

# Расчет уровней Ландау и энергии циклотронного перехода электронов в квантовой яме InAs/AlSb

Б.Т. Абдулазизов\*, М.С. Тохиржонов

Наманганский государственный университет, ул. Уйчинская 316, 716019, Наманган, Узбекистан

Получена 22.07.2022, revised 12.12.2022

\* Corresponding author: e-mail :bt\_abdulazizov@mail.ru, Phone: +998 91 186 06 05

Расчитаны энергии уровней Ландау и циклотронного перехода при различных моделях на примере квантовой ямы InAs/AlSb в перпендикулярном ей магнитном поле. Расчёты проведены при различных значениях толщины квантовой ямы, рассмотрены случаи потенциального барьера бесконечной и конечной квантовых ям. Также проведены расчёты для параболической и непараболической моделей дисперсии зоны проводимости. Полученные численные результаты сопоставлены с экспериментальными данными, полученными для электронного газа в гетероструктурах InAs/AlSb.

**Ключевые слова:** гетероструктура, квантовая яма, InAs, AlSb, непараболическая дисперсия, уровни Ландау, циклотронный резонанс, уровень Ферми.

The energies of the Landau and cyclotron transition levels are calculated for various models using the example of an InAs/AlSb quantum well in a magnetic field perpendicular to it. Calculations are carried out at different values of the thickness of the quantum well, the cases of the potential barrier of the infinite and finite quantum wells are considered. Also, the calculations were carried out for the parabolic and non-parabolic dispersion models of the conduction band. The numerical results obtained are compared with experimental data for electron gas in InAs/AlSb heterostructures.

**Keywords:** heterostructure, quantum well, InAs, AlSb, nonparabolic dispersion, Landau levels, cyclotron resonance, Fermi level.

DOI: <https://doi.org/10.52304/v24i4.379>

## I. Введение

В последние годы значительно увеличивается количество исследований, проводимых на наноразмерных полупроводниковых гетероструктурах. На основе гетероструктур, таких как InAs/AlSb, в которых подвижность электронов высокая, создаются электронные приборы нового поколения, например, лазеры работающие в дальнем инфракрасном диапазоне [1-11].

Одним из эффективных методов изучения спектра носителей тока в квантовых ямах считается циклотронный резонанс. При помощи циклотронного резонанса можно получить ценные сведения о свойствах зон полупроводниковых наноструктур с различными слоями. В силь-

ных магнитных полях метод даёт возможность определить расстояние между уровнями Ландау – энергии циклотронного поглощения, при которых происходят оптические переходы [5]. Известно, что в слабых магнитных полях несколько уровней Ландау могут быть заполнены электронами [2]. С ростом магнитного поля увеличивается ёмкость уровней Ландау, и все электроны располагаются на нижних энергетических уровнях.

В данной работе проведены расчёты энергии циклотронного перехода электронов между уровнями Ландау в сильном магнитном поле. При фиксированной энергии падающего фотона проведён анализ, при каких значениях магнитного поля происходят циклотронные переходы. Проведенные расчёты сопоставлены с результатами

эксперимента [1]. Анализ проведен для различных значений ширины квантовой ямы и величины магнитного поля.

## II. Основные формулы

Пусть магнитное поле приложено перпендикулярно квантовой яме. Если примем в расчёт спин электронов, то спектр энергии можно определить при помощи следующего выражения [3-5]:

$$\varepsilon = \left[ \left( N + \frac{1}{2} \right) \frac{m_0}{m(\varepsilon)} + \sigma \frac{g(\varepsilon)}{g_0} \right] \hbar \omega_0 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m(\varepsilon)}. \quad (1)$$

Здесь  $N=0,1,2,3 \dots$  – порядок (номер) уровней Ландау,  $\sigma = \pm 1/2$  – спин электронов,  $m_0$  – масса свободного электрона,  $g_0 = 2$  – g-фактор свободного электрона,  $\hbar \omega_0$  – циклотронная энергия свободного электрона:

$$\hbar \omega_0 = \hbar \frac{eB}{m_0} = 1.16 \times 10^{-4} B \left[ \frac{eV}{T} \right], \quad (2)$$

