МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И ИННОВАЦИИ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НАМАНГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

По предмету:

«ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ»

Область знаний: 500000 – Естественные наука, математика и статистика
Область образования: 530000 – Физика естественные наука
Направления бакалаврята: 60530900 – Физика

Составитель:

М.А. Эргашева, доцент кафедры физики

Наманган-2023

Электричество и магнетизм

Категория: Естественные науки

1. Электростатика

1.1. Электростатика

1.2. Закон сохранения заряда

1.3. Закон Кулона

1.4. Характеристики электрического поля

1.5. Разность потенциалов или напряжение

1.6. Закон суперпозиции для потенциала

1.7. Связь между напряженностью и потенциалом

1.8. Эквипотенциальные поверхности

1.9. Теорема Остроградского-Гаусса

1.10. Теорема Гаусса

1.10.1. Теорема Гаусса для системы точечных зарядов

1.10.2. Применение теоремы Гаусса к расчетам электростатических полей

1.11. Проводник в электрическом поле

1.12. Свойства проводников

1.13. Индуцирование заряда

1.14. Проводник во внешнем электрическом поле

1.15. Электроемкость проводника

1.16. Соединение конденсаторов

1.17. Энергия электростатического поля

1.17.1. Энергия плоского конденсатора

1.18. Диэлектрики

1.18.1. Свойства диэлектриков

1.18.2. Поведение диэлектриков во внешнем электрическом поле

1.19. Поток вектора электрического смещения

1.20. Сегнетоэлектрики и их свойства

1.20.1. Электрический гистерезис в сегнетоэлектриках

2. Постоянный электрический ток

2.1. Плотность тока носителей заряда разных знаков

2.2. ЭДС. Источник тока. Напряжение

2.3. Законы Ома в интегральной форме

2.3.1. Закон Ома в дифференциальной форме

2.4. Закон Джоуля-Ленца

2.5. Законы Кирхгофа

2.6. Эмиссия электронов с поверхности

2.6.1. Работа выхода

2.6.2. Способы выбивания (отрыва) электронов с поверхности

2.6.3. Электрический ток в вакууме

2.7. Заряженная частица в плоском конденсаторе

3. Электромагнетизм

3.1. Электромагнетизм

3.2. Взаимодействие токов

3.3. Принцип суперпозиции

3.4. Закон Био-Савара-Лапласа

3.4.1. Магнитное поле проводника с током

3.4.2. Применение закона Био-Савара-Лапласа для анализа магнитных полей проводников с током различной конфигурации. Конечный и бесконечный прямолинейный проводник с током

3.4.3. Магнитное поле кругового проводника с током

3.4.4. Магнитное поле вдали от центра контура с током

3.4.5. Магнитное поле соленоида

3.5. Магнитный поток

3.6. Напряженность магнитного поля

3.7. Силы, действующие в магнитном поле

3.7.1. Сравнение электрической и магнитной сил

3.8. Взаимодействие параллельных проводников с током

3.9. Закон Ампера

3.10. Работа по перемещению проводника стоком в магнитном поле

3.11. Действие магнитного поля на контур с током

3.12. Магнитный момент контура с током

3.13. Явление электромагнитной индукции. ЭДС электромагнитной индукции

3.14. Явление взаимоиндукции

3.15. Явление самоиндукции

3.16. Вихревые токи. Токи Фуко

3.17. Энергия магнитного поля

3.18. Плотность энергии магнитного поля

3.19. Единицы измерения магнитных величин

3.20. Магнетики. Вещества в магнитном поле

3.21. Движение зарядов в магнитном поле

3.22. Уравнения Максвелла. Обобщение теории магнитного поля

3.23. Анализ массово-зарядового состояния элементарных частиц

3.24. Приложение к теореме Остроградского-Гаусса

3.25. Первое уравнение Максвелла

3.26. Второе уравнение Максвелла

3.27. Третье уравнение Максвелла

3.28. Четвертое уравнение Максвелла

3.29. Анализ III и IV уравнений

1. Электростатика

1.1. Электростатика

Электростатика - раздел физики, изучающий взаимодействие неподвижных зарядов; или взаимодействие зарядов в начале перемещения (если оно есть) и в конце него.

Заряд - особое свойство материи, заключающееся в притяжении или отталкивании тел друг от друга вне зависимости от гравитационных свойств.

Элементарный заряд:

$q_э=1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл, = > заряд электрона, обозначается *e*, исторически принято считать отрицательным.

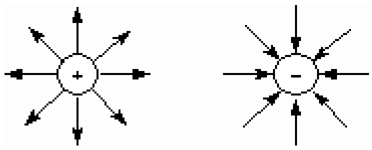
$e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл - это наименьшее количество заряда, которое может иметь материальное тело. Масса электрона, как материального тела:

$m_э=9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг - масса электрона.

$[q]=1$ Кл численное значение в международной системе единиц – *СИ.*

Принято исторически заряд электрона считать со знаком "-" . То есть тело считается "+" заряженным, если в нем наблюдается недостаток электронов, и "-" заряженным, если в нем имеется избыток электронов. Вблизи зарядов наблюдают электрическое поле.

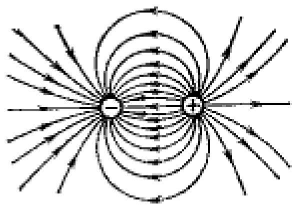
Электрическое поле указывает на наличие зарядовых свойств у физических тел. Принято электрическое поле характеризовать силовыми линиями и линиями потенциалов. Силовые линии указывают действие со стороны электрического поля на испытываемый заряд. Силовые линии указывают на силу, действующую на "+" пробный $q_{пр}$ точечный заряд (*точечный* - пренебрегают размерами, *пробный* – для проверки наличия поля).



Силовые линии, сформированные у " +" заряда, направлены по радиусу от заряда в ∞. Для отрицательно заряженного тела силовые линии направлены по радиусу от ∞ к заряду.

1.2. Закон сохранения заряда

При исследовании взаимодействия зарядов установлено, что одноименно заряженные тела - отталкиваются, а разноименно заряженные - притягиваются. Известно, что в замкнутой системе количество массы вещества остается неизменным. А так как свойство заряда несут тела, обладающие массой, то также можно сказать: для замкнутой системы количество заряда остается величиной постоянной.



Если в замкнутой системе существует несколько зарядов разных знаков, то силовые линии начинаются на положительном заряде и оканчиваются на отрицательном.

1.3. Закон Кулона (1785 г.)

Сила взаимодействия между заряженными телами прямо пропорциональна зарядам этих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$F_{Кул} = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot k$, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}$, $k \sim f$ (среды)

$\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ [Ф/м] - электрическая постоянная.

ε - характеристика среды, называется - *диэлектрическая проницаемость.*

ε - имеет электрический характер и определяет во сколько раз взаимодействие между одинаковыми зарядами, расположенными на одинаковом расстоянии друг от друга в среде меньше, чем аналогичное взаимодействие в вакууме.

$\varepsilon_{в\text{-}х}$ = 1,00013 - в воздухе.

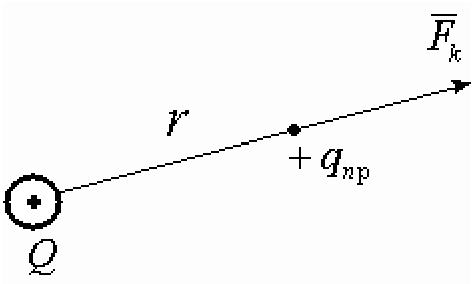
$\varepsilon_{вак}$ = 1 - в вакууме, соответственно:

$F_{Кул} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_o r^2}$.

Во всех остальных средах ε ср >1.

1.4. Характеристики электрического поля

Напряженность поля точечного заряда.



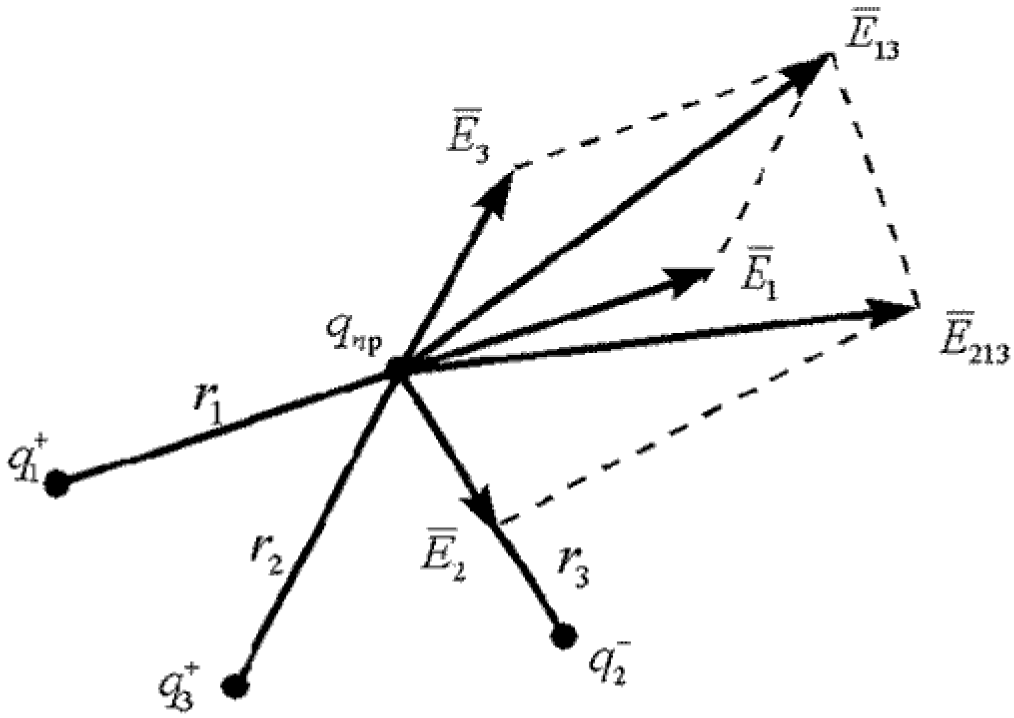
Поле, создаваемое зарядом Q, действует на q’пр с силой

$\mathrm{F}_k' = \frac{q_{пр}' Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2}$, $q_{пр} \neq const$, тогда на заряд q’’ действует сила $\mathrm{F}_k'' = \frac{q_{пр}'' Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2}$.

Аналогично для другого заряда $\mathrm{F}_k''' = \frac{q_{пр}''' Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2}$. Однако отношение силы к заряду всегда остаётся постоянным: $\frac{\mathrm{F}_k'}{q_{пр}'} = \frac{\mathrm{F}_k''}{q_{пр}''} = \frac{\mathrm{F}_k'''}{q_{пр}'''} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2} = E = const$

E - величина напряженности электрического поля, создаваемого зарядом Q на расстоянии r. Чтобы рассчитать напряженность E от нескольких зарядов применяют принцип суперпозиции.

Суперпозиция - воздействие однородных объектов на исследуемый или пробный объект (касается любых взаимодействий). Суть принципа суперпозиции - исследуется влияние одного изолированного объекта q_1 на искомый $q_{пр}$ независимо от других зарядов, затем влияние второго изолированного объекта q_2 на искомый $q_{пр}$ и т.д. Затем результат суммируется векторно (см. рис) или скалярно (см. формулы), пока не задействуются все заряды.



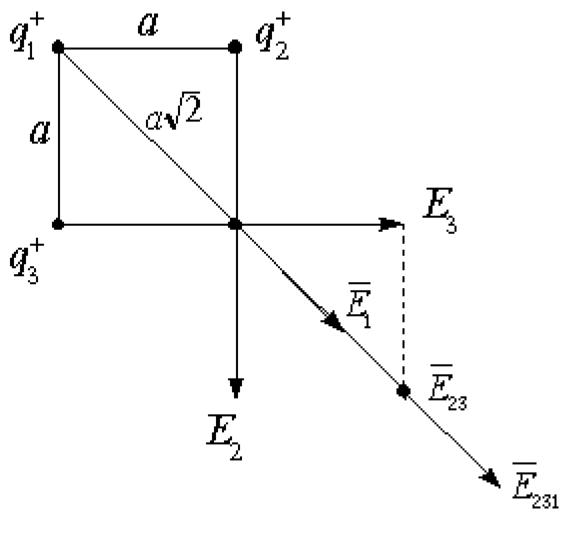
$E_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_1^{\,2}}$; $E_2 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_2^{\,2}}$; $E_3 = \dfrac{q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_3^{\,2}}$; $\overline{E} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3$

$$E_{13} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + 2E_1E_3\cos[\overline{E}_1 \wedge \overline{E}_3]}$$

$$E_{213} = \sqrt{E_2^2 + E_{13}^2 + 2E_2E_{13}\cos[\overline{E}_2 \wedge \overline{E}_{13}]}$$ и т.д.

Силы рассчитываются аналогично.

Пример: Определить напряженность поля, созданного зарядами, расположенными в вершинах квадрата, в одной из вершин квадрата. $Q=q_1=q_2=q_3$, a - сторона квадрата.



В векторной форме имеем:

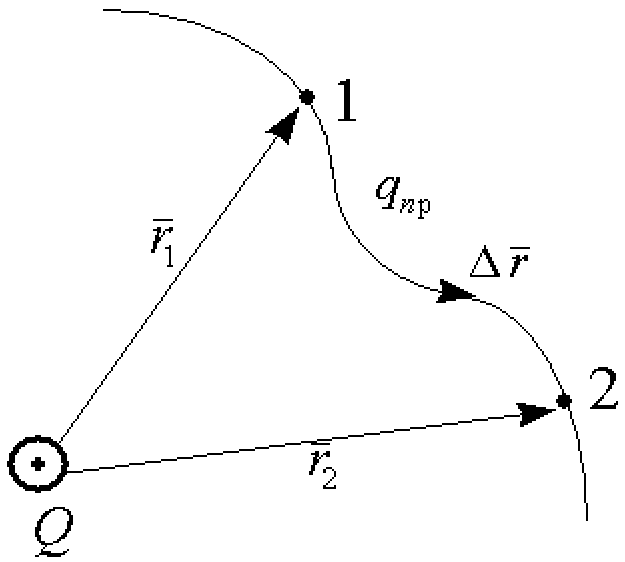
$\overline{E}_{рез} = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 + \overline{E}_3$, $\overline{E}_{23} \parallel \overline{E}_1$.

Если напряженности от каждого заряда

$E_1 = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (a\sqrt{2})^2} = \dfrac{Q}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2}$ $E_2 = E_3 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2}$, то из геометрии имеем $E_{23} = \sqrt{E_2^2 + E_3^2 + 2E_2E_3\cos[\overline{E}_2 \wedge \overline{E}_3]} = E_2\sqrt{2}$, и

окончательно

$$E_{123} = E_1 + E_{23} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2} + \frac{Q\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2}\left(\frac{1}{2} + \sqrt{2}\right) = \frac{1.9Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2} = E_{рез}$$.



Потенциал - энергетическая характеристика электрического поля, указывающая на способность поля перемещать заряды в пространстве. Если траектория перемещения заряда (от точки 1 к точке 2) носит произвольный характер, то разбиваем ее на малые участки $\Delta r \to 0 \to dr$, тогда работа на каждом участке:

$$dA = Fdr = \frac{Q q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} dr$$.

Работа на участке (1-2):

$$A = \int_{r1}^{r2} \frac{Q \cdot q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q \cdot q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \int_{r1}^{r2} \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q \cdot q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r1}^{r2} = \frac{Q \cdot q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Это численное значение работы по переносу пробного заряда из (1) в (2). Если пробный заряд перемещается из данной точки поля r_1 в ∞, то

$$A_{1\infty} = \frac{Q q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1}$$

А если менять величину пробного переносимого заряда, то получаем отношение работы к величине переносимого заряда как величину постоянную, не зависящую от пробного заряда:

$$\frac{A}{q'_{\text{пр}}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r};\ \frac{A}{q''_{\text{пр}}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r};\Lambda\ \Lambda\ \ \frac{A}{q'_{\text{пр},i}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} \neq f(q_{\text{пр}}).$$

Для данного заряда, формулирующего поле, отношение работы к величине переносимого заряда из данной точки поля в бесконечность является характеристикой заряда, формирующего поле, и есть величина постоянная. Это отношение и есть энергетическая характеристика электрического поля и называется потенциалом данной точки поля, созданного зарядом Q.

$$\frac{A_{1\infty}}{q_{\text{пр}}} = const = \varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

1.5. Разность потенциалов или напряжение

Если в выражении работы по переносу заряда $r_2 \neq \infty$, то, выполняя последовательные преобразования,

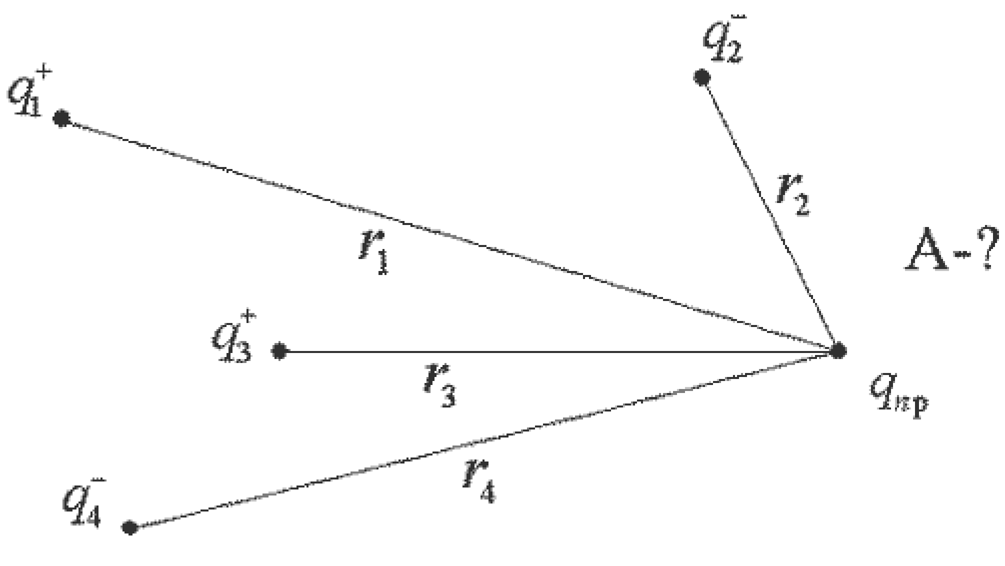
$$A_{12} = \frac{Qq_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{Qq_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} - \frac{Qq_{\text{пр}}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2} =$$

$$= q_{\text{пр}}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2}\right) = q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2) =$$

получим: $= q_{\text{пр}}(\Delta\varphi) = \varphi_{\text{пр}}U$ Разность потенциалов между двумя точками электрического поля

называется *напряжением*: $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$.

1.6. Закон суперпозиции для потенциала



Если система зарядов замкнута, то работа по перемещению пробного заряда в бесконечность со стороны каждого заряда системы: $A_{1\infty}=\dfrac{q_1q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_1}$ $A_{2\infty}=\dfrac{q_2q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_2}$ $A_{3\infty}=\dfrac{q_3q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_3}$ $A_{4\infty}=\dfrac{q_4q_{пр}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_4}$;... Разделим $A_{i\infty}$ на $q_{пр}$, получим систему уравнений: $\dfrac{A_{1\infty}}{q_{пр}}=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_1}=\varphi_1;$ $\dfrac{A_{2\infty}}{q_{пр}}=\dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_2}=\varphi_2;$ $\dfrac{A_{3\infty}}{q_{пр}}=\dfrac{q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_3}=\varphi_3;$ $\dfrac{A_{4\infty}}{q_{пр}}=\dfrac{q_4}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_4}=\varphi_4;$

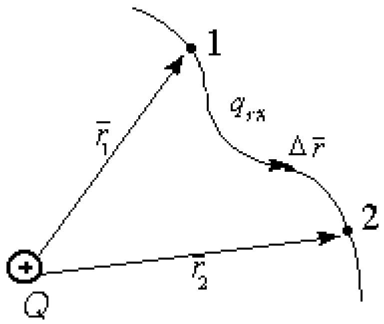
$$\varphi_{рез}=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\phi_4=$$

$$=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_2}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_3}+\frac{q_4}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r_4}=$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\frac{q_3}{r_3}+\frac{q_4}{r_4}\right)$$

. Если учесть знаки зарядов, составляющих данную систему, то получим: $\varphi_{рез}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\left(\dfrac{q_1}{r_1}-\dfrac{q_2}{r_2}+\dfrac{q_3}{r_3}-\dfrac{q_4}{r_4}+\mathrm{K}\right)=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o}\sum_i\dfrac{q_i}{r_i}$ Поскольку под знаком суммы стоит алгебраическая сумма, то величина $\varphi_{рез}$ - есть скаляр и он определяется как алгебраическая сумма потенциалов, составляющих данную систему. $\varphi_{рез}=\sum_i\varphi_i$. Единица измерения потенциала: $\varphi=\dfrac{A}{q}$, dim φ $=\left[\dfrac{Дж}{Кл}\right]=[\mathrm{В}]$–Вольт. $A_{1\infty}=q_{пр}\cdot\varphi_1$, если пробным зарядом является электрон, а потенциал φ =1В, то $A_{1\infty}=q_э\varphi_1=e\varphi=1{,}6\cdot10^{-19}\ \mathrm{Дж}=1\ \mathrm{эВ}$ - это не системная единица измерения работы или энергии, однако широко используемая в микромире.

1.7. Связь между напряженностью и потенциалом



Если закон перемещения пробного заряда неизвестен, то для определения работы разбиваем траекторию на участки $\Delta r\to0$, в пределах которых действующая сила остается постоянной, определяем работу для этих участков и результат суммируем. На участке Δr разность потенциалов составляет $\Delta\varphi$ (или dr и dφ соответственно). Тогда запишем

$d\,\mathbf{A} = \mathbf{F}dr = q_{пр}d\varphi$ А зная, что

$$E = \frac{F}{q_{пр}} \Rightarrow получим \quad F = E \cdot q_{пр} \Rightarrow$$

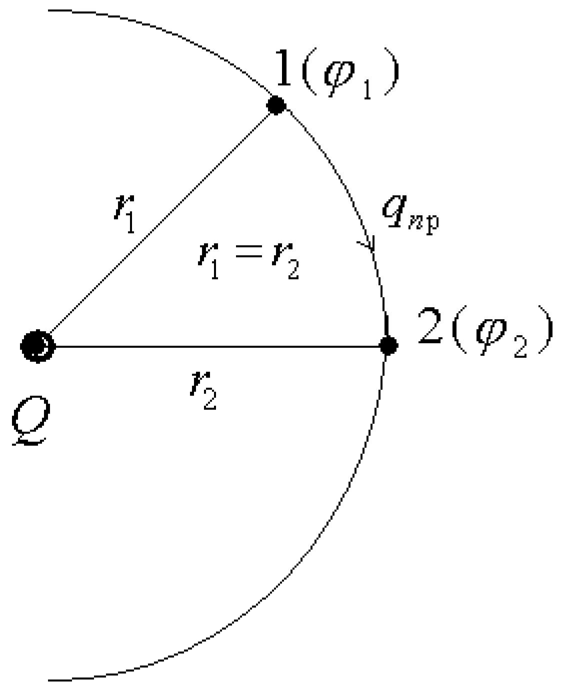
$$\Rightarrow d\,\mathbf{A} = E \cdot q_{пр}dr = q_{пр}d\varphi \Rightarrow E = \frac{d\varphi}{dr}$$

напряженность $E = \frac{d\varphi}{dr}$, $E = \frac{d\varphi}{dr}$ - это связь напряженности и потенциала для неоднородного поля. Если поле однородно, т.е. на каждую единицу длины изменение потенциала остается постоянным, то: $E = \frac{\Delta\varphi}{\Delta r} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_1 - r_2} = \frac{U}{d}$. $E = \frac{U}{d}$, где E - напряженность, U - напряжение.

