}\pi^2$ рад/с.

13.12. Ернинг ўз ўқи атрофидаги айланишинигина ҳисобга олиб, Ер юзасининг Ленинграддаги нуқтасининг тезлиги v ва тезланиши w аниқлансин; Ленинграднинг кенглиги 60°; Ернинг радиуси 6370 км.

Жавоб: $v = 232$м/с, $w = 0{,}0169$ м/с^2.

13.13. Радиуси 0,5 м бўлган маховик ўз ўқи атрофида бир текис айланади; ғилдирак тўғинида ётган нуқталарнинг тезлиги 2 м/с га тенг. Ғилдирак бир минутда неча марта айланади?



13.14- масалага

Жавоб: $n = 38{,}2$ айл/мин.

13.14. Шкивнинг гардишидаги A нуқта 50 см/с тезлик билан ҳаракат қилади. A нуқта билан бир радиусда ётувчи бошқа B нуқта эса 10 см/с тезлик билан ҳаракатланади; AB масофа 20 см га тенг. Шкивнинг бурчак тезлиги ω ҳамда диаметри аниқлансин.

Жавоб: $\omega = 2$ рад/с, $d = 50$ см.

13.15. Радиуси $R = 2$ м бўлган маховик тинч ҳолатдан бошлаб текис тезланиш билан айланади; тўғинда ётувчи нуқталар $t = 10$ с дан кейин $v = 100$ м/с чизиқли тезликка эга бўлади. Ғилдирак тўғинидаги нуқтанинг $t = 15$ с бўлган вақтдаги тезлиги, уринма ва нормал тезланишлари топилсин.

Жавоб: $v = 150$ м/с, $w_n = 11250$ м/с^2, $w_\tau = 10$ м/с^2.

13.16. Экваторда турган жисм Ер атрофида махсус йўналтирувчиларда экватор бўйлаб бир текис ҳаракатланганда эркин тушиш тезланишига эга бўлиши учун жисмга қандай горизонтал тезлик v берилиши топилсин. Шунингдек, жисм ўзининг аввалги ҳолатига қайтиб келгунча ўтадиган T вақт ҳам аниқлансин. Ер радиуси $R = 637 \cdot 10^6$ см, экваторда оғирлик кучининг тезланиши $g = 978$ см/с^2.

Жавоб: $v = 7{,}9$ км/~~соат~~, $T = 1{,}4$ соат.

13.17. Маховик тўғинидаги нуқтанинг тўла тезланиши радиус билан 60° га тенг бурчак ҳосил қилади. Шу пайтда нуқтанинг уринма тезланиши $w_\tau = 10\sqrt{3}$ м/с^2. Айланиш ўқидан $r = 0{,}5$ м масофада турган нуқтанинг нормал тезланиши топилсин. Маховикнинг радиуси $R = 1$ м.

Жавоб: $w_n = 5$ м/с^2.

Maydonlar nazariyasi

fanidan

GLOSSARIY

QISQACHA IZOHLI LUG'AT (GLOSSARIY)

Mexanikaning fizik asoslari. Fizik modellar: moddiy nuqta, absolyut qattiq jism. Harakatni kinematik tavsiflash. To'g'ri va egri chiziqli harakatlar va ulardagi tezlik va tezlanish.

Moddiy nuqta dinamikasi. N'yutonning birinchi qonuni va inertsial sannoq tizimi, massa. N'yutonning ikkinchi qonuni. N'yutonning uchinchi qonuni va kuch tushunchasini N'yuton qonunlari orqali ifodalash.

Caqlanish qonunlari. Harakat miqdori. Impul'sning saqlanish qonuni. Reaktiv harakat. SHarlarning elastik va noelastik to'qnashishlari. Kinetik va potentsial energiya. elastiklik va og'irlik kuchi ta'sir qilayotgan jismning potentsial energiyasi. Ish va energiya. Mexanikada energiyaning saqlanish qonuni. Klassik mexanika qonunlarini qo'llash chegarasi.

Nisbiylik nazariyasining fizik asoslari. Galiley-N'yuton mexanikasidagi nisbiylik qoidasi. Maxsus nisbiylik nazariyasi to'g'risidagi tushuncha. Relyativistik mexanikada tezliklarni qo'shish. energiya va massaning o'zaro bog'lanishi.