$m(\varepsilon)$  и  $g(\varepsilon)$  являются соответственно эффективной массой и g-фактором электрона для непараболической трёхзонной модели, они записываются в виде [4]:

$$\frac{m_0}{m(\varepsilon)} = C + \frac{1}{3} E_p \left( 2 \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g} + \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g + \Delta} \right), \quad (3)$$

$$\frac{g(\varepsilon)}{g_0} = C' - \frac{1}{3} E_p \left( \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g} - \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_g + \Delta} \right). \quad (4)$$

Здесь  $\varepsilon_g$  – ширина запрещенной зоны,  $E_p$  – параметр Кейна,  $\Delta$  – величина спин-орбитального расщепления валентных зон данного полупроводника. Параметры  $C, C'$  характеризуют влияние удаленных зон на эффективную массу и эффективный g-фактор электрона.

Запишем уравнение (1) для ограниченной потенциальной ямы. Для этого введём следующие обозначения:

$$\varepsilon' = \left[ \left( N + \frac{1}{2} \right) \frac{m_0}{m(\varepsilon)} + \sigma \frac{g(\varepsilon)}{g_0} \right] \hbar \omega_0, \quad (5)$$

Здесь,  $\varepsilon'$  – энергетический спектр для ограниченной потенциальной ямы

$$\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m(\varepsilon)} = \varepsilon - \varepsilon' = \tilde{\varepsilon}. \quad (6)$$

Заменим  $k_z$  на оператор  $k_z \rightarrow i\partial / \partial z$ . Тогда имеем

$$-\frac{\hbar^2}{2m(\varepsilon)} \frac{\partial^2 \psi(z)}{\partial z^2} + U\psi(z) = \tilde{\varepsilon}\psi(z), \quad (7)$$

где  $U$  – высота потенциального барьера, которая выражается в следующем виде

$$U = \begin{cases} 0, & 0 < z < L \\ U, & z < 0, z > L \end{cases},$$

где  $L$  – ширина потенциальной ямы.

Известно [6], что решение (7) имеет вид:

$$\varepsilon_A = \varepsilon_0 \left( \pi n - 2 \arcsin \frac{1}{\sqrt{1 + \eta}} \right)^2. \quad (8)$$

Здесь  $\varepsilon_0 = \frac{\hbar^2}{2m_A L^2}$ ,  $\eta = \frac{m_A \varepsilon_B}{m_B \varepsilon_A}$ ,  $\varepsilon_A$  – энергия

электрона внутри потенциальной ямы и  $\varepsilon_B$  – на потенциальном барьере

$$\varepsilon_A = \varepsilon - \left[ \left( N + \frac{1}{2} \right) \frac{m_0}{m_A} + \sigma \frac{g_A}{g_0} \right] \hbar \omega_0, \quad (9)$$

$$\varepsilon_B = U - \left\{ \varepsilon - \left[ \left( N + \frac{1}{2} \right) \frac{m_0}{m_B} + \sigma \frac{g_B}{g_0} \right] \hbar \omega_0 \right\},$$

$m_A, m_B, g_A$  и  $g_B$  – соответственно эффективные массы и g-факторы электрона внутри потенциальной ямы и на барьере

$$m_A = \frac{1}{C_A + \frac{1}{3} E_{pA} + \left( 2 \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_{gA}} + \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_{gA} + \Delta_A} \right)}, \quad (10)$$

$$m_B = \frac{1}{C_B + \frac{1}{3} E_{pB} + \left( 2 \frac{1}{\varepsilon - U + \varepsilon_{gB}} + \frac{1}{\varepsilon - U + \varepsilon_{gB} + \Delta_B} \right)}.$$

$$g_A = C'_A - \frac{1}{3} E_{pA} \left( \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_{gA}} - \frac{1}{\varepsilon + \varepsilon_{gA} + \Delta_A} \right)$$

$$g_B = C'_B - \frac{1}{3} E_{pB} \left( \frac{1}{\varepsilon - U + \varepsilon_{gB}} - \frac{1}{\varepsilon - U + \varepsilon_{gB} + \Delta_B} \right). \quad (11)$$