Размерностью для напряженности служат $[E] = \frac{U}{d}, \dim E = \left[\frac{B}{м}\right] = \frac{F}{q} = \left[\frac{H}{Кл}\right]$.

1.8. Эквипотенциальные поверхности

Вблизи любого геометрического тела (заряженного) всегда можно определить совокупность точек, потенциалы которых одинаковы. Естественно, основной такой совокупностью точек является поверхность заряженного тела. Вдали от поверхности тела совокупностей точек с равным потенциалом может быть сколь угодно много. В трехмерном пространстве такая совокупность точек называется эквипотенциальной поверхностью. Но на плоскости это отобразить сложно. Поэтому на практике ограничиваются отображением сечений эквипотенциальной поверхности на рисунке.

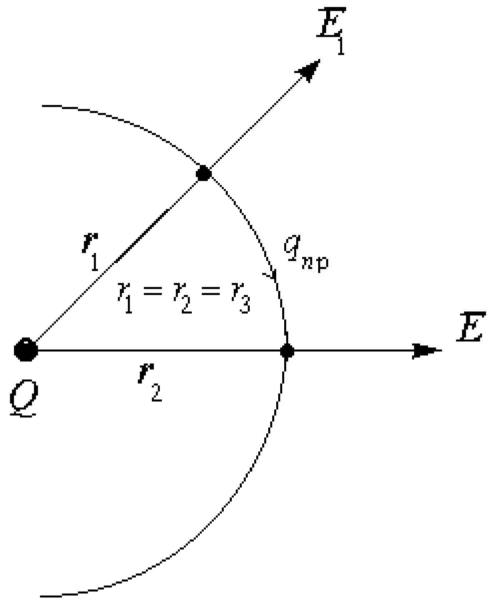


Эти сечения называются эквипотенциальными линиями или линиями равного потенциала. Очевидно, что вблизи точечного заряда эквипотенциальная поверхность (линия) есть сфера (окружность). А работа электрических сил по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной поверхности (линии)

$dA_{12} = q_{пр} \cdot \Delta\varphi = 0$, т.к. $\varphi_1 = \varphi_2$.

Работа по перемещению заряда вдоль эквипотенциальной линии численно равна 0.

Ориентация векторов напряженности относительно эквипотенциальной поверхности:



$$A = q \cdot \Delta\varphi = F \cdot \Delta r$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

$$E = \frac{F}{q_{пр}} \Rightarrow F = E \cdot q_{пр} \Rightarrow \mathbf{A} = E \cdot q_{пр} \cdot \Delta r = 0.$$

Так как $E \neq 0$, $q_{пр} \neq 0$, $\Delta r \neq 0$, то данное уравнение противоречит равенству нуля.

Поэтому, надо учесть направление векторов $\overline{E}$ и $\Delta \overline{r}$, а, следовательно, для полной скалярной записи следует добавить

$$\mathbf{A} = E \cdot q_{пр} \cdot \Delta r \cdot \mathbf{cos}\left[\overline{E} \wedge \Delta\overline{r}\right].$$

Проведём анализ вариантов:

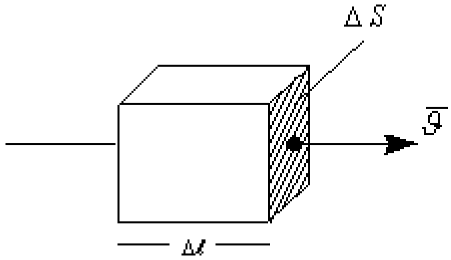
а) если принять, что $\overline{E} \parallel \Delta\overline{r}$, тогда $\mathbf{cos}\left[\overline{E} \wedge \Delta\overline{r}\right] = \mathbf{1}$, а $\mathbf{A} \neq 0$ - не подходит для эквипотенциальных поверхностей.

б) если же $\overline{E} \perp \Delta\overline{r}$ тогда $\mathbf{cos}\left[\overline{E} \wedge \Delta\overline{r}\right] = 0$, и $\mathbf{A} = 0$, что и требовалось доказать.

Т.е. $\overline{E}$ и $\Delta\overline{r}$ должны быть взаимно перпендикулярны для случая $\mathbf{A} = 0$, это единственный вариант расположения этих векторов. Вектора напряженности заряженных тел всегда перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям, а значит, всегда перпендикулярны собственной поверхности заряженного тела.

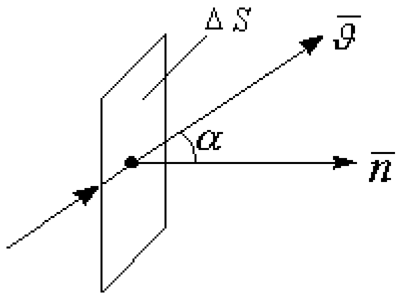
1.9. Теорема Остроградского–Гаусса

Теорема Остроградского-Гаусса касается расчета векторных полей, пересекающих различные поверхности. Лучше эту проблему решить через пример истечения жидкости через поперечное сечение трубы. Чтобы определить количество истекшей жидкости, разбиваем пространство поперечного сечения на маленькие участки ΔS, на которых:



$\upsilon = const$, а объём истекшей жидкости $\Delta V = \Delta S \cdot \Delta \ell$. Из механики $\Delta \upsilon = \dfrac{\Delta \ell}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \ell = \upsilon \cdot \Delta t \Rightarrow$ *получим для объёма жидкости*

$\Delta V = \upsilon \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot \cos\left[\bar{\upsilon} \wedge \bar{n}\right]$, где $\left[\bar{n}\right] = 1$ - вектор ориентации поверхности, или нормаль к поверхности.



$\Delta V = \upsilon \cdot \Delta S \cdot \Delta t \cdot \cos\left[\bar{\upsilon} \wedge \bar{n}\right]$ - эта формула определяет количество жидкости, протекающей со скоростью υ за время Δt через ограниченную поверхность ΔS произвольно ориентированную в пространстве. Тогда вводится понятие потока вектора скоростей через ограниченную поверхность.

Поток вектора скоростей - количество или объем истекающей жидкости в единицу времени (можно назвать это мощностью):

$$\Delta \Phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta S \Delta t \cos\left[\bar{v}\bar{n}\right]}{\Delta t}.$$

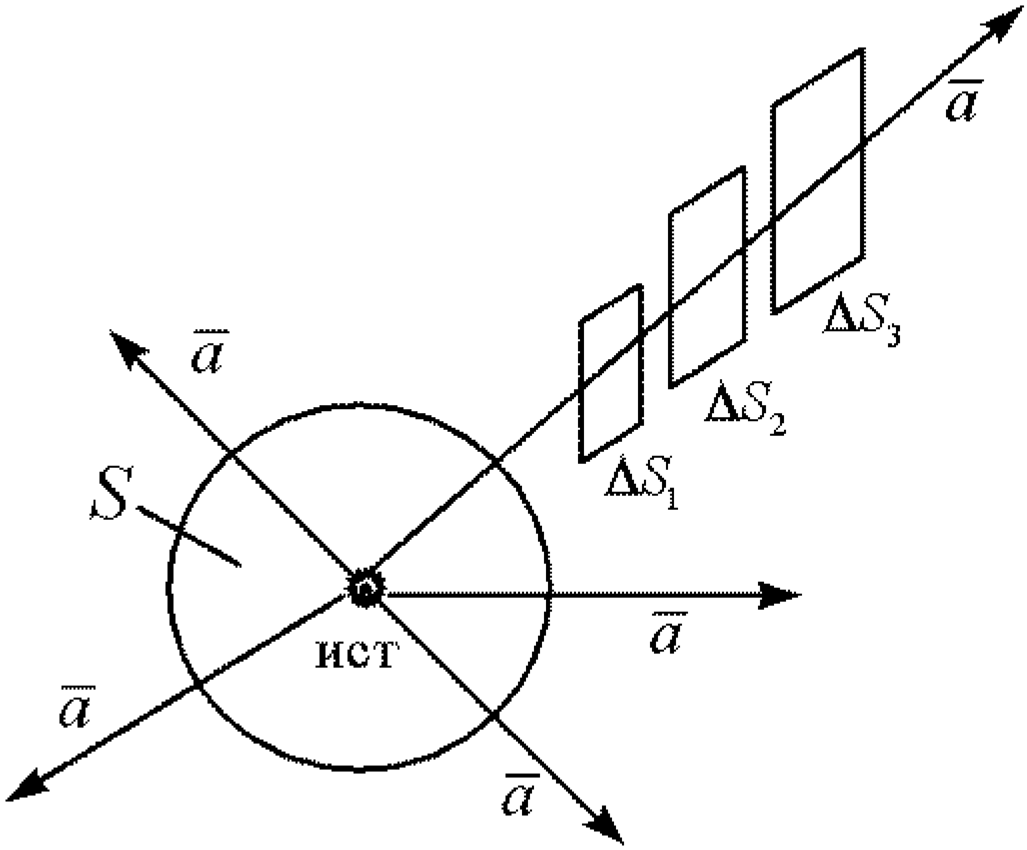
В качестве площади, через которую истекает жидкость, берут её составляющую, перпендикулярную потоку жидкости, т.е. $\Delta S \cdot \cos\left[\bar{\upsilon} \wedge \bar{n}\right] = \Delta S_n$, тогда $\Delta \Phi = v \Delta S_n$. Чтобы определить количество жидкости через всю поверхность S, интегрируем по всей площади, пересекающей поток, тогда полный поток:

$$\Phi = \int d\Phi = \int_S v d\,\mathrm{S}$$

Это выражение для потока скоростей жидкости. На этом примере можно анализировать потоки любых векторов, проходящих через поверхность. Поведение любых векторов в пространстве аналогично поведению вектора $\overline{\upsilon}$, т.е. скорости истекающей жидкости.

Приложения к теореме Остроградского-Гаусса:

Если потоком векторов считать просто количество векторов, проходящих через площадку, пусть есть источник векторов $\overline{a}$; $\Delta S_1 = \Delta S_2 = \Delta S_3$, то из рисунка видно, что количество векторов, проходящих через эти равные площадки различно.



1) Поток векторов $\overline{a}$, проходящий через одинаковую площадку ΔS, находящуюся на разных расстояниях от источника, не одинаков и зависит от расстояния, т.е. $\Delta\Phi = f(r)$.

Для определения полного потока (общего количества $\overline{a}$), замыкаем поверхность вокруг источника (это сфера). Очевидно, что количество векторов $\overline{a}$, проходящих через любую замкнутую поверхность есть величина одинаковая.

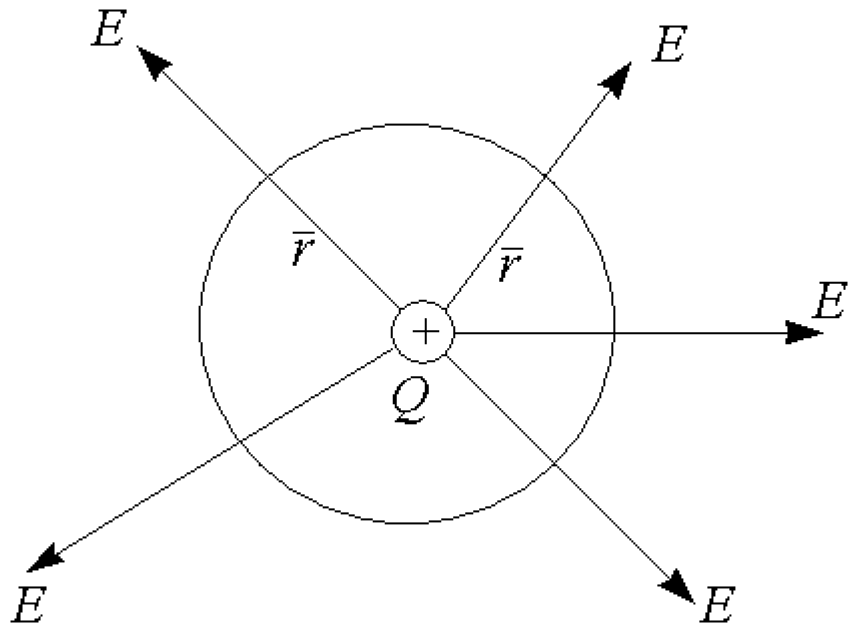
2) Полный поток через замкнутую поверхность есть величина постоянная, т.е.

$$\Phi_a = \oint_S a dS = const$$.

1.10. Теорема Гаусса

Вектор *E* (вектор напряженности электрического поля), проходящий через поверхность, можно рассматривать как любой другой вектор в пространстве, поэтому к нему применима вышеизложенная теорема. Тогда для расчета количества векторов *E* можно записать:

$$\Phi_E = \oint_S E dS$$



Если источник поля - положительный заряд, то напряженность электрического поля от него:

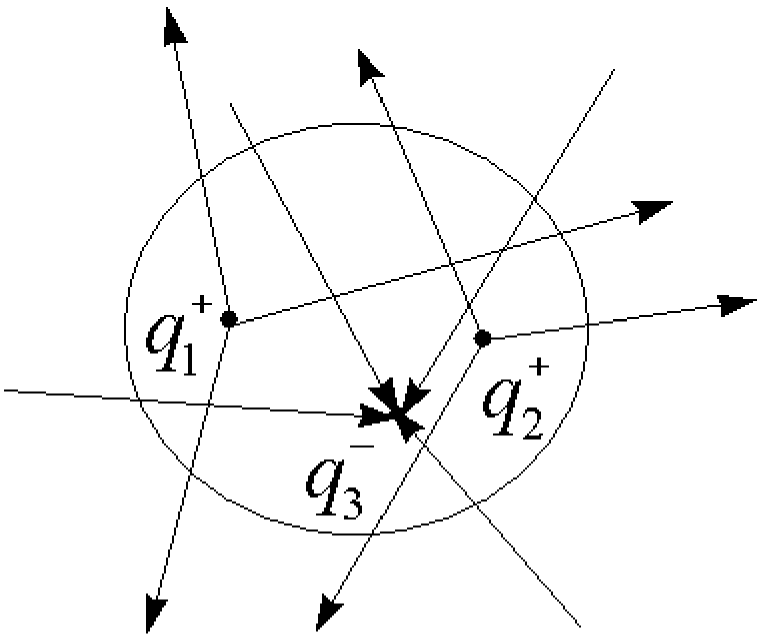
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}.$$

Если замкнутая поверхность сфера, то напряженность на ее точках есть величина постоянная. Тогда поток вектора *E* через замкнутую поверхность от точечного заряда запишется как:

$$\Phi_E = \oint_S E dS = E\oint_S dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Это есть теорема Гаусса, говорящая, что поток вектора *E* через замкнутую поверхность численно равен величине заряда, формирующего электрическое поле, деленного на электрическую постоянную и диэлектрическую проницаемость.

1.10.1. Теорема Гаусса для системы точечных зарядов



Полный поток, через замкнутую

$$\Phi_{\text{РЕЗ}} = \Phi_{\text{Р}1} + \Phi_{\text{Р}2} + \Phi_{\text{Р}3} + \ldots = \frac{q_1}{\varepsilon\varepsilon_0} - \frac{q_2}{\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{q_3}{\varepsilon\varepsilon_0} + \ldots =$$

$$= \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\left(q_1 + (-q_2) + q_3 + \ldots\right) = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

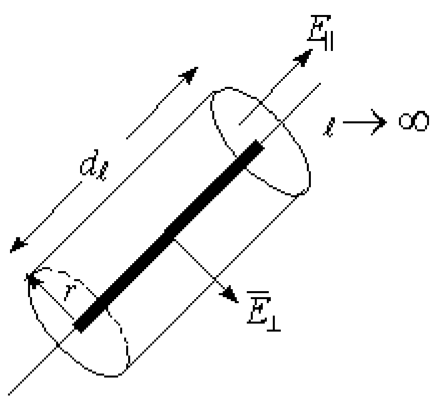
поверхность:

$$\Phi_{\text{РЕЗ}} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Поток вектора *E* системы зарядов численно равен сумме зарядов, входящих в систему, деленных на $\varepsilon\varepsilon_o$.

1.10.2. Применение теоремы Гаусса к расчетам электростатических полей

Пусть в качестве заряда есть бесконечная заряженная нить.



Если r<<ℓ , то считаем нить бесконечной. Заряд нити бесконечен, $q_{нити} \rightarrow \infty$, ($\ell \rightarrow \infty$).

$$\Phi_E = \int_S EdS = \int \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} dq \Rightarrow EdS = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} dq$$

Ограничим замкнутую поверхность вокруг dl цилиндром с основанием r. Через основание цилиндра количество векторов E=0, т.к. $\overline{E}$ должен быть перпендикулярен эквипотенциальным поверхностям. Тогда все E пройдут через боковую поверхность. Вводим характеристику заряда для нити как характеристику заряда на единицу длины, т.е. удельное количество заряда. Эта величина есть линейная плотность заряда τ . Значит $dS = 2\pi r\Delta\ell$; а $dq = \tau\Delta\ell$.

Подставив все выражения, получим:

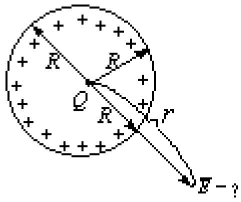
$$E 2\pi r \Delta\ell = \frac{\tau\Delta\ell}{\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

Это выражение определяет напряженность поля бесконечной заряженной нити в любой точке пространства.

Расчет напряженностей для заряженной сферы (поле заряженной сферы).

Пусть имеется:

а) Полая сфера $(r \geq R)$ или шар из проводящего материала. В обоих случаях заряд распределяется по поверхности по закону Кулона. Тогда по теореме О.-Г.



$$\Phi_{Er} = \int_S EdS = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}; \quad \Phi_{Er} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\int dq}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Приравняем интегралы

$$\oint_S EdS = \int \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} dq \Rightarrow E\oint_S dS = \int \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} dq \Rightarrow$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

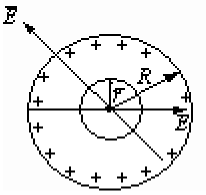
Аналогичным способом рассуждая, полный поток вектора $\overline{E}$ через сферу любого радиуса r определится как:

$$\Phi_{Er} = \oint_S EdS = E\oint_S dS = E 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Окончательно получаем напряженность в любой точке пространства, расположенной вдали от заряженной полой сферы:

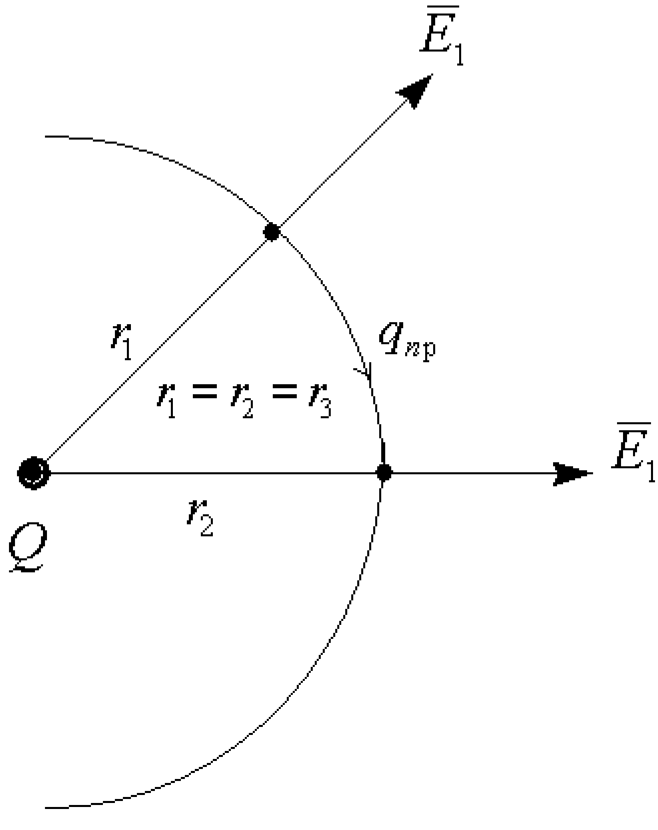
$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$

б) Если $(r \le R)$



Каждый отдельно взятый заряд на поверхности сферы дает силовую линию, которая пересекает сферу радиуса r дважды (со знаком “+” и со знаком “-”, т.е. входящий и выходящий), таким образом результирующее количество векторов E, пересекающих эту сферу, равно нулю. То есть электрическое поле внутри полой сферы отсутствует.

в) Поле сферы с зарядом, равномерно распределенным по объему.



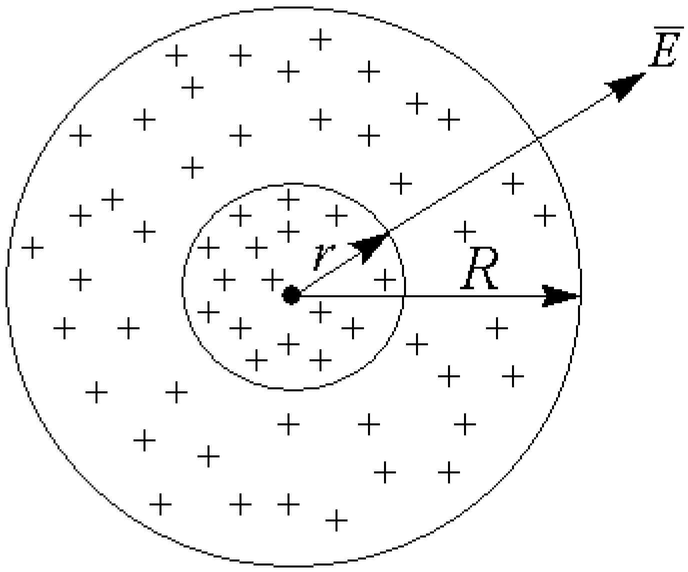
По закону Кулона (взаимное отталкивание зарядов) в однородном проводящем теле заряды распределяются по поверхности. Поэтому возьмем искусственный случай смеси проводящих элементов в непроводящей массе.