Mutloq qattiq jismning ilgarilanma va aylanma harakati. Massalar markazi. Qattiq jismning inertsiya momenti. Impul's momenti, kuch momenti. Qattiq jism aylanma harakati dinamikasining asosiy tenglamasi. Impul's momentining saqlanish qonuni. Aylanayotgan qattiq jismning kinetik energiyasi. Butun olam tortishish qonuni. Kepler qonun

Suyuqlik harakatiga mexanika qonunlarini qo'llash. Sirt taranglik kuchi. Ideal va qovushqoq suyuqlik. Bernulli tenglamasi. Qovushqoqlik koeffitsienti. Quvur ichidagi oqim. Puazeyl' formulasi. Stoks formulasi.

Tebranishlar. Mexanik garmonik tebranishlar tenglamasi. Garmonik tebranishlar kinematikasi. Garmonik tebranishlarni qo'shish. Dopler effekti. Garmonik va nogarmonik ostsillyator. Matematik, prujinali va fizik mayatniklar. So'nuvchi va majburiy tebranishlar. Rezonans.

Mexanik to'lqinlar. To'lqin uzunligi. Dopler effekti. Kogerentlik. To'lqinlar difraktsiyasi va qutblanishi. Bo'ylama va ko'ndalang to'lqinlar. To'lqin energiyasi. Tovush to'lqinlari va uning tarqalishi.

GLOSSARIY

Termin	Terminology	O'zbek tilidagi sharhi
Mexanik harakat	Mechanics	Jismlaryokiularqismlariningbirbiriganisbatanko'chishishi
Moddiy nuqta	thematerialpoint	Qaralayotganmasaladao'lchovlarivashakliahamiyatsizbo'lganjism
Sanoq sistemasi	industrial system	Harkatlanuvchiboshqajismlarningholatianiqlanadiganhaqiqiyyokishartliqattiqjism
Traektoriya	trajectory	Tazoharakatlanayotganjismnuqtasinichizadiganchiziq
Ko'chish	migration	Harakatlanayotganmoddiynuqtabirorvaqtoralig'iningboshlang'ichpaytidaegallabturgannuqtasidanshuvaqtoralig'iningoxiridaegallaganholatgao'tkazilganvektor
Yo'l	way	Harakatlanayotganmoddiynuqtatraektoriyasibo'yichahisoblanganikkigeometriknuqtaorasidagimasota
Tezlik	speed	O'zgaruvchanfizikaviykattalikningbirorvaqtoralig'idagio'zgarishikattaliginingshuo'zgarishyuzberganvaqtoralig'iga nisbati
Oniytezlik	theinstantaneousspeed	Traektoriyaningma'lumnuqtasidagiyokiberilganvaqtmomentidagijismningtezligi
O'rtachatezlik	averagetezltk	Umumiybosibo'tilganyo'lniumumiyharakatvaqtiganisbati bilano'lchanadigankattalik
Tezlanish	acceleration	Nuqtatezligio'zgarishijadalliginiitodalovchihamdatezliko'zgarishiningshuo'zgarishsodirbo'lganvaqtoralig'iganisbatigatengbo'lganfizikaviykattalik
Erkintushish	freefall	Jismningungaog'irlikkuchidanboshqakuchlarta'sirqilmaganholdaharakati
Erkintushishtezlanishi	Accelerationoffreefall	Moddiynuqtaningog'irlikkuchita'siridaoladigantezlanishi
Vakuum	vacuum	Atmosterabosimidananchaginapastbosimligazholati
Tushishvaqti	playtime	Jismniotilganvaqtdanergatushishdagiharakatvaqti
Ko'talirishvaqti	thetime	Jismniharakatboshlanishidanmaksimalbalandlikkako'tarilishgachaketganvaqti