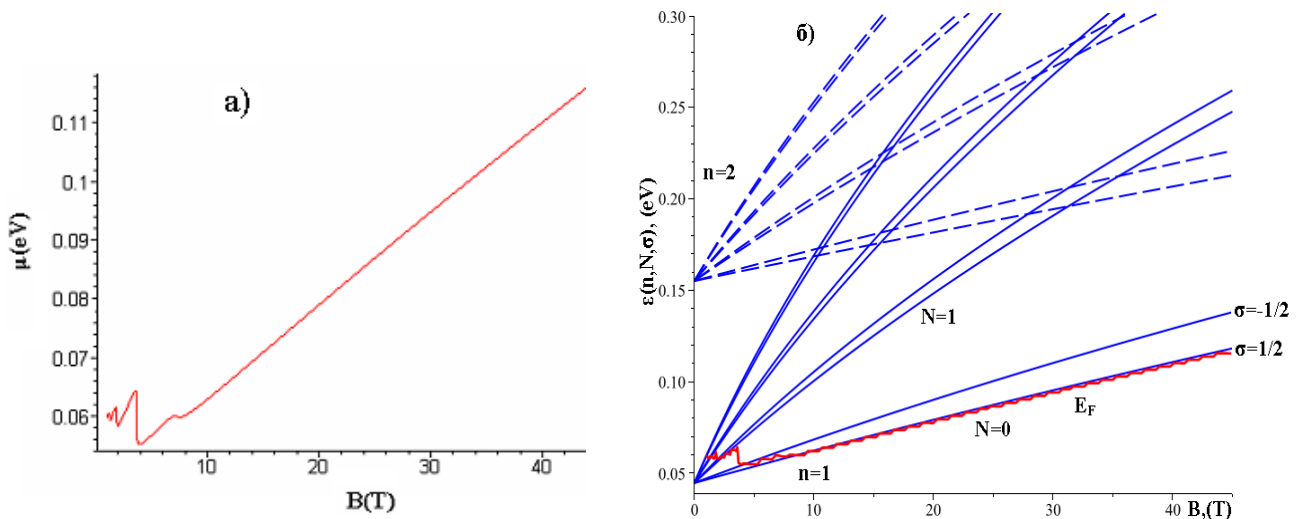
## III. Численные результаты

В сильном магнитном поле все электроны располагаются на самом нижнем уровне Ландау (рис. 1). Для определения порядка размещения электронов на уровнях Ландау мы воспользуемся уравнением для двумерной концентрации  $n_s$  [3]:

$$n_s = D_0 \hbar \omega \sum_{n,N,\sigma} f(\varepsilon_{n,N,\sigma}) = D_0 \hbar \omega \sum_{n,N,\sigma} \frac{1}{\exp(\varepsilon_{n,N,\sigma} - \mu) / T) + 1} \quad (12)$$

Здесь  $\mu$  – химический потенциал,  $f(\varepsilon_{n,N,\sigma})$  – функция распределения Ферми-Дирака,  $T$ , [eV],

Фиксируя концентрацию электронов и температуру в уравнении (12), получим график зависимости химического потенциала от магнитного поля (рис. 1).



**Рисунок 1.** а) Химический потенциал (при  $T=0$ ,  $\mu=E_F$ ); б) Сплошные линии – уровни для первой минизоны, штриховые – для второй минизоны, красная линия (нижняя) – энергия Ферми. (Здесь,  $\varepsilon_{n,N,\sigma}$  – спектр энергии,  $n$  – номер пространственного квантования,  $N$  – номера уровней Ландау,  $\sigma$  – спин электрона  $\pm 1/2$ ).

Из графика можно видеть, что при малых значениях магнитного поля электроны могут находиться и на верхних энергетических уровнях Ландау. При значениях магнитного поля, начиная примерно с 10 Тл, все электроны размещаются на нулевом уровне Ландау ( $N=0$ ). При значениях магнитного поля, меньших примерно 3 Тл, электроны также оседают на верхних уровнях Ландау. Если при этом примем во внимание спиновое разделение электронов, то все электроны будут находиться на уровне  $N=0$  и  $\sigma=+1/2$ . Согласно закону сохранения спина, электроны, поглотившие фотон, будут переходить на первый уровень Ландау ( $N=1$  и

даёт нам величину  $k_B T$ ,  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $D_0 = m_0 / \pi \hbar^2 = 413 \times 10^{12}$ , [eVsm<sup>-2</sup>].