Рассмотрим случай (r > R): Аналогично рассуждая, поток вектора E через сферу радиуса r определится как:

$$\Phi_{Er} = \int_S EdS = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$$; И вновь получим:

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$$ - напряженность вдали от сплошной заряженной сферы.

Рассмотрим случай (r < R):



По теореме Гаусса поток вектора E состоит из двух потоков $\Phi_{Er} = \Phi'_E + \Phi''_E$, где Φ'_E - поток векторов, обусловленный внешним кольцом зарядов относительно сферы радиуса $\overline{r}$, по определению он $\equiv$ 0 (см. пр. тему).

Φ''_E - поток векторов E внутренних зарядов относительно сферы радиуса r:

$$\Phi_{Er} = \Phi''_E = \oint_{Sr} EdS = E4\pi r^2 \Rightarrow E4\pi r^2 = \frac{q'}{\varepsilon\varepsilon_0}$$, где q' - заряд внутри сферы r.

Вводится понятие объемной плотности заряда ρ , т.е. количество заряда в единице объёма, тогда количество заряда внутри сферы r определится как:

$$q' = \rho \cdot V_r = \frac{\rho \cdot 4\pi r^3}{3}$$, где ρ - объемная плотность заряда.

По определению:

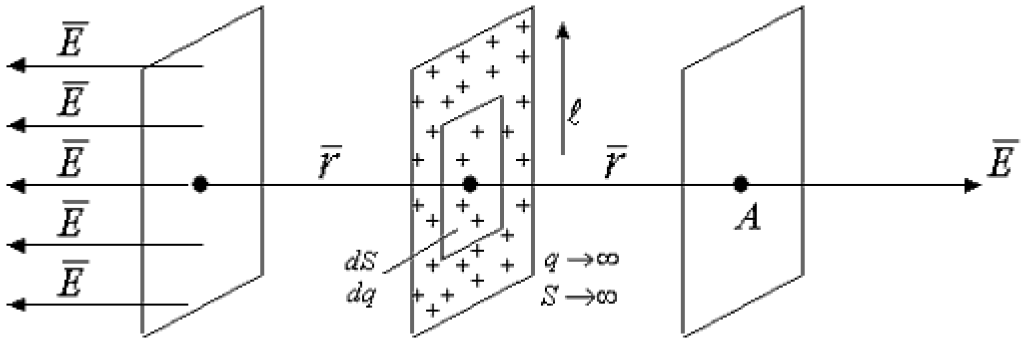
$$\rho = \frac{q}{V_R};$$ а также $$\rho = \frac{3q'}{4\pi r^3}$$

$$q' = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{qr^3}{R^3} => E4\pi r^2 = \frac{qr^3}{\varepsilon\varepsilon_0 R^3} => E = \frac{qr^3}{4\pi r^2 R^3 \varepsilon\varepsilon_0}$$

Окончательно получаем, что величина напряженности в любой точке пространства внутри однородно заряженной сферы:

$$E = \frac{qr}{4\pi R^3 \varepsilon\varepsilon_0}.$$

Поле бесконечной заряженной плоскости.



Определим напряженность в точке А, находящейся на расстоянии r, много меньшем чем любой геометрический размер плоскости ($r << \ell$). Чтобы использовать теорему Гаусса, окружаем плоскость поверхностью, которая представляется двумя плоскостями, параллельными заряженной плоскости, на расстоянии r от неё.

Каждый элементарный заряд на заряженной плоскости дает две силовые линии, пересекающие замыкающие поверхности. Используя положения о перпендикулярности силовых линий к поверхности заряженных тел, получим систему параллельных силовых линий, расположенных по обе стороны от заряженной плоскости.

Поле, характеризующееся параллельными силовыми линиями, называется однородным (так же силовые линии должны быть равными между собой). Тогда по теореме Гаусса поток вектора E через замкнутую поверхность равен:

$$\Phi_E = 2\oint_S EdS = \int \frac{dq}{\varepsilon\varepsilon_0} => \int_S 2EdS = \int \frac{dq}{\varepsilon\varepsilon_0} => 2EdS = \frac{dq}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Введем понятие поверхностной плотности заряда:

$\sigma = \frac{q}{S}$, где S – площадь заряженной плоскости.

Тогда количество заряда:

$$dq = \sigma dS => 2EdS = \frac{\sigma dS}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

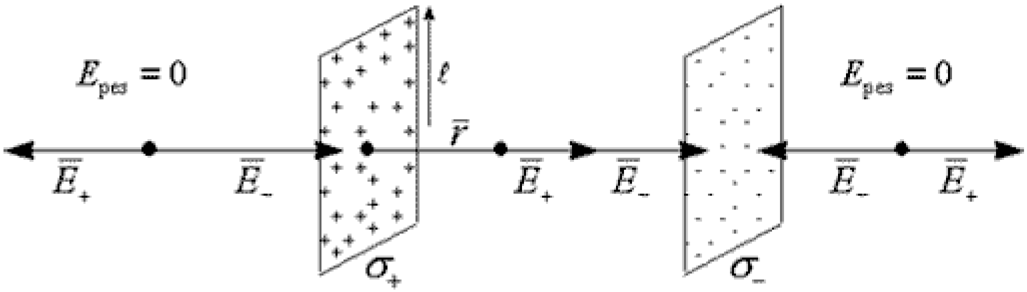
Окончательно имеем напряженность вблизи бесконечно заряженной плотности (величина напряженности вблизи бесконечно заряженной плотности не зависит от расстояния):

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Поле двух бесконечно заряженных плоскостей.

Пусть имеем

1) разноименно заряженные бесконечные плоскости (понятие бесконечности см. предыдущий раздел).



По принципу суперпозиции определим напряженность от каждой плоскости и сложим:

$(|\sigma_+| = |\sigma_-|)$, а $|E_+| = |E_-|$

Поле между плоскостями:

$$E_{РЕЗ} = E_+ + E_- = \frac{\sigma_+}{2\varepsilon\varepsilon_o} + \frac{\sigma_-}{2\varepsilon\varepsilon_o} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_o}.$$

Аналогично рассмотрим ситуацию вне плоскостей. По принципу суперпозиции:

$E_{рез} = E_+ - E_- = 0$ - поле снаружи.

Поле для разноименно заряженных пластин между ними присутствует и однородно. Поле вне пластин отсутствует. Такое образование (конструкция) используется в электротехники, как накопитель электрической энергии, называемый конденсатором или электроемкостью.

2) Одинаково заряженные бесконечные пластины:

Если пластины заряжены одним знаком заряда, аналогично рассуждая, получим, что поле между пластинами отсутствует, а вне пластин неоднородно, т.к. распределено во всем окружающем пространстве. Практического применения не имеет.

1.11. Проводник в электрическом поле

Проводник - материальный объект, в котором в естественных условиях имеется множество свободных носителей заряда. Проводником может стать любой объект, если его подвергнуть внешнему воздействию, вызывающему появление свободных носителей заряда.

Любое вещество состоит из атомов, в составе которых находятся заряженные и не заряженные частицы, это электроны, протоны, нейтроны и т.д. Под действием внешних термодинамических условий (температура, облучение) электроны из атома могут вырываться и становиться свободными. Т.е. существует ряд веществ, обладающих избытком свободных электронов (например, металлы), как правило, знак избыточных зарядов в таких проводниках "-" . На практике всегда работают со свободными носителями заряда - электронами.

"Свободные носители заряда" - значит, что при воздействии на физическое тело сколь угодно малой электрической силы свободные носители заряда движутся направленно вдоль направления движущей силы.

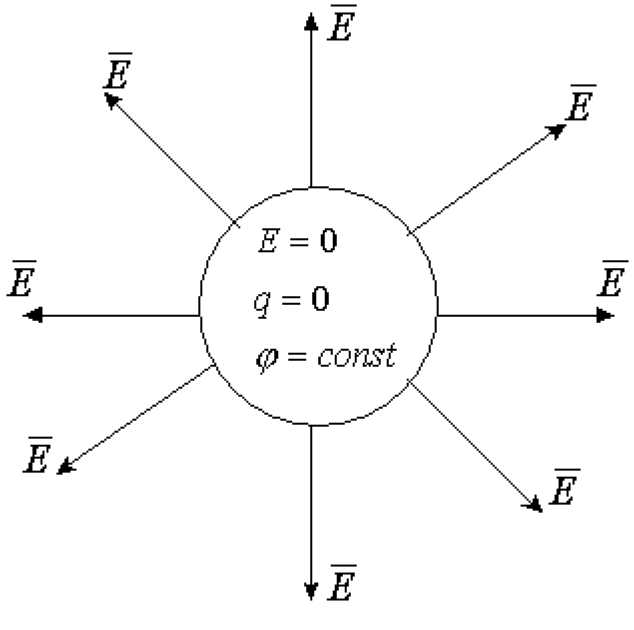
1.12. Свойства проводников

1) есть свободные заряды (металлы). 2) напряженность поля внутри проводника равна нулю (см. выше). 3) напряженность поля у поверхности всегда перпендикулярна поверхности. 4) если внутри проводника: $E_{внутри} = 0, \quad с \quad другой \quad стороны \quad E = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta r}, \quad при \quad \Delta r \to 0$.

Отсюда последовательно можно получить:

$$E_{\text{ВНУТРИ}} = \frac{d\varphi}{dr} => d\varphi = Edr => d\varphi \to 0 => \varphi = const$$.

Математически, если производная от величины (φ) равна нулю по параметру дифференцирования - расстоянию, тогда выражение под знаком дифференциала есть величина постоянная, не зависящая от параметра дифференцирования - от расстояния, т.е. любая точка внутри проводника обладает одинаковым потенциалом. Отсюда следствия:

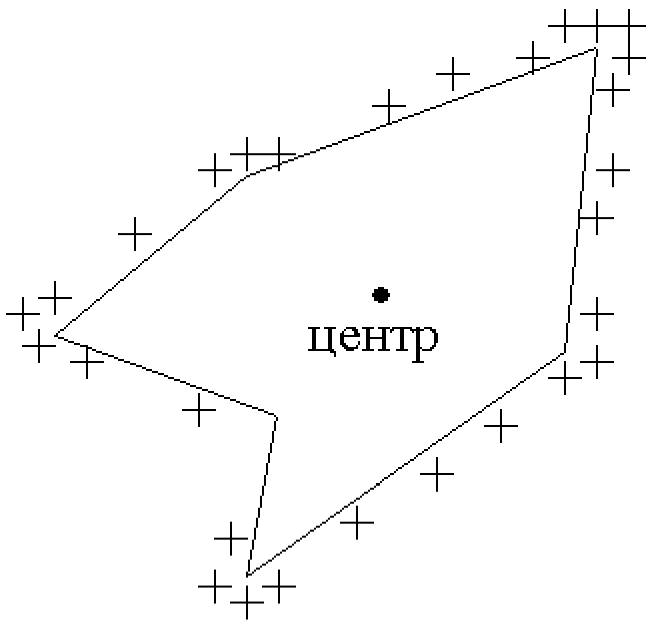


а) объем проводника эквипотенциальный, $\varphi = const$ внутри проводника.

б) проводник в целом нейтрален, но под воздействием внешних сил двигаются только электроны поскольку атомы, во-первых, обладают много большей массой, а, во-вторых, атомы могут быть закреплены между собой (кристаллическая решетка).

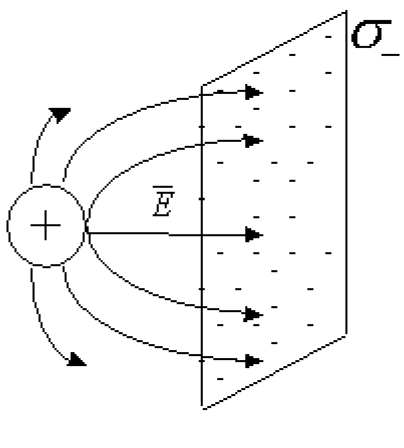
1.13. Индуцирование заряда

Если проводник находится в замкнутой системе, то свободные носители заряда первоначально располагаются хаотично по объему проводника, а затем по закону Кулона расталкиваются и распределяются по всей поверхности проводника.



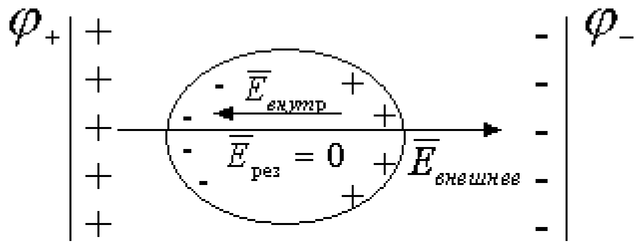
Чем больше расстояние от центра тела, тем больше скопление заряда. Если проводнику сообщить избыточный заряд, то с наиболее удаленных от центра частей проводника может наблюдаться срыв заряда, если вблизи находится другой проводник (по этому принципу работают молниеотводы).

Если к незаряженному проводнику поднести заряженное тело, то в проводнике произойдет перераспределение заряда в соответствие со знаком поднесенного тела.



В этом заключается принцип индуцирования заряда.

1.14. Проводник во внешнем электрическом поле



По закону Кулона происходит индуцирование заряда на частях поверхности, близких к пластинам конденсатора. Такое перераспределение свободных зарядов по проводнику происходит до тех пор пока величина напряженности внешнего поля (создаваемого пластинами конденсатора), не выровняется величиной напряженности поля, создаваемого перераспределенным зарядом в проводнике.

Перераспределение закончится, когда по первому закону Ньютона результирующая сила равна нулю: при $F \neq 0$ заряд перераспределяется; при $F = 0$ перераспределение прекращается, т.к. / $E_{внешнее}$ /=/ $E_{внутреннее}$/.

Таким образом, в проводнике, помещенном во внешнее поле, собственно поле как таковое отсутствует. Если внешнее поле увеличить или уменьшить, то перераспределение заряда соответственно усилит или уменьшит величину внутреннего электрического поля, чтобы скомпенсировать внешнее. Т.е. создается ситуация изолированного пространства внутри проводника от внешних воздействий. Этот принцип используется в технике как электростатическая защита для высокоточных приборов, которые нужно изолировать от внешних полей.

1.15. Электроемкость проводника

Если проводнику сообщать избыточный заряд, то величина потенциала на проводнике будет прямо соответствовать величине избыточного заряда ($\varphi \sim q$).

Величина избыточного заряда зависит от формы проводника. Величина, связывающая заряд и потенциал называется *электроемкостью* - способностью проводника принимать избыточные заряды.

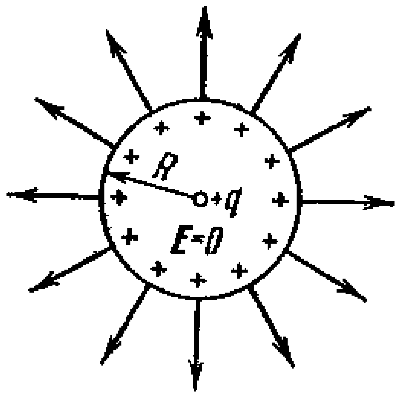
Если изменять заряды:

$$\varphi_1 \approx q_1 \quad при \quad удвоении \quad заряда:$$
$$\varphi_2 = 2\varphi_1 \approx 2q_1 \quad при \quad уменьшении \quad заряда:$$
$$\varphi_3 = \frac{1}{3}\varphi_1 \approx \frac{1}{3}q_1 \quad и \quad т.д.$$

Соответственно $\dfrac{q_1}{\varphi_1} = \dfrac{q_2}{\varphi_2} = \dfrac{q_3}{\varphi_3}... = const = C$.

Величина отношения заряда к потенциалу для проводника данной геометрической формы есть величина постоянная (но зависит от формы проводника), это и есть электроемкость:

$C = \dfrac{q}{\varphi}$. Рассмотрим электроёмкость проводников различной геометрии: 1) электроемкость уединенного шара.

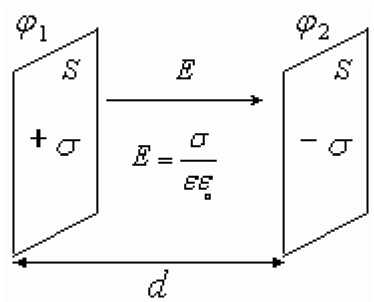


$$E = \frac{d\varphi}{dr} => d\varphi = Edr$$

$$\varphi = \int Edr = \int_R^\infty \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o} \left(-\frac{1}{r} \right) \Bigg|_R^\infty =$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_o R} = \varphi => q = 4\pi\varepsilon\varepsilon_o R\varphi$$

Тогда в соответствии с определением: $q = C\varphi = 4\pi\varepsilon\varepsilon_o R\varphi => C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_o R$, где окончательно получаем: $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_o R$ - электроемкость уединенного шара. Исходя из этой формулы можно сказать, что электроемкость - это функция геометрии тела [C]=1 фарада: $1Ф = \dfrac{1Кл}{1В}$ В технике используют кратные единицы: 1мкФ=10^{-6} Ф, 1нФ=10^{-9} Ф, 1пФ=10^{-12} Ф. 2) Электроемкость плоского конденсатора



Поле между обкладками конденсатора однородное, т.е. $E = \dfrac{d\varphi}{dr} => \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{\mathbf{d}} = \dfrac{U}{\mathbf{d}}$. Аналогично для определяющей формулы можно записать: $CU = q => U = \dfrac{q}{C} = \dfrac{\sigma S}{C}$ $\mathbf{U} = \mathbf{Ed} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_o}\mathbf{d} => \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_o}\mathbf{d} = \dfrac{\sigma}{C} => C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_o S}{\mathbf{d}}$.

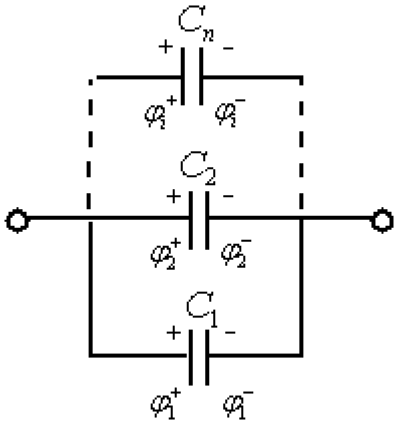
Итак $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\mathbf{d}}$ - электроемкость плоского конденсатора. Здесь также очевидно, что электроемкость - функция геометрии тела.

1.16. Соединение конденсаторов

Часто необходимо использовать набор конденсаторов, чтобы создать электроемкость нужного номинала. Для увеличения или уменьшения номинала электрической емкости используют параллельное и последовательное соединение конденсаторов.

Батарея конденсаторов - совокупность соединенных каким-либо образом конденсаторов.

а) параллельное соединение.



При параллельном соединении все обкладки, соединенные металлическим проводником, имеют одинаковый потенциал и представляют собой эквипотенциальную поверхность.

$$\varphi_- = \varphi_{1-} = \varphi_{2-} = \varphi_{3-} = \ldots\varphi_{i-}$$
$$\varphi_+ = \varphi_{1+} = \varphi_{2+} = \varphi_{3+} = \ldots\varphi_{i+}$$

Разность потенциалов между обкладками конденсатора - есть напряжение:

$$U = \varphi_+ - \varphi_-$$

По принципу индуцирования зарядов на противоположной обкладке появится избыток заряда, численно равный по величине первому заряду, но противоположный ему по знаку.

А заряд на каждой из левых обкладок конденсатора составляет сумму зарядов, распределенных от общего заряда q_+ как поток (электронов) распределяется по ручейкам (проводникам).

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + ..q_i = \sum q_i$$
$$U = U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = \ldots = U_i\ ,$$

$$q_1 = C_1U_1 q_2 = C_2U_2 q_3 = C_3U_3 \ldots . q_i = C_iU_i \ ,$$

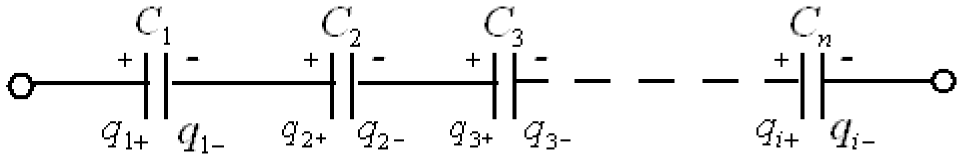
$$CU = C_1U_1 + C_2U_2 + C_3U_3 + C_4U_4 + \ldots + C_iU_i$$

$$C_{\text{РЕЗ}} = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + \ldots + C_i = \sum_i C_i$$

Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов общая электроемкость равна сумме емкостей батареи конденсаторов.

б) последовательное соединение.

Величина заряда, переносимая на первую обкладку, индуцирует такой же по величине, но противоположный по знаку заряд на второй обкладке:



$| q_1^+ | = | q_2^- | = | q_3^+ | = | q_4^- | = \ldots = | q_i | \ldots$ и т.д.

Разность потенциалов на каждой из этих обкладок разная. Известно, что по закону Кирхгофа, сумма падений потенциала (φ_1 - φ_2) на элементах замкнутой цепи численно равна напряжению элементов, питающих эту цепь. А падение напряжения на концах не замкнутой цепи численно равно сумме падения напряжения на элементах этой цепи:

$$\varphi_+ - \varphi_- = (\varphi_1^+ - \varphi_1^-) + (\varphi_2^+ - \varphi_2^-) + \ldots$$

$$U = \varphi_+ - \varphi_- ; U_1 = \varphi_1^+ - \varphi_1^- ; U_2 = \varphi_2^+ - \varphi_2^- ;$$ Значит, можно записать

$$q_{\text{РЕЗ}} = q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = \ldots = q_i$$

$$U_{\text{РЕЗ}} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \ldots + U_i = \sum_i U_i$$

$$q = C_{\text{РЕЗ}} U => U = \frac{q}{C_{\text{РЕЗ}}}$$

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} U_2 = \frac{q_2}{C_2} U_3 = \frac{q_3}{C_3} \ldots U_i = \frac{q_i}{C_i}$$

$$\frac{q}{C_{\text{РЕЗ}}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + \frac{q_4}{C_4} + \ldots + \frac{q_i}{C_i}$$

$$\frac{1}{C_{\text{РЕЗ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} + \ldots + \frac{1}{C_i} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

При последовательном соединении обратная величина результирующей емкости численно равна сумме обратных величин емкостей, составляющих батарею конденсаторов.

Приложение:

Как правило, в технике используется соединение двух конденсаторов, и чем их больше - тем реже.