Uchishvaqti	flighttime	Jismningkutarilishvaqtivaergatushishvaqtlariniyig‘indisi
Egrilikradiusi	theradius ofcurvature	Harakattraektoriyasiningradiusi
Tortishish kuchi	theforceof gravity	Jismlarningo‘zarota’sirinatijasidavujudgakeluvchikuch
Tortishish potentsial energiyasi	Thegravitationalpotentialenergy	Jismlarnio‘zarotortishishkuchlarinatijasidaegabo‘lganenergiya
Sanoqsistemasi	industrial system	Harkatlanuvchiboshqajismlarningholatianiqlanadiganhaqiqiyyokishartliqattiqjism
Inertsialsanoqsistemasi	Inertsialnotationsystem	Boshqabirjismlar (kuchlar) ta’sirqilmayotganmoddiynuqtalaro‘ztezligininisbatanmoddiysaqlabqoladigansanoqtizimi
Noinertsialsanoqsistemasi	Noinertsialnotation system	Birbiriganisbatantezlanishbilanharakatqiluvchisistemalar
Inertsiyakuchlari	inertia	1)Noinertsialsanoqtizimininginertsialtizimiganisbatanharakatibilanbog‘liqbo‘lganNyutonningIIqonuniitodasinoinertsialtizimdahamo‘rinlibo‘lishiuchunkiritiladiganqo‘shimchahad; 2) Dalambertamoyiliniishlatishdakuchlardanbirisitatidaqo‘llaniluvchimoddiynuqtasimassasiningshunuqtatezlanishigateskariishorabilanolinadiganko‘paytmasi
Ishqalanishkuchi	frictionforce	Tegishishibturivchijismlar, suyuqlikvagazlarqatlamlariningnisbiyko‘chishigaqarshilikqiluvchikuch
Qovushqoqishqalanish	frictionQovushqoq	
Ichkiishqalanishkoettitsienti	The coefficient of internal friction	Qattiqjismlardetormatsiyalangandaulargata’sirqiladiganmexanikenergiyaningissiqlikkaaylanishxossasi; suyuqlikvagazlardaqovushqoqlikdebataladi
Stokskuchi	thepower ofStoker	CHeklanmaganqovushqoqsuyuqlikdaqattiqsharharakatlanadiganungata’sirqiluvchiqarshilikkuchinianiqlovchiqonun
Sirpanishishqalanish	slidingfriction	Birjismningikkinchijismsirtibo‘ylabilgarilanmako‘chishidagitashqiishqalanish
Ishqalanis	Thecoeffi	Ishqalanishkuchiningnormalbosimkuchiganisbatibilano‘lc

hkoettitsienti	cientoffriction	hanadigankattalik
Dumalanishshqalanish	rollingfriction	YAssiyokiegilgansirtdasirpanishsizdumalanayotgantsilindrikyokisharsimonjismgata’sirqiluvchiishqalanishkuchi
Dumalabishqalanishkoettitsienti	Rollingfrictioncoefficient	Jismningbirorsirtbo‘ylabdumalanishgaqarshilikkuchimomentiningshusirtmomentidansirtgatikyo‘nalgankuchiganisbati
Koriolisk uchi	Koriolis	Inertsialtizimganisbatanilgarilanmabo‘lgantarzdaharakatlanayotganinertsialsanoqtizimidagimoddiynuqtagata’sirqiluvchihamdaKariolistezlanishitutaylivujudgakeluvchiinertsiyakuchi
Koriolistezlanishi	Accelerating Koriolis	Nuqtamutloqtezlanishninguningbirko‘chmatezliksohadaboshqako‘chmatezliksohagako‘chishibilanbog‘liqtashkilqiluvchisi
Berqonuni	the law	ErningaylanmaharakatitutayliKarioliskuchita’siridadaryolarningbirqirg‘og‘iniko‘proqemirilishi
Fukomayatnigi	fucose mayatnigi	Erningsutkaviyaylanishihodisasinitasdiqlovchitebrangich
Kuchelkasi	powershoulder	Kuchmomentihisoblanayotgannuqtadankuchta’siriyo‘nalganto‘g‘richiziqqatushirilgantikchiziquzunligi
Kuchmoment	momentof force	Ta’siretuvchikuchnikuchelkasigako‘paytmasigatengbo‘lgankattalik
Inertsiya momenti	Iinertsiya moments when	Jismningilgarilanmabo‘lmaganharakatidauninginertliginiitodalovchivajismdamassalarningtaqsimotigabog‘liqbo‘lgankattalik
Butunolamtortishishqonuni	The law of universal gravitation	Birmoddiynuqtao‘zigaboshqasinitortishidaniboratuniversalo‘zarota’sirkuchiniitodalovchiqonun
Tortishish potentsial energiyasi	Thegravitationalpotentialenergy	Jismlarnio‘zarotortishishkuchlarinatijasidaegabo‘lganenergiya
Keplerqonuni	Kepler'slaws	Moddiynuqtaningmarkaziykuchmaydonidaxususansayyoralarningquyoshatrotidaharakatqonunlari
Kosmiktezliklar	spacevelocities	Erganisbatanharxiltraektoriyalarbo‘yichaharakatqilishiuchunkerakbo‘lganminimaltezliklar
1-kosmiktezlik	1-speed space	Su’iyEryuo‘ldoshlariningErdanchiqib, Eratrotidadoiraviyorbitabo‘yichaharakatqilishiuchunzarurbo‘lganengkichiktezlik.
2-	2-speed	Su’iyEryuo‘ldoshlariningErdanchiqib,