**Таблица 1.** Параметры зоны InAs и AlSb, используемые при расчете [7].

Параметры	InAs (A)	AlSb (B)
$E_g$ , eV	0.418	2.384
$E_p$ , eV	22.2	18.79
$m_n$ , ( $m_0$ )	0.023	0.11
$g_n$	-15	0.84
$n_s$ , (sm <sup>-2</sup> )	$3.5 \times 10^{11}$	

$\sigma=+1/2$ ). При этом энергия фотона рассчитывается с помощью выражения  $\varepsilon_{n,N+1,\sigma} - \varepsilon_{n,N,\sigma}$ .

Используя полученное аналитическое уравнение (8), определим разность энергий между нулевым уровнем Ландау  $N=0$  и первым уровнем Ландау  $N=1$ . При проведении расчетов мы используем значения, полученные экспериментально [1]. При  $T = 4.2$  К ширина квантовой ямы увеличивается от  $L = 12$  нм до  $L = 18$  нм, а индукция магнитного поля от 0 до 45 Тл. Расчёты проведены для случаев ограниченной и неограниченной потенциальных

ям при различных значениях магнитного поля с учётом параболической и непараболической зон.

Все расчеты приведены в табл. 2. В ней даны следующие значения: в столбце 1 – индукция магнитного поля ( $B$ ), в столбце 2 – ширина ямы ( $L$ ), в столбце 3 – энергия фотона ( $h\nu$ ) [1], далее в

столбце 4 и 5 – циклотронные переходы для непараболической зоны с ограниченной и неограниченной ямами, в столбце 6, 7 – циклотронные переходы для параболической зоны соответственно в ограниченной и неограниченной ямах.

**Таблица 2.** Разность энергетических уровней для  $n=1$ , (переход от  $N=0$  к  $N=1$ ,  $\sigma=+1/2$ ).

Эксперимент ( $T=4.2$ К)			Непараболическая зона		Параболическая зона	
$B$ , (Т)	$L$ , (нм)	$h\nu$ , (мэВ)	$\Delta E$ , (мэВ) $U=1.35\text{эВ}$	$\Delta E$ , (мэВ) $U=\infty$	$\Delta E$ , (мэВ) $U=1.35\text{эВ}$	$\Delta E$ , (мэВ) $U=\infty$
24	18	82.7	81.8	79	121.5	124
18.9	12	62	63.4	57.9	94.7	97
25.9	12	82.7	82.3	75.8	129.8	133
39.6	12	112.8	114.5	106.9	198	204.4

Из таблицы видно, что в ограниченной яме при учёте непараболическости зоны разность энергий электрона на нулевом и первом уровне Ландау очень близка к энергии фотона, полученного в эксперименте. Наблюдается большая разность этих величин при параболическости зоны дисперсии и бесконечности потенциальной ямы.

### III. Заключение

В данной работе рассчитаны энергия циклотронного перехода электронов между уровнями Ландау в сильном магнитном поле. При этом зафиксирована энергия падающего фотона, проанализировано при каких значениях магнитного поля происходят циклотронные переходы. На примере квантовой ямы InAs/AlSb при перпендикулярном ей магнитном поле проведены расчеты уровней Ландау и энергии циклотронного перехода отдельно для моделей параболических и непараболических зон проводимости. Расчеты выполнены для различных величин ширины квантовой ямы. Также рассмотрены случаи ограниченного и неограниченного потенциального барьера квантовой ямы. Полученные нами численные и количественные результаты сопоставлены с экспериментальными результатами [1], проведенными для электронного газа в гетероструктурах InAs/AlSb. Сопоставление показало, что модель ограниченной квантовой ямы и непараболической дисперсии очень близка к результатам эксперимента.

**Благодарности.** Работа выполнена по гранту Ф3-20200929243 «Влияние горячих электронов и фононов в сильном электромагнитном поле на

характеристики полупроводниковых солнечных фотоэлектрических элементов и наноструктур».