а) при параллельном.

$$C_{\text{РЕЗ}} = C_1 + C_2$$

б) при последовательном.

$$\frac{1}{C_{\text{РЕЗ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} => C_{\text{РЕЗ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = C_1 \cdot \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$, где

$$\frac{C_2}{C_1 + C_2} < 1 => C_{\text{РЕЗ}} = C_1 \cdot (<1) =< C_1$$

Обобщение: Если требуется увеличить электроемкость, то исходные емкости включаются параллельно, если уменьшить - то последовательно.

1.17. Энергия электростатического поля

Так как электрическое поле способно переносить заряженные тела в пространстве, т.е. совершать работу, значит, можно сказать, что оно обладает энергией.

$W_{эл}=A_{r\infty}$ => W - характеристика q, формирующего электрического поля.

Принято за способность заряда совершать работу считать работу по переносу одной половины заряда другой половинной этого же заряда, формирующего поле:

$$W_{эл} = A_{r\infty} = \frac{1}{2} q_{\text{ПЕР}} (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} q_{\text{ПЕР}} U = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}.$$

Итак $W_{эл} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$ - энергия электростатического поля.

Сравни с кинетической энергией:

$$W_{кин} = \frac{m\vartheta^2}{2}.$$

1.17.1. Энергия плоского конденсатора

Используя выражение электроёмкости конденсатора $W_{эл} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\mathrm{d}} \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon\varepsilon_0 S\,\mathrm{d} \cdot \frac{U^2}{\mathrm{d}^2} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon\varepsilon_0 S\,\mathrm{d}\, E^2$ Sd=V - объем пространства между обкладками конденсатора, а напряженность электрического поля внутри него: $E = \frac{U}{\mathbf{d}}$. Тогда получаем $W_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_o V E^2}{2}$ - величина эл. энергии, запасенной между обкладками конденсатора. *Плотность энергии электростатического поля* Здесь обычно пользуются понятием количество энергии в единице объема или плотность энергии: $\omega = \frac{W_{эл}}{V} = \frac{2}{2} \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon_o V E^2}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_o E^2}{2} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_o E^2$. *Силы взаимодействия между обкладками конденсатора* Пластины конденсатора заряжены разноименно, значит они притягиваются друг к другу. Для конденсатора: $E = \frac{F}{q} = const \Rightarrow F = const$

$$W_{эл} = A = Fd \Rightarrow F = \frac{W_{эл}}{d} = \frac{q^2}{2C\,\mathbf{d}} = \frac{\dfrac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_o S\,\mathbf{d}}}{\mathbf{d}} =$$

$$= \frac{q^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_o S^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_o}, \quad где \quad \frac{q^2}{S^2} = \sigma^2$$

, тогда $F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_o}$.

Поскольку между обкладками конденсатора действует сила притяжения, то во избежании нарушения геометрического пространства между обкладками помещают твердое непроводящее тело, так называемый диэлектрик.

1.18. Диэлектрики

В силу строения атомы некоторых элементов в нормальных термодинамических условиях могут отдавать в межатомное пространство валентные электроны, т.е. энергия связи электронов с атомами так слаба, что тепловая энергия отрывает их от атома. Количество свободных электронов в таком веществе может составлять $n_{св} \approx 10^{23}$ эл/см^3. Такие вещества называются проводниками или металлами.

У других элементов валентная связь электронов с атомами может быть сильнее Wсвязи > 3кТ/2 . Тогда в межатомном пространстве число свободных электронов очень мало. Некоторая часть свободных электронов в этих веществах обуславливается термодинамическими функциями (отклонения, обусловленные нестандартными причинами, от нормальной ситуации). Процесс отрыва электронов от атомов носит вероятностный характер. Вероятность отрыва электрона от атома тем больше, чем больше энергия внешнего воздействия.

Поэтому в большинстве диэлектриков количество свободных электронов составляет $n_{св} \approx 10^{11}$ эл/см^3. Такого количество электронов мало, чтобы вызвать в электрических цепях, включающих диэлектрик ощутимое протекание электрического тока, которое можно зарегистрировать реальными приборами.

Но в целом в таком веществе суммарное количество заряда остается таким же как и в проводящем веществе. Принято вещество с концентрацией носителей заряда 10^{-21}см$^{-3}$ - 10^{-23} см$^{-3}$ называется проводящим (проводником), а вещество с концентрацией носителей заряда 10^{9} - 10^{12}см$^{-3}$ называется диэлектриком, но это понятие относительно, т.е. если сопряжены два вещества с концентрациями носителей заряда 10^{18}см$^{-3}$ и 10^{14} см$^{-3}$, то первое вещество называется проводником относительно второго, второе - изолятором (диэлектриком) относительно другого (первого).

Любой физический объект материального мира в нормальных термодинамических условиях всегда имеет как минимум 10^9 $см^{-3}$ свободных носителей заряда.

Заряды, которые не свободны в диэлектриках, называются связанными, и под действием внешнего электрического поля они также изменяют свое поведение. Диэлектрики бывают полярные и неполярные.

1.18.1. Свойства диэлектриков

Связанные заряды проявляют в диэлектрике свои свойства под действием внешнего электрического поля соблюдая правила:

1. связанные заряды не перемещаются по веществу под действием внешнего поля.
2. связанные заряды не могут передаваться с одного тела на другое.

В исходном состоянии связанные заряды могут перераспределяться двумя способами:

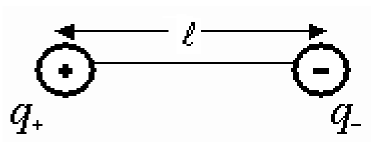
1. общий центр " -" зарядов может совпадать с центром " +" зарядов (например, в атоме центр " +" зарядов (ядро) может совпадать с центром " -" зарядов (центр окружностей вращающихся электронов));
2. общий центр " +" зарядов не совпадает с общим центром " -" зарядов.

Тогда первые называются неполярные диэлектрики, а вторые называются полярные диэлектрики: например, H_2, N_2, CCl_4, CO_2, O_2, ... , неполярные NaCl, и другие соли - полярные.

1.18.2. Поведение диэлектриков во внешнем электрическом поле

При внесении в электрическое поле диэлектрика его объем приобретает электрический дипольный момент. Это явление называется поляризацией диэлектрика. Дипольный момент характеризуется вектором поляризации - электрическим дипольным моментом единицы объема:

$$\overline{P} = \frac{\sum\limits_i \overline{P}_i}{V}.$$

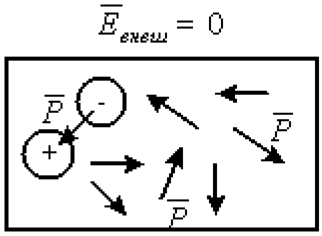


Электрическим диполем называется совокупность положительных и отрицательных зарядов, связанных между собой, но разнесенных в пространстве. Расстояние между центрами " +" и " -" зарядов называется плечом диполя. Характеристикой диполя является электрический момент диполя:

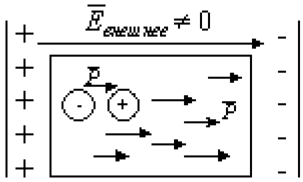
$$\overline{P} = q\overline{\ell}.$$

Направление принято считать $\overline{P}$ по $\overline{\ell}$ от отрицательного заряда к положительному.

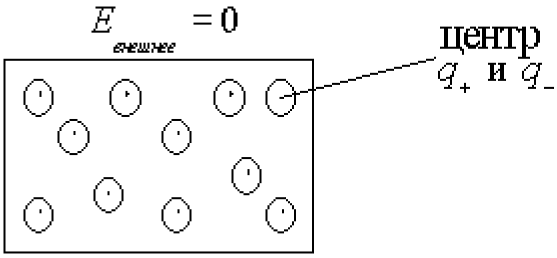
Модель полярного диэлектрика



Объем полярного диэлектрика состоит из хаотически ориентированных дипольных моментов в пространстве так, что в целом диэлектрик нейтрален с точки зрения зарядового состояния. Если задать внешнее поле, т.е. поместить диэлектрик между обкладками конденсатора, тогда во внешнем электрическом поле дипольные моменты (диполи) развернутся вдоль силовых линий, т.е. диэлектрик электризуется. Степень поворота диполей вдоль силовых линий зависит от величины внешнего электрического поля. Такие диэлектрики называются содержащими жесткие диполи.



Модель неполярного диэлектрика



В этом состоянии (исходном) диполи нейтральны. При внесении во внешнее электрическое поле центры " +" и " -" зарядов растягиваются в пространстве.

Появляется дипольный момент ($\ell \neq 0$), т.е. диэлектрик электризуется. Величина плеча диполя ℓ прямо пропорциональна внешнему электрическому полю. Такие диполи называются упругими. Если снять внешнее электрическое поле, то диэлектрики вернутся в исходное состояние:

После снятия внешнего поля у неполярных - центры " +" и " -" зарядов сомкнутся, у полярных восстановится хаотическая ориентация диполей. Способность диэлектриков электризоваться под действием внешнего электрического поля называется диэлектрической восприимчивостью χ .

Можно провести качественный анализ реакции диэлектрика на внешнее поле. Любой диэлектрик отзывается под действием внешнего электрического поля носителями заряда. Удельное количество всех зарядов, задающих электризацию диэлектрика, состоит из отзывающихся свободных и связанных носителей заряда: $\rho = \Delta$ (nсвоб+nсвяз).

Очевидно, что $n_{своб} \approx \varepsilon_o$Eвнеш, а $n_{связ} \sim \chi\varepsilon_o$Eвнеш, зависит от диэлектрической восприимчивости.

Тогда $\rho = \Delta$ (ε_oEвнеш+$\chi\varepsilon_o$Eвнеш). Выражение в скобках определяет электризацию диэлектрика и называется диэлектрическим смещением (электрической индукцией D), т.е. ε_oEвнеш+$\chi\varepsilon_o$Eвнеш= D=ε_oEвнеш· (1+χ), где:

1+ χ = ε - диэлектрическая проницаемость среды.

Тогда P=$\chi\varepsilon_o$Eвнеш - поляризованность диэлектрика.

Для обычных диэлектриков χ не превышает единиц и десятков единиц. У неполярных χ =const. У полярных χ□~ f(T), где T - абсолютная температура. (в градусах Кельвина).

1.19. Поток вектора электрического смещения

Исходя из общего правила по теореме Остроградского-Гаусса:

$$\Phi_a = \int adS$$

можно записать:

$$\Phi_E = \oint_S EdS = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_o}$$

А из предыдущего раздела следует:

$D = \varepsilon\varepsilon_o E$. (*)

Если один любой вектор электрического смещения связан с аналогичным вектором напряженности по формуле (*), то можно предположить, что и любой другой вектор электрического смещения связан с вектором E. И соответственно, множество векторов электрического смещения связано аналогично с соответствующими векторами напряженности.

Множество векторов - поток векторов. Тогда можно записать:

$$\Phi_D = \oint_S \varepsilon\varepsilon_o \Phi_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_o q}{\varepsilon\varepsilon_o} = q$$

.

Поскольку выражение для потока вектора E численно определенно для замкнутой поверхности, то потоком вектора электрического смещения называется количество заряда, сосредоточенное внутри замкнутой поверхности. Таким образом, частные формулы силовых характеристик электрического поля можно записать:

Форма заряда	Напряженность	Эл. индукция (смещение)
точечный заряд, сфера r > R	$E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$	$D = \dfrac{q}{4\pi r^2}$
бесконечная нить	$E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$	$D = \dfrac{\tau}{2\pi r^2}$
бесконечная плоскость	$E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$	$D = \dfrac{\sigma}{2}$
две бесконечные плоскости	$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$D = \sigma$.

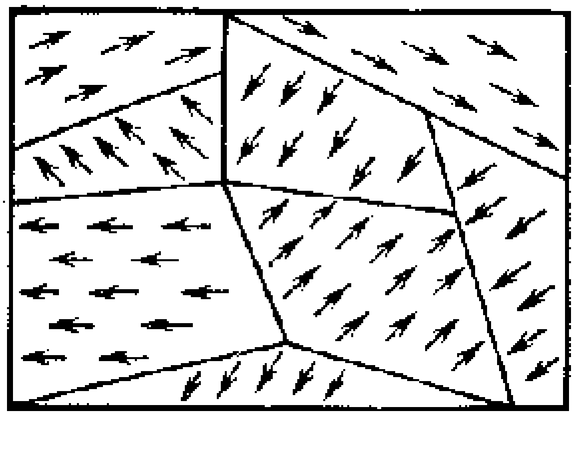
1.20. Сегнетоэлектрики и их свойства

Сегнетоэлектрики - класс диэлектриков, обладающий электризованностью в отсутствии внешнего электрического поля.

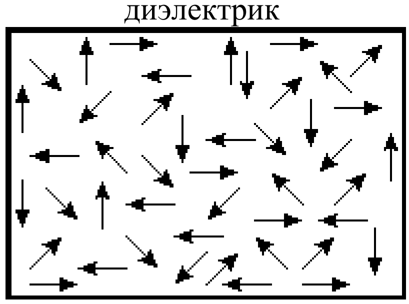
Если стрелками указать вектора поляризованности, то схематически можно представить

Внешнее поле отсутствует

сегнетоэлектрик



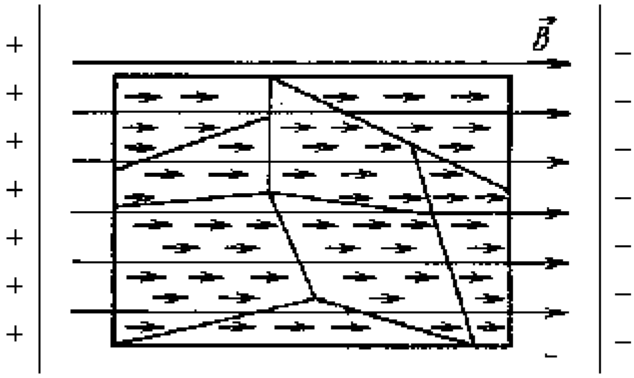
обычный диэлектрик



Если в обычных диэлектриках диполи ориентированны хаотично, то сегнетоэлектриках эти диполи могут группироваться по десять, сто и более штук с параллельно ориентированными диполями. Сегнетоэлектрики - только полярные диэлектрики. Области сегнетоэлектрика с параллельно ориентированными дипольными моментами называется доменами.

При внесении во внешнее электрическое поле сегнетоэлектрик в целом переориентируется в пространстве блоками дипольных моментов и если первоначально при малых напряженностях электрического поля разворот доменов затруднен, то при дальнейшем увеличении E домены разворачиваются вдоль силовых линий E как единое целое, а дальнейшее увеличение E уже не вызывает переориентации диполей, если все домены выстроились вдоль поля.

Сегнетоэлектрик во внешнем электрическом поле.



При снятии внешнего электрического поля многие домены не возвращаются в исходное состояние. Таким образом, сегнетоэлектрик приобретает преимущественную поляризацию в отсутствии внешнего поля.

Свойства сегнетоэлектриков:

а) у обычных диэлектриков ε составляет единицы, десятки единиц ($\chi = 1 + \varepsilon$), у сегнетоэлектриков сотни, тысячи единиц.

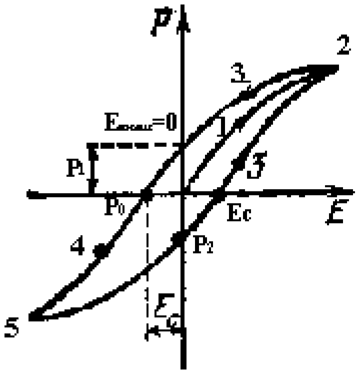
б) зависимость поляризованности от внешнего электрического поля нелинейна (тогда, как P=$\chi\varepsilon_0$E для обычных диэлектриков, то есть линейна).

Вид зависимости, представленный на следующем рисунке, для поляризованности диэлектрика от внешнего электрического поля, носит название гистерезиса.

1.20.1. Электрический гистерезис в сегнетоэлектриках

Анализируем схему гистерезиса. Точка (1) характеризуется тем, что последовательное увеличение напряженности внешнего электрического поля E приводит все к меньшему увеличению поляризованности, дальше после (2) происходит насыщение, т.е. поляризованность не изменяется при увеличении внешнего поля.

Если электрическое поле снимать (уменьшать), то поляризованность уменьшается не так как увеличивалось (3), а при полном снятии электрического поля E=0 поляризованность сохраняется (P_1) - это есть остаточная поляризованность.



Для того, чтобы снять остаточную поляризованность, следует приложить электрическое поле обратной полярности и величина напряженности, при которой поляризованность полностью снимается, численно равна Ес- коэрцитивная сила, возвращающая исходное положение (Р=0). Если увеличивать обратную напряженность (4), то домены переориентируются противоположным образом и при достижении (5) дальнейшее увеличение обратного поля также не приводит к увеличению поляризованности. Снятие обратного поля оставляет в диэлектрике поляризованность (P_2), для ее снятия прикладывают силу Е’с и т.д.

Остаточную поляризованность, кроме внешнего поля можно снять нагревом. При нагреве тепловая энергия Q=3кТ/2 сообщается доменами, через них диполям и домены могут разрушатся, т.е. сегнетоэлектрик переходит в обычный диэлектрик с хаотичной ориентацией диполей. Если нагрев снять, то диполи опять, как правило, формируются в домены.

Температуры, при которой домены разрушаются (теряются сегнетоэлектрические свойства) называются температурой Кюри (точкой Кюри). Температура Кюри симметрична относительно нагрева и охлаждения. Потеря и восстановление сегнетоэлектрических свойств происходит при одной температуре. Причиной заставляющей отдельные диполи объединяться в домены, является энергетический выигрыш, т.е. при объединении отдельных диполей при создании доменов высвобождается энергия, что приводит к понижению собственной энергии сегнетоэлектрика.

2. Постоянный электрический ток

Электрический ток - направленное движение зарядов.

Направление тока - направление движения "+" зарядов. Так исторически принято, хотя основными носителями заряда в подавляющем большинстве случаев являются электроны, т.е. отрицательно заряженные частицы.

Условия возникновения электрического тока:

1. наличие свободных носителей электрических зарядов. 2. электрическое поле (внешнее).

Характеристики электрического поля:

Сила тока - количество заряда, протекающего по проводнику в единицу времени. Для постоянного тока:

$$I = \frac{q}{t}.$$

Если количество заряда меняется со временем, то:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность тока - численно равна величине тока, протекающего через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению движения заряда.

$$j = \frac{I}{S_{\perp}} = \frac{q}{S_{\perp} \cdot t}.$$

Если сила тока величина скалярная, то плотность тока – вектор, направленный вдоль нормали к поверхности, через которую протекает заряд. Если поперечное сечение проводника, по которому протекает ток, неоднородно, тогда плотность тока в разных частях проводника выражается дифференцированием, т.е. величина силы тока есть поток векторов j, через поперечное сечение проводника (см. т.Гаусса).

$$j = \frac{dI}{dS} => dI = jdS => I = \int_S jdS$$

$$[\mathbf{I}] = 1\frac{Кл}{c} = 1\mathbf{A}$$

$[j] = \frac{A}{м^2}$ - самостоятельного наименования не имеет.

Электропроводность - физическая величина, количественно характеризующая способность тела пропускать электрический ток под действием электрического поля (Λ - электропроводность).

Величина, обратная электропроводности, называется сопротивлением.

$$R = \frac{1}{\Lambda}.$$

Сопротивление протеканию тока есть величина, характеризующаяся структурными и химическими особенностями среды, по которой протекает заряд. Структурные особенности - взаимное расположение атомов в проводнике, химическая особенность - разного рода молекулярная связь атомов и молекул вещества.

Эти особенности, как правило табличные, и называются удельным сопротивлением ρ - сопротивлением проводника протеканию электрического тока телом с геометрическим размером ~1м^3:

$R = \rho\frac{\ell}{S}$ где ρ - удельное сопротивление, ℓ - длина, S - площадь поперечного сечения физического тела.

Поскольку сопротивление определяется особенностями строения проводника, то температура окружающей среды, искажающая состояние структуры химических связей атомов вещества, оказывает решающее влияние на это сопротивление. Из общих соображений можно сказать, что повышение температуры повышает сопротивление.

$R_t=R_o+(1+a\ t)$ где Ro- сопротивление при комнатной температуре, t - температура в градусах Цельсия, α - температурный коэффициент сопротивления.

Изменение температуры на десятки градусов изменяет сопротивление на несколько процентов, на сотни градусов - на десятки процентов. ($\alpha \sim 10^{-3}$ K^{-1}).

2.1. Плотность тока носителей заряда разных знаков

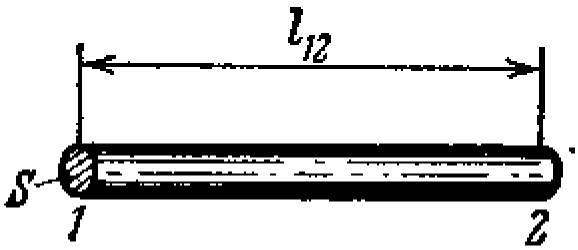
В общем случае для разных типов носителей заряда: $q = q_+ + q_-$ $j = \dfrac{I}{S}; I = \dfrac{q}{t}; q = \rho V$ где $\rho = n\cdot e$, n - удельная концентрация зарядов, e - заряд электрона ($e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл), ρ - объемная плотность заряда. $q = \rho V = neS\ell$ - количество заряда в данном проводнике длиной *l* и поперечным сечением S.

Аналогичное математическое рассмотрение можно провести, как для "+" так и для "-" зарядов. Предполагается, что "+" и "-" заряды при протекании не взаимодействуют друг с другом, тогда общие потоки зарядов движутся навстречу друг другу и результирующий поток равен:

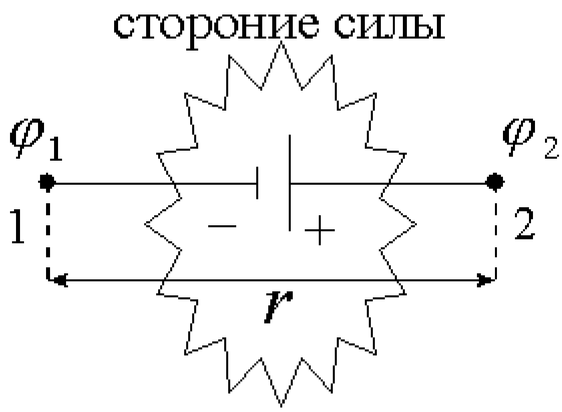
$\Phi = \Phi_{j+} + \Phi_{j-}$, если $j = \dfrac{q}{S\cdot t}$, то $j = \dfrac{ne\cdot Se}{S\cdot t} = ne\vartheta$. Здесь $\vartheta_{+-} = \dfrac{l}{t}$ скорости положительных (+) и отрицательных (-) зарядов, которые, как правило, не одинаковы. Итак, плотность потока зарядов противоположного знака численно равна сумме плотностей потоков отдельных зарядов $j = n_+e_+\vartheta_+ + n_-e_-\vartheta_- = j_+ + j_-$

2.2. ЭДС. Источник тока. Напряжение

Чтобы в проводнике протекал постоянный электрический ток: 1) подают на один конец заряды, а на другом их снимают; и 2) нужны некоторые силы, чтобы заряд перемещался, т.е. нужны силы неэлектрического происхождения, их называют *сторонние* силы.