kosmiktez lik	space	Quyoshgaetibborishiuchunzarurbo‘lganengkichiktezlik
3-kosmiktez lik	3-speed space	QuyoshsistemasiniErdankchibtarketishuchunzarurbo‘lgan engkichiktezlik
Moddanin g agregat holati	Aggregat estateofm atter	Ayni bir moddaning o‘tishlaridan uning erkin energiyasi, entropiyasi, zichligi va boshqa asosiy fizikaviy xususiyatining sakrovli holatli
Suyuqlik	liquid	SHaklga ega bo‘lmagan va aniq hajimga ega bo‘lgan maddaning agregat holati
Ideal suyuqlik	theidealfl uid	Qovushqoq bo‘lmagan (ishki ishqalanish koettitsienti nolga teng bo‘lgan) suyuqlik
Statsionar oqim	fixedflow	Parametrlari (tezlik, zichlik, bosim, temperatura) vaqtga bog‘liq bo‘lmagan syuqlik yoki gaz oqimiga
Uzluksizli k	continuity	Suyuqlik yoki gaz oqimlarini chiziqlarini uzluksizligini tavsiflaydigan tushuncha
Oqim chiziqlari	flowlines	Har bir nuqtasiga o‘tkazilgan urinma shu nuqtada urinma suyuqlik zarrasi (suyuqlik oqimida) yoki elastik zaryad (elektrik tok holida) tezligi vektoriga mos chiziq
Bernulli tenglamas i	Bernullie quation	Ideal suyuqlik yoki gaz oqimini energiya saqlanish qonuniga asosan itodalaydigan tenglama
Qarshilik kuchlari	resistance	Suyuqlik yoki gaz oqimini jismga ta’sir etuvchi kuchi
Reynolds soni	Reynolds number	Suyuqlik yoki gaz oqimini laminar yoki uyurmaviy oqishini tavsitlaydigan parametr
Torichelli tajribasi	Torichelli experienc e	Ochiq idishdagi kichik tirqishdan oqib chiquvchi suyuqlik tezligini aniqlab beruvchi itoda
Magnus ettekti	Magnusef fect	Aylanma harakat qilayogan jismga suyuqlik yoki gaz oqimini ta’siri natijasida vujudga keluvchi ko‘ndalang kuch
Arximed kuchi	Archimed es	Suyuqlik yoki gazga botrilgan jismni ko‘taruvchi kuch
Fizik mayatnik	physical pendulum	Qo‘zg‘almas gorizontal o‘q atrotida og‘irlik kuchi ta’sirida tebranuvchi mutloq qattiq jism
Davriyjar ayonlar	periodicpr ocesses	Vaqtdavomidabirordarajadatakroriylikkaegabo‘lganharaka tlaryokijarayonlar.
Garmonik tebranma harakat	Harmonic vibration	Holato‘zgarishlarisinusyokikosinusqonunibo‘yichayuzber uvchitebranishlar
Amplitud a	amplitude	Tebranilayotganmoddiyjismningmuvozanatvaziyatidanen gkattamasotagasiljishi
CHastota	Thefreque	Vaqtbirligidagitebranishlarsoni