### Метаданные

#### Calculation of the energy of the Landau levels and the cyclotron transition of electrons in a quantum well

B.T. Abdulazizov, M.S. Tokhirjonov

Namangan State University, Uychi str. 316, 716019 Namangan, Uzbekistan

The energy of the Landau and cyclotron transition levels is calculated for various models using the example of an InAs/AlSb quantum well in a magnetic field perpendicular to it. Calculations are carried out at different values of the thickness of the quantum well, the cases of the potential barrier of the infinite and finite quantum well are considered. Also, the calculations were carried out for the parabolic and nonparabolic dispersion models of the conduction band. The numerical results obtained are compared with experimental data for electron gas in InAs/AlSb heterostructures

**Keywords:** heterostructure, quantum well, InAs, AlSb, nonparabolic dispersion, Landau levels, cyclotron resonance, Fermi level.

### Литература (References)

- [1] K.E. Spirin, S.S. Krishtopenko, Yu.G. Sadofyev, O. Drachenko, M. Helm, F. Teppe, W. Knap, and V.I. Gavrilenko. Semiconductors **49**, No.12 (2015). doi: 10.1134/S1063782615120210

- [2] I.B. Kukushkin, S.B. Meshkov, and V.F. Timofeev. *Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **155**, 219 (1988); doi:10.3367/UFNr.0155.198806b.0219.
- [3] B.M. Askerov. *Electron Transport Phenomena in Semiconductors* (World Scientific, Singapore, 1994).
- [4] I.M. Tsidilkovsky. *Electrons and Holes in Semiconductors* (Moscow, Science, 1972), ch.5, p. 444.
- [5] G. Gulyamov, P.J. Baymatov, B.T. Abdulazizov, M.S. Tokhirjonov. *Semiconductor Physics and Microelectronics* **3**, No.1,40-46 (2021).  
//https://uzjournals.edu.uz/semiconductors
- [6] L.D. Landau, E.M. Lifshits. *Kvantovaya Mekhanika. Nerelevativistskaya Teoriya*, tom **3** (Moscow, 2004) st 91-95.
- [7] M. Grundmann. *The Physics of Semiconductors. An Introduction Including Devices and Nanophysics* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006).
- [8] R. Winkler. *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*. Springer Tracts in Modern Physics **191** (Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, NewYork, 2003).
- [9] B.T. Abdulazizov, G. Gulyamov, P.J. Baymatov, Sh.T. Inoyatov, M.S. Tokhirjonov. *SPIN* **12**, No.1, 2250002 (7 pages) (2022).
- [10] P.J. Baymatov, A.G. Gulyamov, B.T. Abdulazizov, Kh.Yu. Mavlyanov, M.S. Tokhirjonov. *International Journal of Modern Physics B* **2150070**, 1-13 (2022). DOI: 10.1142/S0217979221500703 (scopus)
- [11] B.T. Abdulazizov. *Eurasian Journal of Physics and Functional Materials* **6**, No.1, 32-37 (2022). doi: 10.32523/ejpfm.2022060103.

### Квант ўрадаги электронларнинг Ландау сатхлари ва циклотрон ўтиш энергиясини ҳисоблаш

**Б.Т. Абдулазизов, М.С. Тоҳиржонов**

Наманган давлат университети, Уйчи кўча 316, 716019, Наманган, Ўзбекистон

InAs/AlSb квант ўраси мисолида унга перпендикуляр магнит майдонида Ландау сатхлари ва циклотрон ўтиш энергияси турлича моделларда ҳисобланган. Ҳисоблашлар квант ўра кенглигини турли қийматларида ўтказилган бўлиб, квант ўра потенциал тўсиғини чексиз ва чекли хусусий холлари қараб чиқилган. Шунингдек, ўтказувчанлик зонаси дисперсияни параболик ва нопараболик моделлари учун алоҳида ҳисоблашлар ўтказилган. Олинган сонли натижалар InAs/AlSb гетеротузилмадаги электрон газ учун ўтказилган тажриба маълумотларига таққосланган.

**Калит сўзлар:** гетеротузилма, квант ўра, InAs, AlSb, нопараболик дисперсия, Ландау сатхлари, циклотрон резонанси, Ферми сатҳи.