Сторонние силы не должны быть электрическими, а должны быть химическими, ядерными, механическими и т.д. для совершения работы по перемещению заряда по участку цепи. Участок цепи, в который включается источник сторонних сил обозначается двумя перпендикулярными линиями: тонкая длинная - источник "+" зарядов, толстая короткая - источник "-" .



Устройство, в котором возникают сторонние силы, называются источником тока. Если потенциалы φ_1, φ_2 в точках 1 и 2 создаются так же электрическими силами, тогда полная сила, вынуждающая заряды двигаться, $F=F_{стор}+F_К$, а работа по перемещению заряда из точки (1) в точку (2) $A_{12}=Fr$, если ток протекает в цепи постоянный:

$A_{12}=Fr=F_{стор} \cdot r+F_K \cdot r = E_{стор} \cdot qr+E_{кул} \cdot qr$

Введем понятие силовой характеристики сторонних сил, заставляющих заряды q двигаться, такое как, напряженность поля сторонних сил, тогда:

$F_{стор} = E_{стор} \cdot q$

Зная связь между напряженностью и разностью потенциалов, можем записать, что:

$$E_{кул} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} \Rightarrow E_{кул} r = \varphi_1 - \varphi_2$$

Тогда полная работа:

$A_{12}=E_{стор} \cdot qr + (\varphi_1-\varphi_2) \cdot q$.

Разделив это уравнение на величину переносимого заряда q,

получим: $$\frac{A_{12}}{q} = \frac{A_{12\,стор} + A_{12\,кул}}{q} = E_{стор}\, r + (\varphi_1 - \varphi_2) \Rightarrow U = E_{стор}\, r + (\varphi_1 - \varphi_2)$$.

Это напряжение, получаемое на концах участка цепи 1-2, содержащего сторонние силы. Согласно определению силовой характеристики сторонних сил можно записать:

$$\varepsilon = E_{стор}\, r \Rightarrow E_{стор} = \frac{\varepsilon}{r}$$

$\varepsilon = E_{стор}\, r$ *- есть электродвижущая сила источника сторонних сил.*

ЭДС (ε) - электродвижущая сила источника сторонних сил; тогда выражение напряжения на концах участка цепи, содержащего сторонние силы, численно определяется с "+" , если э.д.с. помогает протеканию тока; и с "-" , если э.д.с. препятствует протеканию тока.

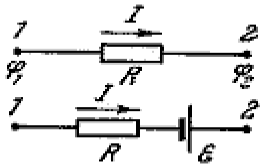
2.3. Законы Ома в интегральной форме

Закон Ома в интегральной форме подразумевает, что рассматривается полный ток, протекающий в цепи и величина тока со временем не меняется. Очевидно, что количество заряда, протекающее по проводнику, обратно пропорционально сопротивлению проводника. Количество заряда протекающее в проводнике, прямо пропорционально напряженности или разности потенциалов, создающих внешнее электрическое поле.

1) $I = \frac{q}{t} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$ - закон Ома для участка цепи, не содержащего э.д.с.

Суммарное сопротивление проводников и элементов цепи без э.д.с. обозначается на схеме.

2) Если участок цепи включает в себя э.д.с, то собственное сопротивление источника тока выделяется и обозначается r.

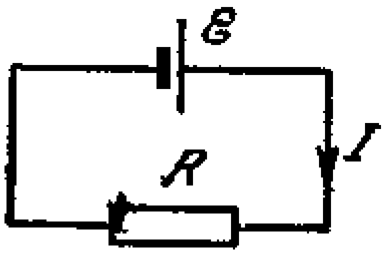


Тогда закон Ома для участка цепи, содержащей э.д.с., будет иметь вид:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon}{R + r}.$$

3) Если замкнутый участок цепи, содержит э.д.с., тогда $\varphi_1 = \varphi_2$, и получаем:

$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ - закон Ома для замкнутого участка цепи, содержащего э.д.с.



В целом участок цепи, содержащей множество э.д.с. и разных деталей представлен законом Ома в виде:

$$I = \frac{\sum_i (\varphi_1 - \varphi_2) + \sum_i \varepsilon_i}{\sum_i R_i + \sum_i r_i}.$$

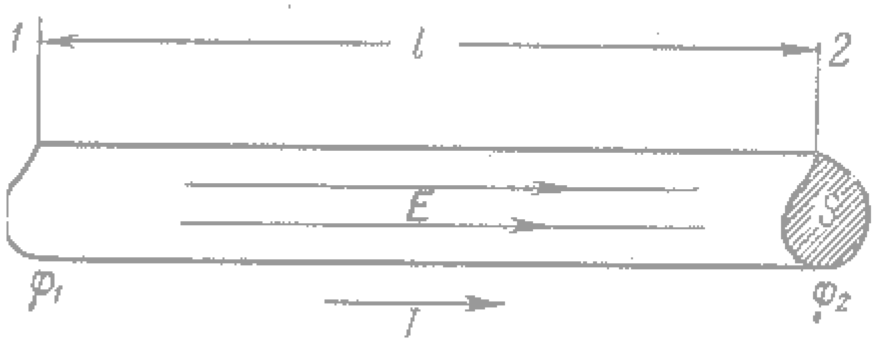
Если при напряжении на концах участка цепи в 1В по цепи протекает ток в 1А, то говорят, что сопротивление цепи равно одному Ому.

Из закона Ома следует:

$$R=\frac{U}{I} \Rightarrow \dim R=\left[\ \frac{B}{A}\ \right]=\left[\ O\text{м}\ \right]=[\Omega]$$.

2.3.1. Закон Ома в дифференциальной форме

Сечение проводника или элементов цепи, как правило, неоднородно, и сопротивляемость в разных участках цепи протеканию тока также различная. Тогда разбивают участки цепи на элементы (дифференцируют) и определяют закон Ома в каждом отдельном участке.



$I=\dfrac{U}{R}$ - закон Ома, тогда для каждого участка цепи сечением ΔS и длиной Δ*l* можно записать закон Ома как: $\Delta I=\dfrac{\Delta U}{\Delta R}$.

Учитывая, что для участка цепи

$$j=\frac{\Delta I}{\Delta S} \Rightarrow \Delta I=j\Delta S;E=\frac{\Delta U}{\Delta \ell} \Rightarrow \Delta U=E\cdot\Delta \ell$$

и $\Delta R=\rho\dfrac{\Delta \ell}{\Delta S}$, получим $j\Delta S=\dfrac{E\Delta \ell\cdot\Delta S}{\rho\Delta \ell}=\dfrac{E\Delta S}{\rho} \Rightarrow j=\dfrac{E}{\rho}$.

Это закон Ома в дифференциальной форме. Зная, что удельная электропроводность σ и удельное сопротивление ρ связаны, как:

$$\frac{1}{\rho}=\sigma \Rightarrow \quad \textit{получаем}: \quad j=E\sigma$$, где

σ - удельная электропроводность,

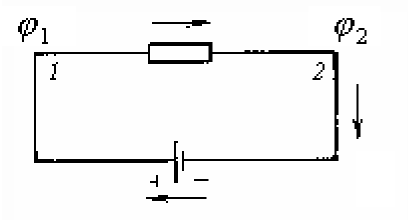
ρ - удельная сопротивление,

$$j=\frac{E}{\rho}=E\sigma$$ - закон Ома в дифференциальной форме.

2.4. Закон Джоуля-Ленца

В интегральной форме

Закон Джоуля-Ленца касается закона сохранения энергии; если считать, что система электрической цепи замкнутая, то работа по перемещению заряда в проводнике, если сам проводник не перемещается в пространстве, полностью преобразуется в тепловую энергию Q на участке (1-2).



$\mathbf{A}_{12} = Q = q(\varphi_1 - \varphi_2), \quad где \quad \varphi_1 - \varphi_2 = U$ Учитывая, что $q=I\cdot t$ получаем:

$Q=IU\cdot t$ (1) $I = \dfrac{U}{R} => Q = \dfrac{U^2 t}{R}$ (2)

$U = IR => Q = I^2 Rt$ (3)

Вид формулы для Q определяется условием задачи по определению выделившегося тепла. Формулы (1), (2), (3) есть закон Джоуля-Ленца в интегральной форме (определение полного тепла, выделившегося в цепи за все время протекания тока).

Тепловая мощность тока.

Для определения количества теплоты, выделившегося в единицу времени, вводят понятие тепловой мощности тока:

$$P = \frac{Q}{t} = \frac{U^2}{R} = I^2 R = UI$$
.

Единицей мощности тока считают 1Вт=1Дж/1с.

В дифференциальной форме

Если электрическая цепь состоит из элементов различного сопротивления и геометрии, то цепь разбивают на отдельные участки и определяют закон Джоуля-Ленца для каждого участка. Последовательно расписывая

$$\Delta Q = \Delta q \cdot \Delta U; j = \frac{\Delta I}{\Delta S} => \Delta I = j \cdot \Delta S;$$

$$\Delta U = \Delta I \cdot \Delta R = \Delta I \cdot \rho \frac{\Delta \ell}{\Delta S} = j\Delta S \cdot \rho \frac{\Delta \ell}{\Delta S} /$$

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S} = \frac{\Delta q}{\Delta S \cdot \Delta t} => \Delta q = j\Delta S \cdot \Delta t => \Delta Q = j\Delta S \cdot \Delta t \cdot j\Delta \ell \cdot \rho$$

$$=> окончательно \quad \frac{\Delta Q}{\Delta V \cdot \Delta t} = j^2 \rho.$$

Из закона Ома в дифференциальной форме следует:

$$j = \frac{E}{\rho} => j^2 \rho = \frac{E^2}{\rho}$$, т.к.

$$\Delta I = \frac{\Delta U}{\Delta R} = \frac{\Delta U \cdot \Delta S}{\rho \cdot \Delta \ell} = \frac{\Delta E \cdot \Delta \ell \cdot \Delta S}{\rho \cdot \Delta \ell} = \frac{\Delta E \cdot \Delta \mathrm{V}}{\rho \cdot \Delta \ell};$$

$$\Delta q = \frac{E \cdot \Delta \mathrm{V} \cdot \Delta t}{\rho \cdot \Delta \ell}$$

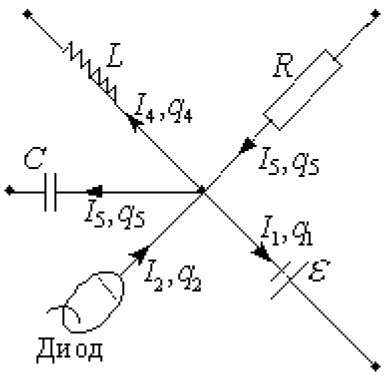
Количество тепла, выделяемое в единице объема проводника за единицу времени равно квадрату плотности тока, умноженному на ρ, или квадрату напряженности электрического поля, деленному на ρ. Это закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta Q \cdot \Delta t} = j^2 \rho = \frac{E^2}{\rho}$$.

2.5. Законы Кирхгофа

I Закон Кирхгофа - закон токов (для узлов цепей).

В участке электрических цепей очень часто содержатся узлы, в которых сходятся множество элементов, проводящих ток.



Если цепь работающая, то по разным участкам будут протекать различные токи. По закону сохранения заряда, как материального объекта, можно предположить, что количество заряда, приходящего в узел, должно быть численно равно количеству заряда, выходящего из узла:

$$q_2 + q_5 = q_1 + q_3 + q_4$$ разделив на t получаем:

$$\frac{q_2 + q_5}{t} = \frac{q_1 + q_3 + q_4}{t}$$, т.е. по определению

$$I_2 + I_5 = I_1 + I_3 + I_4$$

$$I_2 + I_5 - I_1 - I_3 - I_4 = 0$$

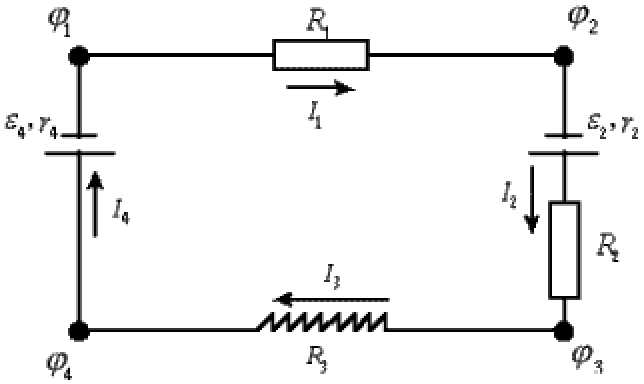
Окончательно имеем:

$$\sum_i I_i = 0$$

Сумма электрических токов, сходящихся в узле работающих цепей, всегда равна нулю.

II Закон Кирхгофа - закон напряжений (закон замкнутых цепей).

Величина электрического тока в последовательных цепях есть величина постоянная и по закону сохранения заряда $I = I_1 = I_2 = I_3 = I_4$, а по закону Ома на каждом участке:



$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_1}; I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2}{R_2 + r_2};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_3}; I_4 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 - \varepsilon_4}{r_4};$$

$$I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 = U_1$$

$$I_2 (R_2 + r_2) = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2 = U_2$$

$$I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 = U_3$$

$I_4 r_4 = \varphi_4 - \varphi_i - \varepsilon_4 = U_4$. Сложим левые и правые части уравнений:

$$I_1 R_1 + I_2 (R_2 + r_2) + I_3 R_3 + I_4 R_4 =$$

$$= \varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2 + \varphi_3 - \varphi_4 + \varphi_4 - \varphi_1 - \varepsilon_4 = \varepsilon_2 - \varepsilon_4$$

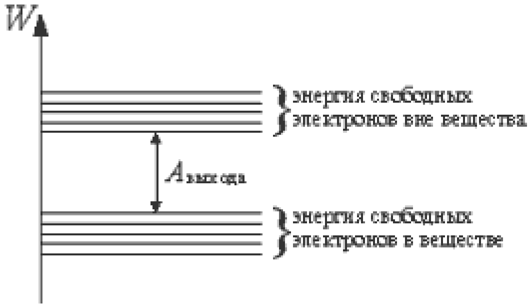
$I(R_1 + R_2 + R_3 + r_2 + r_4) = \varepsilon_2 - \varepsilon_4$.

Окончательно получаем $\sum_i U_i = \sum_j \varepsilon_j$.

В любом замкнутом контуре сумма падений напряжений на всех участках цепи равна алгебраической сумме э.д.с., включенных в цепь.

2.6. Эмиссия (испускание) электронов с поверхности

Так как любое вещество имеет в своем объеме свободные электроны, то любое внешнее электрическое воздействие на вещество может привести к отрыву электронов с поверхности вещества (эмиссия).

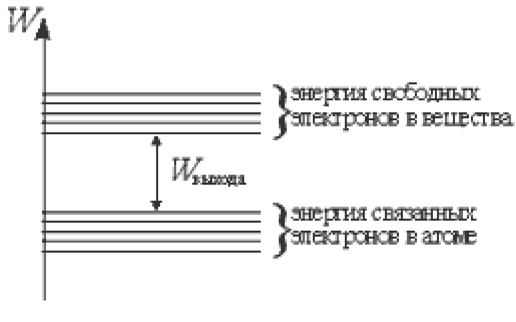


Итак, для того, чтобы удалить электрон с поверхности вещества, требуется совершить работу. Принципиально свободные электроны могут испускаться поверхностями любых веществ, где есть граница раздела (воздух-вода, дерево-вакуум).

Но наибольшее количество испускаемых электронов наблюдается у металлов в связи с наибольшим количеством свободных электронов у этого класса веществ. Эмиссия электронов характеризуется *работой выхода* - минимальной энергией, которую необходимо затратить для удаления электрона с поверхности твердого или жидкого вещества в вакуум.

2.6.1. Работа выхода

Энергетический разрыв между энергиями электронов в атоме и энергиями электронов в свободном состоянии (в кристалле) называется энергией отрыва электрона от атома. Значит энергетическое состояние свободного электрона больше, чем энергия электрона в атоме. Точно также для отрыва свободного электрона с поверхности вещества требуется совершить работу. Значит, энергетическое состояние электрона вне вещества выше, чем энергия электрона в кристалле.



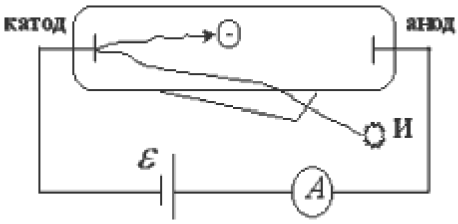
Для чистых веществ работа выхода зависит только от особенностей атома вещества и взаимосвязей атомов между собой.

Для разных веществ Авых не превышает нескольких эВ, например:

Металл	Pt	W	Mo	Fe	Mg	Na
Авых (эВ)	5,29	4,5	4,27	4,36	3,45	2,27

2.6.2. Способы выбивания (отрыва) электронов с поверхности

Фотоэлектронная эмиссия - выбивание электронов с поверхности под действием электромагнитного излучения (*свет - это часть диапазона электромагнитных волн*).

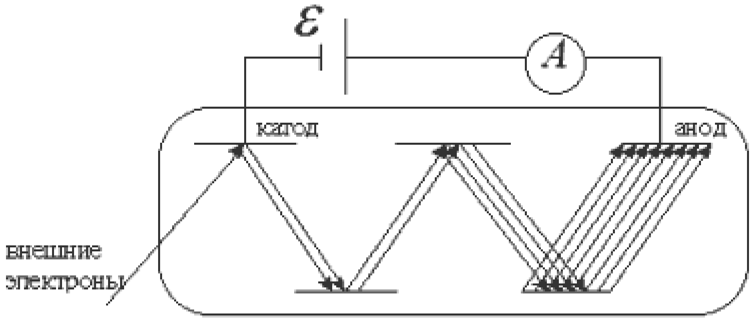


И - источник электромагнитных волн (света).

а) окошко для света закрыто, тока нет, т.е. I=0;

б) окошко для света открыто, ток есть, то есть I≠0, т.к. свет падает на поверхность электрода, выбивает электроны, которые и создают ток между анодом и катодом.

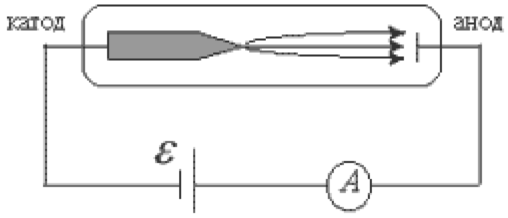
Вторичная электронная эмиссия - испускание электронов с поверхности вещества под действием бомбардировки внешних электронов.



Если энергия внешних электронов достаточна для совершения работы выхода (отрыва) электронов с поверхности, то общий поток электронов между анодом и катодом возрастает.

Это устройство называют электронным умножителем.

Автоэлектронная эмиссия - вырывание электронов с поверхности вещества под действием внешнего электрического поля (холодная эмиссия).



Острие катода является концентратором электрического поля. При повышении напряжения между электродами возникает ситуация, когда энергия электрического поля превышает $A_{вых}$ электрона с поверхности.

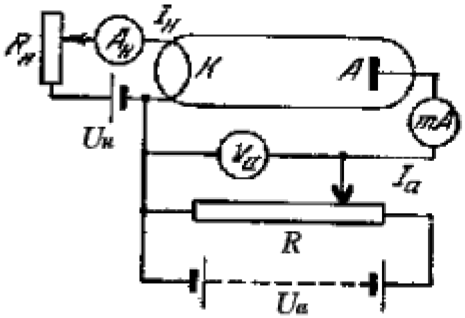
Задавая напряжение $U = \varphi_1 - \varphi_2; W_{э} = qU = e(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Если $\varphi_2 = 0, \quad W_э = e \cdot \varphi \geq A_{вых}$ - *условие автоэлектронной эмиссии.*

Термоэлектронная эмиссия - явление вырывания электрона с поверхности вещества под действием тепла. При этом тепло или энергия, подводимая к поверхности вещества, превышает работу выхода $Q = I^2 \cdot Rt \geq A_{вых}$. Это явление используется в работе электронно-лучевых трубок.

2.6.3. Электрический ток в вакууме

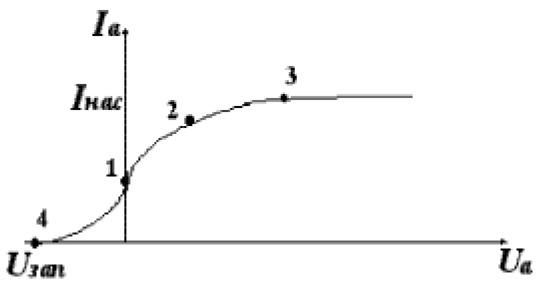
Электрод, на который подается "+" потенциал, называется анод, а "-" потенциал - катод. Эти электроды помещены в замкнутую вакуумированную среду, а все устройство называют вакуумным диодом.



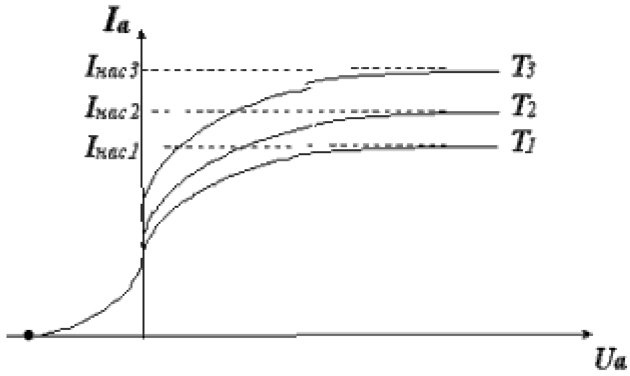
Пропуская по катоду регулируемый электрический ток по закону Джоуля-Ленца мы вызываем его нагрев. В результате нагрева с поверхности катода испускаются термоэлектроны. Под действием электрического поля между катодом и анодом электроны летят на анод, цепь замыкается, приборы фиксируют наличие тока.

Анализ зависимости тока от напряжения называется вольтамперной характеристикой. ВАХ вакуумного диода имеет сложный характер насыщения.

Проанализируем характерные точки:



1) При отсутствии напряжения между анодом и катодом, электроны вылетают с катода хаотично и часть электронов может попасть на анод; эта величина тока очень мала, но физически имеет место.



2) При увеличении напряжения между анодом и катодом электроны, вылетающие с катода, вытягиваются электрическим полем к аноду и величина тока возрастает; зависимость тока от напряжения на этом участке происходит по закону Богуславского - Ленгмюра (закон 3/2): $I = \alpha \cdot U^{3/2}$.