	ncy	
Tebranish davri	vibrationp eriod	Tebranayotgankattalikningqiymatitakrorlangadiganengkic hikvaqtoralig‘i
Matemati kmayatni k	mathemat icalpendu lum	Vaznsizcho‘zilmaydiganipqo‘zg‘almasnuqtagaosilganham datiktekislikdaharakatlanaoladiganmoddiynuqta
Tebranish tazasi	the phase of the vibration	Tebranmayokito‘lqinjarayonlaritavsitlovchitunktsiyanidav riyo‘zgaruvchiargumenti
Keltirilga n uzunlik	length	Fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi shunday kattalikki uning tebranish davri shunday uzunlikdagi matematik mayatnik uzunligiga teng
Prujinali mayatnik	springpen dulum	Prujinaning elastik kuchi ta’sirida to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tebranuvchi jism
Kyoning teoremasi	Kyongthe orem	Tebranuvchi sitemaning tsiklik chastotasining kvadrati uning potentsial energiyasi koettitsientini kinetik energiyasi koettitsientiga nisbatiga teng
Xususiy tebranishl ar	Privateflu ctuations	Taqat ichki kuchlar ta’sirida bo‘ladigan tebranishlarga aytiladi
So‘nuvch an tebranishl ar	fluctuatio ns	Vaqt o‘tishi bilan amplitudasi kamayib boradigan tebranishlar
So‘nish dektement i	Fadedekte menti	Ikkita ketma-ket tebranishlar amplitudasini nisbatlari natural logoritmiga teng bo‘lgan kattalik
Majburiy tebranishl ar	forcedvib rations	Davriy tashqi kuchlari ta’sirda yuzaga keladigan tebranishlar
Rezonans	resonance	Tabranishlarning xususiy chastotasining tashqi kuchlar chastotasiga teng bo‘lganda tebranishlar amplitudasining keskin ortishi
Bienie (Titrash)	Bienie (Vibratio n)	CHastotalaribir-birigajudayaqinbo‘lganikkitatebranishlarniqo‘shilishinatij asidahosilbo‘ladigantepkilitebranish
Lissajush akllari	FormsLis saju	O‘zarotiktebranishlarningqo‘shilishinatijasidahosilbo‘lgan tebranishlarningtraektoriyalari
To‘lqin	Wave	Fizikaviy maydon xossasiga ega bo‘lgan biror fizikaviy kattalik o‘zgarishlarining tazoda tarqalishi
Kundalan g to‘lqin	the current wave	Muhit holatining o‘zgarishlarini itodalovchi vektor kattaligi to‘lqinning tarqalish yo‘nalishiga tik bo‘lgan tekislikda yotuvchi t o‘lqin
Bo‘ylama	longitudin	Muhit holatining o‘zgarishlarini tavsitlovchi vektor

to‘lqin	al wave	kattalik; to‘lqinning tarqalish yo‘nalishi bo‘yicha yo‘nalgan holdagi to‘lqin
To‘lqin sirti	The surface wave	Muayyan paytda to‘lqin yuzaga kelayotgan tebranishlar tazoda birday qiymatga ega bo‘lgan sirt
YAssi to‘lqin	flat wave	Tarqalish yo‘nalishi tazoning ham nuqtalarida bir xil bo‘lgan to‘lqin
Sterik to‘lqin	spherical wave	To‘lqin toronti steradan iborat bo‘lgan to‘lqinlar
To‘lqin energiyasi	wave energy	Mexanik to‘lqin tarqalishidagi muhit zarralarining kinetik va potentsial energiyalarining yig‘indisi
To‘lqin energiyasi oqimi	The flow of the wave energy	Vaqt birligida biror yuzadan to‘lqin olib o‘tayotgan energiya
Umov vektori	vector of Umov	Elektromagnitik maydonning energiya oqimi zichligi vektori
To‘lqin intensivli gi	The intensity of the wave	To‘lqinni yuza birligidan vaqt birligida olib o‘tayotgan o‘rtacha energiyasi
To‘lqin interterent siyasi	wave interferen ce	Ikkita kogerent to‘lqiinni bir-biri bilan qo‘shilib kuchaytirishi yoki susaytirishi
Turg‘un to‘lqin	stationary wave	Turg‘un to‘lqinda tebranishlar amplitudasi hamma vaqt 0 ga teng bo‘ladigan nuqta
Tovush	sound	Gazsimon suyuq yoki qattiq muhitda elastik to‘lqinlarning tarqalish hamda shu to‘lqinlarning eshitish a’zosi tomonidan tiziologik qabul qilinishi
Tovush kuchi (kattaligi)	Sound power (size)	Akkustik to‘lqin uning tarqalish yo‘nalishiga tik yuzachadan olib o‘tadigan quvvatning shu yuzacha sohasiga nisbati
Tovush balandligi	volume	Muayyan tovushni eshitish ta’surotini itodalovchi hamda uning jadalligi takroriyligi va tebranishlari shakliga bog‘liq bo‘lgan kattalik
Tovush tenberi	sound tenberi	Tovush tebranishlarining spektral tarkibining sotligi
Bell	Bell	Tovush kuchining nisbiy logoritmik birligi
Ditsibell	Ditsibell	Tovush kuchining o‘nlik nisbiy logoritmik birligi
Dopler ettekti	Doppler effect	Tavush tebranishlari manbai va kuzatuvchi bir-biriga nisbatan harakatlanganda kuzatuvchi sezadigan tebranish chastotasi yoki to‘lqin uzunligining o‘zgarishi
Ultra tovush	Ultra sound	CHastotasi 20 kGts dan yuqori bo‘lgan tovushlar

Intratovush	Infrasound	CHastotasi 16 Gts dan past bo‘lgan tovushlar