3) участок называется током насыщения; при дальнейшем увеличении напряжения между анодом и катодом наступает момент, когда все электроны, вылетающие с катода, вытягиваются электрическим полем на анод, и дальнейшее увеличение напряжения не приводит к увеличению тока, т.к. количество электронов, вылетающих с катода, ограничено.

4) для того, чтобы полностью подавить анодный ток, необходимо между электродами подать обратное напряжение, и величина напряжения, при котором анодный ток равен 0, называется Uзап - запирающим напряжением.

Поскольку электроны, вылетающие с поверхности, как правило, обладают кинетической энергией, то по данным точки (4) по закону сохранения энергии можно рассчитать скорость вылета электронов, если запирающее напряжение - несколько вольт:

$$\frac{m_э \vartheta^2}{2} = eU_{зап} => \vartheta = \sqrt{\frac{e \cdot U_{зап}}{2m_э}} \approx 10^6 (\frac{м}{c}).$$

Это среднее значение скорости электронов, летящих от катода к аноду. Величину тока насыщения вакуумного диода можно изменять, изменив нагрев катода, т.е. T3> T2> T1 и, соответственно, изменяется количество электронов, вылетающих с поверхности, как следствие, изменяется $I_{нас3} > I_{нас2} > I_{нас1}$.

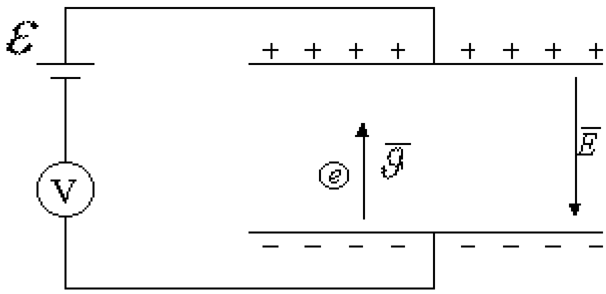
Зависимость тока насыщения от температуры - закон Риичардсона-Дэшмана и имеет вид:

$$I_{нас} = BT^2 \exp\left(-\frac{A_{вых}}{kT}\right), где\ B = 6{,}02 \cdot 10^3 \left[\frac{\text{A}}{K^2}\right]$$

2.7. Заряженная частица в плоском конденсаторе

Рассмотрим два случая поведения заряженной частицы в конденсаторе.

а) частица движется перпендикулярно пластинам.



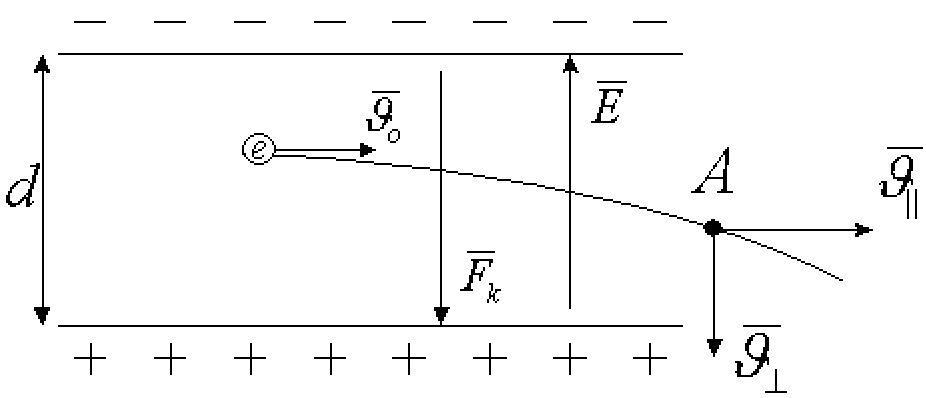
Напишем уравнение для отдельного электрона. По закону сохранения энергии работа по переносу заряда от пластины до пластины:

$$A_{-,+} = q(\varphi_1 + \varphi_2) = eU$$

$$W_{кин} = \frac{m_e \vartheta^2}{2} = A_{-,+} = eU => \vartheta = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U}{m_e}} \approx 10^6 \text{(м/с)}$$

.

б) частица движется параллельно пластинам.



Также рассмотрим действие поля конденсатора на электрон. По 2-му закону Ньютона сила Кулона вызывает ускорение в направлении, перпендикулярном пластинам, и отклоняет электрон к "+" пластине:

$m_e a = F_k = eE$;

Зная, $E = \frac{U}{d}$; $m_e a = \frac{eU}{d} =>$ *получим* $a = \frac{eU}{m_e d}$.

Разложим скорость электрона на две составляющие: параллельную и перпендикулярную пластинам. $\vartheta_\parallel$ - параллельна пластинам. Эта скорость не меняется, т.к. вдоль пластин нет силы, действующей на электрон.

Перпендикулярная составляющая - $\vartheta_\perp$, (если электрон влетел в конденсатор параллельно пластинам, $\vartheta_{0\perp} = 0$), определится в середине между обкладками как:

$$\vartheta_\perp = \vartheta_{0,\perp} + at = at$$

.

Тогда путь, пройденный электроном в направлении, перпендикулярном пластинам:

$$S = \vartheta_{0,\perp} t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} => \frac{d}{2} = \frac{at^2}{2} =>$$

$$a \quad время \quad пролёта \quad t_{\perp} = \sqrt{\frac{d}{a}} => t_{\perp} = \sqrt{\frac{d^2 m_e}{eU}}.$$

Тогда время пролета электрона в конденсаторе параллельно пластинам: $t_{\|} = \frac{\lambda}{\vartheta_o}$

В результате этого анализа можно сказать, что электрон может выйти из конденсатора, если $t_{\|} < t_{\perp}$, а если $t_{\|} > t_{\perp}$, то электрон ударится об электрод, т.е. время пролета расстояния $\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{2}}$ меньше времени, затраченного на прохождение пути ℓ.

3. Электромагнетизм

3.1. Электромагнетизм

Электромагнетизм - это раздел электричества, рассматривающий воздействие движущихся зарядов на движущиеся заряды.

Движение заряда может быть равномерным (I закон Ньютона). Если к такому заряду привязать систему отсчета, то в этой системе заряд не движется. Таким образом, если другая заряженная частица движется параллельно первой с той же скоростью и в том же направлении, то между ними не будет магнитного взаимодействия, а только кулоновское взаимодействие. Итак, чтобы магнитное взаимодействие проявилось, частицы должны двигаться или с разной скоростью или в разном направлении.

Связь характеристик магнитного поля:

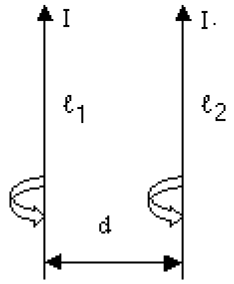
B = μ_0*H; где B - индукция магнитного поля; H - напряженность магнитного поля;

μ_0 = 1,16 * 10^{-6} $\frac{Гн}{м}$.

Для того, чтобы заряды направленно двигались в пространстве, необходимо наличие проводящей среды, специально ориентированной в пространстве.

3.2. Взаимодействие параллельных токов

Закон Фарадея:



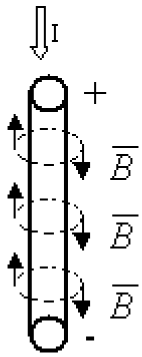
$F_M = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \times \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \times 2$, где μ - магнитная характеристика среды, называемая магнитной проницаемостью.

Направление токов влияет на силу взаимодействия.

По аналогии с электростатикой, где сила определяет напряженность, а напряженность - индукцию, в магнетизме напряженность и индукция - силовые характеристики. Принято в электростатике основной силовой характеристикой считать напряженность, а в магнетизме - индукцию.

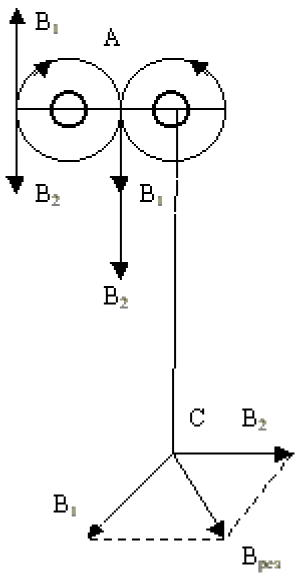
Правило буравчика:

Если ток направлен по закрутке буравчика, то шляпка вращается по силовой линии. В каждой точке пространства направление силовых линий совпадает с направление касательной. Таким образом, силовые линии магнитного поля являются замкнутыми.



3.3. Принцип суперпозиции

Примем на рисунке направление токов перпендикулярно плоскости рисунка. Тогда в точках:

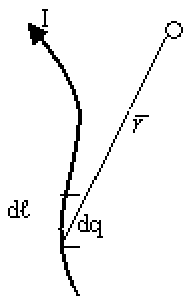


A:Врез = $B_1 + B_2$ D:Врез = $B_1 - B_2$ C:Врез= $\sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2 \cdot B_1 \cdot B_2 \cdot \cos[B_1 \wedge B_2]}$ Принято, направление линий, перпендикулярных плоскости рисунка, изображать: ⊗ - от нас, ⊙ - к нам.

3.4. Закон Био-Савара–Лапласа

3.4.1. Магнитное поле проводника с током

В общем случае для определения магнитного поля от произвольного проводника с произвольным знаком протекания тока проводим дифференцирование. Определяем полную индукцию, как сумму элементарных индукций от элементов тока dl, содержащих dq движущегося заряда.



$$B = \int dB; dB = f(dq, v, r);$$

$$dB = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{dq[\bar{v}, \bar{r}]}{r^3}$$

Согласно последнему утверждению, $\bar{\boldsymbol{B}}$ совпадает с перпендикуляром к плоскости, образованной векторами скорости $\bar{\boldsymbol{v}}$ и радиус- вектора $\bar{\boldsymbol{r}}$

$$I = \frac{dq}{dt}; v = \frac{dl}{dt}; dq = I \cdot dt \Rightarrow d\overline{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} * \frac{Idt[dl/dt, r]}{r^3} \Rightarrow$$

Пользуясь известными формулами, получим:

$$d\overline{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot I[\overline{dl \cdot \overline{r}}]}{4\pi \cdot r^3}.$$

Последняя формула и есть закон Био-Савара-Лапласа для определения магнитной индукции для проводника с током.

3.4.2. Применение закона Био-Савара-Лапласа для анализа магнитных полей проводников с током различной конфигурации. Конечный и бесконечный прямолинейный проводник с током

Примем условиями: $d\ell \to 0; d\alpha \to 0; a = const$. Тогда $d\overline{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} I \frac{[d\overline{\ell} \cdot \overline{r}]}{r^3}$ Переведем в скалярную форму и выразим геометрические величины через один параметр, параметр a: $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} Ir \frac{dl \cdot Sin[\overline{dl} \wedge \overline{r}]}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} I \frac{dl \cdot Sin\alpha}{r^2}$; Используем условия геометрии: $\frac{a}{r} = Sin\alpha \Rightarrow r = \frac{a}{Sin\alpha}; \frac{x}{dl} = Sin\alpha \Rightarrow dl = \frac{x}{Sin\alpha}$

$$\frac{x}{r} = tgd\alpha \cong Sind\alpha \cong d\alpha$$

при условии, что: $d\alpha \to 0. Тогда x = r \cdot d\alpha \Rightarrow dl = \frac{r \cdot d\alpha}{Sin\alpha} = \frac{a \cdot d\alpha}{Sin^2\alpha}$ Подставляя полученное в формулу для dB, получаем: $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{a \cdot d\alpha \cdot Sin^2\alpha \cdot Sin\alpha}{a^2 Sin^2\alpha} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{d\alpha \cdot Sin\alpha}{a}$

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{d\alpha \cdot Sin\alpha}{a}$$

Это выражение для составляющей магнитного поля в точке **p** элемента проводника с током **dl**. Тогда полное магнитное поле проводника с током в искомой точке принимает вид:

$$B = \int dB = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot I \frac{Sin\alpha}{a} d\alpha$$

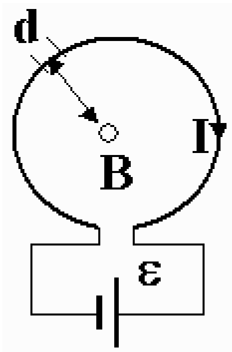
Назовем предельные углы α_1 и α_2 как углы, под которыми из искомой точки видны концы проводника, создающего магнитное поле. Тогда для конечного проводника с током это будет выглядеть так:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi a} \cdot I \left| \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} Sin a d a = \frac{\mu\mu_0}{4\pi a} \cdot I \cdot \left(\cos(\alpha_1) - \cos(\alpha_2)\right) \right.$$

. Если проводник бесконечен, т.е. $a << \lambda$, то: $\alpha_1 \to 0$; $\alpha_2 \to 180^0 \to \pi$. Тогда $B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi a} \cdot I \cdot 2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}$.

3.4.3. Магнитное поле кругового проводника с током

Направление магнитного поля (B) внутри кругового проводника с током также подчиняется правилу буравчика (шляпка как ток, буравчик как индукция). Магнитное поле элемента dl кругового проводника с током:



$$d\overline{B} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} I \frac{[d\overline{\ell} \cdot \overline{r}]}{r^3} = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} I \frac{dlr}{r^3} \cdot Sin[d\overline{\ell} \wedge \overline{r}] = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} \Rightarrow.$$

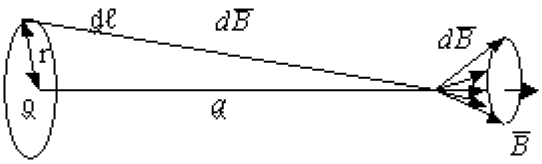
Тогда для замкнутого проводника с током в центре витка магнитное поле определится как:

$$B = \int dB = \int_l \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2} = \int \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi \cdot r^2} I \oint_l dl = \frac{\mu \cdot \mu_0}{4\pi \cdot r^2} I \cdot 2\pi r = \frac{\mu \cdot \mu_0}{2r} I$$

$B = \frac{\mu\mu_0 \cdot I}{2r}$ - Магнитная индукция кругового проводника (контура) с током в центре контура.

3.4.4. Магнитное поле вдали от центра контура с током

Элементы контура с током dl создают в точке А элементарные индукции dB, являющиеся трехмерным образованием в виде конуса, который дает результирующую B, равную:

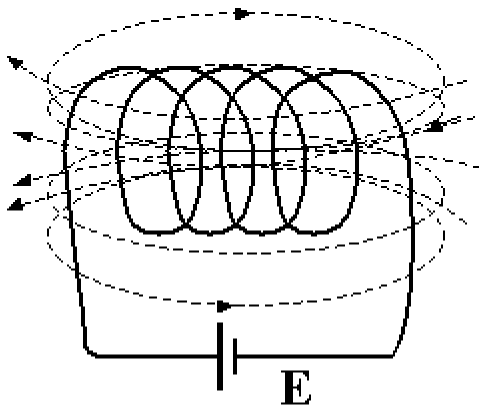


$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot I \cdot \frac{r^2}{\left(r^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ Это магнитное поле на оси контура с током. При $a \to 0$

: $B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot I \cdot \frac{r^2}{\left(r^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu\mu_0}{2r} \cdot I$ (смотри формулу для центра контура)

3.4.5. Магнитное поле соленоида

Если контура с током последовательно соединить в одном месте пространства, то такое образование называется *соленоидом*.



В таком соленоиде магнитные потоки от последовательно соединенных контуров суммируются. Так как магнитные силовые линии замкнутые, то внутри соленоида число силовых линий равно числу силовых линий всего соленоида.

А раз объем внутри соленоида ограничен, то можно сказать, что магнитное поле сконцентрировано внутри соленоида, снаружи рассеяно, и магнитные силовые линии внутри соленоида параллельны между собой и поле внутри соленоида считается однородным, вне соленоида - неоднородным. Величина магнитной индукции внутри соленоида записывается так:

$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot I \frac{N}{l}$, где μ - среда внутри соленоида, N - число витков соленоида, *l* - длина соленоида. Если обозначить $\frac{N}{l} = n$ - удельное число витков $\Rightarrow B = \mu \cdot \mu_0 \cdot I \cdot n$

3.5. Магнитный поток

По теореме Остроградского-Гаусса в общем случае поток любого вектора $\overline{a}$ через поверхность S численно равен $\Phi_a = \int_S a dS$

Индукция $\overline{B}$ - вектор в пространстве, поэтому можно применить понятие потока индукции $\Phi_B = \int_S BdS$. Если площадь фигуры, пересекающей силовые линии магнитного поля - площадь контура, по которому протекает ток, тогда $\Phi_B = \int_S BdS = B\int_S dS = BS$ - магнитный поток контура с током. Если имеется множество последовательно соединенных контуров, то есть соленоид, то общее количество магнитных силовых линий равно сумме силовых линий, образованных каждым контуром.

$\Phi_{солен} = \sum \Phi_{витков} = N \cdot BS$. Эта величина называется *потокосцепление* Ψ $=N\Phi_{витков}$ $=\Phi^{сол}$.

3.6. Напряженность магнитного поля

Зная, что $\overline{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \overline{H}$, а магнитная индукция для бесконечного прямолинейного проводника с током равна $B = \dfrac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} \Rightarrow$

тогда напряженность от такого проводника $H = \dfrac{I}{2\pi \cdot a}$.

Аналогично: Для конечного проводника:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi \cdot a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right) \Rightarrow H = \frac{I}{4\pi \cdot a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

В центре контура с током: $B = \dfrac{\mu\mu_0}{2r} I \Rightarrow H = \dfrac{I}{2r}$. На оси кругового витка:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot I \cdot \frac{r^2}{\left(r^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow H = \frac{Ir^2}{2\left(r^2 + a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

3.7. Силы, действующие в магнитном поле

Сила Лоренца - сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся заряд. Эмпирически получаем $F_{лор} = f(q, v, B)$. В векторной форме $F_{лор} = q\left(\overline{v}\,\overline{B}\right)$, а в скалярной форме $F_{лор} = q \cdot v \cdot B \cdot Sin[\overline{v} \wedge \overline{B}]$.

Принято правило левой руки (для "+" заряда для нахождения направления силы Лоренца): если вектор $\overline{B}$ входит в ладонь, вектор $\overline{v}$ направлен по отогнутым пальцам, то $\overline{F_{лор}}$ направлена, как показывает большой палец. Правило правой руки для отрицательного заряда аналогично. Если на заряд действуют и электрическая и магнитная силы, то в этом случае сила Лоренца равна в векторной форме:

$\overline{F}_л = \overline{F}_{эл} + \overline{F}_м = q \cdot \overline{E} + q[\bar{v} \wedge \overline{B}]$. Результат действия этих двух сил будет зависеть от их ориентации в пространстве.

3.7.1. Сравнение электрической и магнитной сил

Сравним взаимодействие зарядов (сила Кулона) и токов, образованных этими зарядами (сила ампера) в параллельных проводниках.

$$\frac{F_э}{F_м} = \frac{F_к}{F_{л'}} = \frac{q_1 \cdot q_2 \big/ 4\pi\varepsilon \cdot \cdot \varepsilon_o r^2}{qvB} = \frac{q_1 \cdot q_2 / 4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 r^2}{q_1 \cdot v_1 \cdot q_2 v_2 \mu\mu_0 \ \ /4\pi r^2} =$$

$$= \frac{q_1 \cdot q_2 / 4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 r^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 q_1 \cdot q_2 \cdot v^2 \mu\mu_0} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 v^2}.$$

Магнитное поле, действующее на заряд, создается другим зарядом, движущимся относительно первого. Предположим, что $v_1 = v_2$, заряды находятся на расстоянии r друг от друга. Возьмем $\bar{v}$ перпендикулярно $\overline{B}$, то есть $Sin[\bar{v} \wedge \overline{B}] = 1$, тогда по закону Био-Савара-Лапласа выражаем $B_2 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q_2[\bar{v}_2 \bar{r}]}{r^2} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} q_2 v_2 \frac{1}{r^2}$ с учетом этого получили выражение для Fэ/Fм. Известно, что $C = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0}}$. Пусть среда вакуум. Тогда если ε=1, μ=1, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{Ф}{м}; \mu = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{Гн}{м}.$

Получим $C = \frac{1}{\sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}26 \cdot 10^{-6}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{c} \Rightarrow \frac{F_k}{F_o} = \frac{C^2}{\upsilon^2}$.

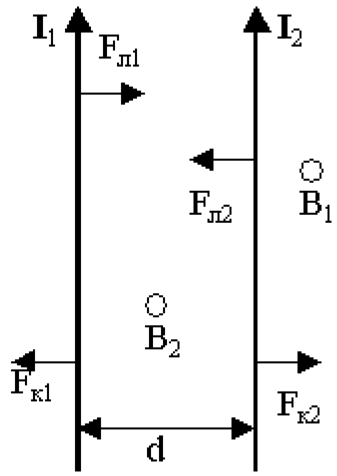
Следствия:

1. Электрическая сила больше магнитной
2. Магнитная сила принимает существенные значения, когда скорости зарядов близки к скорости света. Если бы С $\to \infty, то\ F_э \to \infty, а\ F_М \to 0.$
3. Поскольку скорость света конечна, магнитная сила релятивистская, то есть проявляет себя при скоростях, близких к скорости света.

3.8. Взаимодействие параллельных проводников с током

Вблизи каждого проводника с током формируется магнитное поле (сила, действующая на проводник с током, определяется по правилу левой руки:

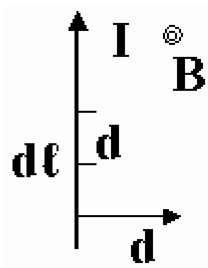
магнитные силовые линии входят в ладонь, ток по вытянутым пальцам, тогда сила направлена по отогнутому большому пальцу)



Два близко расположенных проводника с током притягиваются, с противоположным направлением токов - отталкиваются. Силы магнитного и электрического взаимодействия между движущимися зарядами противоположны.

3.9. Закон Ампера

Касается действия силы на проводник с током со стороны магнитного поля. Ориентируем проводник в соответствии с направлением тока.

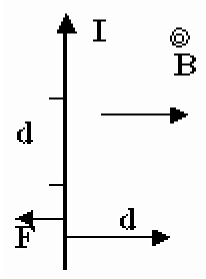


$d\overline{F_{ЛОР}} = dq[\bar{v}\bar{B}];\ I = \frac{dq}{dt};\ v = \frac{dl}{dt} \Rightarrow d\bar{F} = I \cdot dt \cdot \left[\frac{\overline{dl}}{dt} \cdot \bar{B}\right] = I[\overline{dl} \cdot \bar{B}] = d\overline{F_{AM}}$ Если проводник прямолинейный, то мы можем проинтегрировать по всей длине проводника. $\overline{F}_{AM} = I[\bar{l}\bar{B}]$ - закон Ампера в интегральной форме. $\overline{F}_{AM} = IBl \cdot Sin[\bar{l} \wedge \bar{B}]$ - закон Ампера в скалярной форме.

Сила Ампера указывает величину и направление силы, действующей на проводник с током I, длиной *l* помещенный в однородное магнитное поле. Направление F_{AM} задается правилом левой руки ($\bar{B}$ - в ладонь, $\bar{l}$ - вдоль пальцев, $\bar{F}$ - вдоль большого пальца).

3.10. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

Длина проводника *l*, и перемещается он слева направо. Тогда работа по перемещению элемента проводника с током на расстояние dr равна:



$$dA = dF_A dr = I\left[d\bar{l}\cdot\bar{B}\right]dr$$.

Условия перемещения:

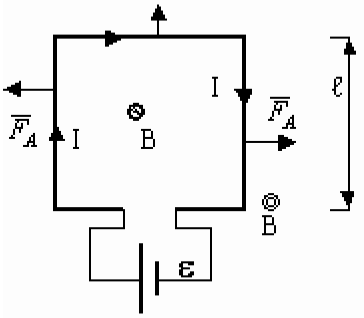
1. магнитное поле и проводник в пространстве взаимно перпендикулярны, $\overline{dl \perp B}$.
2. Направление перемещения проводника параллельно силе, вдоль которой мы совершаем работу по перемещению. То есть
$$d\bar{r} \parallel \overline{F}_A$$
$$dA = IdlBSin\underbrace{\left[d\bar{l}\,\overline{B}\right]}_{1}\cdot dr\cos\underbrace{\left[\overline{F}_A \wedge d\bar{r}\right]}_{1} = IdrB\cdot dl = IBdS$$
3. $dl\cdot dr = dS$ - площадочка, заметаемая элементом проводника с током *dl* при его перемещении на dr. Тогда поток векторов B, проходящих через эту площадку:

$$d\Phi = BdS, отсюда: dA = Id\Phi, тогда$$
$$A = \int dA = \int_{\Phi} Id\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле определяется величиной тока, величиной магнитной индукции и площадью закрываемой (заметаемой) проводником при движении. Она также определяется величиной тока и магнитным потоком, проходящим через площадь, закрываемую проводником при движении.

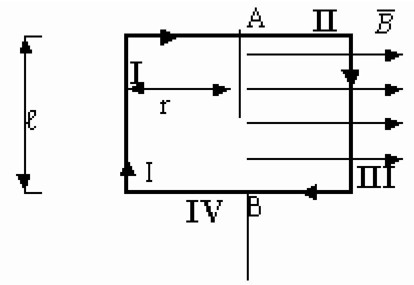
3.11. Действие магнитного поля на контур с током

Для удобства предположим, что контур имеет прямоугольную форму.



1) Пусть dl перпендикулярен B, т. е. любой элемент контура перпендикулярен силовым линиям. Силы Ампера, действующие на каждый прямолинейный участок контура, указаны на рисунке.

Если контур с током расположен перпендикулярно силовым линиям, то действие поля выражается в сжимании и разжимании контура. Если же контур состоит из упругого проводника, то внешнего изменения положения в пространстве не будет.



2) площадь контура с током параллельна силовым линиям. То есть нормаль плоскости контура перпендикулярна вектору магнитной индукции.

$F_A = IBl \cdot Sin[l \wedge B]$ Тогда силы Ампера на каждом участке:

I. Sin=1, $F_A \neq 0$, сила направлена от нас.

II, IV. Sin=0, $F_A=0$, То есть на элемент контура с током лежащим вдоль силовых линий F_A не действует.

III Sin=1, $F_A \neq 0$, сила направлена к нам. Тогда если контур с током закрепить в точках А и В ,то при таком расположении его в магнитном поле он будет вращаться, то есть на него действует момент силы.

3.12. Магнитный момент контура с током

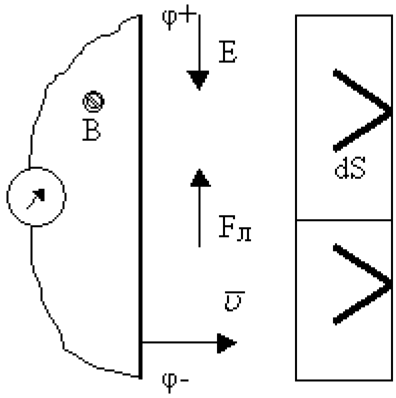
Пусть r - плечо силы. (См. предыдущий рисунок) .

$\overline{M} = [\overline{F} \cdot \overline{r}] = IBlr = IBS$. Если F_A перпендикулярна r, тогда Sin=1. Это момент силы, действующий на I или III участок контура. Площадь S - между линией А В и участком тока I или III.

Поскольку в каждой из противоположных сторон контура действует самостоятельная сила Ампера, то за площадь для суммарного момента сил принимается не половина, а вся площадь контура. Тогда вводится понятие магнитного момента контура с током как собственной характеристики контура, которая численно равна произведению P=IS, где S это вся площадь контура. Направление магнитного момента задается нормалью контура с током $\overline{P} = IS\overline{n}$

Тогда полный момент силы, действующий на контур с током в магнитном поле, численно равен: $\overline{M} = [\overline{B} \cdot \overline{P}]$.

3.13. Явление электромагнитной индукции. ЭДС электромагнитной индукции



Проводник, по которому не пропускают ток, помещаем в магнитное поле. Будем перемещать проводник перпендикулярно вектору магнитного поля. По закону Лоренца $\overline{F}_Л = q\left|\overline{v}\cdot\overline{B}\right| = qvB$ так как $Sin[\overline{v}\cdot\overline{B}] = 1$. Мы получили, что свободные заряды, которые, по определению, имеются в проводнике, будут перемещаться вдоль проводника. В результате перераспределения зарядов в проводнике при их движении на концах проводника возникает разность потенциалов, которая создает электрическое поле в проводнике: $\varphi_+ - \varphi_- = U$. Тогда напряженность электрического поля в проводнике

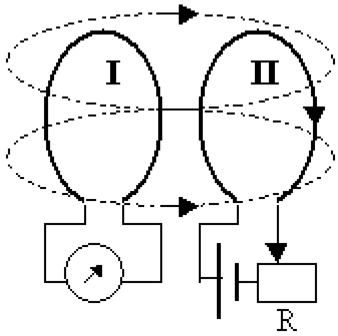
$$E = \frac{F_K}{q} \Rightarrow F_K = E\cdot q$$

Если подключим гальванометр, то можно выразить напряженность через напряжение $E = \frac{U}{l}, \quad тогда \quad F_K = \frac{U\cdot q}{l}$. В равновесии Fл=Fк. То есть: $qvB = \frac{U\cdot q}{l} \Rightarrow U = Bvl$. Если закон перемещения проводника в магнитном поле произволен, то разбиваем все перемещение на отрезки dr: $v = \frac{dr}{dt} \Rightarrow U = \frac{Bdrl}{dt} = \frac{BdS}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}$, где dS=drℓ - площадь, заметаемая проводником при перемещении. *Правило Фарадея*: величина разности потенциалов, возникающих на концах проводника при его перемещении в магнитном поле прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока.

Если концы проводника замкнуты между собой, то в цепи протекает ток так, если бы проводник являлся источником тока. Тогда по закону Ампера сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (правило левой руки) направлена в сторону, противоположную перемещению проводника в магнитном поле, то есть эта сила препятствует перемещению. Тогда:

1. разность потенциалов, возникающих на концах проводника, называют ЭДС магнитной индукции.
2. поскольку ЭДС вызывает силы, препятствующие движению проводника, то в законе Фарадея ставят знак “минус” (правило Ленца): $окончательно \quad получаем \quad U = \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$

3.14. Явление электромагнитной индукции (взаимоиндукции)

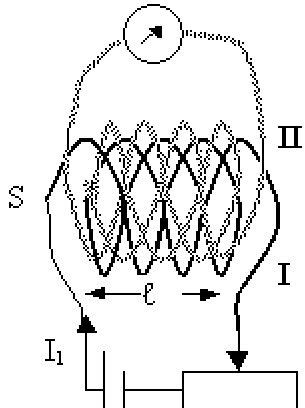


В 1831 году Фарадей установил, что если изменять магнитный поток, проходящий через контур, то в этом контуре возникает ЭДС, препятствующая изменению внешнего магнитного поля. Пусть есть контур I, к которому подключен гальванометр, и контур II, к которому подключен резистор, и источник ЭДС.

1. силовые линии II проводника пересекают первый контур. Если менять величину тока во II контуре, то меняется B2 , то есть магнитный поток, создаваемый вторым контуром также меняется. И по закону Фарадея в первом контуре возникает ЭДС.
2. Удаление или приближение второго контура также вызывает ЭДС в первом.
3. Можно поворачивать контура относительно друг друга, чтобы вызвать ЭДС в I контуре.
4. Вызвать ЭДС можно также изменением магнитной среды, которая находится между контурами.

Приложение:

1. Контуры с током, близко расположенные друг с другом называют *связанными*.
2. Влияние одного контура на другой возможно только, если ток в контурах переменный (принцип трансформатора). Для усиления взаимодействия используют последовательно соединенные контура – соленоиды.



Пусть:

Соленоид 1 содержит N витков, а соленоид, II: N_2 витков. S - поперечное сечение соленоида.

Если в соленоиде I изменить величину тока, то в соленоиде II возникает ЭДС, равная:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Если в каждом из контуров соленоида возникает ЭДС, то результирующая ЭДС соленоида будет равна произведению числа витков соленоида на ЭДС одного витка:

$$\varepsilon_{сол2} = N_2 \cdot \varepsilon_{кон} = -N_2 \frac{d\Phi_1}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt}(\mu\mu_0 \cdot n_1 I_1 S) =$$

$$= -N_2 \mu\mu_0 \cdot n_1 S \frac{dI_1}{dt} \times \frac{\ell}{\ell} = -\mu\mu_0 n_1 n_2 V \frac{dI_1}{dt} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}.$$

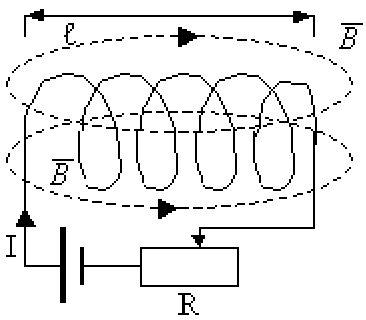
то есть: $\varepsilon_2 = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}$, где L_{12} - коэффициент взаимной индукции первого соленоида относительно второго.

Если источник неэлектрических сил подключить ко второму соленоиду, а гальванометр к первому, то ЭДС, возникающую в первом соленоиде можно будет рассчитать аналогично:

$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\Phi_2}{dt} = -\mu\mu_0 n_2 n_1 V \frac{dI_2}{dt}$, где $L_{21} = \mu\mu_0 n_1 n_2 V$ - коэффициент взаимоиндукции II-ого соленоида относительно первого. Таким образом $L_{21}=L_{12}$

$$\varepsilon_1 = -L_{21} \frac{dI_2}{dt}$$

3.15. Явление самоиндукции



Возьмем один соленоид. Если в таком соленоиде изменять величину тока, то в контуре соленоида возникает ЭДС, стимулирующая магнитное поле, и препятствующая изменению тока в соленоиде.

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} = -N\frac{d(BS)}{dt} = -N\frac{d}{dt}(\mu\mu_0 nIS) =$$

$$= -N\mu\mu_0 nS \times \frac{dI}{dt} \times \frac{\ell}{\ell} = -\frac{N}{\ell}\mu\mu_0 nS\ell\frac{dI}{dt} = -\mu\mu_0 n^2 V\frac{dI}{dt}$$ $L = \mu \cdot \mu_0 n^2 V$ -
коэффициент самоиндукции, связывающий ЭДС электромагнитной индукции и ток. Его называют *индуктивностью* соленоида.

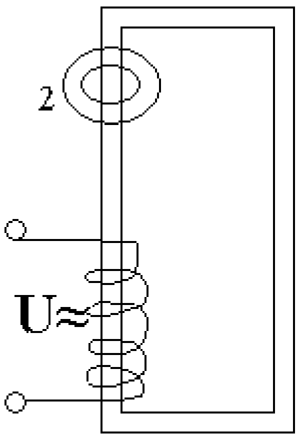
Индуктивность - характеристика соленоида, связывающая скорость изменения тока в соленоиде с препятствующей ей ЭДС и определяемая только геометрическим устройством соленоида.

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} = -L\frac{d^2q}{dt^2} = -L\ddot{q}$$

- аналогия со вторым законом Ньютона. $\ddot{q}$ - вторая производная заряда, аналогично в механике $\ddot{S}$ - вторая производная пути. Тогда закон электромагнитной индукции похож на $F = ma = m\ddot{S}$ - второй закон механики Ньютона. $\left.\begin{array}{l}\ddot{q} \leftrightarrow a \\ L \leftrightarrow m \\ \varepsilon \leftrightarrow F\end{array}\right\}$ аналогичные характеристики

3.16. Вихревые токи или токи Фуко

В связанных контурах для передачи энергии переменного электрического тока из одного участка цепи в другой, часто используются магнитопроводящие среды.



1

При подаче переменного напряжения (тока) на первый 1 соленоид со второго 2 можно снять переменное напряжение (ток) противоположного направления (закон Фарадея-Ленца) Так как магнитное поле замкнутое, то сердечники делаются сплошными, чтобы избежать потери магнитного поля. Тогда сам сердечник создает замкнутый контур, по которому может протекать электрический ток. Если сопротивление сердечника мало, то по закону Джоуля-Ленца количество теплоты, выделившейся на этом сердечнике, будет велико. То есть $Q = \frac{U^2 t}{R}$. Эта теплота отбирается от энергии переменного электрического тока, подаваемого на соленоид. Для того, чтобы избежать паразитных тепловых потерь, магнитнопроводящие сердечники делаются из специального металла, обладающего большим сопротивлением (углеродистая сталь - пермаллой, ферритовые сплавы).

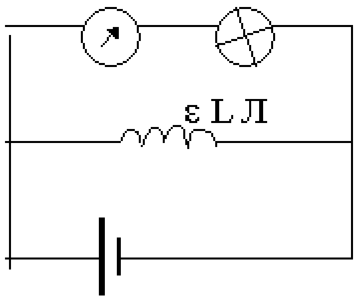
Если в связанных между собой механических частях какой- либо установки присутствуют электрические цепи с переменным током, то для предотвращения перемещения одной механической части относительно другой(когда их невозможно закрепить жестко) подвижные части делают в виде электрической цепи. ЭДС препятствует изменению магнитного поля, вызываемого движением. Возникающая ЭДС создает собственное магнитное поле, препятствующее движению механической детали. Таким образом, её движение ограничено. Это явление называют током Фуко.

Индуцирование переменного тока и напряжения используется для создания переменных токов и напряжений в местах, недоступных человеку (в вакуумных устройствах, где требуется разогреть какую-либо деталь).

Пропуская переменный ток по наружному соленоиду мы индуцируем электрический ток внутри вакуумного объема и так как соленоид внутри замкнут сам на себя, то энергия тока второго соленоида переходит в тепловую энергию. Такие устройства называют индукционными печами (температура достигает в них $\approx 1000^0$ С).

3.17. Энергия магнитного поля

Как любое поле, магнитное поле обладает энергией. Легче всего исследуется однородное магнитное поле, которое находится в соленоиде.



При замкнутом ключе внутри соленоида накапливается магнитная энергия. Если величину тока не менять в стационарных условиях, то часть тока идет через нагрузку, например, лампочку Л, другая часть через соленоид L.

При выключении ЭДС батареи в момент времени ток, протекающий в соленоиде, уменьшается и вызывает ЭДС электромагнитной индукции, препятствующую этому уменьшению. Эта ЭДС стремиться поддержать ток на нагрузке.

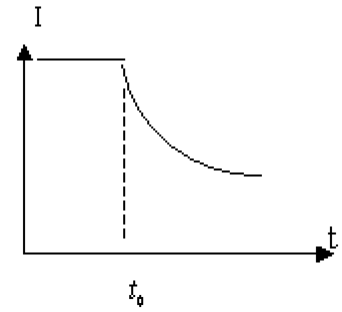
Поэтому величина тока на приборе плавно уменьшиться. Это происходит за счет энергии магнитного поля, накопленной в соленоиде.

Можно записать работу по переносу заряда для поддержания тока в цепи при выключении ключа, которая происходит за счет энергии магнитного поля, запасенной в соленоиде.

$dA = dq(\varphi_1 - \varphi_2) = \varepsilon dq$ а так, как $\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt}$ (Закон Фарадея-Ленца) и dq=Idt, то $dA = -L\dfrac{dI}{dt} \cdot I \cdot dt = -LIdI = dW_{МАГ}$ - закон сохранения энергии.

Тогда полная энергия магнитного поля:

$W_{МАГ} = \int dA = \int_I^0 -LidI = L\int_I^0 -IdI = L\dfrac{I^2}{2} = W_{полн}$ - полная магнитная энергия, запасенная в соленоиде с индуктивностью L. Аналогична ситуация с включением.



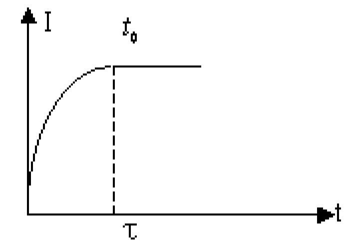


Схема включения цепи с соленоидом. Время релаксации τ - время, необходимое для установления в рабочих цепях режима равновесной (стационарной) работы.

3.18. Плотность энергии магнитного поля

Плотность энергии магнитного поля – количество магнитной энергии в единице объема

соленоида: $w_{МАГ} = \dfrac{W_м}{V} = \dfrac{\mu\mu_0 Vn^2 \dfrac{H^2}{n^2}}{2V} = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ где $H = In \to I = \dfrac{H}{n}$ Итак: $w_{МАГ} = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ аналогично: $w_{ЭЛ} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$.

3.19. Единицы измерения магнитных величин

1.

   1. Магнитный момент: $\overline{P} = IS\overline{n} = \left[A \cdot м^2\right]$, где $\overline{n}$ - единичный вектор, нормаль к площади контура, определяющий ее ориентацию в пространстве.

2. Магнитная индукция: так как $\overline{M} = \left[\overline{B} \cdot \overline{P}\right]$(см. § 12),

   то $B = \dfrac{M}{P} = \left[\dfrac{H}{A \cdot м}\right] = \left[Тл\right]$ - тесла.

3. Магнитный поток Ф: $\Phi = BS = \left[Тл \cdot м^2\right] = \left[\dfrac{H \cdot м}{A}\right] = \left[Вб\right] - вебер$.

4. Потокосцепление $\Psi = N \cdot \Phi = \left[Вб\right]$

5. Индуктивность - коэффициент, зависящий от геометрических размеров соленоида.

$$L = \mu\mu_0 n^2 V = \frac{\Psi}{I} = \left[\frac{Вб}{A}\right] = генри.$$

1. Напряженность магнитного поля для витка с током $H = \dfrac{I}{2R} = \left[\dfrac{A}{м}\right]$ или для соленоида $H = In = I\dfrac{N}{\ell} = \left[\dfrac{A}{м}\right]$.

2. Магнитная проницаемость m - показывает, во сколько раз магнитное поле в среде отличается от магнитного поля в вакууме. $B_{ср} = \mu \cdot \mu_0 \cdot H$ - для среды. $B_{вак} = \mu_0 H. \quad тогда \quad \dfrac{B_{ср}}{B_{вак}} = \mu$ - безразмерная.

3. Магнитная постоянная $\mu_0 = \dfrac{L}{\mu \cdot n^2 V} = \left[\dfrac{Гн}{м}\right]$.

Аналогия: магнитное поле ↔ механика

Механика	Магнетизм
S(r) – путь	q - заряд
$v = \dfrac{dS}{dt}$ - скорость	$I = \dfrac{dq}{dt}$ - ток
$a = \dfrac{d^2 S}{dt^2}$ - ускорение	$\dfrac{d^2 q}{dt^2}$ не имеет самостоятельного названия
m - мера инертности (сопротивляемость силе)	L - определяет инерциальность электрических цепей (сопротивляемость изменению тока)
F - сила, заставляющая тело двигаться.	ε – сила, двигающая заряды, не электрического происхождения.

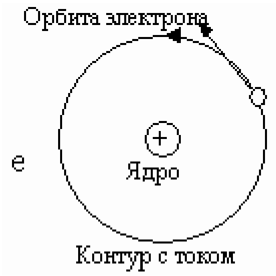
$F = ma = m\dfrac{d^2S}{dt^2}$	$\varepsilon = -L\dfrac{dI}{dt} = -L\dfrac{d^2q}{dt^2}$

Аналогия между силой и ЭДС заключается в том, что сила есть вектор и направление его действия в пространстве легко установить, а ЭДС - скаляр, и направление его действия на изменение тока в цепи указывается знаком “-”

$W_{мех,движ} = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$	$W_{эл} = \dfrac{CU^2}{2}$ $W_{магн} = \dfrac{L \cdot I^2}{2}$

3.20. Магнетики. Вещества в магнитном поле

Вещества, способные намагничиваться и влиять на направление вектора магнитной индукции внешнего поля В, называются магнетиками.



Способность намагничиваться - создание собственного магнитного поля в веществе, которое или усиливает, или уменьшает внешнее магнитное поле.

Собственные магнитные свойства вещества определяются электронами, связанными с атомами. Строение атома подразумевает наличие электрона е, вращающегося вокруг ядра. Магнитный момент электрона $\overline{P} = IS\overline{n}$, то есть каждая орбита электрона в атоме обладает собственным магнитным моментом и создает собственное магнитное поле. В целом в веществе суммарные магнитные моменты электронов в атоме расположены хаотично и их сумма зачастую равна нулю.

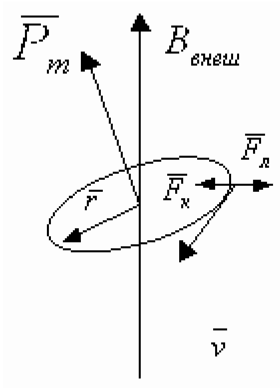
Под действием внешнего магнитного поля собственные магнитные поля, созданные электронами, упорядочиваются. Это и есть явление намагниченности. Оно может сохраняться после снятия магнитного поля, а может и исчезать. У ферромагнетиков оно сохраняется, а у диа и парамагнетиков исчезает.

В результате поле равно: $B_{рез} = B_{внеш} + j = \mu_0(H_{вне} + \aleph H_{вне});$
$т.к.намагниченность = j = \sum_i P_i = \aleph H_{не}$, где каппа $\aleph$ - магнитная восприимчивость, которая определяется внешним воздействием, а $B_{внеш} = \mu_0 H_{внеш}$ и P_i - магнитные моменты электронных орбит.

$B_{внеш} = H_{внеш} \cdot \mu_0$
; $B_{РЕЗ} = \mu_0\left(H_{ВНЕШ} + \aleph H_{ВНЕШ}\right) = B_{ВНЕШ} + j = \mu_0(1+\aleph)H_{ВНЕШ}$, $где (1+\aleph) = \mu$ - магнитная проницаемость.

$B_{внеш} = \mu\mu_0 H_{внеш}$.

Для разных веществ значение $\aleph$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения. В большинстве веществ собственные магнитные моменты атомов (молекул) не зависят друг от друга и хаотично расположены в пространстве. Если к такому веществу приложить внешнее поле, то собственный магнитный момент каждого атома стремится, как волчок, выровнять положение оси вращения вдоль силовых линий внешнего поля.



$B_{вне}$ - индукция внешнего магнитного поля, Pm- собственный магнитный момент атома.

Изменение собственной оси вращения (собственного магнитного момента) относительно вектора магнитной индукции (внешнего поля) называется *прецессией*.

Собственный механический момент или количество движения Ls

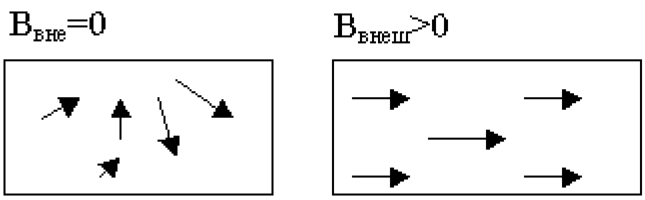
$$L = \mathbf{Pr} = mvr \quad \text{для электронов, вращающихся}$$

(спин) $$\text{со скоростью} \quad v = const \approx 10^6 [\frac{м}{c}]$$

Механические моменты электронов в атоме могут отличаться только направлением движения по орбите (вдоль и против часовой стрелки).

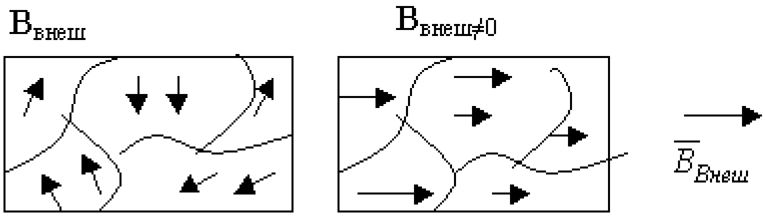
1. Если внешнее магнитное поле затрачивает энергию на прецессию, то её результирующее магнитное поле ослабляется. Такие вещества называют диа–магнетиками: $\aleph \approx 10^{-6}, \aleph < 0$. $B_{рез} = \mu_0(1-\aleph)H_{внеш}$
2. В некоторых веществах внешнее магнитное поле не затрачивает энергию на прецессию, а разворачивает весь атом так, чтобы его собственное магнитное поле совпадало с внешним магнитным полем. Эти вещества -парамагнетики. Для них $\aleph \approx 10^{-3} - 10^{-5}, \aleph > 0, B_{рез} = (1+\aleph)\mu_0 H_{внеш}$.

Парамагнетики

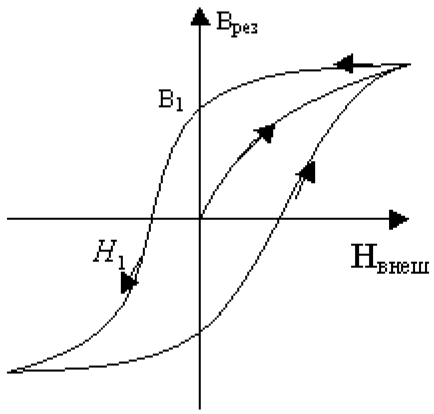


Стрелками укажем магнитные моменты отдельных атомов.

Ферромагнетики.



Для объяснения ферромагнетизма вводим понятие доменов. Домен - совокупность атомов с одинаковым направлением собственных магнитных полей. Подобные совокупности атомов требуют меньше энергии для образования доменов, т.е. энергетически более выгодны по сравнению с разрозненными атомами. В целом собственное магнитное поле вещества равно нулю. Под действием внешнего магнитного поля домены могут увеличиваться за счет других доменов вплоть до поглощения неориентированных доменов, то есть все пространство вещества заполняется доменами, ориентированными вдоль поля. При снятии внешнего поля обратной переориентации не происходит, так как это энергетически не выгодно. В этом случае магнитная восприимчивость составляет тысячи и десятки тысяч единиц. Оказывается, реакция вещества на воздействие внешнего магнитного поля носит нелинейный характер. Это определяется способностью собственных магнитных моментов переориентироваться во внешнем магнитном поле. Сначала идёт резкое изменение ориентации во внешнем магнитном поле, магнитные моменты ориентируются вдоль силовых линий магнитного поля. Дальнейшее увеличение магнитного поля не изменяет намагниченность, так как все магнитные моменты уже ориентированы вдоль поля. Зависимость результирующего магнитного поля в веществе в целом в зависимости от внешнего поля носит характер гистерезиса.



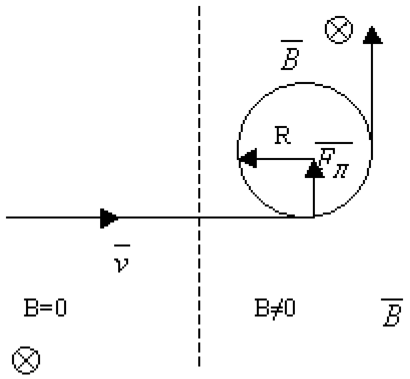
B_1 - остаточная индукция. H_1 - коэрцетивная сила.

B_1 - в веществе остается собственное магнитное поле без внешнего магнитного поля $H_1 = 0$, (так создаются постоянные магниты).

H_1 - внешнее поле, необходимое для снятия собственной намагниченности, B_1=0. Эта величина называется *коэрцетивная* сила.

Анализ петли гистерезиса см. в разделе “Сегнетоэлектрики”. Если коэрцетивная сила велика, то говорят, что ферромагнетик жёсткий, если мала - то мягкий.

3.21. Движение зарядов в магнитном поле



1) Вектор скорости перпендикулярен силовым линиям.

$$\overline{F}_Л = q\left[\overline{v \cdot B}\right], \quad \text{или в скалярной форме}$$
$$F_{Л'} = qvB\,Sin\left[\overline{v} \wedge \overline{B}\right] = qvB, \quad т.к.\ Sin\left[\overline{v} \wedge \overline{B}\right] = \mathbf{1}.$$
$$A \quad сила$$
$$F_{ЦС} = ma = \frac{mv^2}{R}$$

направленная перпендикулярно скорости – центростремительная.

Скорость изменяется только по направлению, но не по величине. Сила Лоренца, действующая на движущуюся частицу в магнитном поле, закручивает траекторию движения в окружность, то есть появляется центростремительное ускорение: значит v изменяется только по направлению, но не по величине. Тогда приравняем

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow получим \quad радиус \quad орбиты \quad частицы \quad R = \frac{mv}{qB};$$
$$Период \quad для \quad равномерного \quad движения \quad частицы$$
$$по \quad окружности \quad t = \frac{S}{v} \quad или \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi mv}{qBv} = \frac{2\pi m}{qB} \quad ; T = \frac{2\pi m}{qB}$$

,

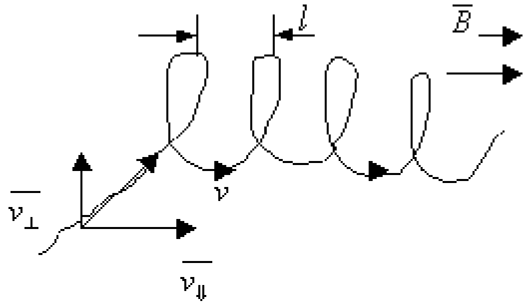
где T – период обращения заряда по орбите

2) угол между направлением скорости и силовыми линиями не равен 90 градусам.

$$F_{Л'} = qvB\,Sin\left[\overline{v} \wedge \overline{B}\right] = qvB \cdot Sin\,\alpha$$

, 0<α<90

Дальнейший анализ траектории движения частицы относительно вектора скорости аналогичен пункту 1).



$$F_{ЦС} = \frac{m v_\perp^{\ 2}}{R} \Rightarrow отсюда \quad R = \frac{m v_\perp}{qB} =$$
$$= \frac{mv\ Sin\alpha}{qB}; \qquad T = \frac{2\pi m}{qB}; R = \frac{mvSin\alpha}{qB}$$

Здесь сила Лоренца

$F л = qvB \cdot Sin\left[\bar{v} \wedge \overline{B}\right] = qv_\perp B$. Новой характеристикой здесь является *l* - шаг спирали.

$$v_{\Downarrow} = const,$$

$$l = v_{\Downarrow} t = v_{\Downarrow} T = \frac{2\pi m v_{\Downarrow}}{qB} = \frac{2\pi mvCos\alpha}{qB}; \quad Итак \quad l = \frac{2\pi mvCos\alpha}{qB}.$$

Приложение:

1. если частица движется вдоль силовых линий магнитного поля, то сила Лоренца равна нулю. $\bar{v} \parallel \overline{B}, \quad значит \quad Sin\alpha = 0, F_л = 0$
2. Если частица неподвижна в магнитном поле, то сила Лоренца также равна нулю. $v = 0, F_л = 0$

3.22. Уравнение Максвелла. Обобщение теории магнитного поля (обобщение электродинамики)

Имеется замкнутый контур и внешнее магнитное поле, меняющееся во времени. Если внешнее магнитное поле создается соленоидом с током, то изменение магнитного поля через контур произойдет, если

- в соленоид вносим сердечник,
- меняем ток в этом соленоиде,
- изменяем положение соленоида относительно контура.

Тогда в контуре появляется ЭДС по закону Фарадея-Ленца, препятствующая изменению внешнего магнитного поля, то есть стрелка прибора, который можно подключить к контуру, отклоняется, в контуре идет движении зарядов, то есть появляется электрический ток. Так как до включения магнитного поля заряды в проводнике находились в неподвижности, значит после включения поля сила

Лоренца не должно действовать на заряды. Откуда же берется ЭДС? Единственным объяснением появления ЭДС в контуре, то есть движения зарядов, является появление электрического поля, сила Кулона которого заставляет заряды двигаться. Напряженность такого поля

$$E = \frac{dU}{dl} \Rightarrow dU = Edl; U_{пол} = \oint Edl;$$

Не зная источника внешнего магнитного поля можно записать для ЭДС в контуре

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int BdS\right) = \int -\frac{d}{dt}(B)dS = -\frac{dB}{dt}dS, т.к. \Phi_B = \int BdS$$

С другой стороны, напряжение, возникающее в контуре

$$U = \oint Edl\frac{dr}{dr} = \oint \frac{dE}{dr}d \times lr = \oint \frac{dE}{dr}dS$$

Примем

$$\frac{d}{dr} = \frac{d}{dx} + \frac{d}{dy} + \frac{d}{dz} = \nabla(набла)$$

- оператор дифференцирования по координатам (декартовым или полярным). Аналогично

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

$$U = \oint \nabla EdS$$

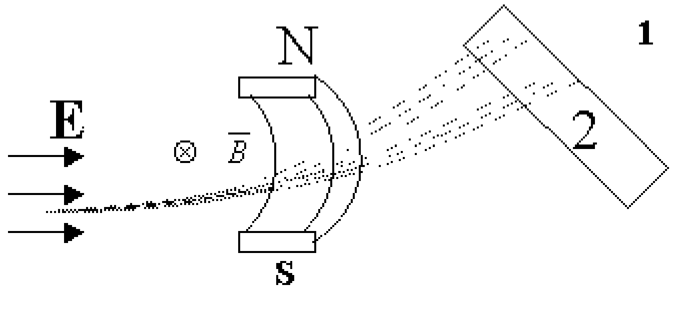
. Окончательно имеем:

Напряжение, выраженное через законы электростатики, и ЭДС, возникшее в контуре, есть одно и то же. Тогда интегралы равны между собой, а, следовательно, и подинтегральные выражения равны.

$$\nabla EdS = -\frac{dB}{dt}dS \Rightarrow \nabla E = -\frac{dB}{dt}$$

. Здесь отображена связь между неоднородным электрическим полем и переменным магнитным.

3.23. Анализ массово-зарядового состояния (q/m) элементарных частиц



С поверхности вещества испаряют часть атомов или молекул. Как правило, при этом такие атомы обладают зарядовыми свойствами. Далее эти атомы ускоряются в электрическом поле E, и движущийся поток атомов пропускают через магнитное поле B. По закону Лоренца эти заряды в магнитном поле отклоняются. Тогда на экране за магнитным полем в разных местах оседают атомы разных зарядов. По степени отклонения атомов от прямолинейного распространения можно судить о заряде атома.

Частицы в магнитном поле отклоняются. Тогда на экране за магнитным полем в разных местах, например:

Заряд q= 1e – в точке 2 на экране.

Заряд q=2e – в точке 1 на экране.

Процесс разделения частиц по зарядам называется сепарированием, а прибор, анализирующий состав этих пучков - масспектрограф.

3.24. Приложение к теореме Остроградского-Гаусса

Для любого вектора а можно записать его

$$\Phi_a = \int_S a ds = \int_X \int_Y a(dxdy) = \int_Y (\int_X a dx) dy.$$

поток:

Так как интегрирование и дифференцирование по сути своей противоположные операции, то можно записать, например:

$$d(x^2) = 2x$$
$$\int 2x = x^2$$

Интегрирование и дифференцирование по одному и тому же параметру по сути взаимно компенсирующие операции. Тогда можно записать для вектора а:

$$\int_S a dS = \int_V \frac{da}{dz} dV$$ Где dV=dx*dy*dz.

А так же:

$$\int_l a dl = \int_S \frac{da}{dr} dS, \bar{r} = \bar{i}x + \bar{j}y + \bar{k}z, \frac{d}{dr} = \frac{d}{dx} + \frac{d}{dy} + \frac{d}{dz} = \nabla$$
$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$
$$\int_l a dl = \int_S \nabla a dl \Rightarrow \int_S a dS = \int_V \nabla a dV$$

Таким образом, можно связать линейный, поверхностный и объемный интегралы, т.е. можно переходить от линейного к поверхностному, и от поверхностного к объёмному интегралу.

Приложение к теореме Остроградского-Гаусса мы используем при рассмотрении уравнений Максвелла.

3.25. I-ое уравнение Максвелла

Итак, мы из предыдущих параграфов (§ 22, 24) получаем закон Фарадея-

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}; \Phi_B = \int BdS \Rightarrow \varepsilon = -\frac{d}{dt}\int BdS = \int(-\frac{dB}{dt})dS; но: E = \frac{dU}{dl}$$

$$\Rightarrow U = \int Edl = \int \nabla EdS$$

$$тогда: \varepsilon = -\int \frac{dB}{dt}dS; U = \int \nabla EdS.$$

Ленца:

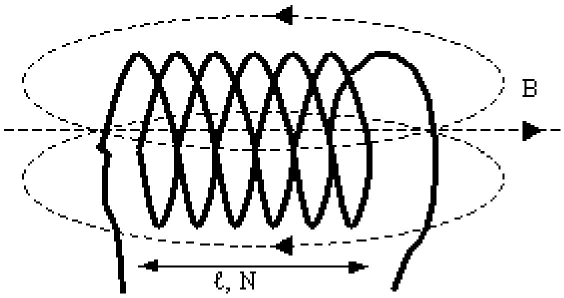
ЭДС, возникающая в контуре при изменении магнитного поля, регистрируется гальванометром как напряжение на концах проводника контура. Тогда приравняем подинтегральные выражения.

$$\nabla E = -\frac{dB}{dt}$$

.

Переменное магнитное поле породило неоднородное электрическое поле, которое создало электрический ток, создающий собственное поле, препятствующее (знак "-") изменению внешнего магнитного поля (закон сохранения энергии). Это и есть I-ое уравнение Максвелла.

3.26. II-ое уравнение Максвелла



Используем соленоид для создания магнитного поля. r- радиус соленоида, *l* - его длина, N - число витков, n - удельное число витков соленоида. Запишем напряженность соленоида

$$H = nI = \frac{I}{\frac{l}{N}} = \frac{I}{d}$$

.

Если предположим, что соленоид намотан в один слой и витки плотно прилегают друг к другу, то $\frac{\ell}{N} = d$ - толщина одного витка. Тогда можно считать d, как элемент *l*, или d=d*l*.

Продифференцируем левую и правую часть по координатам.

$$\frac{dH}{dr} = \nabla H = \frac{d}{dr}(\frac{I}{d}) = \frac{dI}{drdl}; dr \times dl = dS$$ - площадь сечения проводника, из которого сделан соленоид. По определению

$\frac{dI}{dS} = j$, плотность тока $\Rightarrow тогда \quad \nabla H = j.$

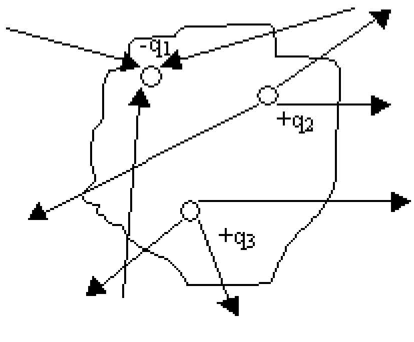
Если внутри соленоида находится среда с μ>1, то магнитное поле в соленоиде усиливается за счет электрического поля, обусловленного протекающим по проводнику током. Так как среда в соленоиде непроводящая, то электрическое поле вызывает в этой среде только смещение зарядов (смотри раздел "диэлектрики"). Тогда плотность тока зарядов проводимости и смещенных зарядов в самом общем случае, когда есть и свободные и связанные заряды

$$\nabla H = j = j_{пров} + j_{смещ}.$$

Как и в диэлектриках смещение зарядов вызывается электрической индукцией, а именно $j_{смещ} = \frac{dD}{dt}$. Тогда имеем $\nabla H = j_{пров} + \frac{dD}{dt}$ - второе уравнение Максвелла, которое говорит, что электрическое поле, которое вызывало в проводнике электрический ток проиндуцировало в среде усиление магнитного поля, то есть сформировало его.

В I уравнении знак "-" означает, что переменное магнитное поле вызывает электрический ток, который генерирует магнитное поле, препятствующее изменению внешнего магнитного поля. Это связанно с законом сохранения энергии. Во II уравнении минус не ставится, так как за направление электрического тока принято движение положительных зарядов, а реально движутся отрицательные.

3.27. III-е уравнение Максвелла



В системе зарядов поток векторов напряженности по теореме Остроградского-Гаусса равен $\Phi_E = \int EdS$ Если заряды распределены произвольно в пространстве, то введем понятие объемная плотность заряда: $\rho = \frac{dq}{dV}; dq = \rho dV, а \quad q_{полн} = \int \rho dV.$ Тогда по теореме

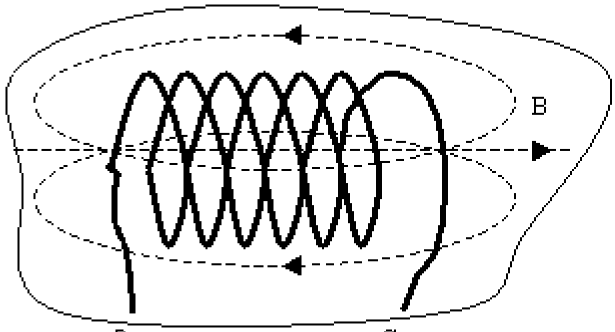
Гаусса $\Phi_E = \frac{q_{полн}}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\int \rho dV}{\varepsilon\varepsilon_0}.$ Иначе говоря $\Phi_E = \oint_s EdS = \int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon\varepsilon_0}.$ По приложению к т. О.-Г. перейдем от поверхностного к объемному интегралу.

$$\oint EdS = \int \nabla E dV \Rightarrow \int_V \nabla E dV = \int_V \frac{\rho dV}{\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\text{окончательно имеем} \quad \nabla E = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Это и есть III-е уравнение Максвелла. Из него следует, что источником электрического поля являются заряды.

3.28. IV уравнение Максвелла



Замкнутая поверхность S

Если есть соленоид, по которому течет ток, то соленоид формирует магнитное поле. Принцип силовых линий магнитного поля B - замкнутость. Найдем поток векторов B, который по теореме Остроградского есть $\Phi_B = \int BdS$. Полный поток векторов найдем, замкнув соленоид поверхностью S.

Чтобы посчитать этот поток, мы должны учесть как входящие, так и выходящие через поверхность S силовые линии B магнитного поля. Результатом является компенсация этих линий, то есть общий поток равен нулю, т.к. количество входящих и выходящих линий B через поверхность S одинаково из-за замкнутости линий. Используя приложение к теореме перейдем от поверхностного интеграла к объемному

$$\Phi_B = \oint BdS = \int_V \nabla B dV = 0 \Rightarrow \nabla B = 0$$

Отсюда следует, что в объеме, в котором находится соленоид, как источник магнитного поля, нет зарядов. Это IV уравнение Максвелла.

3.29. Анализ III и IV уравнений

Из III уравнения Максвелла следует, что в объеме, из которого исходят силовые линии электрического поля, находятся электрические заряды, а из IV следует, что объем, из которого исходят силовые линии магнитного поля не содержит зарядов магнитного поля.

Это доказательство того, что в природе не существует магнитных зарядов, соответственно, нет потенциала магнитного поля.

Итак, рассмотренные 4 уравнения Максвелла считаются основными, но есть еще три дополнительных.

$$\overline{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \overline{E}$$
$$\overline{B} = \mu\mu_0 \overline{H}$$
$$\overline{j} = \sigma\overline{E}.$$

Эти уравнения соединяют свойства электрических и магнитных полей в вакууме и средах.

Первые два уравнения Максвелла получены из поверхностных интегралов, для которых важно задать направление силовых линий, значит, в уравнениях обязательно отмечается векторность полей.

$$\nabla\overline{E} = -\frac{d\overline{B}}{dt}$$ (I).

$$\nabla\overline{H} = \overline{j} + \frac{d\overline{D}}{dt}$$ (II)

А III и IV уравнения – количественные, то есть скалярные уравнения.

$\nabla E = \dfrac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$ или умножив это уравнение на $\varepsilon\varepsilon_0$ получим $\nabla D = \rho$ (III).

И наконец $\nabla B = 0$ (IV).

Система уравнений Максвелла отображает единую теорию электромагнитного поля и показывает, что оно есть единое поле, то есть электрического поля не существует без магнитного, а магнитное поле не существует без электрического. Можно ещё сказать, что переменное магнитное поле порождает неоднородное электрическое, а переменное электрическое поле порождает неоднородное магнитное поле.